

时滞依赖 H_∞ 滤波器的有限频故障检测方法

沈 喆¹, 杨光红¹, 孙 鹏²

(1. 东北大学 信息科学与工程学院, 辽宁 沈阳 110819; 2. 中国刑警学院 声像系, 辽宁 沈阳 110085)

摘要: 本文研究了线性离散时滞系统的有限频鲁棒故障检测问题. 利用故障估计技术, 将故障检测滤波器设计问题转化为时滞依赖的 H_∞ 滤波器设计问题. 本文直接给出刻画有限频故障检测性能的线性矩阵不等式条件, 避免因引入加权函数而产生的不准确性. 最后, 仿真算例表明时滞依赖的有限频故障检测滤波器可以取得比已有结果更好的故障检测性能.

关键词: 故障检测; 时滞依赖; H_∞ 滤波器; 有限频; 线性矩阵不等式

中图分类号: TP273 **文献标识码:** A

Fault detection approach in finite frequency domain based on delay-dependent H-infinity filter

SHEN Zhe¹, YANG Guang-hong¹, SUN Peng²

(1. College of Information Science and Technology, Northeastern University, Shenyang Liaoning 110819, China;

2. Department of Forensic Science and Technology, China Criminal Police University, Shenyang Liaoning 110085, China)

Abstract: This paper is concerned with the robust fault detection (FD) problem for linear discrete time-delay systems in finite frequency domain. By fault estimate techniques, the FD detection filter design problem is formulated as a delay-dependent H-infinity filter design problem. This paper directly gives linear matrix inequality conditions for finite frequency FD performance, and avoids the approximations associated with frequency weights. Finally, an example is given to show that the proposed delay-dependent FD filter can achieve better FD performance than other existing algorithms.

Key words: fault detection(FD); delay-dependent; H-infinity filter; finite frequency domain; linear matrix inequalities(LMIs)

1 引言(Introduction)

基于模型的鲁棒故障诊断, 特别是有关鲁棒故障滤波器的设计问题, 近些年来引起了人们的广泛关注^[1]. 但这些研究主要集中在全频域范围, 实际上, 故障常常发生在低频域范围, 例如, 飞行控制系统中的执行器卡死故障常常发生在低频范围^[2].

另外, 时滞现象在实际工程问题中是普遍存在的, 常常引起系统不稳定甚至发生重大事故, 因此, 对时滞系统控制问题的研究具有重要的理论意义. 文献[3-4]都是针对时滞独立问题而言, 即此解对于系统很大或很小的时滞都适用, 因此具有保守性. 而时滞依赖条件跟时滞独立条件相比保守性更小, 特别是在时滞很小的情况下. 因此越来越多的人对时滞依赖系统进行研究^[5]. 文献[6]通过引入加权函数刻画干扰和故障的有限频特性, 使残差可以对外部扰动和故障保持鲁棒性. 但是设计加权函数会增加故障检测系统的复杂度. 针对上述原因, 文献[5]利

用广义S-procedure通过构造新的限制集合把表示为受限有限频不等式的性能指标转化为线性矩阵不等式, 从而给出了线性时滞系统的有限频性能分析条件.

根据文献[5], 本文给出了有限频时滞依赖故障检测滤波器设计的直接方法. 将有限频故障检测问题转化为一个时滞依赖 H_∞ 滤波器设计问题, 通过一系列的线性矩阵不等式给出所要设计的时滞依赖滤波器的充分条件. 最后, 通过与已有的时滞独立方法的比较说明了本文方法的优越性.

2 问题描述和预备知识(Problem statement and preliminaries)

考虑如下线性离散时滞系统:

$$\begin{cases} x(k+1) = \\ Ax(k) + A_d x(k-\tau) + B_f f(k) + B_d d(k), \\ y(k) = Cx(k) + D_f f(k) + D_d d(k), \end{cases} \quad (1)$$

收稿日期: 2011-08-17; 收修稿日期: 2012-03-17.

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(60974043, 60904010, 60804024); 国家创新研究群体科学基金资助项目(60821063); 国家“973”计划资助项目(2009CB320604); 国家“111”计划资助项目(B08015); 国家教育部博士学科基金资助项目(20100042110027); 全国优秀博士学位论文基金资助项目(201157).

其中: $x(k) \in \mathbb{R}^{n_x}$ 是状态向量, $y(k) \in \mathbb{R}^{n_y}$ 是测量输出, $d(k) \in \mathbb{R}^{n_d}$ 代表有界干扰输入满足 $d(k) \in L_2$, $f(k) \in \mathbb{R}^{n_f}$ 代表故障向量. A, A_d, B_f, B_d, C, D_f 和 D_d 是已知的具有合适维数的常值矩阵. τ 是未知常数时滞满足 $0 < \tau \leq \bar{\tau}$, 其中 $\bar{\tau}$ 表示时滞上界.

本文采用如下形式的故障检测滤波器:

$$\begin{cases} x_f(k+1) = K_f x_f(k) + L_f y(k), \\ r(k) = M_f x_f(k) + N_f y(k), \end{cases} \quad (2)$$

其中: $x_f(k) \in \mathbb{R}^{n_x}$ 表示滤波器状态向量, (K_f, L_f, M_f, N_f) 代表滤波器增益矩阵. $r(k) \in \mathbb{R}^{n_r}$ 是基于故障估计技术产生的残差信号. 定义 $e(k) := r(k) - f(k)$, 可以得到下面的扩维系统:

$$\begin{cases} \xi(k+1) = \\ \bar{A}\xi(k) + \bar{A}_d\xi(k-\tau) + \bar{B}_f f(k) + \bar{B}_d d(k), \\ e(k) = \bar{C}\xi(k) + \bar{D}_f f(k) + \bar{D}_d d(k), \end{cases} \quad (3)$$

这里:

$$\begin{aligned} \xi(k) &= \begin{bmatrix} x(k) \\ x_f(k) \end{bmatrix}, \bar{A} = \begin{bmatrix} A & 0 \\ L_f C & K_f \end{bmatrix}, \bar{A}_d = \begin{bmatrix} A_d & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \\ \bar{B}_f &= \begin{bmatrix} B_f \\ L_f D_f \end{bmatrix}, \bar{B}_d = \begin{bmatrix} B_d \\ L_f D_d \end{bmatrix}, \bar{C} = [N_f C \quad M_f], \\ \bar{D}_f &= [N_f D_f - I], \bar{D}_d = [N_f D_d]. \end{aligned} \quad (4)$$

本文的主要目标是设计滤波器(2)使得下面的条件成立:

- 1) \bar{A} 是渐进稳定的, (5)
- 2) $\sigma_{\max}(G_{ef}(j\lambda_1)) < \gamma_1, \forall \lambda_1 \in [-\rho_1, \rho_1]$, (6)
- 3) $\sigma_{\max}(G_{ed}(j\lambda_2)) < \gamma_2, \forall \lambda_2 \in [-\rho_2, \rho_2]$. (7)

注 1 条件(6)和(7)是两个有限频性能指标, 分别用来度量故障估计信号对故障和干扰的鲁棒性. ρ_1, ρ_2 是两个已知的实数分别代表故障和干扰的频率范围.

本文采用文献[5]中给出的结果. 给定线性时滞系统

$$\begin{cases} x(k+1) = Ax(k) + A_d x(k-d) + B\omega(k), \\ y(k) = Cx(k) + D\omega(k). \end{cases} \quad (8)$$

引理 1^[5] 考虑系统(8), 给定矩阵

$$\Phi = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}, \Psi_0 = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}, \Psi = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & -2 \cos \omega \end{bmatrix}$$

和 $\Pi \in \mathbb{H}_{n_y+n_\omega}$, 当时滞 d 满足 $0 < d \leq \bar{d}$, 如果存在埃尔米特矩阵 $P, Q, P_s > 0$, 以及 $X_1 = X_1^* > 0, X_2 = X_2^*, Z_j = Z_j^* > 0 (j = 1, 2)$ 使得不等式条件

$$\begin{bmatrix} A & A_d \\ I & 0 \end{bmatrix}^* (\Phi \otimes P_s + \Psi_0 \otimes \bar{d}Z_1) \begin{bmatrix} A & A_d \\ I & 0 \end{bmatrix} + X_1 + Z_1 < 0, \quad (9)$$

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} A & A_d & B \\ I & 0 & 0 \end{bmatrix}^* (\Phi \otimes P + \Psi \otimes Q + \Psi_0 \otimes \bar{d}Z_2) \cdot \\ & \begin{bmatrix} A & A_d & B \\ I & 0 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} C & 0 & D \\ 0 & 0 & I \end{bmatrix}^* \Pi \begin{bmatrix} C & 0 & D \\ 0 & 0 & I \end{bmatrix} + \\ & \begin{bmatrix} X_2 + Z_2 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} < 0 \end{aligned} \quad (10)$$

成立, 则系统(8)渐近稳定, 并且满足有限频不等式

$$\begin{bmatrix} G(e^{j\lambda}) \\ I \end{bmatrix}^* \Pi \begin{bmatrix} G(e^{j\lambda}) \\ I \end{bmatrix} < 0, \forall |\lambda| \leq \rho, \quad (11)$$

其中:

$$X_j = \begin{bmatrix} X_j & 0 \\ * & -X_j \end{bmatrix}, Z_j = \begin{bmatrix} -\bar{d}^{-1}Z_j & \bar{d}^{-1}Z_j \\ * & -\bar{d}^{-1}Z_j \end{bmatrix}.$$

引理 2 假设 $x \in \mathbb{R}^n, Q \in \mathbb{R}^{n \times n}, U \in \mathbb{R}^{n \times m}$. 令 U^\perp 是任意矩阵使得 $U^\perp U = 0$. 则下面命题等价:

- 1) $x^T Q x < 0, \forall U^T x = 0, x \neq 0$;
- 2) $U^\perp Q U^{\perp T} < 0$;
- 3) $\exists Y \in \mathbb{R}^{m \times n} : Q + UY + Y^T U^T < 0$.

3 主要结果(Main results)

3.1 针对性能(6)的LMI条件(LMI condition for performance index (6))

定理 1 考虑系统(8), 给定矩阵 Φ, Ψ, Ψ_0 和 $\Pi = \begin{bmatrix} I & 0 \\ 0 & -\gamma^2 I \end{bmatrix}$, 如果存在埃尔米特矩阵 $P, Q > 0$, 及 $X_2 = X_2^* > 0$ 和 $Z_2 = Z_2^* > 0$ 使得不等式

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} A & A_d & B \\ I & 0 & 0 \end{bmatrix}^* (\Phi \otimes P + \Psi \otimes Q + \Psi_0 \otimes \bar{d}Z_2) \cdot \\ & \begin{bmatrix} A & A_d & B \\ I & 0 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} C & 0 & D \\ 0 & 0 & I \end{bmatrix}^* \Pi \begin{bmatrix} C & 0 & D \\ 0 & 0 & I \end{bmatrix} + \\ & \begin{bmatrix} X_2 + Z_2 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} < 0 \end{aligned} \quad (12)$$

成立, 则有限频不等式

$$\sigma_{\max}(G(e^{j\lambda})) < \gamma, \forall |\lambda| \leq \rho \quad (13)$$

成立, 其中 γ 是一个正实变量.

证 同文献[3]中定理1.

令 $d(k) = 0$, 则系统(3)变为

$$\begin{cases} \xi(k+1) = \bar{A}\xi(k) + \bar{A}_d\xi(k-\tau) + \bar{B}_f f(k), \\ e(k) = \bar{C}\xi(k) + \bar{D}_f f(k). \end{cases} \quad (14)$$

定理 2 考虑系统(14), 给定 Φ, Ψ_0 和 $\Psi, \omega = \omega_f, \gamma_1 > 0$, 如果存在埃尔米特矩阵 $P, Q > 0, X_2 = X_2^*, Z_2 = Z_2^* > 0$ 和矩阵 $Y_j, V_j, G_k (k = 1, \dots, 5), U, \hat{K}_f, \hat{L}_f, \hat{M}_f, \hat{N}_f$ 使得不等式条件

$$\begin{bmatrix} \Lambda_1 & \Lambda_2 & 0 & 0 \\ \Lambda_3 & 0 & 0 & 0 \\ \Lambda_4 & \Lambda_5 & \Lambda_6 & \Lambda_7 \end{bmatrix} + \text{He} \begin{pmatrix} \Delta_1 & \Delta_2 & \Delta_3 & \Delta_4 \\ \Delta_5 & \Delta_6 & \Delta_7 & \Delta_8 \\ \Delta_9 & \Delta_{10} & \Delta_{11} & UB_f \end{pmatrix} < 0 \quad (15)$$

成立, 则性能指标(6)成立. 其中:

$$\begin{aligned} \Lambda_1 &:= [P + \bar{\tau}Z_2 \ 0], \Lambda_2 := Q - \bar{\tau}Z_2, \\ \Lambda_3 &:= [0 \ I], \Lambda_4 := \begin{bmatrix} \Lambda_2 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \Lambda_5 := \begin{bmatrix} \Gamma_1 \\ \bar{\tau}^{-1}Z_2 \\ 0 \end{bmatrix}, \\ \Lambda_6 &:= \begin{bmatrix} \bar{\tau}^{-1}Z_2 \\ -X_2 - \bar{\tau}^{-1}Z_2 \\ 0 \end{bmatrix}, \Lambda_7 := \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -\gamma_1^2 I \end{bmatrix}, \\ \Lambda_8 &:= \begin{bmatrix} -G_1 & -G_2 & 0 \\ -G_3 & -G_2 & 0 \end{bmatrix}, \Lambda_9 := \begin{bmatrix} G_1 A + \hat{L}_f C & \hat{K}_f \\ G_3 A + \hat{L}_f C & \hat{K}_f \end{bmatrix}, \\ \Lambda_{10} &:= \begin{bmatrix} G_1 A_d & 0 \\ G_3 A_d & 0 \end{bmatrix}, \Lambda_{11} := \begin{bmatrix} G_1 B_f + \hat{L}_f D_f \\ G_3 B_f + \hat{L}_f D_f \end{bmatrix}, \\ \Lambda_{12} &:= [-G_4 \ 0 \ -G_5], \\ \Lambda_{13} &:= [G_4 A + \hat{N}_f C \ \hat{M}_f], \Lambda_{14} := [G_4 A_d \ 0], \\ \Lambda_{15} &:= [G_4 B_f + \hat{N}_f D_f - G_5], \Lambda_{16} := [-U \ 0 \ 0], \\ \Lambda_{17} &:= [UA \ 0], \Lambda_{18} := [UA_d \ 0], \\ \Lambda_{19} &:= -P - 2Q \cos \omega_f + \bar{\tau}Z_2 + X_2 - \bar{\tau}^{-1}Z_2. \end{aligned}$$

滤波器参数满足

$$\begin{aligned} K_f &= G_2^{-1} \hat{K}_f, L_f = G_2^{-1} \hat{L}_f, \\ M_f &= G_5^{-1} \hat{M}_f, N_f = G_5^{-1} \hat{N}_f. \end{aligned} \quad (16)$$

证 式(12)等价于

$$\begin{bmatrix} J \\ I \end{bmatrix}^* \begin{bmatrix} \Lambda_1 & \Lambda_2 & 0 & 0 \\ \Lambda_3 & 0 & 0 & 0 \\ \Lambda_4 & \Lambda_5 & \Lambda_6 & \Lambda_7 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} J \\ I \end{bmatrix} < 0, \quad (17)$$

其中 $J := \begin{bmatrix} \bar{A} & \bar{A}_d & \bar{B}_f \\ \bar{C} & 0 & \bar{D}_f \end{bmatrix}$. 应用引理2, 式(17)等价于

$$\begin{bmatrix} \Lambda_1 & \Lambda_2 & 0 & 0 \\ \Lambda_3 & 0 & 0 & 0 \\ \Lambda_4 & \Lambda_5 & \Lambda_6 & \Lambda_7 \end{bmatrix} + \text{He}(W_3 [-I \ J]) < 0. \quad (18)$$

定义 $W_3 := \begin{bmatrix} G_1 & G_2 & 0 \\ G_3 & G_2 & 0 \\ G_4 & 0 & G_5 \\ U & 0 & 0 \end{bmatrix}$, $U \in \mathbb{C}^{(4 \times n_x + n_f + n_d)n_x}$. 定

义新的变量 $\hat{K}_f = G_2 K_f$, $\hat{L}_f = G_2 L_f$, $\hat{M}_f = G_5 M_f$, $\hat{N}_f = G_5 N_f$, 代入式(18)可得式(15). 证毕.

3.2 扰动抑制性能(Robustness conditions)

令 $f(k) = 0$, 则系统(3)变为

$$\begin{cases} \xi(k+1) = \bar{A}\xi(k) + \bar{A}_d\xi(k-\tau) + \bar{B}_d d(k), \\ e(k) = \bar{C}\xi(k) + \bar{D}_d d(k). \end{cases} \quad (19)$$

定理 3 考虑系统(19), 给定 Φ, Ψ_0 和 Ψ , $\omega = \omega_d$, $\gamma_2 > 0$, 如果存在埃尔米特矩阵 $P' = P'^* > 0$, $Q' = Q'^* > 0$, $X'_2 = X'_2*$, $Z'_2 = Z'_2* > 0$,

$$\begin{bmatrix} \Lambda'_1 & \Lambda'_2 & 0 & 0 \\ \Lambda'_3 & 0 & 0 & 0 \\ \Lambda'_4 & \Lambda'_5 & \Lambda'_6 & \Lambda'_7 \end{bmatrix} + \text{He} \begin{pmatrix} \Delta_1 & \Delta_2 & \Delta_3 & \Delta'_4 \\ \Delta_5 & \Delta_6 & \Delta_7 & \Delta'_8 \\ \Delta_9 & \Delta_{10} & \Delta_{11} & UB_d \end{pmatrix} < 0 \quad (20)$$

成立, 则性能指标(6)成立. 其中:

$$\begin{aligned} \Lambda'_1 &:= [P' + \bar{\tau}Z'_2 \ 0], \Lambda'_2 := Q' - \bar{\tau}Z'_2, \\ \Lambda'_3 &:= \begin{bmatrix} \Lambda'_2 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \Lambda'_4 := \begin{bmatrix} \Gamma_2 \\ \bar{\tau}^{-1}Z'_2 \\ 0 \end{bmatrix}, \\ \Lambda'_5 &:= \begin{bmatrix} \bar{\tau}^{-1}Z'_2 \\ -X'_2 - \bar{\tau}^{-1}Z'_2 \\ 0 \end{bmatrix}, \Lambda'_6 := \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -\gamma_2^2 I \end{bmatrix}, \\ \Lambda'_7 &:= \begin{bmatrix} G_1 B_d + \hat{L}_f D_d \\ G_3 B_d + \hat{L}_f D_d \end{bmatrix}, \Lambda'_8 := [G_4 B_f + \hat{N}_f D_d], \\ \Lambda'_9 &:= -P' - 2Q' \cos \omega_d + \bar{\tau}Z'_2 + X'_2 - \bar{\tau}^{-1}Z'_2. \end{aligned}$$

证 根据定理1和定理2, 本定理可类似得证. 证毕.

3.3 稳定性条件(Stability condition)

定理 4 考虑系统(3), 给定 Ψ_0 , 如果存在埃尔米特矩阵 $P_s = P_s^* > 0$, 以及 $X_1 = X_1^* > 0$, $Z_1 = Z_1^* > 0$ 和矩阵 $Y_j, V_j, G_k (k = 1, \dots, 5)$, \hat{K}_f, \hat{L}_f 使得不等式条件

$$\begin{bmatrix} \Theta_1 & \Theta_2 & \Theta_3 & \Theta_4 \\ * & \Theta_5 & \Theta_6 & \Theta_7 \\ * & * & \Theta_8 & 0 \\ * & * & * & \Theta_9 \end{bmatrix} < 0 \quad (21)$$

成立, 则 \bar{A} 稳定. 其中:

$$\begin{aligned} \Theta_1 &:= -P_s - \bar{\tau}^{-1}Z_1 + X_1, \Theta_2 := \bar{\tau}^{-1}Z_1, \\ \Theta_3 &:= \begin{bmatrix} A^* Y_1^* + C^* \hat{L}_f^* - Y_1^* & A^* V_1^* + C^* \hat{L}_f^* - V_1^* \\ \hat{K}_f^* - G_2^* & \hat{K}_f^* - G_2^* \end{bmatrix}, \\ \Theta_4 &:= \begin{bmatrix} A^* Y_2^* + C^* \hat{L}_f^* & A^* V_2^* + C^* \hat{L}_f^* \\ \hat{K}_f^* & \hat{K}_f^* \end{bmatrix}, \\ \Theta_5 &:= -X_1 - \bar{\tau}^{-1}Z_1, \Theta_6 := \begin{bmatrix} A_d^* Y_1^* & A_d^* V_1^* \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \\ \Theta_7 &:= \begin{bmatrix} A_d^* Y_2^* & A_d^* V_2^* \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \\ \Theta_8 &:= \begin{bmatrix} -\text{He}(Y_1) & -G_2 - V_1^* \\ * & -\text{He}(G_2) \end{bmatrix} + \bar{\tau}Z_1, \\ \Theta_9 &:= \begin{bmatrix} -\text{He}(Y_2) & -G_2 - V_2^* \\ * & -\text{He}(G_2) \end{bmatrix} + P_s. \end{aligned}$$

证 由舒尔补引理可知, 式(9)等价于

$$\begin{bmatrix} \Theta_1 & \bar{\tau}^{-1}Z_1 & \bar{\tau}(\bar{A} - I)^*Z_1 & \bar{A}^*P_s \\ * & -\bar{\tau}^{-1}Z_1 - X_1 & \bar{\tau}\bar{A}_1^*Z_1 & \bar{A}_1^*P_s \\ * & * & -\bar{\tau}Z_1 & 0 \\ * & * & * & -P_s \end{bmatrix} < 0. \tag{22}$$

选择

$$W_1 = W_1^* = \bar{\tau}Z_1, W_2 = W_2^* = P_s,$$

定义

$$W_1 = \begin{bmatrix} Y_1 & W_{12} \\ \hat{Y}_1 & W_{22} \end{bmatrix}, W_2 = \begin{bmatrix} Y_2 & W_{12} \\ \hat{Y}_2 & W_{22} \end{bmatrix}.$$

由文献[5]中引理6和引理4可知

$$W_1 = \begin{bmatrix} Y_1 & G_2 \\ V_1 & G_2 \end{bmatrix}, W_2 = \begin{bmatrix} Y_2 & G_2 \\ V_2 & G_2 \end{bmatrix},$$

其中 $V_j = W_{12}W_{22}^{-1}\hat{Y}_j$ 和 $G_2 = W_{12}(W_{22}^{-1})^*W_{12}^*$, 并将 W_1 和 W_2 代入式(22)可得式(21). 证毕.

3.4 故障检测滤波器设计(Fault detection filter design)

根据定理1-3, 滤波器(2)的增益矩阵 (K_f, L_f, M_f, N_f) 通过求解如下的最优化问题得到:

$$\begin{aligned} \min \quad & \alpha\gamma_1 + \beta\gamma_2, \\ \text{s.t.} \quad & \text{式(15)(20)-(21)}. \end{aligned} \tag{23}$$

其中: 正数 α, β 是衡量性能指标 γ_1, γ_2 的权重系数.

4 仿真算例(Example)

考虑系统(1)参数如下:

$$\begin{aligned} A &= \begin{bmatrix} 0.9003 & 0.2137 \\ -0.5377 & -0.0280 \end{bmatrix}, B_f = \begin{bmatrix} -0.1268 \\ 0.4663 \end{bmatrix}, \\ A_d &= \begin{bmatrix} -0.1204 & 0.0544 \\ -0.3946 & -0.3905 \end{bmatrix}, B_d = \begin{bmatrix} 0.4447 \\ -2.6628 \end{bmatrix}, \\ C &= [-0.4466 \quad -0.1644], \\ D_f &= -0.7272, D_d = -1.1724. \end{aligned}$$

假设故障和扰动的频域分别为 $|\rho_1| \leq \frac{\pi}{3}, |\rho_2| \leq \frac{2\pi}{3}$. 令 $\alpha = 1, \beta = 1, \bar{\tau} = 1$, 解优化问题(23)得到滤波器参数为

$$\begin{aligned} K_f &= \begin{bmatrix} 2.1356 & 0.5417 \\ -4.8982 & -1.1167 \end{bmatrix}, L_f = \begin{bmatrix} 0.4374 \\ -2.1753 \end{bmatrix}, \\ M_f &= [0.1516 \quad 0.0524], N_f = [-0.3438]. \end{aligned}$$

优化后的性能指标 $\gamma_1 = 0.7004, \gamma_2 = 0.4232$.

如果用文献[3]中时滞独立方法, 滤波器参数为

$$K_f = \begin{bmatrix} 0.1394 & 4.7276 \\ 0.0096 & 0.5580 \end{bmatrix}, L_f = \begin{bmatrix} 0.0550 \\ -0.0063 \end{bmatrix},$$

$$M_f = \begin{bmatrix} 0.2127 \\ -1.8559 \end{bmatrix}, N_f = [-0.3821].$$

优化后的性能指标 $\gamma_1 = 0.7621, \gamma_2 = 0.4479$.

表 1 所得到的最小 $\gamma_1 + \gamma_2$ 值

Table 1 Obtained minimum $\gamma_1 + \gamma_2$

方法	$\bar{\tau} = 1$	$\bar{\tau} = 2$	$\bar{\tau} = 3$	$\bar{\tau} = 4$	$\bar{\tau} = 5$
$\gamma_1 + \gamma_2$	1.1836	1.1849	1.1858	1.1875	1.1902

从表1可以看出, γ 值随时滞上界 $\bar{\tau}$ 的取值不同而发生变化. 表2可以说明时滞依赖条件比时滞独立条件具有更小的保守性.

表 2 $\bar{\tau} = 1$ 时得到的最小 γ_1, γ_2 值的比较

Table 2 Comparison of achieved minimum γ_1, γ_2

	γ_1	γ_2
时滞独立	0.7621	0.4479
时滞依赖	0.7604	0.4232

为了验证所提方法的有效性, 给出如下仿真结果: 假设 $\bar{\tau} = 1, d(k) = 0.2 \sin(10k); f(k) = 5, t \geq 50s$, 其他时间 $f(k) = 0$. 图1给出残差响应曲线. 图中: 曲线1为时滞依赖方法的残差输出, 曲线2为时滞独立方法的残差输出.

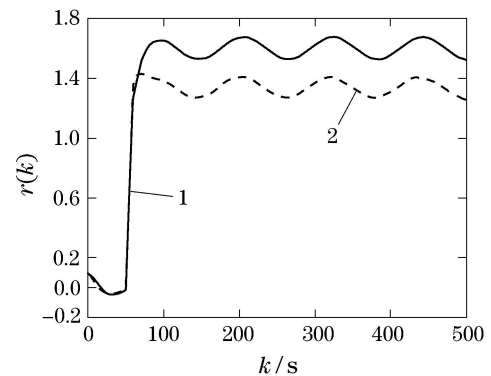


图 1 不同方法的残差输出

Fig. 1 Residual output for different approaches

这里残差估计函数取为

$$J_r(n) = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{k=0}^n r^T(k)r(k)},$$

其中: n 代表检测区间步长. 阈值选取为 $J_{th} = \sum_{d \in \mathcal{L}_2, f=0, |\lambda| \leq \rho} J_r$.

图2给出了应用时滞依赖方法和时滞独立方法得到的残差估计函数, 这里阈值 $J_{th} = 0.2$. 图2中: 曲线1为时滞依赖方法的残差估计, 曲线2为时滞独立方法的残差估计.

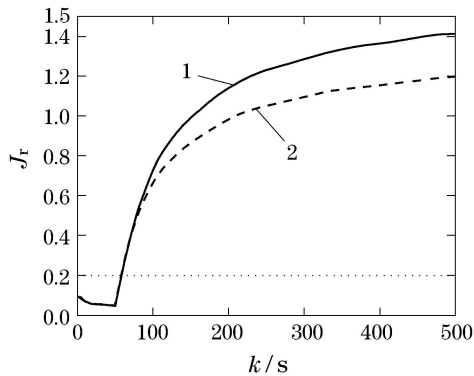


图2 不同方法的残差估计

Fig. 2 Residual evaluation for different approaches

从图1和图2可以看出,与时滞独立方法相比,时滞依赖方法可以取得更好的检测性能.由于故障幅值比较大,时滞独立方法仍然有效.但是,如果假设故障 $f(k) = 0.73, t \geq 50s$,其他时间 $f(k) = 0$.其残差估计的仿真结果在图3中给出.图中:曲线1为时滞依赖方法的残差估计,曲线2为时滞独立方法的残差估计.可以看出时滞独立方法不能够检测幅值很小的故障,然而本文提出的时滞依赖方法仍然有效.

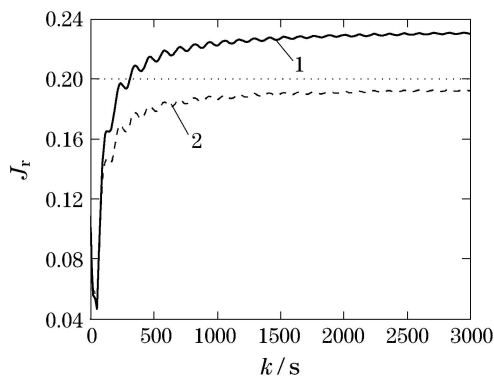


图3 不同方法的残差估计

Fig. 3 Residual evaluation for different approaches

5 结论(Conclusions)

本文利用 H_∞ 及故障估计方法,将有限频故障检测问题转化为设计时滞依赖滤波器问题.通过一系列线性矩阵不等式给出所要设计的时滞依赖滤波器的充分条件.仿真算例验证了所提方法的优越性.

参考文献(References):

- [1] CHEN J, PATTON P. *Robust Model-based Fault Diagnosis for Dynamic Systems* [M]. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 1999.
- [2] YANG G H, WANG J L, SOH Y C. Reliable H_∞ controller design for linear systems [J]. *Automatica*, 2001, 37(5): 717 – 725.
- [3] LI X J, YANG G H. Fault estimation for discrete-time delay systems in finite frequency domain [C] // *Proceeding of the 2009 American Control Conference*. [S.l.]: [s.n.], 2009: 4328 – 4333.
- [4] 唐功友, 李娟, 张勇. 时滞系统基于对偶原理的故障诊断 [J]. *控制理论与应用*, 2008, 25(5): 966 – 969.
(TANG Gongyou, LI Juan, ZHANG Yong. Fault diagnosis based on duality principle for systems with time-delay [J]. *Control Theory & Applications*, 2008, 25(5): 966 – 969.)
- [5] ZHANG X N, YANG G H. Delay-dependent filtering for discrete-time systems with finite frequency small gain specifications [C] // *Proceeding of the 48th IEEE Conference on Decision and Control*. [S.l.]: [s.n.], 2009, 4420 – 4425.
- [6] HENRY D, ZOLGHADRI A. Design and analysis of robust residual generators for systems under feedback control [J]. *Automatica*, 2005, 41(2): 251 – 264.

作者简介:

沈 喆 (1980–), 女, 博士研究生, 目前研究方向为控制系统的故障诊断, E-mail: angelzheshen@163.com;

杨光红 (1963–), 男, 教授, 博士生导师, 目前研究方向为鲁棒控制、故障诊断, E-mail: yangguanghong@ise.neu.edu.cn;

孙 鹏 (1978–), 男, 博士, 副教授, 目前研究方向为图像处理, E-mail: sunspeech@yahoo.com.cn.