

融合李群理论与特征子空间基的图像目标跟踪

吴 刚^{1,2}, 唐振民¹, 杨静宇¹

(1. 南京理工大学 计算机科学与技术学院, 江苏 南京 210094; 2. 南京工程学院 车辆工程系, 江苏 南京 211167)

摘要: 针对复杂背景下目标跟踪窗口易受噪声干扰而产生形变与漂移的问题, 本文利用群空间中仿射群组受扰动后的形不变属性, 将系统状态变量映射到李群空间进行处理, 同时采用增量主元分析法(IPCA)算法实时学习并更新目标特征子空间数据. 所提方法在利用粒子滤波算法采样粒子时, 通过引入测量向量以提高权值计算的准确性. 在基于Car11等4个测试集的实验中, 结果优于IVT跟踪器, 本文跟踪器窗口在噪声干扰下不会产生形变, 跟踪成功率达到96%, 结果优于IVT跟踪器. 对比Kwon跟踪器, 本文跟踪方法显著降低了算法复杂度, 平均执行时间有效地控制在0.32 s/帧.

关键词: 目标识别; 群空间; 学习; 特征

中图分类号: TP391.4 **文献标识码:** A

Image object tracking on integrating lie group theory with characteristic subspace eigenbasis

WU Gang^{1,2}, TANG Zhen-min¹, YANG Jing-yu¹

(1. School of Computer Science & Technology, Nanjing University of Science and Technology, Nanjing Jiangsu 210094, China;

2. Department of Vehicle Engineering, Nanjing Institute of Technology, Nanjing Jiangsu 211167, China)

Abstract: To reduce the distortion and deformation of the object window in tracking objects with noises under complicated circumstance, we map the system state-variables to Lie group space for processing based on the affine-group invariability under disturbances. The incremental principal-component-analysis (IPCA) algorithm is employed for instant learning and updating characteristic subspace databases of the object. In sampling particles by using the particle filters, we introduce the measurement vector to improve the precision in weight-computation. In the testing of four standard video databases Car11, no deformation of tracker window caused by noises is found, and the successful tracking ratio reaches 96 percent. These results overtake those of the tracker IVT. When compared with tracker Kwon, the algorithm complexity is significantly lower and the average execution time is effectively kept within 0.32 s/frame.

Key words: object recognition; group space; learning; character

1 引言(Introduction)

基于视频图像的运动目标跟踪与分析是目前计算机视觉与识别领域研究的热点问题, 而稳健并精确地跟踪预定目标也是从视频序列图像中检测和识别出运动目标属性的前提. 图像目标跟踪广泛地应用于机器人视觉导航、视觉安全监控、交通场景自动检测、军事国防等诸多重要领域. 根据所跟踪目标的具体性质与场景, 目前有很多不同的目标跟踪方法, 图像跟踪中所采用的区域特征有颜色、纹理、边界轮廓与特征协方差矩阵等. 目前图像目标跟踪中所遇到的难点问题主要是: 长序列场景的跟踪过程中, 序列图像由于受到噪声与光照量的干扰, 且加上目标自身形变的影响, 跟踪器很难对选定目标在序列图像中所处的位置、目标的大小与形状做出适

应的稳健跟踪. 近年来, 利用粒子滤波算法较好地解决了目标受到遮挡情况下的跟踪问题, 但该算法在跟踪过程中也存在不稳定现象^[1]. 传统基于表面特征的粒子跟踪方法多采用表面特征的一维属性进行预测跟踪, 不同之处在于所采用的表面特征为颜色、纹理或形状等不同类型的表面基元组合. 通常这类方法可以用以下方程对目标状态进行描述:

$$d\mathbf{x} = f(\mathbf{x}, t)dt + F(\mathbf{x}, t)d\mathbf{w}, \quad (1)$$

式中: \mathbf{x} 可以是旋转角度、中心点坐标或跟踪窗口纵横比系数等变量的一维空间组合, f 与 F 函数为时变非线性函数, $d\mathbf{w}$ 为 m 维的维纳过程噪声.

由于传统跟踪方法采用一维表面基元进行特征跟踪, 在对选定的目标进行跟踪的过程中, 目标图像

一旦受到噪声的干扰, 会使物体的运动状态发生微小变化而产生扰动现象, 从而影响目标跟踪的准确性与稳定程度. 文献[2]提出采用实时构建目标子空间特征结合粒子滤波算法进行图像区域跟踪, 由于在欧氏空间中利用目标特征的一维属性进行跟踪, 该方法仍然未能很好地解决长序列跟踪过程中目标形变与噪声扰动带来的跟丢问题. 文献[3-4]提出采用特征协方差矩阵描述待跟踪目标特征的方法, 该方法在一定程度上解决了跟踪窗口受到光照突变等噪声扰动产生形变的问题, 但却带来运算量较大的缺陷.

2 基于仿射群组几何属性的视觉目标跟踪 (Vision object tracking based on geometrical attribute of affine group)

2.1 李群与李代数(Li group and Li algebra)

图1表示李群与李代数的空间映射关系, 其中李代数 g 到李群 G 的关系可用指数映射 \exp 关联, G 到 g 的关系可用对数映射 \log 关联.

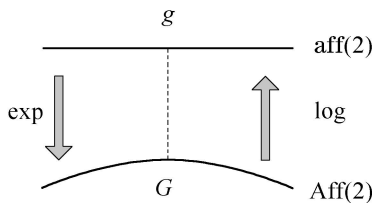


图 1 李群与李代数空间映射关系示意图

Fig. 1 Mapping map about Li group and Li algebra

假定矩阵 $\text{Aff}(2) = [G \ t; 0 \ 1]$, 其中李群 G 为可逆的 2×2 实数矩阵, 表征目标窗口的旋转方位; t 表征目标中心点的平移向量. 从李群理论的角度, 该2D仿射矩阵 $\text{Aff}(2)$ 可以被看作为一个矩阵李群, 且为 $\text{GL}(2)$ 的半直积^[5]. 对应于李群 $\text{Aff}(2)$ 的李代数 $\text{aff}(2)$ 以表示为 $[U \ V; 0 \ 1]$, 其中: $U \in \mathfrak{gl}(2)$, $\mathfrak{gl}(2)$ 为 $\text{GL}(2)$ 对应李代数的实 2×2 矩阵, $V \in \mathbb{R}^2$.

2.2 基于仿射群组的 目标状态方程及其描述 (Object state equations and expression based on affine group)

基于仿射群组的 目标状态方程为^[4]

$$d\mathbf{x} = \mathbf{x} \cdot A(\mathbf{x})dt + \mathbf{x} \cdot \sum_{i=1}^6 b_i E_i dw_i, \quad (2)$$

式中: $\mathbf{x} \in \text{Aff}(2)$ 为目标状态变量, A 表示李群向李代数的映射关系, $E_i (i = 1 \sim 6) \in \text{aff}(2)$ 为形变基元素, E_i 的几何解释是表征模板形变及扭曲程度的基本单位, b_i 为标量常数, $dw_i \in \mathbb{R}$ 为维纳过程噪声. 式(2)可以经过欧拉离散化为下式:

$$\mathbf{x}_k = \mathbf{x}_{k-1} \cdot \exp(A(\mathbf{x}, t) + dw_k \sqrt{\Delta t}), \quad (3)$$

式中: $dw_k \sim N(0, P)$ 表示 $\text{aff}(2)$ 上的维纳过程噪

声, 其协方差 $P \in \mathbb{R}^{6 \times 6}$; $A(\mathbf{x}, t) \in \text{aff}(2)$ 表示决定粒子迭代的状态运动特征, 一般简单的方法是将 $A(\mathbf{x}, t)$ 取0以简化计算, 依靠大数量的粒子繁殖以弥补 $A(\mathbf{x}, t)$ 取0带来的目标运动状态的不确定性, 但是这样处理必然带来粒子计算量过大而导致的运算耗时问题. 在本文的系统框架中, 依据目标状态的一阶自回归过程, 将 $A(\mathbf{x}, t)$ 与目标状态变量 \mathbf{x} 之间的关系描述如下^[4]:

$$A_{k-1} = a \cdot \log(\mathbf{x}_{k-2}^{-1} \cdot \mathbf{x}_{k-1}), \quad (4)$$

式中: a 为自回归过程参数, A_{k-1} 可用 $A(\mathbf{x}, t) \cdot \Delta t$ 表示. 式(3)中的 $A(\mathbf{x}, t) \in \text{aff}(2)$, 将其 \exp 映射在 $\text{Aff}(2)$ 空间上, 由于 \mathbf{x}_{k-1} 与 \mathbf{x}_k 均属于 $\text{Aff}(2)$ 空间上的元素, 因而可以计算出 \mathbf{x}_k ; 相应地, 在式(4)中, $\mathbf{x}_{k-2}^{-1} \cdot \mathbf{x}_{k-1}$ 取 \log 后得到 $\text{aff}(2)$ 空间上的 A_{k-1} .

目标运动状态方程采用下式表示:

$$\mathbf{x}_k = f(\mathbf{x}_{k-1}) + w_k, \quad (5)$$

式中: $\mathbf{x}_k \in \mathbb{R}^{N_x}$, w_k 为协方差 $P \in \mathbb{R}^{N_x \times N_x}$ 的高斯噪声. 由于普通摄像机采集的正常视频的帧率为20~30帧/s左右, 因此相邻帧目标窗口的运动状态可以采用一阶自回归过程来近似描述. 系统测量方程采用下式表示:

$$y_k = g(\mathbf{x}_k) + n_k, \quad (6)$$

式中: 函数 g 表示 \mathbf{x}_k 到 \mathbb{R}^{N_y} 的关系映射, 通常为非线性函数; $n_k \in N(0, R)$ 表示测量高斯噪声, 其协方差 $R \in \mathbb{R}^{N_y \times N_y}$.

系统均值与协方差由下式给出^[6]:

$$\mu = (\mu_1, \mu_2)^T = [E(\mathbf{x}_k | \mathbf{x}_{k-1}) \ E(y_k | \mathbf{x}_{k-1})]^T, \quad (7)$$

$$\Sigma = \begin{pmatrix} \Sigma_{11} & \Sigma_{12} \\ \Sigma_{12}^T & \Sigma_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \text{var}(\mathbf{x}_k | \mathbf{x}_{k-1}) & \text{cov}(\mathbf{x}_k, y_k | \mathbf{x}_{k-1}) \\ \text{cov}(\mathbf{x}_k, y_k | \mathbf{x}_{k-1})^T & \text{var}(y_k | \mathbf{x}_{k-1}) \end{pmatrix}. \quad (8)$$

在融入最近的观测值 y_k 后^[6], 概率 $P(\mathbf{x}_k | \mathbf{x}_{0:k-1}, y_{0:k})$ 可以近似为 $N(m_k, \Sigma_k)$, 其中

$$m_k = \mu_1 + \bar{u} = \mu_1 + \Sigma_{12}(\Sigma_{22})^{-1}(y_k - \mu_2) = \mu_1 \cdot \exp\left(\sum_{i=1}^6 \bar{u}_i E_i\right), \quad (9)$$

$$\Sigma_k = \Sigma_{11} - \Sigma_{12}(\Sigma_{22})^{-1}(\Sigma_{12})^T. \quad (10)$$

为便于计算, μ 和 Σ 可以近似处理如下^[6-7]:

$$\hat{\mu} = [f(\mathbf{x}_{k-1}) \ g(f(\mathbf{x}_{k-1}))]^T, \quad (11)$$

$$\hat{\Sigma} = \begin{pmatrix} P & PJ^T \\ JP & JPJ^T + R \end{pmatrix}, \quad (12)$$

式中: $f(\mathbf{x}_{k-1}) = \mathbf{x}_{k-1} \cdot \exp(A_{k-1})$; 式(12)中, P 为

$d\omega_k$ 的协方差, R 为测量高斯噪声协方差. 参照文献[7]的方法, 用 $P(\mathbf{x}_k, y_k | \mathbf{x}_{k-1})$ 近似表示 $P(\mathbf{x}_k | \mathbf{x}_{k-1}, y_k)$, 则得到下式:

$$y_k \approx g(f(\mathbf{x}_{k-1})) + J \cdot u + n_k, \quad (13)$$

式中: $J = \frac{\partial g}{\partial \mathbf{x}_k}(f(\mathbf{x}_k - 1))$, 式(13)中 J 同式(12)中 J ; $u = \mathbf{x}_k - f(\mathbf{x}_{k-1})$.

2.3 融入测量向量后的粒子权值的更新与计算(Particle weights' updating and computing integrated with measurement vector)

传统粒子滤波方法在计算粒子权值时, 通常引入适当的提议分布以简化计算, 这样处理降低了采样的准确性. 本文在计算粒子权值时为提高采样计算的准确性, 融入了测量向量进行实时计算, 具体计算公式如下:

$$w_k^{(i)} = w_{k-1}^{(i)} \cdot \frac{P(y_k | \mathbf{x}_k^{(i)})P(\mathbf{x}_k^{(i)} | \mathbf{x}_{k-1}^{(i)})}{P(\mathbf{x}_k^{(i)} | \mathbf{x}_{0:k-1}^{(i)}, y_{0:k})}, \quad (14)$$

在式(14)中: $P(\mathbf{x}_k^{(i)} | \mathbf{x}_{k-1}^{(i)})$ 起源于一阶自回归过程, $P(\mathbf{x}_k^{(i)} | \mathbf{x}_{k-1}^{(i)}, y_{0:k})$ 的计算参见式(9)–(10), $P(y_k | \mathbf{x}_k^{(i)})$ 可以通过下式引入计算^[8]:

$$P(y_k | \mathbf{x}_k^{(i)}) \propto \exp\left(-\frac{1}{2} \cdot y_k^T R^{-1} y_k\right). \quad (15)$$

2.4 增长主元分析算法及目标图像特征子空间向量基(Incremental PCA algorithm and object image's characteristic subspace vector)

2.4.1 增长PCA算法(Incremental PCA algorithm)

假定图像集合 $A = \{I_1, I_2, \dots, I_n\}$, 集合 $B = \{I_{n+1}, I_{n+2}, \dots, I_{n+m}\}$, 集合 $C = \{A, B\}$, 其中 I_i 为视频帧中捕获的目标所在区域子图像, 令符号 $\bar{I}_A = \sum_{i=1}^n I_i$. 现已从集合 A 的奇异值分解与上一步骤的计算中, 获取了相应的 U 和 Σ . 考虑到实时性与快速性的综合需求, 算法框架要求每隔若干帧更新一次图像库, 由于集合 B 的引入, 使得从 C 中快速且实时性地获取更新后的 U' 和 Σ' 成为新的计算问题, 应用增长主元分析算法可有效地解决该问题^[2].

2.4.2 目标图像特征子空间向量基(Object image's characteristic subspace vector)

在图像目标跟踪过程中用增长主元分析算法实时构建目标特征向量基, 用符号**basis**表示 U 中 k 个最大奇异值对应的特征向量基. 符号 I_ω 表示当前视频帧中目标所在的图像区域 $I(\omega(P, \mathbf{x}_k))$, 表征锁定的待跟踪目标区域图像. 在实时跟踪过程中, 兼顾准确性和执行速度两方面的因素, 每隔5帧进行一次特征图像库的更新, 用符号 I_m 表示特征图像库的均值图像, 令 $I_d = I_\omega - I_m$. 函数**diag**表示取矩阵对角元素; 函数 F_s 表示求取矩阵各行向量之和、且将原

始 $m \times n$ 维矩阵压缩为 $m \times 1$ 维矩阵.

为便于计算, 将式(6)扩展为下式:

$$y_k = g(x_k) + n_k = h(I(\omega(P, \mathbf{x}_k))) + n_k, \quad (16)$$

式中 h 为将 $I(\omega)$ 作为输入的可微函数, h 的计算具体见式(17).

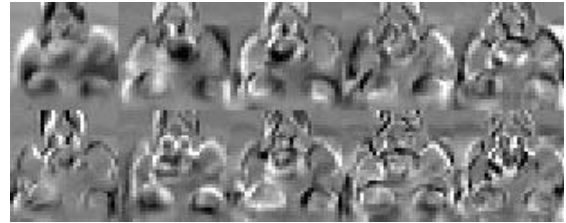
依据雅可比矩阵的链式推导规则^[6], 其中的关键项 $\frac{\partial h}{\partial I}$ 可以表示为

$$\frac{\partial h}{\partial I} = 2I_d - F_s(2 \cdot \text{basis} \cdot \text{diag}\{\text{basis}^T \cdot I_d\}). \quad (17)$$

图2所示图像为针对标准图像测试集Sylv的第101帧图像采用本文特征子空间方法获取的相关图像集合. 图2(a)的4幅图像从左至右依次为: 特征子空间图像集的均值图像、待跟踪选定图像、重构误差图像和使用特征子空间基的重构图像. 图2(b)的图像集合为10个按逆序排列最相关特征值的特征子空间基对应的特征基图像.



(a) 子空间相关图像



(b) 10个特征值基图像

图2 特征子空间图像集

Fig. 2 Images about eigenbasis subspace

3 本文视觉目标跟踪算法的总体框架(General framework of our vision object tracking algorithm)

结合实际图像目标跟踪, 将图像跟踪过程分为初始化设定与自动循环执行跟踪两个主要部分, 跟踪算法总体框架如下:

Step 1 各向量与参数的初始化.

1) 由待跟踪目标中心点初始化状态变量 \mathbf{x} 和式(4)中矩阵 A 的初值, 设置搜索窗口大小及粒子滤波采样数 N .

2) 初始化目标图像的子空间特征基, 设定向量主元维数为16, 每隔5帧进行一次特征图像库更新.

Step 2 执行目标跟踪流程.

循环执行以下步骤, 以执行图像目标跟踪流程:

1) 经过式(4)的计算, 由包含目标旋转角度和中

心点参数的状态向量 \mathbf{x} 值来确定矩阵 A 的值; 同步建立并更新目标图像特征向量基.

2) 由增长PCA算法获取向量 \mathbf{x} 对应的目标图像子空间特征基, 由式(17)求取 $\frac{\partial h}{\partial I}$, 进而求取雅可比矩阵 J 的值.

3) 由式(11)–(12)计算 μ 和 Σ 的值, 进而由式(9)–(10)更新 m_k 和 Σ_k 的值. 在融入最近的观测值 y_k 后, 求取概率 $P(\mathbf{x}_k | \mathbf{x}_{0:k-1}, y_{0:k})$.

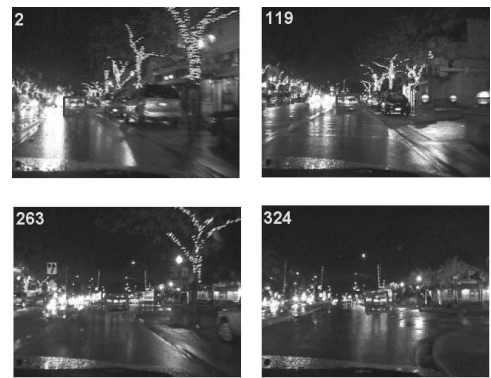
4) 根据粒子滤波算法, 由式(14)求取粒子权值, 当粒子权值低于指定阈值时进行粒子重采样处理, 由更新后的粒子权值重新计算向量 \mathbf{x} 的值.

4 试验与分析(Experiment and analysis)

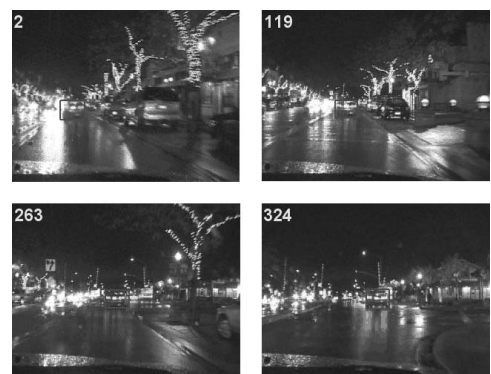
试验数据源Sylv, Car11, Dtneu_schnee和Dtneu_winter来源于运动目标跟踪的标准测试视频集及相关图像网站^[2]; 实验采用的硬件平台为: AMD Athlon 4000+双核处理器、512 M内存和160 G硬盘. 图3中(a)组4帧图像是采用IVT^[2]跟踪器得到的跟踪图像, 图3中(b)组4帧图像是采用本文跟踪器得到的对应跟踪图像. 基于数据源Car11的实验中, 采样粒子数 N 取500, 维纳过程噪声 dw_k 的协方差 P 取 $\text{diag}\{0.1^2, 0.01^2, 0.01^2, 0.1^2, 5^2, 5^2\}$. Car11数据源中, 待跟踪目标车辆在前行过程中一直受到路面反射灯光、路边树上的灯光及转弯时车身姿态的变化等多种因素的干扰.

从图3(a)可以看出, IVT跟踪器因引入遗忘因子更新目标特征子空间库, 在有噪声干扰情况下能跟踪住目标车辆. 但由于仅利用目标特征的一维属性进行跟踪, 会产生较大的形变(图324帧). 对比图3(b)本文跟踪器的试验结果, 本文跟踪器成功地跟踪住了目标车辆, 且跟踪窗口并未发生倾斜角度的

变化.



(a) IVT跟踪器的实验图像



(b) 本文跟踪器的实验图像

图 3 基于标准数据源Car11的试验结果

Fig. 3 The testing result based on standard database Car11

表1为分别采用本文跟踪器、IVT^[2]和Kwon^[4]跟踪器基于标准数据源Sylv、Car11、Dtneu_schnee和Dtneu_winter得出的相关跟踪试验数据. 而数据源Dtneu_schnee和Dtneu_winter的主要跟踪难点在于目标车辆行进中姿态与距离的变化、雪花的持续性干扰和路边标识牌的遮挡.

表 1 基于多组标准数据源的试验测试数据

Table 1 Testing data based on several standard databases

实验数据源	通用的跟踪器	粒子数目/个	视频帧数/帧	跟踪成功率/%	平均执行时间/(s·帧 ⁻¹)
Sylv	本文跟踪器	600	736	96.5	0.3342
Sylv	IVT	600	736	82.9	0.2530
Sylv	Kwon	600	736	94.6	0.6475
Car11	本文跟踪器	500	393	97.5	0.3320
Car11	IVT	500	393	94.2	0.2519
Car11	Kwon	500	393	96.7	0.6413
Dtneu_schnee	本文跟踪器	400	336	96.1	0.3254
Dtneu_schnee	IVT	400	336	88.9	0.2442
Dtneu_schnee	Kwon	400	336	95.2	0.6337
Dtneu_winter	本文跟踪器	400	172	97.7	0.3218
Dtneu_winter	IVT	400	172	93.0	0.2411
Dtneu_winter	Kwon	400	172	96.5	0.6328

由表1可见,本文跟踪器96.1%~97.7%的跟踪成功率要略好于Kwon跟踪器94.6%~96.7%的成功率,而这两者又明显高于IVT跟踪器82.9%~94.2%的成功率.主要原因在于IVT跟踪器尽管也引入待跟踪目标特征的更新与学习机制,使得IVT跟踪器的算法复杂度虽然降低为 $O(k+m)$,但其算法框架简单且缺乏有效手段降低复杂背景噪声带来的实时干扰;例如在噪声扰动较为严重的Sylv和Dtneu_schnee测试集中,IVT跟踪器的成功率尚不到90%,主要由于跟踪过程中受到光照和雪花等噪声扰动后,跟踪窗口形变造成的失跟现象.

跟踪器平均执行时间介于0.3218~0.3342 s/帧间,明显优于Kwon跟踪器的平均执行时间. Kwon跟踪器在 $W \times H$ 图像区域中使用 d 维特征向量构建协方差描述符^[9],综合处理流程中的奇异值分解等算法,其算法复杂度达到 $O(WHd^3)$,因而其平均执行时间近似2倍于本文跟踪器.本文算法在初始化阶段一次性获得图像的子空间特征基,后续的增长PCA算法在进行每一次子空间更新的过程中,充分利用了 k 个最大奇异值及其对应的基向量.相对于全局范围的奇异值分解而言,增长PCA算法将算法的空间复杂度由 $O(n+m)^2$ 降为 $O(k+m)$.综合整个算法流程本文跟踪器算法复杂度最终为 $O(n+m)$;相对IVT跟踪器 $O(k+m)$ 的算法复杂度,本文方法增加约0.08 s/帧的处理时间,平均获取约8%左右的跟踪成功率.

5 结论(Conclusions)

基于李群理论将目标状态变量映射到李群空间进行相应处理,利用仿射群组的几何形不变属性以有效降低复杂背景跟踪中噪声干扰带来的不利影响,同时利用增长主元分析算法在跟踪过程中同步构建与学习待跟踪目标特征子空间基,突破了传统的先检测后跟踪或基于某种特征进行跟踪的单一模式,增强了跟踪算法的实时学习性能.在利用粒子滤波算法计算粒子权重时,提出一种新的融入测量向量的计算方法使得粒子权值的计算更为准确.在针对标准视频测试数据库的对比

试验中,相对IVT跟踪器,本文方法将跟踪成功率提升至96%左右.相对Kwon跟踪器而言,本文跟踪器降低了采样目标模板的算法复杂度,将平均执行时间有效控制0.32 s/帧左右.

参考文献(References):

- [1] 宁小磊,王宏力,徐宏林,等.加权逼近粒子滤波算法及其应用[J].控制理论与应用,2011,28(1): 118-124.
(NING Xiaolei, WANG Hongli, XU Honglin, et al. Weight approaching particle filter and its application [J]. *Control Theory & Applications*, 2011, 28(1): 118-124.)
- [2] ROSS D A, LIM J, LIN R S, et al. Incremental learning for robust visual tracking [J]. *International Journal of Computer Vision*, 2008, 77(1): 125-141.
- [3] 李广伟,刘云鹏,尹健,等.基于改进李群结构的特征协方差目标跟踪[J].仪器仪表学报,2010,31(1): 111-116.
(LI Guangwei, LIU Yunpeng, YIN Jian, et al. Target tracking with feature covariance based on an improved Lie group structure [J]. *Chinese Journal of Scientific Instrument*, 2010, 31(1): 111-116.)
- [4] KWON J, PARK F C. Visual tracking via particle filtering on the affine group [J]. *The International Journal of Robotics Research*, 2010, 29(2): 198-217.
- [5] 刘佳,陈纯,叶承羲,等.基于协方差描述子和黎曼流形的语音情感识别[J].模式识别与人工智能,2009,22(5): 673-677.
(LIU Jia, CHEN Chun, YE Chengxi, et al. Speech emotion recognition based on covariance descriptor and riemannian manifold [J]. *Pattern Recognition and Artificial Intelligence*, 2009, 22(5): 673-677.)
- [6] SAHA S, MANDAL P K, BOERS Y, et al. Gaussian proposal density using moment matching in SMC methods [J]. *Statistics and Computing*, 2008, 19(2): 203-208.
- [7] DOUCET A, GODSILL S, ANDRIEU C. On sequential monte carlo sampling methods for bayesian filtering [J]. *Statistics and Computing*, 2000, 10(3): 197-208.
- [8] KWON J, CHOI M, PARK F, et al. Particle filtering on the Euclidean group: framework and applications [J]. *Robotica*, 2007, 25(6): 725-737.
- [9] TUZEL O, PORIKLI F, MEER P. Region covariance: a fast descriptor for detection and classification [C]//*The 9th European Conference on Computer Vision*. Berlin, Germany: Springer, 2006, 2: 589-600.

作者简介:

吴刚 (1976-),男,博士研究生,讲师,目前研究方向为模式识别和计算机视觉, E-mail: zdhxwg@njit.edu.cn;

唐振民 (1961-),男,博士生导师,教授,主要研究方向为机器人控制, E-mail: tang.zm@mail.njust.edu.cn;

杨静宇 (1941-),男,教授,主要研究方向为模式识别和机器人控制, E-mail: yangjy@mail.njust.edu.cn.