

# 不确定TCP流模型的离散 $H_\infty$ 鲁棒主动队列管理算法

周川<sup>†</sup>, 何俊伟, 陈庆伟

(南京理工大学自动化学院, 江苏南京 210094)

**摘要:** 针对TCP/IP网络存在参数时变和不确定性下的拥塞控制问题, 提出一种新的基于 $H_\infty$ 状态反馈控制的离散鲁棒主动队列管理算法(AQM). 该方法针对不确定TCP流模型, 将短期突发流所占据的带宽作为系统的外部干扰, 同时考虑时滞和参数不确定性因素, 基于Lyapunov稳定性理论和线性矩阵不等式技术, 设计了离散鲁棒状态反馈控制器以保证路由器队列响应的稳定性和鲁棒性. 最后, 通过NS-2仿真验证了本文方法的有效性.

**关键词:** 主动队列管理; TCP流模型;  $H_\infty$ 控制; 线性矩阵不等式(LMI)

**中图分类号:** TP273      **文献标识码:** A

## Discrete-time H-infinity robust active queue management scheme for uncertain TCP flow model

ZHOU Chuan<sup>†</sup>, HE Jun-wei, CHEN Qing-wei

(School of Automation, Nanjing University of Science and Technology, Nanjing Jiangsu 210094, China)

**Abstract:** Considering the problem of congestion control for the time-varying and uncertain TCP/IP network, we proposed a novel discrete-time robust active queue management (AQM) scheme based on H-infinity feedback control for the TCP flow model with link capacity disturbance and parameter uncertainties simultaneously. In this method, the bandwidth occupied by short-lived connections is treated as the external disturbances, and the effect of both delay and parameter uncertainties is taken into account for the TCP/AQM system model. By using Lyapunov stability theory and LMI techniques, we propose a discrete-time robust H-infinity AQM controller to guarantee the asymptotic stability and robustness of the queue length response of a router queues. Finally the NS-2 simulation results demonstrate effectiveness of the proposed method.

**Key words:** active queue management; TCP flow model; H-infinity control; linear matrix inequality (LMI)

### 1 引言(Introduction)

随着网络规模和业务的日益增大, 网络中间节点的拥塞控制获得了广泛的关注和研究. 主动队列管理(active queue management, AQM)的思想是在路由器满队列之前, 根据一定的算法预先对分组进行主动丢弃, 以提高链路利用率, 减少排队延时和抑制速率振荡. 主动队列管理近年来一直都是网络拥塞控制的研究热点<sup>[1-17]</sup>.

早期的AQM算法主要是基于经验的启发式算法, 其中最为著名的RED算法<sup>[1]</sup>通过平均队列长度来衡量网络的拥塞程度, 以一定的概率丢弃或标记数据包, 在吞吐量和延迟间达到很好的平衡从而提高网络利用率. 但该算法的不足在于参数设置的敏感性, 容易造成振荡和失稳. 为此, 人们提出了相应改进算法, 例如ARED<sup>[2]</sup>, SRED<sup>[3]</sup>, FRED<sup>[4]</sup>, BLUE<sup>[5]</sup>等. 尽管这类算法在性能上有一定的提高, 但这类

启发式算法缺乏系统的理论分析和稳定性保证. 随机指数标记算法(REM)<sup>[6]</sup>算法是一种基于优化理论的AQM算法, 它同时考虑链路利用率和队列长度, 但其响应时间较长. 随着TCP/AQM系统数学模型的建立, 控制方法开始应用于AQM算法, 如PI<sup>[7]</sup>, PID<sup>[8]</sup>等. 但这类基于经典控制的AQM算法在系统参数变化和存在扰动时, 往往难获得良好的鲁棒性.

针对网络参数变化和不确定性的鲁棒AQM算法研究已开始得到关注. 文献[11]采用有界实引理设计鲁棒AQM控制器, 但没有考虑对端负载变化的鲁棒性问题, 且仅采用MATLAB进行了方法的性能验证. 文献[12-13]给出了一种鲁棒AQM控制器, 它考虑了饱和输入和系统参数不确定性, 但忽略了链路扰动的影响. 文献[14]提出了一种基于系数图的鲁棒AQM算法, 该算法依据系统的特征多项式进行极点配置, 但系统特征多项式难以准确获得. 文献[15]

收稿日期: 2011-09-22; 收修改稿日期: 2012-11-02.

<sup>†</sup>通信作者. Tel.: +86 13776410583.

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(60975075); 江苏省自然科学基金资助项目(BK2007206); 南京理工大学自主科研专项计划资助项目(2010GJPY066).

提出了一种极大似然估计的随机统计方法来探测网络拥塞, 相比于反应式的拥塞检测机制, 该算法可以改善AQM算法的鲁棒性能. 文献[16]针对高误码率、大时延的问题, 提出一种鲁棒AQM算法, 该算法仅仅把链路扰动作为外部输入, 而未考虑TCP流模型的参数不确定性. 上述算法都未考虑同时存在模型参数变化以及突发流或非响应流所引起的链路扰动情况下AQM算法的鲁棒性问题.

本文针对同时具有参数时变性、链路扰动以及有界时延的不确定TCP流模型, 提出了一种离散 $H_\infty$ 鲁棒AQM控制器DHRC(discrete-time H-infinity robust controller)的设计方法. 该控制器可在网络参数变化及链路存在扰动时, 保证系统闭环渐近稳定且满足给定的 $H_\infty$ 性能指标. 仿真结果表明, 该控制器可有效维持路由器队列长度在设定值附近并保持较小的抖动, 并具有更好的鲁棒性.

## 2 TCP/AQM系统模型(TCP/AQM system model)

基于连续数据流和随机微分方程的基础上建立TCP/AQM系统模型, 忽略超时机制时,

$$\begin{cases} \dot{W}(t) = \frac{1}{\tau(t)} - \frac{W(t)W(t-\tau(t))}{2\tau(t-\tau(t))}p(t-\tau(t)), \\ \dot{q}(t) = \begin{cases} \frac{N(t)}{\tau(t)}W(t) - C(t), & q(t) > 0, \\ \max\{0, \frac{N(t)}{\tau(t)}W(t) - C(t)\}, & q(t) = 0, \end{cases} \\ \tau(t) = \frac{q(t)}{C(t)} + T_p, \end{cases} \quad (1)$$

其中:  $W(t)$ 为 $t$ 时刻TCP发送窗口大小(包),  $\tau(t)$ 为TCP流的往返时延(s),  $T_p$ 为传输时延(s),  $N(t)$ 为共享同一链路的TCP流的数目,  $C(t)$ 为瓶颈链路容量(包/s),  $q(t)$ 为队列长度(包),  $p(t)$ 为报文丢弃/标记概率.  $p$ 的范围为 $[0, 1]$ , 拥塞窗口 $W$ 大小和队列长度 $q$ 都是正的且有限的, 分别为 $W \in [0, W_{\max}]$ 和 $q \in [0, q_{\max}]$ , 其中 $W_{\max}$ 和 $q_{\max}$ 都是有界正数.

系统的工作平衡点设为 $(W_0, q_0, p_0)$ , 由式(1)可知: 分别令 $\dot{W}(t) = 0$ 和 $\dot{q}(t) = 0$ 可得 $W_0 = C\tau_0/N$ ,  $p_0 = 2/W_0^2$ . 在平衡点进行线性化处理可得

$$\begin{cases} \delta\dot{W}(t) = -\frac{N}{\tau_0^2 C_0}[\delta W(t) + \delta W(t-\tau(t))] - \frac{1}{\tau_0^2 C_0}[\delta q(t) - \delta q(t-\tau(t))] - \frac{\tau_0 C_0^2}{2N^2}\delta p(t-\tau(t)) + \frac{\tau_0 - T_p}{\tau_0^2 C_0}[\delta C(t) - \delta C(t-\tau(t))], \\ \delta\dot{q}(t) = \frac{N}{\tau_0}\delta W(t) - \frac{1}{\tau_0}\delta q(t) - \frac{T_p}{\tau_0}\delta C(t), \end{cases} \quad (2)$$

其中:  $\delta W(t) = W(t) - W_0$ ,  $\delta q(t) = q(t) - q_0$ ,  $\delta p(t) = p(t) - p_0$ ,  $\delta C(t) = C(t) - C_0$ 分别为源端发送窗口、缓冲区队列长度、标记/丢弃概率及瓶颈链路容量的变化量. 若记

$$\begin{cases} x(t) = \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \delta q(t) \\ \delta W(t) \end{bmatrix}, \quad u(t) = \delta p(t), \\ v(t) = \begin{bmatrix} \delta C(t) \\ \delta C(t-\tau(t)) \end{bmatrix}, \quad y(t) = \delta q(t). \end{cases} \quad (3)$$

将式(2)转化为如下状态空间方程:

$$\dot{x}(t) = A_0 x(t) + A_{d0} x(t-\tau(t)) + B_0 u(t-\tau(t)) + D_0 v(t), \quad (4)$$

其中:

$$A_0 = \begin{bmatrix} -\frac{1}{\tau_0} & \frac{N_0}{\tau_0} \\ \frac{1}{\tau_0^2 C_0} & -\frac{N_0}{\tau_0^2 C_0} \end{bmatrix}, \quad A_{d0} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \frac{1}{\tau_0^2 C_0} & -\frac{N_0}{\tau_0^2 C_0} \end{bmatrix},$$

$$B_0 = \begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{\tau_0 C_0^2}{2N_0^2} \end{bmatrix}, \quad D_0 = \begin{bmatrix} -\frac{T_p}{\tau_0} & 0 \\ \frac{\tau_0 - T_p}{\tau_0^2 C_0} & -\frac{\tau_0 - T_p}{\tau_0^2 C_0} \end{bmatrix}.$$

式(4)中系统状态和控制输入含有时滞, 且存在链路扰动. 进一步考虑参数不确定性, 引入不确定性项 $\Delta$ , 并将式(4)转化为不确定离散状态方程:

$$\begin{cases} x(k+1) = A_\Delta x(k) + A_{d\Delta} x(k-\tau_k) + B_\Delta u(k-\tau_k) + D_\Delta v(k), \\ z(k) = H_0 x(k) + H_1 x(k-\tau_k) + G u(k-\tau_k), \end{cases} \quad (5)$$

其中:  $x(k)$ 为 $k$ 时刻的系统状态,  $u(k)$ 为 $k$ 时刻的系统输入,  $\tau_k$ 是未知的时变时延,  $z(k)$ 是被控输出,  $H_0, H_1, G$ 为已知的常数矩阵, 且满足

$$\begin{bmatrix} A_\Delta & A_{d\Delta} & B_\Delta & D_\Delta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_0 & A_{d0} & B_0 & D_0 \end{bmatrix} + \Delta [\zeta_1 \quad \zeta_2 \quad \zeta_3 \quad \zeta_4], \quad (6)$$

其中:  $\zeta_1 \in \mathbb{R}^{n \times n}$ ,  $\zeta_2 \in \mathbb{R}^{n \times n}$ ,  $\zeta_3 \in \mathbb{R}^{n \times p}$ ,  $\zeta_4 \in \mathbb{R}^{n \times n}$ ,  $A_0 \in \mathbb{R}^{n \times n}$ ,  $A_{d0} \in \mathbb{R}^{n \times n}$ ,  $B_0 \in \mathbb{R}^{n \times p}$ ,  $D_0 \in \mathbb{R}^{n \times n}$ 为已知的定常实矩阵.  $\Delta \in \{\Delta : \|\Delta\|_2 \leq I\}$ 为不确定性矩阵.

## 3 基于 $H_\infty$ 状态反馈控制的离散鲁棒AQM算法(Discrete-time robust AQM algorithm based on H-infinity state feedback control)

本文目标是设计一个离散的鲁棒AQM控制器(DHRC), 以降低对系统参数不确定性和链路扰动的影响, 针对系统(5), 设计状态反馈控制器 $u(k) = Kx(k)$ 满足以下条件:

- 1) 在扰动 $v(k) = 0$ 时, 系统(5)闭环渐近稳定;

2) 在扰动 $v(k) \neq 0$ 时, 系统(5)渐近稳定且满足性能约束 $\|z(k)\|_2 \leq \gamma \|v(k)\|_2$ .

状态反馈控制器为

$$u(k) = Kx(k). \quad (7)$$

由于存在输入延时, 则控制输入为 $u(k - \tau_k) = Kx(k - \tau_k)$ . 则式(5)为

$$x(k+1) = A_\Delta x(k) + (A_{d\Delta} + B_\Delta K)x(k - \tau_k) + D_\Delta v(k). \quad (8)$$

由式(3)和式(7)可知系统控制输入

$$u(k) = p(k) = p_0 + k_1 \delta q + k_2 \delta W. \quad (9)$$

**引理 1**<sup>[9]</sup> 对于任意给定的 $x \in \mathbb{R}^n$ ,  $\Delta_k \in \mathbb{R}^{n \times n}$  有

$$[x^T R H \Delta_k G x]^2 \leq x^T R H H^T R^T x x^T G^T G x.$$

**引理 2**<sup>[8]</sup> 对给定对称矩阵 $S = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{bmatrix}$ , 其中 $S_{11} \in \mathbb{R}^{r \times r}$ . 下述3个条件等价:

- i)  $S < 0$ ;
- ii)  $S_{11} < 0, S_{22} - S_{12}^T S_{11}^{-1} S_{12} < 0$ ;
- iii)  $S_{22} < 0, S_{11} - S_{12} S_{22}^{-1} S_{12}^T < 0$ .

**引理 3**<sup>[9]</sup> 对给定正定矩阵 $X = X^T \in \mathbb{R}^{p \times p}$ ,  $Y = Y^T \in \mathbb{R}^{r \times r}$ ,  $Z = Z^T \in \mathbb{R}^{r \times r}$ , 对于任意 $p$ 维向量 $\xi \neq 0$ , 如果满足 $[\xi^T Y \xi]^2 - 4 * [\xi^T X \xi \xi^T Z \xi] > 0$ , 则存在一个正的常数 $\alpha > 0$ , 满足

$$\alpha^2 X + \alpha X + Z < 0.$$

**定理 1** 针对TCP/AQM系统(5), 对于给定的 $\gamma > 0$ , 如果存在一个常数 $\alpha > 0$ , 矩阵 $K$ , 正定矩阵 $P_1 = P_1^T > 0, Q_1 = Q_1^T > 0, R_1 = R_1^T > 0$ 且 $Q_1 < R_1$ , 满足如下不等式:

$$\begin{bmatrix} \Omega & 0 & 0 & A_0^T P_1 \\ * & -Q_1 & 0 & (A_{d0} + B_0 K)^T P_1 \\ * & * & -\alpha \gamma^2 I & D_0^T P_1 \\ * & * & * & -P_1 \\ * & * & * & * \\ * & * & * & * \\ * & * & * & * \\ * & * & * & * \\ \alpha H_0^T & \zeta_1^T & 0 & \\ \alpha (H_1 + GK)^T & (\zeta_2 + \zeta_3 K)^T & 0 & \\ 0 & \zeta_4^T & 0 & \\ 0 & 0 & P_1 & \\ -\alpha I & 0 & 0 & \\ * & -I & 0 & \\ * & * & -I & \end{bmatrix} < 0, \quad (10)$$

其中: 矩阵中的\*表示对称项,  $\Omega = -P_1 + Q_1 +$

$(\tau_{\max} - \tau_{\min})R_1$ , 则系统(5)闭环渐近稳定, 且满足 $H_\infty$ 性能指标 $\|z(k)\|_2 \leq \gamma \|v(k)\|_2$ .

**证** 选取李雅普诺夫函数为

$$V(x(k)) = V_1(x(k)) + V_2(x(k)) + V_3(x(k)), \quad (11)$$

其中:

$$V_1(x(k)) = x^T(k) P x(k),$$

$$V_2(x(k)) = \sum_{l=k-\tau_k}^{k-1} x^T(l) Q x(l),$$

$$V_3(x(k)) = \sum_{l=-\tau_{\max}+2}^{-\tau_{\min}+1} \sum_{m=k+l-1}^{k-1} x^T(m) R x(m).$$

对上述李雅普诺夫函数求差分可得:

$$\Delta V_1(x(k)) = x^T(k+1) P x(k+1) - x^T(k) P x(k), \quad (12)$$

$$\Delta V_2(x(k)) = \sum_{l=k+1-\tau_k}^k x^T(l) Q x(l) - \sum_{l=k-\tau_k}^{k-1} x^T(l) Q x(l), \quad (13)$$

$$\Delta V_3(x(k)) = \sum_{l=-\tau_{\max}+2}^{-\tau_{\min}+1} \sum_{m=k+l}^k x^T(m) R x(m) - \sum_{l=-\tau_{\max}+2}^{-\tau_{\min}+1} \sum_{m=k+l-1}^{k-1} x^T(m) R x(m). \quad (14)$$

由式(12)–(14)可得

$$\begin{aligned} \Delta V(x(k)) = & \Delta V_1(x(k)) + \Delta V_2(x(k)) + \Delta V_3(x(k)) = \\ & x^T(k) [A_\Delta^T P A_\Delta - P] x(k) + \\ & x^T(k) A_\Delta^T P (A_{d\Delta} + B_\Delta K) x(k - \tau_k) + \\ & x^T(k - \tau_k) (A_{d\Delta} + B_\Delta K)^T P A_\Delta x(k) + \\ & x^T(k - \tau_k) (A_{d\Delta} + B_\Delta K)^T P (A_{d\Delta} + \\ & B_\Delta K) x(k - \tau_k) + x^T(k) Q x(k) + \\ & \sum_{l=k+1-\tau_{k+1}}^{k-\tau_{\min}} x^T(l) Q x(l) + \sum_{l=k+1-\tau_{\min}}^{k-1} x^T(l) Q x(l) - \\ & x^T(k - \tau_k) Q x(k - \tau_k) - \sum_{l=k+1-\tau_k}^{k-1} x^T(l) Q x(l) + \\ & (\tau_{\max} - \tau_{\min}) x^T(k) R x(k) - \sum_{l=k+1-\tau_{\max}}^{k-\tau_{\min}} x^T(l) R x(l). \end{aligned} \quad (15)$$

因为 $\tau_{\min} \leq \tau_k \leq \tau_{\max}$ ,  $\forall Q < R$ 对于任意时刻 $k$ 显然有

$$\sum_{l=k+1-\tau_{\min}}^{k-1} x^T(l) Q x(l) - \sum_{l=k+1-\tau_k}^{k-1} x^T(l) Q x(l) \leq 0, \quad (16)$$

$$\sum_{l=k+1-\tau_{k+1}}^{k-\tau_{\min}} x^T(l) Q x(l) - \sum_{l=k+1-\tau_{\max}}^{k-\tau_{\min}} x^T(l) R x(l) \leq 0. \quad (17)$$

由式(16)和式(17)可得

$$\begin{aligned} \Delta V(x(k)) \leq & x^T(k)[A_{\Delta}^T P A_{\Delta} - P + Q + \\ & (\tau_{\max} - \tau_{\min})R]x(k) + \\ & x^T(k)A_{\Delta}^T P(A_{d\Delta} + B_{\Delta}K)x(k - \tau_k) + \\ & x^T(k - \tau_k)(A_{d\Delta} + B_{\Delta}K)^T P A_{\Delta} x(k) + \\ & x^T(k - \tau_k)[(A_{d\Delta} + B_{\Delta}K)^T P(A_{d\Delta} + \\ & B_{\Delta}K) - Q]x(k - \tau_k). \end{aligned} \quad (18)$$

若使系统(5)渐近稳定, 则有 $\Delta Vx(k) < 0$ , 式(18)可等价

$$\begin{aligned} \Pi_1^T \begin{bmatrix} A_{\Delta}^T P A_{\Delta} - P + Q + (\tau_{\max} - \tau_{\min})R \\ (A_{d\Delta} + B_{\Delta}K)^T P A_{\Delta} \\ A_{\Delta}^T P(A_{d\Delta} + B_{\Delta}K) \\ (A_{d\Delta} + B_{\Delta}K)^T P(A_{d\Delta} + B_{\Delta}K) - Q \end{bmatrix} \Pi_1 < 0, \end{aligned} \quad (19)$$

其中 $\Pi_1 = [x^T(k) \ x^T(k - \tau_k)]^T$ . 式(19)进一步等效

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} A_{\Delta}^T P A_{\Delta} - P + Q + (\tau_{\max} - \tau_{\min})R \\ (A_{d\Delta} + B_{\Delta}K)^T P A_{\Delta} \\ A_{\Delta}^T P(A_{d\Delta} + B_{\Delta}K) \\ (A_{d\Delta} + B_{\Delta}K)^T P(A_{d\Delta} + B_{\Delta}K) - Q \end{bmatrix} < 0. \end{aligned} \quad (20)$$

式(20)可化为

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} -P + Q + (\tau_{\max} - \tau_{\min})R & 0 \\ 0 & -Q \end{bmatrix} + \\ \begin{bmatrix} A_{\Delta}^T \\ (A_{d\Delta} + B_{\Delta}K)^T \end{bmatrix} P P^{-1} P \begin{bmatrix} A_{\Delta} & (A_{d\Delta} + B_{\Delta}K) \end{bmatrix} < 0. \end{aligned} \quad (21)$$

由引理2可得

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} -P + Q + (\tau_{\max} - \tau_{\min})R & 0 & A_{\Delta}^T P \\ * & -Q & (A_{d\Delta} + B_{\Delta}K)^T P \\ * & * & -P \end{bmatrix} < 0. \end{aligned} \quad (22)$$

将式(6)代入到式(22), 并由引理2可得

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} -P + Q + (\tau_{\max} - \tau_{\min})R & 0 & A_0^T P \\ * & -Q & (A_{d0} + B_0 K)^T P \\ * & * & -P \end{bmatrix} = \\ \Phi < -\Psi_1 \Delta \Psi_2 - \Psi_2^T \Delta^T \Psi_1^T, \end{aligned} \quad (23)$$

其中:  $\Psi_1 = [0 \ 0 \ P]^T$ ,  $\Psi_2 = [\zeta_1 \ (\zeta_2 + \zeta_3 K) \ 0]$ , 则对任意 $\eta \neq 0$ 有 $\eta^T \Phi \eta < -2\eta^T \Psi_1 \Delta \Psi_2 \eta$ , 则

$$\eta^T \Phi \eta < -2 \max(\eta^T \Psi_1 \Delta \Psi_2 \eta) \leq 0,$$

即满足

$$[\eta^T \Phi \eta]^2 > 4\eta^T \Psi_1 \Psi_1^T \eta \Psi_2 \eta \eta^T \Psi_2^T \Psi_2 \eta.$$

再由引理3,  $\exists \alpha > 0$ 满足

$$\alpha^2 \Psi_1 \Psi_1^T + \alpha \Phi + \Psi_2^T \Psi_2 < 0. \quad (24)$$

若令 $P_1 = \alpha P$ ,  $Q_1 = \alpha Q$ ,  $R_1 = \alpha R$ , 则式(24)等价

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} -P_1 + Q_1 + (\tau_{\max} - \tau_{\min})R_1 + \zeta_1^T \zeta_1 \\ * \\ * \\ \zeta_1^T (\zeta_2 + \zeta_3 K) & A_0^T P_1 \\ (\zeta_2 + \zeta_3 K)^T (\zeta_2 + \zeta_3 K) - Q_1 & (A_{d0} + B_0 K)^T P_1 \\ * & P_1^2 - P_1 \end{bmatrix} < 0. \end{aligned} \quad (25)$$

由引理2, 式(25)可等价

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} -P_1 + Q_1 + (\tau_{\max} - \tau_{\min})R_1 & 0 \\ * & -Q_1 \\ * & * \\ * & * \\ * & * \\ A_0^T P_1 & \zeta_1^T & 0 \\ (A_{d0} + B_0 K)^T P_1 & (\zeta_2 + \zeta_3 K)^T & 0 \\ -P_1 & 0 & P_1 \\ * & -I & 0 \\ * & * & -I \end{bmatrix} < 0, \end{aligned} \quad (26)$$

则系统在链路扰动 $v(k) = 0$ 时, 系统(5)是渐近稳定的.

若对于任意链路扰动 $v(k) \neq 0$ 有

$$\begin{aligned} \Delta V(x(k)) + z^T(k)z(k) - \gamma^2 v^T(k)v(k) = \\ x^T(k)[A_{\Delta}^T P A_{\Delta} - P + Q + (\tau_{\max} - \tau_{\min})R + \\ H_0^T H_0]x(k) + x^T(k)[A_{\Delta}^T P(A_{d\Delta} + B_{\Delta}K) + \\ H_0^T(H_1 + GK)]x(k - \tau_k) + x^T(k)A_{\Delta}^T P D_{\Delta} v(k) + \\ x^T(k - \tau_k)[(A_{d\Delta} + B_{\Delta}K)^T P A_{\Delta} + \\ (H_1 + GK)^T H_0]x(k) + \\ x^T(k - \tau_k)[(A_{d\Delta} + B_{\Delta}K)^T P(A_{d\Delta} + B_{\Delta}K) + \\ (H_1 + GK)^T(H_1 + GK) - Q]x(k - \tau_k) + \\ x^T(k - \tau_k)(A_{d\Delta} + B_{\Delta}K)^T P D_{\Delta} v(k) + \\ v^T(k)D_{\Delta}^T P A_{\Delta} x(k) + \\ v^T(k)D_{\Delta}^T P(A_{d\Delta} + B_{\Delta}K)x(k - \tau_k) + \\ v^T(k)(D_{\Delta}^T P D_{\Delta} - \gamma^2 I)v(k). \end{aligned} \quad (27)$$

将式(27)转化为

$$\Pi_2^T \begin{bmatrix} \Omega_1 & A_{\Delta}^T P(A_{d\Delta} + B_{\Delta}K) + H_0^T(H_1 + GK) \\ * & \Omega_2 \\ * & * \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} A_{\Delta}^T P D_{\Delta} \\ (A_{d\Delta} + B_{\Delta} K)^T P D_{\Delta} \\ D_{\Delta}^T P D_{\Delta} - \gamma^2 I \end{bmatrix} \Pi_2 < 0, \quad (28)$$

其中:

$$\begin{aligned} \Omega_1 &= A_{\Delta}^T P A_{\Delta} - P + Q + (\tau_{\max} - \tau_{\min}) R + H_0^T H_0, \\ \Omega_2 &= (A_{d\Delta} + B_{\Delta} K)^T P (A_{d\Delta} + B_{\Delta} K) - Q + \\ &\quad (H_1 + G K)^T (H_1 + G K), \\ \Pi_2 &= [x^T(k) \ x^T(k - \tau_k) \ v^T(k)]^T. \end{aligned}$$

若闭环系统渐近稳定, 必有

$$\begin{bmatrix} \Omega_1 & A_{\Delta}^T P (A_{d\Delta} + B_{\Delta} K) + H_0^T (H_1 + G K) \\ * & \Omega_2 \\ * & * \end{bmatrix} < 0, \quad (29)$$

$$\begin{bmatrix} A_{\Delta}^T P D_{\Delta} \\ (A_{d\Delta} + B_{\Delta} K)^T P D_{\Delta} \\ D_{\Delta}^T P D_{\Delta} - \gamma^2 I \end{bmatrix} < 0,$$

则由引理2和引理3可知

$$\begin{bmatrix} \Omega_3 \zeta_1^T \zeta_2 + \zeta_3 K & \zeta_1^T \zeta_4 \\ * & \Omega_4 & \zeta_2 + \zeta_3 K^T \zeta_4 \\ * & * & \zeta_4^T \zeta_4 - \alpha \gamma^2 I \\ * & * & * \\ * & * & * \\ \alpha A_0^T P & \alpha H_0^T \\ \alpha (A_{d0} + B_0 K)^T P & \alpha (H_1 + G K)^T \\ \alpha D_0^T P & 0 \\ \alpha^2 P^2 - \alpha P & 0 \\ * & -\alpha I \end{bmatrix} < 0, \quad (30)$$

其中:  $\Omega_3 = -\alpha P + \alpha Q + \alpha(\tau_{\max} - \tau_{\min}) R + \zeta_1^T \zeta_1$ ,  
 $\Omega_4 = \zeta_2 + \zeta_3 K^T \zeta_2 + \zeta_3 K - \alpha Q$ .

若令  $P_1 = \alpha P$ ,  $Q_1 = \alpha Q$ ,  $R_1 = \alpha R$ , 则式(30)等价于

$$\begin{bmatrix} \Omega_5 & 0 & 0 & A_0^T P_1 \\ * & -Q_1 & 0 & (A_{d0} + B_0 K)^T P_1 \\ * & * & -\alpha \gamma^2 I & D_0^T P_1 \\ * & * & * & -P_1 \\ * & * & * & * \\ * & * & * & * \\ * & * & * & * \\ \alpha H_0^T & \zeta_1^T & 0 \\ \alpha (H_1 + G K)^T & (\zeta_2 + \zeta_3 K)^T & 0 \\ 0 & \zeta_4^T & 0 \\ 0 & 0 & P_1 \\ -\alpha I & 0 & 0 \\ * & -I & 0 \\ * & * & -I \end{bmatrix} < 0, \quad (31)$$

其中  $\Omega_5 = -P_1 + Q_1 + (\tau_{\max} - \tau_{\min}) R_1$ , 则式(31)等

价式(10), 因此当链路扰动  $v(k) \neq 0$  时, 系统满足性能指标  $\|z(k)\|_2 \leq \gamma \|v(k)\|_2$ . 证毕.

由式(10)可知, 状态控制器实现需已知系统状态, 第1个状态  $\delta q$  可测, 但第2个系统状态  $\delta W$  无法直接获取. 假设每个TCP流的输入速率记为  $R_i(k) = W(k)/\tau(k)$ , 则在路由器端测到的总的的数据输入速率为  $R(k) = N * W(k)/\tau(k)$ , 则可用下式对其进行估计:

$$\begin{aligned} x_2 &= \frac{\tau_0}{N} \left( \frac{W(k)N}{\tau_0} - C_0 \right) = \frac{\tau_0}{N} (R(k) - C_0) = \\ &= \frac{\tau_0}{N} \Delta R(k) = \frac{\tau_0}{NT} (q(k) - q(k-1)), \end{aligned} \quad (32)$$

其中:  $T$  是采样周期,  $\Delta R(k) = (q(k) - q(k-1))/T$ .

#### 4 仿真验证(Simulation verification)

本文采用网络仿真软件NS-2验证同时具有参数不确定性和链路扰动的离散鲁棒AQM控制算法. 仿真拓扑结构如图1所示, 其中瓶颈链路存在于路由器R1和路由器R2之间, 其链路带宽为10Mbps, 传输时延为20ms. 发送端到路由器R1和路由器R2到接收端的链路参数一致, 均为10Mbps, 传输时延均为10ms. 期望的队列长度设为200个包, 缓冲区队列长度设置为500个包, 平均数据包设置为1000byte. 路由器R1和路由器R2之间采用主队队列管理(AQM)算法(包括RED算法、REM算法、PI算法和DHRC算法), 其余节点均采用丢尾(drop-tail)算法. 仿真时间为120s.

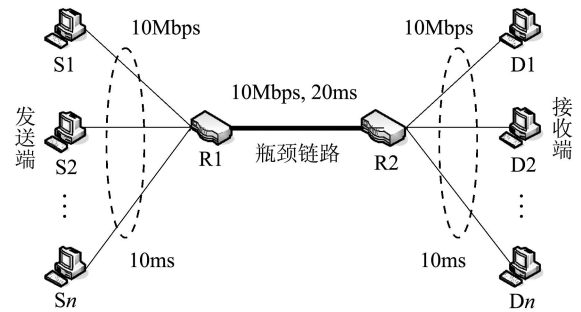


图1 单瓶颈链路网络拓扑结构图

Fig. 1 Single-bottleneck network simulation topology

若选取网络负载  $N_0 = 100$ , 链路容量  $C_0 = 10\text{Mbps} = 1250(\text{包}/\text{s})$ , 则有往返时延  $\tau_0 = 0.24\text{s}$ , 源端发送窗口  $W_0 = 3$  包, 丢包率  $p_0 = 0.22$ , 时延  $\tau_{\max} = 0.48\text{s}$ ,  $\tau_{\min} = 0.16\text{s}$ ,

$$\zeta_1 = 0.05 A_0, \zeta_2 = 0.05 A_{d0},$$

$$\zeta_3 = 0.05 B_0, \zeta_4 = 0.05 D_0,$$

则系统参数

$$A_0 = \begin{bmatrix} -4.1667 & 416.6667 \\ -0.0139 & -1.3889 \end{bmatrix},$$

$$A_{d0} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0.0139 & -1.3889 \end{bmatrix},$$

$$D_0 = \begin{bmatrix} -0.3333 & 0 \\ 0.0022 & -0.0022 \end{bmatrix}, B_0 = \begin{bmatrix} 0 \\ -18.75 \end{bmatrix}.$$

由MATLAB中LMI工具箱求得 $K = [0.007 \ -0.0741]$ . 而对比算法的参数分别设置为: RED算法: 最小队列长度 $q_{\min} = 160$ , 最大队列长度 $q_{\max} = 330$ ; REM算法: 相应速率 $\gamma = 0.001$ , 常数 $\phi = 1.001$ , 期望队列长度 $q_{\text{ref}} = 200$ ; PI算法: 参数 $a = 0.00001822$ , 参数 $b = 0.00001816$ , 采样频率 $\omega = 170 \text{ Hz}$ .

为了验证算法在突发数据流时的性能, 设定 $N = 100$ , 分别在40 s和80 s时各加入50个TCP数据流, 仿真结果如下图2所示, 图2给出了具有突发数据流时各个算法的队列长度响应. 显然, RED算法随着负载的增加队列长度偏离期望值越来越大; REM算法的队列长度波动较大, 特别是在突然加入负载的时刻, 其瞬时队列长度波动严重; PI算法调节时间长, 队列波动大; 而DHRC算法的调节时间短, 队列长度始终稳定在期望值附近, 且在突加负载时刻的队列长度波动最小. 上述仿真结果表明本文DHRC算法在网络参数变化时具有良好的鲁棒性.

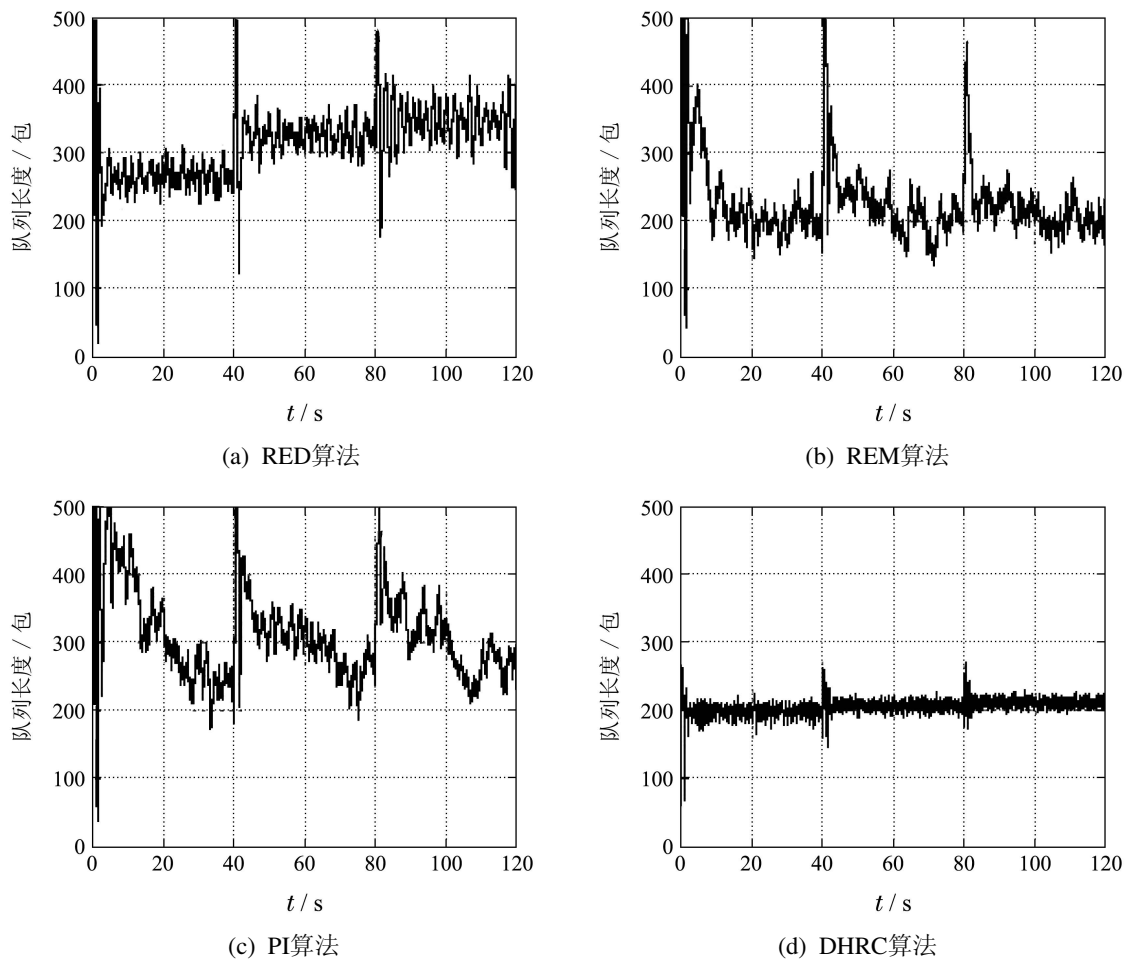


图 2 突发流时各算法的队列长度变化

Fig. 2 Queue length response under time-varying flows for AQM algorithms

### 5 结论(Conclusions)

本文针对同时具有参数不确定性、时延及链路扰动的TCP/AQM系统模型, 提出了一种基于 $H_\infty$ 控制的离散鲁棒AQM控制器(DHRC)设计方法. 理论上证明了该方法可保证闭环系统渐近稳定且满足给定的 $H_\infty$ 性能指标. 仿真结果表明在网络参数变动及存在链路扰动时, 该算法具有良好的队列稳定性和鲁棒性.

### 参考文献(References):

- [1] FLOYD S, JACOBSON V. Random early detection gateway for congestion avoidance [J]. *IEEE/ACM Transactions on Networking*, 1993, 1(4): 397 – 413.
- [2] FLOYD S, GUMMADI R, SHENKER S. Adaptive RED: an algorithm for increasing the robustness of RED's active queue management [DB/OL]. <http://www.icir.org/floyd/red.html>.
- [3] TAN L S, ZHANG W, PENG G, et al. Stability of TCP/RED systems in AQM routers [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2006, 51(8): 1393 – 1398.

- [4] KIM W J, LEE B G. FRED-fair random early detection algorithm for TCP over ATM networks [J]. *Electronics Letters*, 1998, 34(2): 152 – 154.
- [5] FENG W, SHIN K, KANDLUR D, et al. The blue active queue management algorithms [J]. *IEEE Transaction on Networking*, 2002, 10(4): 513 – 528.
- [6] ATHURALIYA S, LOW S H. REM: active queue management [J]. *IEEE Transactions on Networking*, 2001, 15(3): 48 – 53.
- [7] HOLLOT C V, MISRA V, TOWSLEY D, et al. On designing improved controllers for AQM routers supporting TCP flows [C] // *IN-FOCOM 2001, 20th Annual Joint Conference of the IEEE Computer and Communications Societies Proceedings*. Alaska: IEEE, 2001: 1726 – 1734.
- [8] HSIDER A, SIRISENA H, PAWLIKOWSKI K. PID based congestion control algorithms for AQM routers supporting TCP/IP flows [J]. *IEICE Transactions on Communications*, 2004, 87(3): 548 – 555.
- [9] PETERSEN I R. A stabilization algorithm for a class of uncertain linear system [J]. *System and Control Letters*, 1987, 8(3): 351 – 357.
- [10] LOW H S, PAGANINI F, DOYLE J C. Internet congestion control [J]. *IEEE Control System Magazine*, 2002, 22(1): 28 – 43.
- [11] ZHENG F, NELSON J. An  $H_\infty$  approach to the controller design of AQM routers supporting TCP flows [J]. *Automatica*, 2009, 45(3): 757 – 763.
- [12] MAHDI ALAVI S M, HAYES MARTIN J. Robust active queue management design: a loop-shaping approach [J]. *Computer Communications*, 2009, 32(2): 324 – 331.
- [13] MANFREDI S, DI BERNARDO M, GAROFALO F. Design validation and experimental testing of a robust AQM control [J]. *Control Engineering Practice*, 2009, 17(3): 394 – 407.
- [14] BIGDELI N, HAERI M. CDM-based design and performance evaluation of a robust AQM method for dynamic TCP/AQM networks [J]. *Computer Communications*, 2009, 32(1): 213 – 229.
- [15] BARRERA I D, BOHACEK S, ARCE GONZALO R. Statistical detection of congestion in routers [J]. *Signal Processing*, 2010, 58(3): 957 – 968.
- [16] CHAVAN K, KUMAR R G, BELUR M N, et al. Robust active queue management for wireless networks [J]. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 2011, 19(6): 1630 – 1638.
- [17] 王萍, 陈虹, 杨晓萍. 动态矩阵主动队列管理算法 [J]. *控制理论与应用*, 2010, 27(8): 971 – 978.  
(WANG Ping, CHEN Hong, YANG Xiaoping. Dynamic matrix active queue management algorithm [J]. *Control Theory & Applications*, 2010, 27(8): 971 – 978.)

### 作者简介:

周川 (1970–), 男, 教授, 研究方向为网络拥塞控制、网络控制系统与智能控制, E-mail: njust.zc@yahoo.com.cn;

何俊伟 (1987–), 男, 硕士研究生, 研究方向为网络拥塞控制;

陈庆伟 (1963–), 男, 教授, 博士生导师, 研究方向为网络控制、智能控制及高性能伺服系统.