

一类非线性参数化系统的自适应鲁棒控制

吕 帅¹, 苏宏业¹, 柳向斌², 刘之涛¹

(1. 浙江大学 工业技术国家重点实验室 智能系统与控制研究所, 浙江 杭州 310027;

2. 北京交通大学 电子信息工程学院 先进控制系统研究所, 北京 100044)

摘要: 针对一类含有非线性参数化不确定项的非线性系统, 本文提出了一种基于浸入和不变流形的自适应鲁棒控制器. 由于浸入和不变流形方法将调节函数引入到参数估计律的设计中, 增加了控制器设计自由度, 保证对系统中未知参数的渐近估计, 使得设计出的自适应鲁棒控制器在克服非线性参数化不确定项和外界扰动影响的同时, 保证了良好的动态和稳态性能. 最后通过仿真实例验证了所提算法的有效性.

关键词: 非线性系统; 自适应控制; 鲁棒控制; 浸入和不变流形

中图分类号: TP273 **文献标识码:** A

Adaptive robust control for a class of nonlinearly parameterized systems

LÜ Shuai¹, SU Hong-ye¹, LIU Xiang-bin², LIU Zhi-tao¹

(1. National Key Laboratory of Industrial Control Technology, Institute of Cyber-Systems and Control, Zhejiang University, Hangzhou Zhejiang 310027, China;

2. School of Electronic and Information Engineering, Advanced Control System Laboratory, Beijing Jiaotong University, Beijing 100044, China.)

Abstract: An adaptive robust controller based on immersion and invariance (I&I) manifold method is proposed for a class of nonlinearly parameterized uncertain systems. The introduction of the tuning function of I&I to the estimator of the unknown parameters in the uncertain system increases the degrees of freedom in system controller design and ensures the asymptotic convergence of the estimation error. The designed adaptive robust controller not only handles the nonlinearly parameterized uncertainties and external disturbance, but also ensures the desired transient and steady-state performances. A simulation example is presented to illustrate the effectiveness of the proposed method.

Key words: nonlinear systems; adaptive control; robust control; immersion & invariance

1 引言(Introduction)

在实际的系统中, 大量不确定项可以用参数化的形式来描述, 如线性参数化描述和非线性参数化描述. 传统的自适应的控制方法已经能够完美地解决线性参数化的不确定项问题^[1-2]; 然而, 系统中大量的不确定项表现为非线性参数化形式, 如化工过程和生物工艺、机器人视觉伺服、摩擦补偿等系统模型. 长期以来, 非线性参数化系统由于具有高度的复杂性和可变性, 一直以来都是控制领域的难点问题.

针对非线性参数化系统, 文献[3]采用传统的自适应控制方法, 在参数估计中使用了偏差向量函数, 从而避开确定等价原则; 文献[4]则使用一种参数分离技术实现了对非线性参数系统的自适应控制, 实现了系统的全局自适应镇定; 文献[5]提出了一种基于多项式自适应控制, 用以解决分段线性参数

化系统的控制问题, 考虑到大多数非线性参数化系统能以分段线性化的形式描述, 因此该方法可以作为解决一部分非线性参数化系统的有效方法; 在文献[6]中, 作者对于具有分式参数化结构不确定的非线性系统提出了一种鲁棒自适应控制器设计方法; 文献[7]提出了一种结合反馈线性化的自适应重复学习方法使一类非线性参数化系统闭环收敛. 然而, 这些方法仅能分别对一小部分非线性参数化系统分别实现自适应控制, 并且存在以下的不足: 由于需要搜索更大的参数空间, 导致闭环系统的鲁棒性降低^[8]; 在严格的参数估计中结合先验知识从而增加了系统的保守性; 以及可能产生不存在的零点-极点抵消等问题^[9].

文献[10-11]将backstepping方法与自适应控制和鲁棒控制结合起来, 针对一类带有线性参数化不确

定项和未知非线性项的非线性系统,提出了面向性能的自适应鲁棒控制方法(adaptive robust control, ARC). 自适应鲁棒控制方法结合了自适应控制和鲁棒控制的优点,既克服了自适应控制暂态性能差、抗干扰能力弱的缺点;同时又保留了鲁棒控制暂态性能好的优点,并克服了其保守性强的不足^[11-13]. 这些特性使得自适应鲁棒控制成为解决不确定非线性系统的理想选择. 然而,自适应鲁棒控制研究的对象多为线性参数化不确定项的非线性系统,针对非线性参数化系统控制的研究还未见报导.

最近,文献[14]对于线性参数化的非线性系统,提出了一种新型的自适应控制方法—基于浸入和不变(immersion & invariance, I&I)流形理论的自适应控制,由于自适应律上调节函数的引入,增加了其设计的自由度,从而为参数估计律改善系统性能提供了可能. 文献[15]则将I&I自适应方法推广到非线性参数化系统中去,通过对调节函数的选取,使得参数估计误差单调收敛,给出了面向性能的非线性参数化系统的自适应控制方法.

针对一类含有非线性参数化不确定项的半严格反馈型的非线性系统,受文献[11, 14-15]的启发,本文将基于浸入和不变的自适应估计律与自适应鲁棒控制相结合,提出一种基于I&I方法的自适应鲁棒控制方法. 算法中的自适应控制部分用以减弱或消除非线性参数化不确定项对系统的影响,鲁棒控制部分用以克服未知非线性项和估计误差产生的非线性参数化不确定项的偏差,从而使系统的暂态性能和稳态性能均得到改善. 值得指出的是作者提出自适应鲁棒控制方法,在系统中同时出现匹配和非匹配的非线性参数化项和未知非线性函数时,系统输出可以按照给定的精度跟踪期望的输出信号,当系统仅存在非线性参数化不确定项时,系统即可以实现渐近输出跟踪,当持续激励条件满足时,还可以实现对未知定常参数的精确估计.

论文在第2小节中给出了要研究的非线性参数化下三角系统的模型,一些必要的假设以及要实现的控制目标,第3小节提出了针对非线性参数化对象的基于I&I的自适应鲁棒控制算法,以实现面向性能的控制目标,最后通过仿真算例验证了所提算法的有效性.

2 问题描述(Problem formulation)

考虑如下的一类非线性参数化系统:

$$\begin{cases} \dot{x}_i(t) = x_{i+1}(t) + f_i(\bar{x}_i(t), \theta, t) + \Delta_i(x(t), t), & 1 \leq i \leq n-1, \\ \dot{x}_n(t) = u(t) + f_n(x(t), \theta, t) + \Delta_n(x(t), t), \\ y = x_1, \end{cases} \quad (1)$$

其中: $\bar{x}_i(t) \triangleq [x_1(t) \ \cdots \ x_i(t)]^T \in \mathbb{R}^i (i = 1, \dots,$

$n)$ 为系统的状态; $u(t) \in \mathbb{R}$ 为系统的控制输入; $f_i(\bar{x}_i(t), \theta, t) (i = 1, \dots, n)$ 为结构已知但 θ 值未知的平滑非线性函数; $\theta \in \mathbb{R}^p$ 是函数 $f_i(\bar{x}_i(t), \theta, t)$ 的未知参数; $\Delta_i(x, t) (i = 1, \dots, n)$ 是系统所有的未建模动态及干扰项等构成的集总未知的非线性函数项.

本文给出系统未知项先验知识的合理假设.

假设 1 未知的定常参数 θ 取值于一个已知的有界集合 Ω_θ , 未知的非线性函数 $\Delta_i(x, t) (i = 1, \dots, n)$ 可以被已知的界函数 $\delta_i(\bar{x}_i, t) (i = 1, \dots, n)$ 所界定, $\theta \in \Omega_\theta = \{\theta : \theta_{j \min} \leq \theta_j \leq \theta_{j \max}, j = 1, \dots, p\}$, $|\Delta_i(x, t)| \leq \delta_i(\bar{x}_i, t), i = 1, \dots, n$.

假设 2 函数 $f_i(\cdot, \theta, \cdot)$ 对于变量 θ 满足Lipschitz条件,即存在Lipschitz常数 L_i 使得以下不等式成立:

$$|f_i(\cdot, \theta, \cdot) - f_i(\cdot, \hat{\theta}, \cdot)| \leq L_i \|\theta_{\max} - \theta_{\min}\|. \quad (2)$$

引理 1 对于任意 $\varepsilon > 0$ 和 $u \in \mathbb{R}$, 以下不等式恒成立^[16]:

$$0 \leq |u| - u \tanh \frac{u}{\varepsilon} \leq k\varepsilon, \quad (3)$$

其中 k 满足等式:

$$k = e^{-(k+1)}.$$

求解可得 $k = 0.2785$.

为了保证估计的参数 $\hat{\theta}$ 能够一直处于给定的范围之内,即 $\hat{\theta} \in \Omega_\theta$, 定义一个 $n-1$ 阶可导的光滑投影算法 $\Pi : \mathbb{R}^p \rightarrow \mathbb{R}^p$, 其每个分量的投影如下:

$$\begin{cases} \Pi_i(r_i) = r_i, \forall r_i \in [\theta_{i \min} + \varepsilon_{\theta_i}, \theta_{i \max} - \varepsilon_{\theta_i}], \\ \Pi_i(r_i) \in \Omega_{\theta_i} \triangleq [\theta_{i \min}, \theta_{i \max}], \forall r_i \in \mathbb{R}, \end{cases} \quad (4)$$

其中 ε_{θ_i} 是任意小的正实数. 对每个分量的投影算法, 以下的分段函数可实现上述的投影算法:

$$\Pi_i(r_i) = \begin{cases} e^{\frac{1}{\varepsilon_{\theta_i}} r_i - \frac{\theta_{i \min} + \varepsilon_{\theta_i} + \ln \varepsilon_{\theta_i}}{\varepsilon_{\theta_i}}} + \theta_{i \min}, & r_i < \theta_{i \min} + \varepsilon_{\theta_i}, \\ r_i, & r_i \in [\theta_{i \min} + \varepsilon_{\theta_i}, \theta_{i \max} - \varepsilon_{\theta_i}], \\ -e^{-\frac{1}{\varepsilon_{\theta_i}} r_i + \frac{\theta_{i \max} - \varepsilon_{\theta_i} + \ln \varepsilon_{\theta_i}}{\varepsilon_{\theta_i}}} + \theta_{i \max}, & r_i > \theta_{i \max} - \varepsilon_{\theta_i}. \end{cases} \quad (5)$$

采用文献[14]中提出的I&I参数估计律来设计自适应律处理非线性参数化系统, 其主要的优点表现为: 采用非确定等价原则的自适应控制器设计方法, 将 $\hat{\theta}(x) + \beta(x)$ 作为未知定常参数 θ 的估计值, 取代了传统自适应控制设计的确定等价原则, 即将单纯的一阶积分器的参数估计值等价地替换未知定常参数的方法, 从而增加了参数估计律设计的自由度, 使得参数估计过程的可控性增强.

针对系统(1)的特点, 对文献[15]中的间接自适应律加以修改, 设计系统(1)所需的自适应律如下:

引理 2 考虑系统(1)和自适应估计律如下:

$$\dot{\hat{\theta}} = -\left[\frac{\partial \beta}{\partial x}\right]^T \begin{bmatrix} x_2 + f_1(\bar{x}_1, \hat{\theta} + \beta(x), t) \\ \vdots \\ u + f_n(x, \hat{\theta} + \beta(x), t) \end{bmatrix}. \quad (6)$$

选择调节函数 $\beta(x)$ 使得函数

$$\mathcal{Q}(\theta) = \left[\frac{\partial \beta}{\partial x}\right]^T \begin{bmatrix} f_1(\bar{x}_1, \theta, t) \\ \vdots \\ f_n(x, \theta, t) \end{bmatrix} \quad (7)$$

在集合 $x \in \Omega_I \subset \mathbb{R}^n$ 内满足严格 P 单调条件, 即

$$(a - b)^T P \{ \mathcal{Q}(a) - \mathcal{Q}(b) \} > 0, \quad (8)$$

其中: $a, b \in \mathbb{R}^p, P \in \mathbb{R}^{p \times p}, P = P^T > 0$. 则对于任意 $(x(0), \hat{\theta}(0)) \in \Omega_I \times \mathbb{R}^p$ 和能够使得 $x(t) \in \Omega_I$ 的 $u(t)$, $\mathcal{Q}(\theta)$ 有界并且使得参数估计误差, 即 $\hat{\theta} + \beta(x) - \theta$ 单调收敛到原点附近. 当系统中未知非线性函数为零时, 即 $\Delta_i(x, t) = 0, i = 1, \dots, n$, 估计误差可单调收敛到原点, 即满足

$$\lim_{t \rightarrow \infty} (\hat{\theta} + \beta(x) - \theta) = 0. \quad (9)$$

对于引理 2 中调节函数 $\beta(x)$ 的选取问题, 文献 [15, 17]做了详细讨论.

控制目标为: 给定光滑的期望参考信号 $y_d(t)$, 设计控制器 $u(t)$ 及相应的自适应律 $\dot{\hat{\theta}}$, 使得闭环系统的输出 $y(t)$ 能按照预定的精度跟踪 $y_d(t)$, 当未知的非线性函数项为零时, 系统可以实现对期望参考信号的渐近跟踪.

3 非线性参数化系统的自适应鲁棒控制 (ARC for nonlinearly parameterized systems)

第 1 步 考虑到系统的控制性能, 令 $z_1 = y - y_d, \tilde{\Delta}_1 = \Delta_1$, 对 z_1 求导, 得

$$\dot{z}_1 = x_2 + f_1(x_1, \theta, t) + \tilde{\Delta}_1 - \dot{y}_d. \quad (10)$$

再令 $z_2 = x_2 - \alpha_1$, 其中 α_1 是本文设计的虚拟控制输入, 上式可重写为

$$\dot{z}_1 = z_2 + \alpha_1 + f_1(x_1, \theta, t) + \tilde{\Delta}_1 - \dot{y}_d. \quad (11)$$

设计虚拟控制输入如下:

$$\begin{cases} \alpha_1 = \alpha_{1f} + \alpha_{1s}, \\ \alpha_{1f} = -f_1(\bar{x}_1, \hat{\theta}_\Pi, t) + \dot{y}_d, \\ \alpha_{1s} = -c_1 z_1 - h_1 \tanh \frac{h_1 z_1}{\varepsilon_1}, \end{cases} \quad (12)$$

其中: α_{1f} 表示由估计的参数 $\hat{\theta}_\Pi$ 和期望函数得到的模型补偿量; α_{1s} 表示鲁棒控制部分, 包括比例反馈控制部分和鲁棒控制部分. ε_1 为任意小的正实数, $\hat{f}_1 = f_1(x_1, \hat{\theta}_\Pi, t), h_1 = h_1(x_1, \hat{\theta}_\Pi, t)$, 这里 $\hat{\theta}_\Pi(t)$ 为采用自适应律(6)得到的估计值再经过投影算法(4)

以实现 θ 的估计. f_1, h_1 为满足以下条件的 $n-1$ 阶连续可导的函数:

$$\begin{aligned} h_1(z_1, \hat{\theta}_\Pi, t) &\geq \\ \max_{\theta \in \Omega_\theta} |f_1(x_1, \theta, t) - f_1(x_1, \hat{\theta}_\Pi, t) + \tilde{\Delta}_1| &\leq \end{aligned} \quad (13)$$

注意到假设 2, 本文选取 $h_1(z_1, \hat{\theta}_\Pi, t)$ 为满足以下条件的充分光滑函数, 即

$$\begin{aligned} h_1(z_1, \hat{\theta}_\Pi, t) &\geq \\ L_1 \|\theta_{\max} - \theta_{\min}\| + \delta_1(x_1) &\geq \\ \max_{\theta \in \Omega_\theta} |f_1(x_1, \theta, t) - f_1(x_1, \hat{\theta}_\Pi, t)| + |\tilde{\Delta}_1| &\geq \\ \max_{\theta \in \Omega_\theta} |f_1(x_1, \theta, t) - f_1(x_1, \hat{\theta}_\Pi, t) + \tilde{\Delta}_1| &\leq \end{aligned} \quad (14)$$

可以证明: 对于子系统(11), 选定虚拟控制输入为(12), 给定Lyapunov函数 $V_1 = \frac{1}{2} z_1^2$, 对其求导, 结合式(11)和式(12)可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 &= -c_1 z_1^2 + z_1(f_1 - \hat{f}_1 + \tilde{\Delta}_1) - \\ &h_1 z_1 \tanh \frac{h_1 z_1}{\varepsilon_1} + z_1 z_2 \leq \\ &-c_1 z_1^2 + |h_1 z_1| - h_1 z_1 \tanh \frac{h_1 z_1}{\varepsilon_1} + z_1 z_2. \end{aligned}$$

再结合引理 1, 可得

$$\dot{V}_1 \leq -c_1 z_1^2 + k\varepsilon_1 + z_1 z_2. \quad (15)$$

第 i 步 为了简化系统表示, 文中给出如下定义:

$$\begin{aligned} \hat{f}_i &\triangleq f_i(\bar{x}_i, \hat{\theta}_\Pi, t), f_i \triangleq f_i(\bar{x}_i, \theta, t), \\ \tilde{\Delta}_i &\triangleq \Delta_i - \sum_{j=1}^{i-1} \frac{\partial \alpha_{i-1}}{\partial z_j} (\tilde{\Delta}_j + f_j - \hat{f}_j), \\ &i = 2, \dots, n. \end{aligned}$$

显然有

$$|\tilde{\Delta}_i| \leq \bar{\delta}_i = \delta_i + \sum_{j=1}^{i-1} \left| \frac{\partial \alpha_{i-1}}{\partial z_j} \right| h_j. \quad (16)$$

设计 $h_i(\bar{z}_i, \hat{\theta}_\Pi, t) (i = 2, \dots, n-1)$ 为满足以下条件的 $n-i$ 阶光滑可导的函数:

$$\begin{aligned} h_i(\bar{z}_i, \hat{\theta}_\Pi, t) &\geq L_i \|\theta_{\max} - \theta_{\min}\| + \bar{\delta}_i(\bar{x}_i) \geq \\ \max_{\theta \in \Omega_\theta} |f_i(\bar{x}_i, \theta, t) - f_i(\bar{x}_i, \hat{\theta}_\Pi, t)| + |\tilde{\Delta}_i| &\leq \end{aligned} \quad (17)$$

令 $z_{i+1} = x_{i+1} - \alpha_i, i = 2, \dots, n-1$, 选取 α_i 如下:

$$\begin{aligned} \alpha_i &= \alpha_{if} + \alpha_{is}, \\ \alpha_{if} &= \\ &-z_{i-1} - \hat{f}_i + \frac{\partial \alpha_{i-1}}{\partial t} + \frac{\partial \alpha_{i-1}}{\partial \hat{\theta}} \cdot \dot{\hat{\theta}} + \\ &\sum_{j=1}^{i-1} \frac{\partial \alpha_{i-1}}{\partial z_j} (z_{j+1} - z_{j-1} - c_j z_j - h_j \tanh \frac{h_j z_j}{\varepsilon_j}), \\ \alpha_{is} &= -c_i z_i - h_i \tanh \frac{h_i z_i}{\varepsilon_i}, \end{aligned} \quad (18)$$

其中 $\varepsilon_i (i = 2, 3, \dots, n-1)$ 为任意小的正实数, 对 z_i 求导, 可得第 i 个子系统表达式为

$$\begin{aligned} \dot{z}_i = & z_{i+1} + \alpha_i + f_i + \Delta_i - \frac{\partial \alpha_{i-1}}{\partial t} - \frac{\partial \alpha_{i-1}}{\partial \hat{\theta}} \cdot \dot{\hat{\theta}} - \\ & \sum_{j=1}^{i-1} \frac{\partial \alpha_{i-1}}{\partial z_j} (z_{j+1} + f_j - \hat{f}_j - z_{j-1} - c_j z_j - \\ & h_j \tanh \frac{h_j z_j}{\varepsilon_j} + \tilde{\Delta}_j). \end{aligned} \quad (19)$$

可以得到如下结果: 对于子系统(19), 选定虚拟控制输入为式(18), Lyapunov函数为 $V_i = V_{i-1} + \frac{1}{2} z_i^2$, 并对 V_i 求导, 将式(18)-(19)代入其中, 可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_i = & - \sum_{j=1}^i c_j z_j^2 + z_i [\Delta_i - \sum_{j=1}^{i-1} \frac{\partial \alpha_{i-1}}{\partial z_j} (\tilde{\Delta}_j + \\ & f_j - \hat{f}_j) + f_i - \hat{f}_i - h_i \tanh \frac{h_i z_i}{\varepsilon_i}] + \\ & \sum_{j=1}^{i-1} k \varepsilon_j + z_i z_{i+1} \leq \\ & - \sum_{j=1}^i c_j z_j^2 + |h_i z_i| - h_i z_i \tanh \frac{h_i z_i}{\varepsilon_i} + \\ & \sum_{j=1}^{i-1} k \varepsilon_j + z_i z_{i+1}. \end{aligned} \quad (20)$$

结合引理1, 可得

$$\dot{V}_i \leq - \sum_{j=1}^i c_j z_j^2 + \sum_{j=1}^i k \varepsilon_j + z_i z_{i+1}. \quad (21)$$

第 n 步 对 z_n 求导, 得

$$\begin{aligned} \dot{z}_n = & u + f_n + \Delta_n - \frac{\partial \alpha_{n-1}}{\partial t} - \frac{\partial \alpha_{n-1}}{\partial \hat{\theta}} \cdot \dot{\hat{\theta}} - \\ & \sum_{j=1}^{n-1} \frac{\partial \alpha_{n-1}}{\partial z_j} [z_{j+1} + f_j - \hat{f}_j - z_{j-1} - \\ & c_j z_j - h_j \tanh \frac{h_j z_j}{\varepsilon_j} + \tilde{\Delta}_j]. \end{aligned} \quad (22)$$

这时本文选择系统的输入 $u(x, t)$ 为

$$\begin{aligned} u = & -z_{n-1} - c_n z_n - \hat{f}_n + \frac{\partial \alpha_{n-1}}{\partial t} + \frac{\partial \alpha_{n-1}}{\partial \hat{\theta}} \cdot \dot{\hat{\theta}} + \\ & \sum_{j=1}^{n-1} \frac{\partial \alpha_{n-1}}{\partial z_j} [z_{j+1} - z_{j-1} - c_j z_j - \\ & h_j \tanh \frac{h_j z_j}{\varepsilon_j}] - h_n \tanh \frac{h_n z_n}{\varepsilon_n}, \end{aligned} \quad (23)$$

其中 h_n 为光滑函数并且满足

$$\begin{aligned} h_n(\bar{z}_n, \hat{\theta}_\Pi, t) \geq & L_n \|\theta_{\max} - \theta_{\min}\| + \bar{\delta}_n(\bar{x}_n) \geq \\ \max_{\theta \in \Omega_\theta} |f_n(\bar{x}_n, \theta, t) - f_n(\bar{x}_n, \hat{\theta}_\Pi, t)| + & |\tilde{\Delta}_n| \geq \\ \max_{\theta \in \Omega_\theta} |f_n(\bar{x}_n, \theta, t) - f_n(\bar{x}_n, \hat{\theta}_\Pi, t) + \tilde{\Delta}_n|. \end{aligned} \quad (24)$$

定理 1 考虑非线性系统(1), 若假设1和假设2成立, 对于给定参考信号 $y_d(t)$, 选择控制器(23)和自

适应律(6)构成的闭环系统, 可以得到以下结论:

a) 系统控制输入信号和系统状态有界. 进一步,

$$\begin{aligned} V_n(t) \leq & k \int_0^t \exp(-2c_v(t-v)) \varepsilon_v(v) dv \leq \\ & \frac{k \varepsilon_v}{2c_v} (1 - \exp(-2c_v t)), \end{aligned} \quad (25)$$

系统输出量的跟踪误差可由控制器设计参数 ε_v 和 c_v 确定.

b) 当系统中仅出现非线性参数化不确定项, 即 $\Delta_i(x, t) = 0 (i = 1, \dots, n)$, 除了得到结论a), 本文可以得到渐近输出信号的跟踪, 即

$$\lim_{t \rightarrow \infty} y(t) - y_d(t) = 0. \quad (26)$$

证 a) 选取Lyapunov函数 $V_n = V_{n-1} + \frac{1}{2} z_n^2$, 对其求导, 将式(23)代入(22)中, 并结合(20)可以得到

$$\begin{aligned} \dot{V}_n = & - \sum_{j=1}^n c_j z_j^2 + z_n [\Delta_n - \sum_{j=1}^{n-1} \frac{\partial \alpha_{n-1}}{\partial z_j} (\tilde{\Delta}_j + f_j - \hat{f}_j) + \\ & f_n - \hat{f}_n - h_n \tanh \frac{h_n z_n}{\varepsilon_n}] + \sum_{j=1}^{n-1} k \varepsilon_j \leq \\ & - \sum_{j=1}^n c_j z_j^2 + z_n [\tilde{\Delta}_n + f_n - \hat{f}_n - \\ & h_n \tanh \frac{h_n z_n}{\varepsilon_n}] + \sum_{j=1}^{n-1} k \varepsilon_j \leq \\ & - \sum_{j=1}^n c_j z_j^2 + |h_n z_n| - z_n h_n \tanh \frac{h_n z_n}{\varepsilon_n} + \sum_{j=1}^{n-1} k \varepsilon_j \leq \\ & - \sum_{j=1}^n c_j z_j^2 + k \sum_{j=1}^n \varepsilon_j \leq \\ & -c_v V_n + k \varepsilon_v, \end{aligned} \quad (27)$$

其中 $c_v \triangleq \min\{c_1, \dots, c_n\}$, $\varepsilon_v = \sum_{j=1}^n \varepsilon_j$. 对式(27)两边积分, 若系统初始状态为零, 本文很容易得到式(25)的结论.

b) 当非线性不确定项 $\Delta_i(x, t) = 0, i = 1, \dots, n$ 即仅出现非线性参数化项时, 选择一个非线性函数,

$$V_{\varepsilon n} = V_n + V_\varepsilon = V_n + \frac{1}{2} \varepsilon^T P \varepsilon,$$

其中: $P \in \mathbb{R}^{p \times p}$, $P = P^T > 0$, $\varepsilon = \hat{\theta} + \beta(x) - \theta$. 注意到(23), $V_{\varepsilon n}$ 的导数为

$$\begin{aligned} \dot{V}_{\varepsilon n} = & \dot{V}_n + \dot{V}_\varepsilon = \\ & - \sum_{j=1}^n c_j z_j^2 + z_n [- \sum_{j=1}^{n-1} \frac{\partial \alpha_{n-1}}{\partial z_j} (f_j - \hat{f}_j) + \\ & f_n - \hat{f}_n - h_n \tanh(\frac{h_n z_n}{\varepsilon_n})] + \sum_{j=1}^{n-1} k \varepsilon_j - \varepsilon^T P \dot{\varepsilon} = \\ & - \sum_{j=1}^n c_j z_j^2 - \varepsilon^T P \dot{\varepsilon}. \end{aligned} \quad (28)$$

由于调节函数 $\beta(x)$ 的选取使得 \dot{V}_ϵ 负定, 从而保证 V_ϵ 单调收敛到零, 即当时间趋于无穷时, $\epsilon(t)$ 信号收敛为零. 此时, $V_{\epsilon n} = V_n$, 其动态就变为

$$\dot{V}_{\epsilon n} = \dot{V}_n \leq -c_v \sum_{j=1}^n z_j^2 \leq -c_v V_n. \quad (29)$$

该结果表明系统的参数会收敛到其真实值, 输出信号亦可实现渐近跟踪, 具体可参阅文献[17]. 证毕.

注 1 自适应鲁棒控制有一个很重要的特性是: 无论参数估计律为何种有界的自适应律, 均可按照预定的精度实现跟踪, 因为设计的光滑映射 $\Pi(r)$ 总能将参数的估计值投影到 Ω_θ 当中, 故自适应鲁棒控制对值处于 Ω_θ 当中的任何参数均具有鲁棒性. 但是, 精确的估计参数可有效地消除未知定常参数对系统性能的影响, 本文使用浸入与不变自适应估计律, 引入调节函数 $\beta(x)$ 对系统函数进行变换, 使其拥有 P 单调的特性, 从而实现了参数的精确估计. 尤其是当仅出现参数化不确定时, 系统可以实现渐近跟踪, 从而降低自适应鲁棒控制的保守性.

4 系统仿真(Simulation)

本节本文将所提的自适应鲁棒控制算法应用到一个非线性参数化的非线性系统中, 通过数值仿真, 验证所提控制算法的有效性.

考虑如下的非线性参数化系统:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 + \Delta_1(t), \\ \dot{x}_2 = -x_2 + u + \frac{x_2^2}{\theta x_2^2 + 1} + \Delta_2(t), \\ y = x_1. \end{cases} \quad (30)$$

系统的初始状态是 $x(0) = (2, 2)^T$, 控制目标是设计控制输入 u 使得系统输出 $y(t)$ 跟踪期望的正弦参考信号 $y_d(t) = \sin t$, 并且满足相应的性能指标. 系统的未知参数真实值为 $\theta = 1.5$, $\Delta_1(t) = 0.1 \sin t$, $\Delta_2(t) = 0.1 \sin t$, 已知 $\theta_{\min} = 0.5$, $\theta_{\max} = 3$, 设计控制器和参数估计律如下:

$$\begin{cases} \alpha_1 = -c_1 z_1 + \cos t - h_1 \tanh \frac{h_1 z_1}{\epsilon_1}, \\ u = x_2 - z_1 - c_2 z_2 + \frac{\partial \alpha_1}{\partial z_1} (x_2 - \cos t) - \frac{x_2^2}{\hat{\theta}_\Pi x_2^2 + 1} - h_2 \tanh \frac{h_2 z_2}{\epsilon_2} - \sin t, \\ \dot{\hat{\theta}} = u - 2x_2 + \frac{x_2^2}{(\hat{\theta} + \beta(x))x_2^2 + 1}, \\ \beta(x) = x_1 - x_2, \end{cases} \quad (31)$$

其中: $z_1(t) = y(t) - y_d(t) = x_1(t) - \sin t$, $z_2(t) = x_2(t) - \alpha_1(z_1, t)$. 且 $\beta(x)$ 的选取可以使函数

$$\mathcal{Q}(\theta) = [1 \quad -1] \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{x_2^2}{\theta x_2^2 + 1} \end{bmatrix} = -\frac{x_2^2}{\theta x_2^2 + 1} \quad (32)$$

满足严格 P 单调条件.

选取参数 $c_1 = c_2 = 1$, $\epsilon_1 = \epsilon_2 = 0.05$, $h_1 = 0.5$, $h_2 = \frac{x_2^2}{0.5x_2^2 + 1} - \frac{x_2^2}{3x_2^2 + 1} - 0.5 \frac{\partial \alpha_1}{\partial z_1} + 0.1$.

在这里, 本文采用的投影算法(4)具体如下:

$$\Pi(r) = \begin{cases} e^{2r-2+\ln 0.5} + 0.5, & r < 1, \\ r, & r \in [1, 2.5], \\ -e^{-2r+5+\ln 0.5} + 3, & r > 2.5. \end{cases}$$

注意到系统(30)中的参数化不确定项为分式参数化的形式, 为一种特殊的非线性参数化形式. 文献[18]针对含有这一类不确定项的系统提出了一种自适应控制方法, 而本文的自适应鲁棒控制方法则能处理包含分式参数化不确定项在内的更为广泛的一类非线性参数化系统^[15,17].

基于以上考虑, 同时为了验证所提控制方法的有效性, 对于系统(30), 本文将本文所提的自适应控制方法与文献[18]中自适应控制方法与进行了比较. 这里, 本文给出了文献[18]所提的自适应控制器具体如下:

$$\begin{aligned} u &= -\frac{e_2^2}{\hat{\theta} e_2^2 + 1} - e_1 - \sin t, \\ \dot{\hat{\theta}} &= -\frac{e_2^2(2e_1 + 4e_2)y}{\hat{\theta} e_2^2 + 1} - k_a(\hat{\theta} - \theta^*), \\ y &= \frac{1}{\mu}(e_2 + \eta), \quad \dot{\eta} = -\frac{1}{\mu}(e_1 + \eta) + e_2 - u, \end{aligned}$$

其中: $e_1 = x_1 - \sin t$, $e_2 = x_2 - \cos t$, $\mu = 0.001$, $k_a = 0.1$, $\theta^* = 0.5$.

本文考虑分以下两种情况来比较上述文中所提控制方法和文献[18]中的自适应控制算法作用到系统(30)产生控制效果:

1) 系统同时受到非线性参数化不确定项和未知非线性函数的影响, 这种情况相当于系统在受扰动情形下的实际运行结果. 以上两种控制方法作用到系统的仿真结果分别如图1-6所示. 图中, ARC为自适应鲁棒控制方法, AC为自适应控制方法.

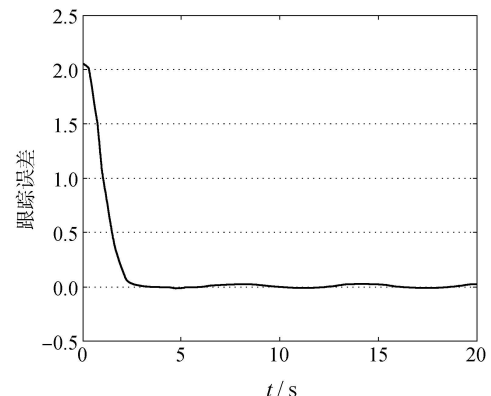


图 1 受扰系统的跟踪误差(ARC)
Fig. 1 Tracking error with disturbances(ARC)

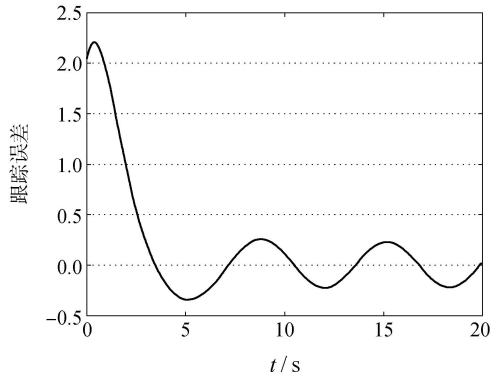


图2 受扰系统的跟踪误差(AC)

Fig. 2 Tracking error with disturbances(AC)

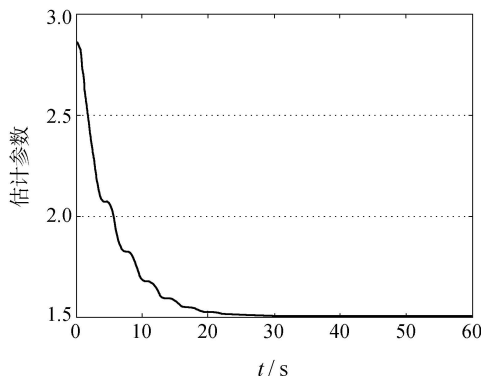


图3 受扰系统的估计参数(ARC)

Fig. 3 Estimation with disturbances(ARC)

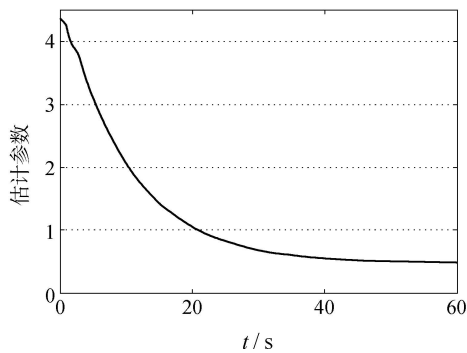


图4 受扰系统的估计参数(AC)

Fig. 4 Estimation with disturbances(AC)

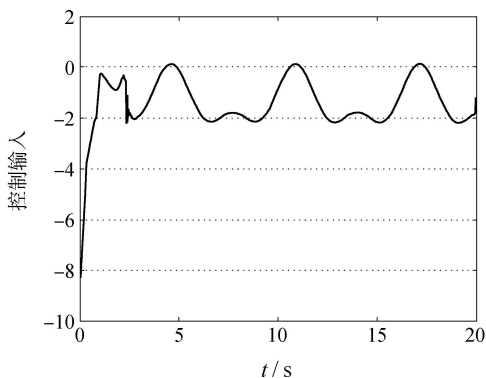


图5 受扰系统的控制输入(ARC)

Fig. 5 Control Input with disturbances(ARC)

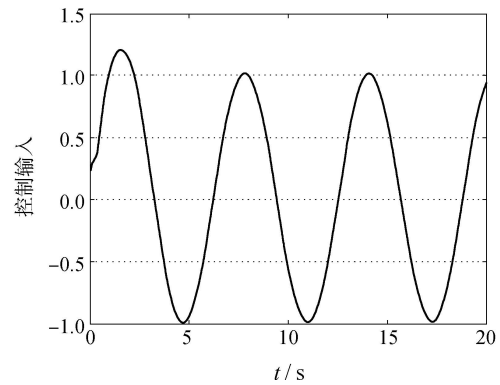


图6 受扰系统的控制输入(AC)

Fig. 6 Control Input with disturbances(AC)

情况 1 对于同时受到非线性参数化不确定项和非线性不确定项影响的系统. 通过图1和图2的比较, 可以发现本文所提控制算法形成的跟踪误差收敛速度较快, 并且进入稳态后, 误差信号的波动范围较小. 图3和图4则表明基于浸入和不变自适应控制律形成的估计值与文献[18]所提自适应律的估计值相比更接近未知参数的真实值. 图5和图6为以上两种控制输入的变化曲线.

2) 系统仅受到非线性参数化不确定项影响, 这种情况相当于系统不受扰动影响, 即令 $\Delta_1(x, t) = \Delta_2(x, t) = 0$, 仅受参数化不确定项影响, 以上两种方法作用到系统的仿真结果分别如图7-12所示.

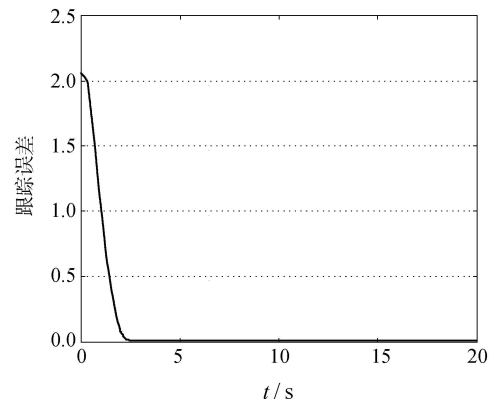


图7 无扰系统的跟踪误差(ARC)

Fig. 7 Tracking error without disturbances (ARC)

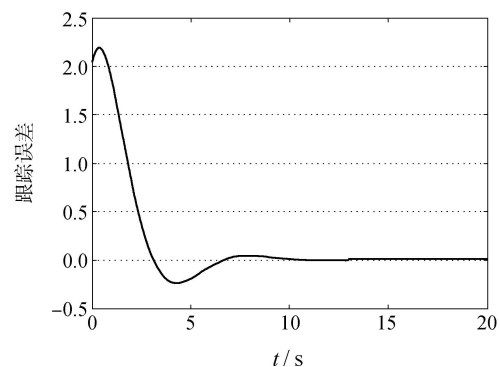


图8 无扰系统的跟踪误差(AC)

Fig. 8 Tracking error without disturbances (AC)

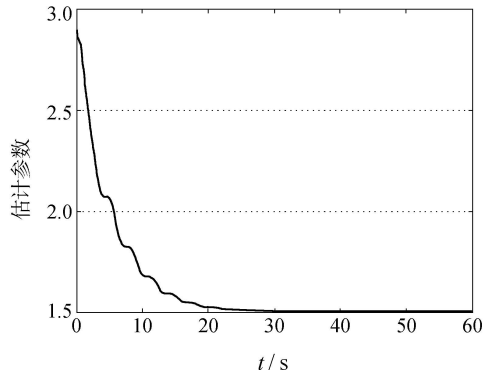


图 9 无扰系统的估计参数(ARC)

Fig. 9 Estimation without disturbances(ARC)

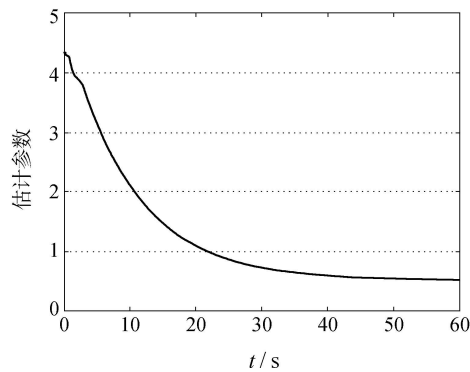


图 10 无扰系统估计参数(AC)

Fig. 10 Estimation without disturbances(AC)

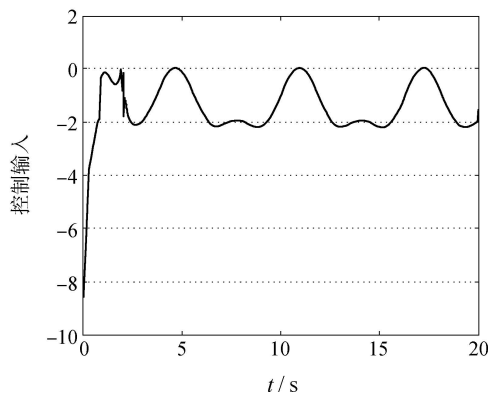


图 11 无扰系统控制输入(ARC)

Fig. 11 Control Input without disturbances(ARC)

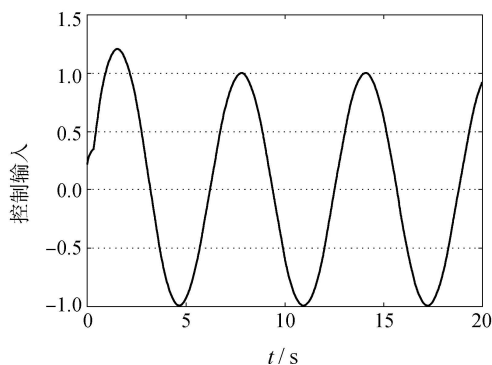


图 12 无扰系统的控制输入(AC)

Fig. 12 Control Input without disturbances(AC)

情况 2 对于仅受到非线性参数化不确定项影响的系统. 通过比较图7和图8, 可以看出, 以上两种算法形成的跟踪误差信号均可以渐近收敛到零, 但是本文所提方法的误差信号过渡时间较短并且波动范围小. 图9和图10表明, 基于浸入和不变自适应控制律形成的估计值可以到达真实值, 而文献[18]所提自适应律的估计值则没有到达. 图11和图12则表明两种控制方法形成的控制信号均是合理的.

通过以上两种情形的仿真比较, 可知, 本文所提出的自适应鲁棒控制相对于文献[18]中所提出的自适应控制方法在有无扰动的前提下, 均有较好的动态性能和稳态性能. 进一步, 当系统仅受到参数化不确定项影响时, 若持续激励条件满足时, 基于I&I参数估计律的估计值还可以渐近地收敛到真实值, 这也是其他自适应控制律所达不到的效果.

5 结论(Conclusions)

针对一类非线性参数化的不确定非线性系统, 本文将基于I&I的参数估计律结合到自适应鲁棒控制器的设计中, 当系统存在非线性参数化不确定项和未知非线性函数项时, 通过设计控制器的参数可以改变跟踪误差的大小, 当系统不存在未知的非线性函数项时, 即仅存在非线性参数化不确定项时, 系统能够实现跟踪误差的渐近收敛; 当持续激励条件满足时, 还可以实现对未知参数的精确估计. 最后通过仿真算例验证了算法的有效性.

参考文献(References):

- [1] NARENDRA K S, ANNASWAMY A M. *Stable Adaptive Systems* [M]. New York: Prentice-Hall International Inc, 1989.
- [2] LANDAU I. *Adaptive Control: The Model Reference Approach* [M]. New York: Marcel-Dekker, 1979.
- [3] QU Z H, HULL R A, WANG J. Globally stabilizing adaptive control design for nonlinearly-parameterized systems [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2006, 51(6): 1073 – 1079.
- [4] LIN W, QIAN C J. Adaptive control of nonlinearly parameterized systems: The smooth feedback case [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2002, 47(8): 1249 – 1266.
- [5] CAO C Y, ANNASWAMY A M. A polynomial adaptive controller for nonlinearly parameterized systems[C] // *Proceedings of the 45th IEEE Conference on Decision and Control*. San Diego, USA: IEEE, 2006: 1081 – 1086.
- [6] WANG J, QU Z H. Robust adaptive control of a class of nonlinearly parameterized time-varying uncertain systems [J]. *IET Control Theory and Applications*, 2009, 3(6): 617 – 630.
- [7] 孙云平, 李俊民, 李靖. 一类非线性参数化系统自适应重复学习控制 [J]. *控制理论与应用*, 2009, 26(2): 228 – 232. (SUN Yunping, LI Junmin, LI Jing. Adaptive repetitive learning control for a class of nonlinearly parameterized uncertain systems [J]. *Control Theory & Applications*, 2009, 26(2): 228 – 232.)
- [8] SASTRY S, BODSON M. *Adaptive Control: Stability, Convergence and Robustness* [M]. Englewood Cliffs, NJ: Prentice Hall, 1989.
- [9] MORSE A. *Nonlinear and Optimal Control Theory: Lecture Notes on Logically Switched Dynamical Systems* [M]. Berlin: Springer, 2008.

- [10] 郭健, 陈庆伟, 吴益飞, 等. 一类非线性不确定系统的自适应鲁棒控制 [J]. 控制理论与应用, 2010, 27(8): 1081 – 1085.
(GUO Jian, CHEN Qingwei, WU Yifei, et al. Adaptive robust control for a class of uncertain nonlinear system [J]. *Control Theory & Applications*, 2010, 27(8): 1081 – 1085.)
- [11] YAO B, TOMIZUKA M. Adaptive robust control of SISO nonlinear systems in a semi-strict feedback form [J]. *Automatica*, 1997, 33(5): 893 – 900.
- [12] YAO B, TOMIZUKA M. Smooth robust adaptive sliding mode control of manipulators with guaranteed transient performance [J]. *Dynamic Systems, Measurement, and Control*, 1996, 118(4): 764 – 775.
- [13] YAO B, TOMIZUKA M. Adaptive robust control of MIMO nonlinear systems in semi-strict feedback forms [J]. *Automatica*, 2001, 37(9): 1305 – 1321.
- [14] ASTOLFI A, ORTEGA R. Immersion and invariance: a new tool for stabilization and adaptive control of nonlinear systems [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2003, 48(4): 590 – 606.
- [15] LIU X B, ORTEGA R, SU H Y, et al. Immersion and invariance adaptive control of nonlinearly parameterized nonlinear systems [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2010, 55(9): 2209 – 2214 .
- [16] POLYCARPOU M, IOANNOU P A. A robust adaptive nonlinear control design [J]. *Automatica*, 1996, 32(3): 423 – 427.
- [17] LIU X B, ORTEGA R, SU H Y, et al. On adaptive control of nonlinearly parameterized systems: towards a constructive procedure [J]. *Systems & Control Letters*, 2011, 60(1): 36 – 43.
- [18] QU Z H. Adaptive and robust controls of uncertain systems with nonlinear parameterization [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2003, 48(10): 1817 – 1823.

作者简介:

吕 帅 (1988–), 男, 目前研究方向为非线性系统自适应控制, E-mail: lvshuai0214@163.com;

苏宏业 (1969–), 男, 教授, 博士生导师, 目前研究方向为线性系统的鲁棒控制、非线性控制的自适应控制和鲁棒控制, E-mail: hysu@iipc.zju.edu.cn;

柳向斌 (1971–), 男, 讲师, 博士, 目前研究方向为非线性系统自适应控制、鲁棒控制和数据驱动控制, E-mail: xbnliu@yahoo.cn;

刘之涛 (1982–), 男, 博士, 目前研究方向为非线性系统的自适应控制和无源控制, E-mail: ztliu@iipc.zju.edu.cn.