

# 可延迟供货的冷轧生产库存问题之建模与优化

刘国莉<sup>1</sup>, 张博<sup>2</sup>, 唐立新<sup>2</sup>

(1. 辽宁科技大学理学院, 辽宁鞍山 114051; 2. 东北大学物流优化与控制研究所; 辽宁省制造系统与物流优化重点实验室, 辽宁沈阳 110004)

**摘要:** 本文针对可延迟供货的冷轧生产系统, 建立了以最小化库存成本、拖期惩罚和启动成本为目标的多阶段生产库存模型, 模型中充分考虑了工序不允许停机的情况以及计划与调度之间的一致性问题. 同时开发了基于变量分离的有效拉格朗日松弛求解算法, 并使用 120 个基于实际生产数据的算例进行了仿真实验, 计算结果显示该算法能够在合理的时间内得到高质量的解.

**关键词:** 库存; 生产计划; 组合最优化; 拉格朗日松弛; 变量分离

**中图分类号:** F253.4 **文献标识码:** A

## Modeling and optimization for a cold rolling production-inventory problem with backlogging

LIU Guo-li<sup>1</sup>, ZHANG Bo<sup>2</sup>, TANG Li-xin<sup>2</sup>

(1. Science of School, University of Science and Technology of Liaoning, Anshan Liaoning 114051, China;

2. Liaoning Key Laboratory of Manufacturing System and Logistics; The Logistics Institute, Northeastern University, Shenyang Liaoning 110004, China)

**Abstract:** For the cold rolling production system with backlogging, a multi-stage production-inventory model is developed to minimize overall inventory costs, tardiness penalties and setup costs with the fully consideration of unallowable shutdown on some operations and the consistency between planning and scheduling. An effective Lagrangian relaxation approach based on variable splitting is proposed to solve the problem. A numerical experiment composed of 120 instances is designed based on the actual production data from the cold rolling mill. Computational results show that high quality solutions can be found in a reasonable time.

**Key words:** inventory; production planning; combinatorial optimization; Lagrangian relaxation; variable splitting

### 1 引言(Introduction)

生产库存问题本质上属于生产批量问题, 作为运作管理中一类经典研究问题生产批量问题一直受到学术界和工业界的高度关注, 大量研究成果随之产生. 尽管如此, 到目前为止关于钢铁生产库存问题的研究成果仍十分有限. Gao和Tang<sup>[1-2]</sup>针对大型钢铁企业的原料采购问题分别建立了多目标线性规划模型和单目标混合整数规划模型. Liu等<sup>[3]</sup>建立了钢板生产多目标合同计划模型. Zhu等<sup>[4]</sup>提出了用于改进炼钢-连铸生产计划效率和性能的新优化模型. Witt和Voβ<sup>[5]</sup>介绍了应用简单数学模型解决德国钢铁企业中长期生产计划问题的方法.

虽然上述研究成果能够为钢铁生产库存问题的建模与求解提供良好的借鉴, 但仍具有一定的局限性:

1) 考虑的生产环境相对比较简单, 很少有人考虑冷轧实际生产过程中复杂的工艺要求.

2) 未考虑生产库存计划与调度之间的协调一致性问题, 降低了研究成果的可应用性.

3) 研究大多考虑的是不允许拖期生产的情况.

因此本文选取典型的冷轧生产系统作为研究背景, 针对需求允许延迟满足的钢铁生产库存问题进行了研究, 目标是在考虑计划与调度的一致性的基础上, 在满足物料平衡、能力限制及其他生产实际要求的条件下最小化所有相关成本.

### 2 问题描述(Problem statement)

本文所研究的冷轧生产系统由图1中的8道工序构成, 该冷轧系统中的物流沿着图1中箭头的方向移动. 各工序的序号标注在相应的矩形框中, 满足任意工序的序号不低于其前序的序号.  $P_1, \dots, P_8$ 表示8种可以销售的产成品, 其对应的生产工艺路线标注在相应的椭圆形框内. 三角形表示库存, 其中的数字为仓库的序号. 图1按照冷轧生产系统中的实际存储情况对各仓库进行了编号.

收稿日期: 2011-09-16; 收修改稿日期: 2012-07-09.

基金项目: 国家自然科学基金重点资助项目(71032004, 61034003); 教育部直属高校基础资助项目(N090104002); 111资助项目(B08015); 辽宁科技大学青年基金资助项目(2010Y19); 辽宁科技大学优秀科技人才基金资助项目(2012RC03); 辽宁科技大学国家级项目预研资助项目(2012YY14).

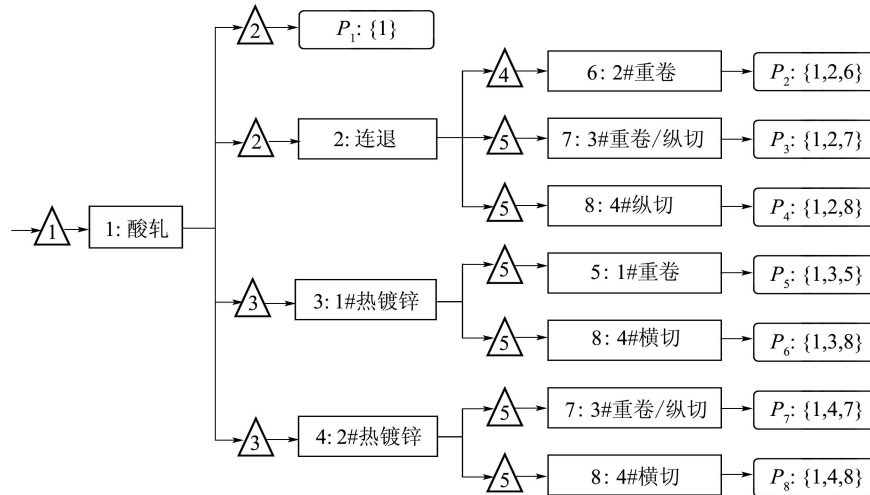


图 1 冷轧生产流程图

Fig. 1 The production flowsheet of the cold rolling mill

### 3 带有延迟满足的多阶段生产库存模型 (Mathematical formulation of the multistage production-inventory problem with backloging)

#### 3.1 假设(Assumptions)

本文在建立生产库存计划模型的过程中使用了下列假设: 1) 时间的基本单位为天, 决策区间为  $[T_1, T_2]$ . 2) 产成品交货期的范围为  $[t_1, t_2]$ ,  $t_1 \leq T_1$ ,  $t_2 \geq T_2$ , 即: 决策区间内的生产可以用于满足此区间外的需求. 3) 生产模式为按订单生产, 产成品的需求已知且不按时间段进行划分. 4) 允许缺货, 未满足的需求可以拖期完成. 5) 在正常生产条件下, 某些工序不允许停机. 6) 每种产品只具有一条生产工艺路线, 且只有一个紧接前序和一个紧接后序. 7) 采购工序的序号为“0”.

#### 3.2 符号(Parameters)

参数:

- $N$ —产品集合, 用  $i$  指代其中的元素;
- $PN$ —仓库的总数;
- $F$ —工序集合, 令  $k$  表示集合中元素的序号;
- $FK_1$ — $F$  的子集, 在正常生产情况下必须连续生产的工序集合;
- $FK_2$ — $FK_1$  的补集, 即无需进行连续生产可随时停机的工序集合;
- $FK_3$ — $F$  的子集, 因制定工序调度的需要而有严格原料储备量限制的工序集合;
- $J$ —产成品集合;
- $G_i$ —产成品  $i$  的交货期,  $i \in J$ ;
- $J_1$ — $J$  的子集, 交货期在  $T_1$  之前的产成品集合,

即  $J_1 = \{i \in J | G_i < T_1\}$ ;

$J_2$ — $J$  的子集, 交货期在  $T_1$  与  $T_2$  之间的产成品集合, 即  $J_2 = \{i \in J | T_1 \leq G_i \leq T_2\}$ ;

$J_3$ — $J$  的子集, 交货期在  $T_2$  之后的产成品集合, 即  $J_3 = \{i \in J | G_i > T_2\}$ ;

$D_i$ —产成品  $i$  的需求,  $i \in J$ ;

$L_i$ —用于生产产品  $i$  的工序,  $i \in N$ ;

$MA_k$ —工序  $k$  的产品集合,  $k \in F$ ;

$MB_k$ —需要工序  $k$  加工的原料产品集合,  $k \in F$ ;

$m_k$ —工序  $k$  的产品类型数,  $k \in F$ ;

$PJ_{kj}$ —工序  $k$  的第  $j$  类产品集合, 即  $MA_k$  的第  $j$  个子集,  $j = 1, \dots, m_k$ , 这里  $\bigcup_{j=1, \dots, m_k} PJ_{kj} = MA_k$ ,  $PJ_{kj_1} \cap PJ_{kj_2} = \emptyset$ ,  $j_1 \neq j_2$ ,  $j_1, j_2 \in \{1, \dots, m_k\}$ ,  $k \in F$ ;

$R_{kt}$ —工序  $k$  在时间  $t$  内的可利用生产时间,  $k \in F$ ,  $T_1 \leq t \leq T_2$ ;

$v_{ave_k}$ —工序  $k$  的平均小时产量,  $k \in F$ ;

$v_{ki}$ —工序  $k$  生产产品  $i$  的小时产量,  $k \in F$ ,  $i \in MA_k$ ;

lead—采购来的热轧钢卷在加工前至少要在原料库中存储的时间;

$LP_k$ —在工序  $k$  上, 为编制当天的工序调度前一天必须储备的原料产品量为该工序当天平均产能的最少倍数,  $k \in FK_3$ ;

$A_i$ —产品  $i$  的紧接后序,  $i \in N$ , 这里将产成品的紧接后序设为 0;

$B_i$ —产品  $i$  的前序集合,  $i \in N$ , 这里设工序 1 的原料的前序集合为空集;

$r_k$ —在工序 $k$ 上生产单位产品所需的原料产品量, 即工序 $k$ 的投料比,  $k \in F$ ;

$h_i$ —产品 $i$ 的单位库存成本,  $i \in N$ ;

$PI_i$ —第 $i$ 个仓库中所存储的产品集合,  $1 \leq i \leq PN$ ;

$b_i$ —产品 $i$ 的初始库存量,  $i \in N$ , 即  $b_i = I_{i,T_1-1}$ ;

$w_i$ —第 $i$ 个仓库中所存储钢卷的平均单重,  $1 \leq i \leq PN$ ;

$Q_i$ —第 $i$ 个仓库中可使用的库位数,  $1 \leq i \leq PN$ ;

$S_{kj}$ —生产 $PJ_{kj}$ 中的产品所引起的固定启动费用,  $k \in F, j = 1, \dots, m_k$ ;

$M_1$ —对于 $J_1$ 中产品的单位拖期惩罚, 这里令:

$$M_1 \geq \|F\| \max_{i \in N} \{h_i\} \cdot \max_{j \in J_1} \{D_j\} \max_{k \in F} \{r_k\} \cdot (T_2 - T_1 t);$$

$M_2$ —对于 $J_2$ 中产品的单位拖期惩罚, 这里令

$$M_2 \geq \|F\| \cdot \max_{i \in N} \{h_i\} \cdot \max_{j \in J_2} \{D_j\} \cdot \max_{k \in F} \{r_k\} \cdot (T_2 - \min_{j \in J_2} \{G_j\});$$

$M_3$ —一个非常大的正整数, 这里令:  $M_3 \geq a \cdot \max_{k \in F} \{r_k\} \cdot \sum_{i \in J} D_i$ .

**决策变量:**

$x_{it}$ —产品 $i$ 在时间 $t$ 内的生产/采购量,  $i \in N, T_1 \leq t \leq T_2$ ;

$I_{it}$ —产品 $i$ 在 $t$ 时间末的库存水平,  $i \in N, T_1 \leq t \leq T_2$ ;

$y_{kjt}$ —0-1变量, 该变量的值为1当且仅当在时间 $t$ 内生产了 $PJ_{kj}$ 中的产品. 这里将 $y_{k,j,T_1-1}$ 初始化为0,  $k \in F, j = 1, \dots, m_k, T_1 \leq t \leq T_2$ ;  $z_{kjt} = \begin{cases} 1, & y_{k,j,t-1} = 0 \text{ 且 } y_{kjt} = 1, \\ 0, & \text{其他,} \end{cases} k \in F, j = 1, \dots, m_k, T_1 \leq t \leq T_2$ .

### 3.3 数学模型(Mathematical model)

本文所研究的生产库存问题可以描述为

(P):

min

$C_P \equiv$

$$\sum_{i \in J_1} \sum_{t=T_1}^{T_2} M_1(D_i - I_{i,t}) + \sum_{i \in J_2} \sum_{t=G_i}^{T_2} M_2(D_i - I_{it}) +$$

$$\sum_{i \in N} \sum_{t=T_1}^{T_2} \frac{h_i}{2} (I_{i,t-1} + x_{it} + I_{it}) +$$

$$\sum_{k \in F} \sum_{j=1}^{m_k} \sum_{t=T_1}^{T_2} S_{kj} \cdot z_{kjt} +$$

$$\sum_{j \in J_3} \left( \sum_{i \in B_j} I_{i,T_2} (G_j - T_2) h_i + I_{j,T_2} (G_j - T_2) h_j \right).$$

(1)

满足约束:

$$\begin{cases} I_{i,t-1} + x_{it} - I_{it} = r_{L_j} \cdot x_{jt}, \\ \forall i \in N \setminus J, j = A_i, T_1 \leq t \leq T_2, \end{cases} \quad (2)$$

$$I_{i,t-1} + x_{it} - I_{it} = 0, \forall i \in J, T_1 \leq t \leq T_2, \quad (3)$$

$$I_{i,T_2} \leq D_i, \forall i \in J, \quad (4)$$

$$I_{it} \geq \sum_{t_1=t-\text{lead}+1}^t x_{it_1}, \forall i \in PI_1, T_1 \leq t \leq T_2, \quad (5)$$

$$\begin{cases} \sum_{i \in PJ_{kj}} x_{it} \leq M_3 \cdot y_{kjt}, \\ \forall k \in F, j = 1, \dots, m_k, T_1 \leq t \leq T_2, \end{cases} \quad (6)$$

$$\begin{cases} y_{kjt} - y_{k,j,t-1} \leq z_{kjt}, \\ \forall k \in F, j = 1, \dots, m_k, T_1 \leq t \leq T_2, \end{cases} \quad (7)$$

$$\sum_{i \in MA_k} \frac{x_{it}}{v_{ki}} = R_{kt}, \forall k \in FK_1, T_1 \leq t \leq T_2, \quad (8)$$

$$\sum_{i \in MA_k} \frac{x_{it}}{v_{ki}} \leq R_{kt}, \forall k \in FK_2, T_1 \leq t \leq T_2, \quad (9)$$

$$\begin{cases} \sum_{i \in MB_k} I_{it} \geq LP_k \cdot R_{k,t+1} \cdot v_{avek}, \\ \forall k \in FK_3, T_1 \leq t \leq T_2, \end{cases} \quad (10)$$

$$\sum_{j \in PI_i} I_{jt} \leq w_i \cdot Q_i, 1 \leq i \leq PN, T_1 \leq t \leq T_2, \quad (11)$$

$$x_{it}, I_{it} \geq 0, \forall i \in N, T_1 \leq t \leq T_2, \quad (12)$$

$$y_{kjt} \in \{0, 1\}, \forall k \in F, j = 1, \dots, m_k, T_1 \leq t \leq T_2, \quad (13)$$

$$z_{kjt} \in \{0, 1\}, \forall k \in F, j = 1, \dots, m_k, T_1 \leq t \leq T_2. \quad (14)$$

目标函数(1)明确要求最小化库存成本、启动成本以及拖期惩罚. 约束(2)和(3)用于确保满足产品的依赖需求. 约束(4)要求产成品的产量不超过它们的需求. 约束(5)要求热轧卷在使用前必须至少冷却lead天. 约束(6)说明如果在时间 $t$ 内生产集合 $PJ_{kj}$ 中的任一产品,  $y_{kjt}$ 必须取值为1. 约束(7)确保在某工序上生产新类型的产品时, 产生相应的启动费用. 约束(8)反映了集合 $FK_1$ 中的工序是以连续的方式进行生产的. 约束(9)强调生产必须在可利用的时间内进行. 为了保持计划与调度的一致性, 约束(10)按照制定工序调度的要求给出了集合 $FK_3$ 中各工序原料储备量的下限. 约束(11)表示库存能力限制. 约束(12)–(14)定义了变量的取值范围.

### 4 变量分离和拉格朗日松弛(Variable splitting and Lagrangian relaxation)

#### 4.1 变量分离(Variable splitting)

利用新的变量集合  $\{y_{kjt}^1 = y_{kjt}\}, \{z_{kjt}^1 = z_{kjt}\}$  重新构造问题(P):

$$\begin{aligned} \min C_{VP} \equiv & \sum_{k \in F} \sum_{j=1}^{m_k} \sum_{t=T_1}^{T_2} S_{kj} z_{kjt}^1 + \\ & \sum_{i \in N} \sum_{t=T_1}^{T_2} \frac{h_i}{2} (I_{i,t-1} + x_{it} + I_{it}) + \\ & \sum_{i \in J_1} \sum_{t=T_1}^{T_2} M_1(D_i - I_{i,t}) + \\ & \sum_{i \in J_2} \sum_{t=G_i}^{T_2} M_2(D_i - I_{it}) + \\ & \sum_{j \in J_3} \left( \sum_{i \in B_j} I_{i,T_2} (G_j - T_2) h_i + \right. \\ & \left. I_{j,T_2} (G_j - T_2) h_j \right). \end{aligned} \quad (15)$$

满足约束(2)-(5)(8)-(14)及

$$y_{kjt} = y_{kjt}^1, \forall k \in F, j = 1, \dots, m_k, T_1 \leq t \leq T_2, \quad (16)$$

$$z_{kjt} = z_{kjt}^1, \forall k \in F, j = 1, \dots, m_k, T_1 \leq t \leq T_2, \quad (17)$$

$$\begin{cases} \sum_{i \in P_j} x_{it} \leq M_3 y_{kjt}^1, \\ \forall k \in F, j = 1, \dots, m_k, T_1 \leq t \leq T_2, \end{cases} \quad (18)$$

$$\begin{cases} y_{kjt}^1 - y_{k,j,t-1}^1 \leq z_{kjt}^1, \\ \forall k \in F, j = 1, \dots, m_k, T_1 \leq t \leq T_2, \end{cases} \quad (19)$$

$$0 \leq y_{kjt}^1 \leq 1, \forall k \in F, j = 1, \dots, m_k, T_1 \leq t \leq T_2, \quad (20)$$

$$0 \leq z_{kjt}^1 \leq 1, \forall k \in F, j = 1, \dots, m_k, T_1 \leq t \leq T_2. \quad (21)$$

#### 4.2 拉格朗日松弛(Lagrangian relaxation)

1) 松弛问题的建立: 借助拉格朗日乘子  $\{u_{kjt}\}$  和  $\{\mu_{kjt}\}$  将约束(16)和(17)松弛到目标函数中, 可以得到下面的松弛问题:

$$\begin{aligned} \min C_{LR} \equiv & \sum_{i \in J_1} \sum_{t=T_1}^{T_2} M_1(D_i - I_{i,t}) + \\ & \sum_{i \in J_2} \sum_{t=G_i}^{T_2} M_2(D_i - I_{it}) + \\ & \sum_{i \in N} \sum_{t=T_1}^{T_2} \frac{h_i}{2} (I_{i,t-1} + x_{it} + I_{it}) + \\ & \sum_{k \in F} \sum_{j=1}^{m_k} \sum_{t=T_1}^{T_2} S_{kj} z_{kjt}^1 + \\ & \sum_{j \in J_3} \left( \sum_{i \in B_j} I_{i,T_2} (G_j - T_2) h_i + \right. \\ & \left. I_{j,T_2} (G_j - T_2) h_j \right) + \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \sum_{k \in F} \sum_{j=1}^{m_k} \sum_{t=T_1}^{T_2} \mu_{kjt} (y_{kjt} - y_{kjt}^1) + \\ & \sum_{k \in F} \sum_{j=1}^{m_k} \sum_{t=T_1}^{T_2} u_{kjt} (z_{kjt} - z_{kjt}^1). \end{aligned} \quad (22)$$

满足约束(2)-(5)(8)-(14)(18)-(21).

2) 松弛问题的分解: 按照变量类型能够将松弛问题LR分解为两个独立的子问题: LR<sub>1</sub>和LR<sub>2</sub>.

$$\begin{aligned} \min C_{LR_1} \equiv & \sum_{i \in N} \sum_{t=T_1}^{T_2} \frac{h_i}{2} (I_{i,t-1} + x_{it} + I_{it}) + \\ & \sum_{k \in F} \sum_{j=1}^{m_k} \sum_{t=T_1}^{T_2} (S_{kj} - u_{kjt}) z_{kjt}^1 - \\ & \sum_{k \in F} \sum_{j=1}^{m_k} \sum_{t=T_1}^{T_2} \mu_{kjt} y_{kjt}^1 + \\ & \sum_{i \in J_1} \sum_{t=T_1}^{T_2} M_1(D_i - I_{i,t}) + \\ & \sum_{i \in J_2} \sum_{t=G_i}^{T_2} M_2(D_i - I_{it}) + \\ & \sum_{j \in J_3} \left( \sum_{i \in B_j} I_{i,T_2} (G_j - T_2) h_i + \right. \\ & \left. I_{j,T_2} (G_j - T_2) h_j \right). \end{aligned} \quad (23)$$

满足约束(2)-(5)(8)-(12)(18)-(21).

$$\begin{aligned} \min C_{LR_2} \equiv & \sum_{k \in F} \sum_{j=1}^{m_k} \sum_{t=T_1}^{T_2} \mu_{kjt} \cdot y_{kjt} + \\ & \sum_{k \in F} \sum_{j=1}^{m_k} \sum_{t=T_1}^{T_2} u_{kjt} \cdot z_{kjt}. \end{aligned} \quad (24)$$

满足约束(13)-(14).

3) 子问题求解:

求解子问题LR<sub>1</sub>:

由于子问题LR<sub>1</sub>是一个典型的线性规划模型, 所以可直接使用标准线性规划软件包OSL进行求解.

求解子问题LR<sub>2</sub>:

**Step 1** 如果  $u_{kjt} \geq 0$ , 则  $y_{kjt} = 0$ ; 否则,  $y_{kjt} = 1$ .

**Step 2** 如果  $u_{kjt} \geq 0$ , 则  $z_{kjt} = 0$ ; 否则,  $z_{kjt} = 1$ .

4) 最优乘子的确定.

问题LR中的最优乘子即为下述拉格朗日对偶问题的最优解:

$$\max C_{LD}(u_{kjt}, \mu_{kjt}) \equiv \min C_{LR}. \quad (25)$$

满足约束(2)-(5)(8)-(14)(18)-(21).

#### 4.3 构造可行解(Construction of a feasible solution)

**Step 1** 以子问题LR<sub>1</sub>的最优解作为初始解.

**Step 2** 对于每一个变量  $y_{kjt}$ , 如果  $y_{kjt}^1 > 0$ , 令  $y_{kjt} = y_{kjt}^1 = 1$ ; 否则, 令  $y_{kjt} = y_{kjt}^1 = 0$ .

**Step 3** 对于每一个变量 $z_{kjt}$ , 如果 $y_{k,j,t-1}^1 = 0$ ,  $y_{kjt}^1 = 1$ , 令 $z_{kjt} = z_{kjt}^1 = 1$ ; 否则, 令 $z_{kjt} = z_{kjt}^1 = 0$ .

**Step 4** 停止. 所得到的 $\{I_{it}, x_{it}, y_{kjt}^1, z_{kjt}^1, y_{kjt}, z_{ikt}\}$ 即为原问题的一个可行解.

#### 4.4 次梯度算法(Subgradient algorithm)

初始化:

令 $m = 0$ ;  $C_{VP}^U = +\infty$ ;  $C_{VP}^L = 0$ ;  $u_{kjt}^0 = 0$ ,  $\mu_{kjt}^0 = 0$ ,  $\forall k \in F, j = 1, \dots, m_k, t \in T$ , 其中 $m$ 表示迭代代数,  $\{u_{kjt}^m\}$ 和 $\{\mu_{kjt}^m\}$ 表示第 $m$ 次迭代中所使用的拉格朗日乘子,  $C_{VP}^U$ 和 $C_{VP}^L$ 分别是函数 $C_{VP}$ 的上界和下界.

重复Step 1–Step 3:

**Step 1** 计算拉格朗日松弛问题LR的最优解.

**Step 2** 构造可行解.

**Step 3** 更新拉格朗日乘子.

直到满足下面的任一条件:

1)  $(C_{VP}^U - C_{VP}^L)/C_{VP}^L < \zeta$ , 其中 $\zeta > 0$ 是一个非常小的正数;

2)  $m >$ 最大迭代代数.

#### 4.5 实验结果(Numerical results)

本文采用了120个基于冷轧实际生产数据产生的测试问题对上述算法的性能进行了评估, 并选用对偶间隙 $(C^{UB} - C^{LB})/C^{LB}$ 作为衡量解质量的标准, 其中:  $C^{UB}$ 表示原问题的上界, 而 $C^{LB}$ 表示下界. 上述算法对于不同模型问题的性能和所需运行时间列于表1中, 计算结果显示:

表1 算法的计算结果

Table 1 Computational results of the algorithms

| 序号  | 时间段数×<br>产成品数 | 平均对偶<br>间隙/% | 平均运行<br>时间/s |
|-----|---------------|--------------|--------------|
| 1   | 7 × 60        | 0.004798     | 31.523000    |
| 2   | 7 × 140       | 0.005133     | 145.982000   |
| 3   | 7 × 220       | 0.003459     | 365.476000   |
| 4   | 14 × 60       | 0.000499     | 3.372000     |
| 5   | 14 × 140      | 0.001170     | 850.592000   |
| 6   | 14 × 220      | 0.000747     | 48.656000    |
| 7   | 21 × 60       | 0.000090     | 10.341000    |
| 8   | 21 × 140      | 0.000319     | 71.680000    |
| 9   | 21 × 220      | 0.000309     | 181.466000   |
| 10  | 28 × 60       | 0.000026     | 23.598000    |
| 11  | 28 × 140      | 0.000114     | 181.732000   |
| 12  | 28 × 220      | 0.000170     | 413.950000   |
| 平均值 |               | 0.001403     | 194.030700   |

1) 平均对偶间隙为0.001403%, 说明算法对于所有情况都很有效.

2) 实验中出现的最小和最大对偶间隙分别为0.000026%和0.005133%, 确保了算法的稳定性.

3) 计算时间随着产品数的增加而显著延长. 因为当产品数增加时, 产生了更多的变量, 所以需要消耗更多的时间.

4) 对偶间隙随着时间段数的增加而降低. 这说明算法的性能对于决策区间的长度非常不敏感.

5) 总体上来说, 算法能够在较短的计算时间内获得非常好的近优解, 因此具有良好的应用前景.

#### 5 结论(Conclusions)

本文旨在为钢铁企业制定生产库存管理决策提供理论依据与技术支持. 首先提出了用于最小化由库存持有成本、拖期惩罚和启动成本构成的生产总成本的混合整数规划模型. 为了求解这一问题, 开发了基于变量分离的拉格朗日松弛求解算法, 在获得问题下界的同时为构造可行解的启发式算法奠定了基础. 为了验证算法的有效性, 采用了120个基于冷轧实际生产数据所产生的算例对算法的性能进行了测试, 实验结果显示该算法能够在合理的时间内得到高质量的解. 此外, 本文的研究成果具有良好的通用性, 能够直接或经过简单修改应用于解决其他流程工业中的实际生产库存问题.

#### 参考文献(References):

- [1] GAO Z, TANG L X. A multi-objective model for purchasing of bulk raw materials of a large-scale integrated steel plant [J]. *International Journal of Production Economics*, 2003, 83(3): 325 – 334.
- [2] GAO Z, TANG L X. Combine column generation with GUB to solve the steel-iron raw materials purchasing lot-sizing problem [J]. *Acta Automatica Sinica*, 2004, 30(1): 20 – 26.
- [3] LIU S X, TANG J F, SONG J H. Order-planning model and algorithm for manufacturing steel sheets [J]. *International Journal of Production Economics*, 2006, 100(1): 30 – 43.
- [4] ZHU D F, ZHENG Z, GAO X Q. Intelligent optimization-based production planning and simulation analysis for steelmaking and continuous casting process [J]. *Journal of Iron and Steel Research*, 2010, 17(9): 19 – 24, 30.
- [5] WITT A, VOβ S. Application of a mathematical model to an intermediate- to long-term real-world steel production planning problem based on standard software [J]. *European Journal of Industrial Engineering*, 2011, 5(1): 81 – 100.

作者简介:

刘国莉 (1978–), 女, 副教授, 主要从事工业过程优化建模、物流优化与控制、生产计划与调度、最优化算法等方向的研究, Email: lg\_li1978@yahoo.com.cn;

张博 (1979–), 男, 博士研究生, 主要从事智能优化和钢铁企业生产计划与调度研发等方向的研究, Email: dean1979@163.com;

唐立新 (1966–), 男, 教育部长江学者奖励计划特聘教授、辽宁省制造系统与物流管理重点实验室主任、东北大学物流优化与控制研究所所长, 博士生导师, 主要从事操作计划、生产调度、物流与供应链管理 and 组合最优化等方向的研究, Email: tanglixin@ise.neu.edu.cn.