

基于分数阶滑模控制技术的永磁同步电机控制

张碧陶, 皮佑国

(华南理工大学 自动化科学与工程学院, 广东 广州 510640)

摘要: 针对传统整数阶滑模控制系统中存在的抖震问题, 本文提出了分数阶滑模控制策略并应用到永磁同步电机的速度控制. 传统滑模控制器中的开关函数由作用在切换流型或其整数阶导数面推广到其分数阶导数面, 利用分数阶系统的特性, 缓慢地传递系统的能量, 有效地削减抖震. 本文采用模糊逻辑推理算法, 实现软开关切换增益的自整定. 仿真和实验证明, 本文提出的分数阶滑模控制系统不但能有效地削减抖震, 而且能保持滑模控制器对系统参数变化和外部扰动的鲁棒性.

关键词: 分数阶; 滑模控制; 模糊逻辑推理; 抖震

中图分类号: TP273 **文献标识码:** A

Fractional order sliding-mode control for permanent magnet synchronous motor

ZHANG Bi-tao, PI You-guo

(College of Automation Science and Technology, South China University of Technology, Guangzhou Guangdong 510640, China)

Abstract: To deal with the chattering phenomenon existing in conventional integral order sliding-mode controller, we proposed a fractional order sliding-mode controller and apply to control the permanent magnet synchronous motor (PMSM). The soft-switching will not directly act on the sliding-mode surface or on its integral order derivative, but on its fractional order derivative. According to the property of fractional calculus, this action will reduce the chattering. Moreover, the fuzzy logic inference algorithm is used to obtain the gain of soft-switching. Simulations and experiments show that the proposed fractional order sliding-mode controller not only achieves better control performance than the conventional integral sliding-mode control systems, but is also robust with regard to system parameter variations and external disturbances.

Key words: fractional order; sliding-mode control; fuzzy logic inference; chattering

1 引言(Introduction)

永磁同步电机广泛应用于电车、机器人、数控机床、医疗设备等, 但实际永磁同步电机系统中的参数变化和外部负载扰动等因素影响着控制系统的性能. 滑模控制技术具有的对系统参数时变和外部扰动的强鲁棒性, 为伺服系统的高性能控制提供了一条有效的途径. 但传统的理想滑模控制器的输出是高频正负切换值, 而实际系统的执行机构在时间上的延迟和空间上的滞后, 导致实际的滑模态不是准确地发生在设定的切换流形面, 容易引起系统的抖震^[1]. 这限制了滑模控制方法在实际系统中的应用.

目前, 除了采用自适应和模糊^[2-3]等现代控制理论来处理抖震外, 削减抖震的方法主要有3种: 边界层内的正侧化方法^[4]; 利用状态观测器来观察抖震, 实现动态调节滑模控制器^[5-6]; 采用高阶滑模控制算法^[7]. 尽管采用上述的方法能一定程度上减弱抖震, 但依然存在一些问题: 边界层内的正侧化方法和基于观测器的调节方法不在具有传统滑模控制器的鲁

棒性的同时使得系统存在稳态误差^[8-9]; 高阶滑模控制算法复杂, 在低阶(一阶或二阶)系统的控制律中存在控制器输出信号与其导数的耦合, 不利于滑模控制律的设计.

另外, 针对不确定性系统的控制, 滑模控制器的开关增益必须大于不确定性上界, 否则系统无法达到滑模面. 但一些系统的不确定性是无法测量的, 这就给滑模控制器的开关参数的整定带来很大的困难. 当前, 解决不确定性系统中滑模控制器开关增益的整定方法主要有模糊推理算法^[10-11]和神经网络方法^[12].

本文考虑永磁同步电机的参数时变和外部负载扰动, 提出一种分数阶滑模控制策略. 针对传统整数阶滑模控制系统中的抖震, 把分数阶微积分理论应用到滑模控制技术中, 利用分数阶系统随时间缓慢衰减的特性削减抖震. 针对系统参数变化的不确定性, 采用单输入单输出的模糊推理机制自整定滑模开关增益并给出了分数阶系统参数的整定方法. 该

控制策略已成功应用到永磁同步电机的速度控制,比传统的整数阶滑模控制方法具有更高的综合控制性能。

2 永磁同步电机伺服系统动力学(Dynamics of PMSM servo)

永磁同步电机在旋转坐标系中的数学模型为^[12]

$$\begin{cases} u_q^* = R_s i_q^* + \dot{\lambda}_q + \omega_f \lambda_d, \\ u_d^* = R_s i_d^* + \dot{\lambda}_d - \omega_f \lambda_q, \\ \lambda_q = L_q i_q^*, \\ \lambda_d = L_d i_d^* + L_{md} I_{df}, \\ \omega_f = n_p \omega_r^*, \end{cases} \quad (1)$$

其中: u_q^*, u_d^* 为 d, q 坐标下的定子电压; i_d^*, i_q^* 为定子电流; λ_d, λ_q 为定子磁链; L_d, L_q 为电感分量; ω_f, ω_r^* 分别为电机电角度和给定转速; L_{md} 为定子相电感; I_{df} 为等效电流; n_p 为定子磁极对数; R_s 为定子电阻。

电磁转矩方程:

$$T_e = 3n_p [L_{md} I_{df} i_q^* + (L_d - L_q) i_q^* i_d^*] / 2. \quad (2)$$

动力方程:

$$T_e = J \dot{\omega}_r + B_m \omega_r + T_l, \quad (3)$$

其中: T_l 为负载力矩, B_m 是摩擦系数, J 是转动惯量。

通过应用矢量控制,动力方程可以简化如下:

$$\begin{cases} T_e = k_p^* i_q^*, \\ k_p^* = 3n_p L_{md} I_{df} / 2. \end{cases} \quad (4)$$

把动力方程(4)代入电磁转矩方程(2),可得

$$\begin{cases} \dot{\omega}_r = -a \omega_r + b i_q^* - c, \\ a = \frac{B_m}{J}, b = \frac{k_p^*}{J}, c = \frac{T_l}{J}. \end{cases} \quad (5)$$

考虑电机参数变化,上式可以表示为

$$\dot{\omega}_r = -(a + \Delta a) \omega_r + (b + \Delta b) i_q^* - (c + \Delta c), \quad (6)$$

其中 $\Delta a, \Delta b, \Delta c$ 为系统参数摄动。

控制器的设计目的就是找到合适的控制律,使得系统输出 ω_r 快速地跟随输入 ω_r^* 。这里定义速度误差: $e(t) = \omega_r(t) - \omega_r^*(t)$,对其求导得

$$\begin{cases} \dot{e}(t) = -ae(t) + \varphi(t) + \delta(t), \\ \varphi(t) = a\omega_r^*(t) - b i_q^*(t) + c(t) + \dot{\omega}_r^*(t), \\ \delta(t) = \Delta a \omega_r(t) - \Delta b i_q^*(t) + \Delta c(t). \end{cases} \quad (7)$$

假设满足

$$|\delta(t)| \leq \Psi, \quad (8)$$

其中 $\Psi \in \mathbb{R}^+$ 。

3 分数阶滑模控制器设计(Design of fractional order sliding-mode controller)

分数阶滑模控制器设计分为两步:切换流形面选择和控制律设计。

本文选择以下切换流形面:

$$s = k_p \times e(t) + k_i \times {}_0 D_t^{-r} e(\tau), \quad (9)$$

其中: $k_p, k_i \in \mathbb{R}^+$ 为滑模面增益, ${}_0 D_t^{-r}$ 是分数阶微积分算子,当 $0 < r < 1$ 时,表示 r 阶微分;当 $-1 < r < 0$ 时,为 r 阶积分。

控制律的设计必须保证系统在任意初始状态都能到达滑模态。这里基于李雅普诺夫(Lyapunov)稳定性理论设计满足逼近条件的滑模控制律。

选择Lyapunov函数:

$$V = \frac{1}{2} s^2. \quad (10)$$

对上式求导得

$$\begin{aligned} \dot{V} &= s \times \dot{s} = \\ &= s \times [k_p(-ae + \varphi + \delta) + k_i {}_0 D_t^{(1-r)} e] = \\ &= s \times [k_i {}_0 D_t^{(1-r)} e - ak_p e + k_p(\varphi + \delta)], \end{aligned} \quad (11)$$

因此,令

$$\begin{aligned} \varphi &= ae - \frac{k_i}{k_p} {}_0 D_t^{1-r} e - w \times \text{sgn } s, \\ w &> \Psi, \end{aligned} \quad (12)$$

则恒有 $\dot{V} \leq 0$ 。根据Lyapunov稳定性理论,系统能由任意初始状态在有限时间内达到切换流形面。

本文把传统滑模开关切换作用在滑模面或者其整数阶导数推广到滑模面的分数阶导数,即用开关函数代替 $\text{sgn } s$,利用分数阶导数的滤波特性抑制开关函数高频切换造成的抖震。其中, sgn 是符号函数,定义如下:

$$\text{sgn}({}_0 D_t^r s) = \begin{cases} 1, & {}_0 D_t^r s > 0, \\ 0, & {}_0 D_t^r s = 0, \\ -1, & {}_0 D_t^r s < 0. \end{cases} \quad (13)$$

当采用分数阶控制律时,选用如下Lyapunov函数:

$$V = \frac{1}{2} ({}_0 D_t^r s)^2. \quad (14)$$

对上式求导得

$$\begin{aligned} \dot{V} &= {}_0 D_t^r s \times {}_0 D_t^{r+1} s = \\ &= {}_0 D_t^r s \times [k_i(-ae + \varphi + \delta) + k_{p0} {}_0 D_t^{r+1} e] = \\ &= {}_0 D_t^r s \times [-(k_i a) e + k_{p0} {}_0 D_t^{r+1} e + k_i \varphi + k_i \delta], \end{aligned} \quad (15)$$

因此,令

$$\begin{aligned} \varphi &= ae - \frac{k_p}{k_i} {}_0 D_t^{r+1} e - w_s \times \text{sgn}({}_0 D_t^r s), \\ w_s &> \Psi, \end{aligned} \quad (16)$$

则恒有 $\dot{V} \leq 0$ 。根据Lyapunov稳定性理论,系统能由任意初始状态在有限时间内达到切换流形面。

根据式(7)和式(16),可以得出分数阶滑模控制器

的输出:

$$u = i_q(t) = b^{-1} \left[\frac{k_p}{k_i} {}_0D_t^{r+1} e + \dot{e} + w_s \times \text{sgn}({}_0D_t^r s) + c(t) + \dot{\omega}_r(t) + a\omega_r(t) \right]. \quad (17)$$

4 控制系统的参数整定(Parameters tuning for control system)

考虑系统的理想状态, 即 $\delta(t) = 0$, 可令 $w \times \text{sgn}({}_0D_t^r s)$. 则有控制律(17)等效于分数阶PD^r控制器, 因此, 可以根据文献[13]的方法整定分数阶控制律中的3个参数 k_i, k_p, r . 这里给出主要结果, 具体的推导过程参考文献[13].

永磁同步电机速度环模型(5)(无负载)转换成传递函数如下:

$$P(s) = \frac{b}{s+a} = \frac{K}{Ts+1}, \quad K = b/a, T = 1/a. \quad (18)$$

理想状态下, 控制律(17)可以简化为

$$C(s) = s(1 + \frac{k_p}{k_i} s^r), \quad (19)$$

则可根据3条设计准则:

- i) 相角裕度准则: $\arg[G(j\omega_c)] = -\pi + \varphi_m$;
- ii) 穿越频率准则: $|G(j\omega_c)|_{dB} = 0$;
- iii) 增益变化鲁棒性准则:

$$\frac{d(\arg[G(j\omega_c)])}{d\omega} \Big|_{\omega=\omega_c} = 0,$$

其中: $G = P \times C$ 为系统开环传递函数, ω_c 是穿越频率, φ_m 是相角余量.

得出以下3个方程:

$$k_i = \frac{A}{\omega_c^{1+r}(E - F \times A)}, \quad (20)$$

$$k_p = \sqrt{\frac{1 + (T\omega_c)^2}{[1 + k_i\omega_c^{1+r}F]^2 + [k_i\omega_c^{1+r}E]^2}}, \quad (21)$$

$$k_i = \frac{-D \pm \sqrt{D^2 - 4C^2\omega_c^{2(1+r)}}}{2C\omega_c^{2(1+r)}}, \quad (22)$$

其中:

$$A = \tan[\tan^{-1}(T\omega_c) + \varphi_m],$$

$$E = \sin((-1-r)\pi/2),$$

$$F = \cos((-1-r)\pi/2),$$

$$C = \frac{T[E - T\omega_c F]}{1 + (T\omega_c)^2},$$

$$D = 2A\omega_c^{1+r}F - r\omega_c^r E,$$

因此, 根据式(20)–(22)可以解出分数阶控制律中的3个参数 k_i, k_p, r .

滑模控制系统收敛的条件是开关增益(w_s)必须

满足 $w_s > \Psi$. 同时, w_s 影响着系统的控制性能: 如果 w_s 太大, 则系统存在较大的抖震; 反之, 如果过小, 则系统达不到滑模面. 另外, 实际系统中的不确定扰动是很难测量的, 致使 w_s 不容易整定. 本文采用一种简单的模糊推理算法来整定开关增益 w_s .

模糊推理系统的输入是切换流形面 ${}_0D_t^r s$ 的值, 输出为滑模开关增益 w_s . 输入输出对应的论域都是 $[-3, 3]$, 模糊语言变量为: P(正), Z(零), N(负), 隶属度函数 $u_j(s)$ 均为高斯型函数, 采用Mamdani模糊推理, 设计的模糊规则如下:

If ${}_0D_t^r s$ is P then w_s is P;

If ${}_0D_t^r s$ is Z then w_s is Z;

If ${}_0D_t^r s$ is N then w_s is N.

模糊输出 w_s 使用如下的重心法进行解模糊计算:

$$w_s = \frac{\sum_{j=1}^n k_j u_j(s)}{\sum_{j=1}^n u_j(s)}, \quad (23)$$

式中 k_j 为第 j 个论域的中心值.

5 抖震分析(Chattering analysis)

当系统进入滑模态时, 系统状态满足下列等式:

$${}_0D_t^r e(\tau) = -k_i/k_p e(t). \quad (24)$$

根据分数阶系统稳定性理论^[14], 只要 $k_i/k_p > 0$, 系统是渐近稳定的, 并以 t^{-r} 的形式收敛到平衡点, 而整数阶系统 ($r = 1$) 是以指数 e^{-t} 的形式收敛到平衡点.

抖震的原因是由于实际执行机构的切换频率跟不上理论的高频切换作用, 致使实际系统在时间上的延迟和空间上的滞后. 把高频作用在分数阶系统, 利用分数阶 t^{-r} 的收敛方式, 较为缓慢地传递能量, 有利于减少抖震. 分数阶系统与整数阶系统收敛过程见图1.

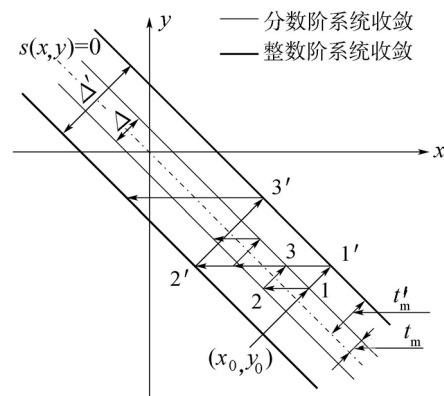


图1 分数阶与整数阶系统收敛过程比较
Fig. 1 Converting process comparison between fractional order system and integral order system

如图1所示, 假设系统的初始状态为 $s(x_0, y_0)$, 在控制律的作用下穿越切换面 $s(x, y) = 0$, 但由于实

际执行机构的延迟响应,经过一定的时间 t_m 才能跟随作用.因此,分数阶系统以 t_m 的速度从状态1到状态2再到其他状态,以致在区域 Δ 内来回抖动.同理,整数阶系统以指数 e^{t_m} 的形式从状态1'到状态2'再到其他状态,以致在区域 Δ' 内来回抖动.根据上述的分析可知 $\Delta' > \Delta$,即利用分数阶系统产生的抖震幅值较小,能达到较高的控制精度.

6 仿真结果与讨论(Simulation results and discussion)

本文基于永磁同步电机伺服系统速度环,分别提供了分数阶滑模控制器和传统的一阶滑模控制器^[12]的阶跃响应的仿真结果.

仿真是以MATLAB软件为工具,采用图2所示的仿真平台.其中电机参数: $R_s = 1.15 \Omega$, $L_d = L_q = 8.5 \times 10^{-3} \text{ H}$, $n_p = 4$, $J = 2.5 \times 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$, $B_m = 1.0 \times 10^{-3} \text{ N} \cdot \text{m} \cdot \text{s}$.根据本文第4部分提出的整定方法,计算出: $k_p = 10.523$, $k_i = 0.166$, $r = 0.75$.

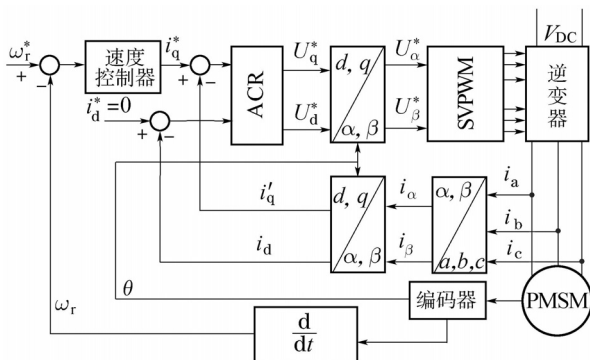


图2 伺服系统仿真平台
Fig. 2 Simulation model of servo

两种滑模控制系统的单位阶跃响应结果以及其相应状态收敛轨迹分别如图3和图4所示.从图3和图4可以看出,分数阶滑模控制系统的抖震幅值比整数阶系统的小,能获得更好的综合控制性能.图4中:纵坐标上的 ds 是切换面的导数亦是轨迹变化率,横坐标上的 s 是切换面的轨迹.

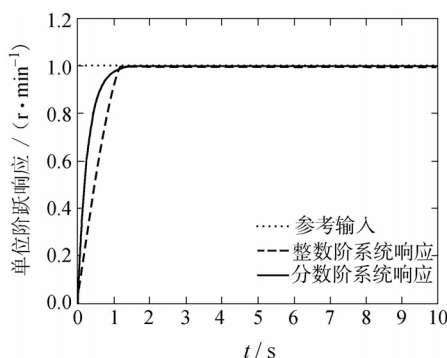


图3 分数阶与整数阶滑模控制系统阶跃响应
Fig. 3 Step response for fractional order system and integral order system

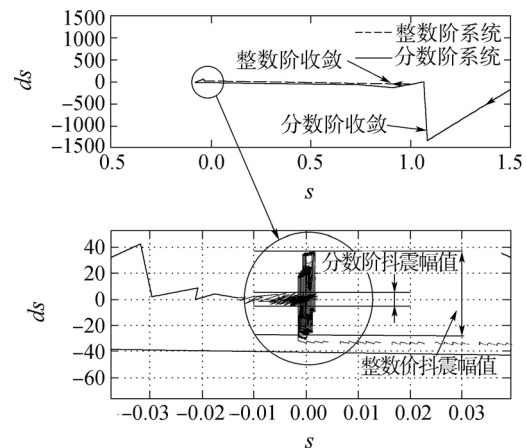


图4 两种滑模控制系统的状态收敛轨迹
Fig. 4 Converging trajectories of the two sliding-mode control systems

7 实验(Experiment)

本文提出的控制策略在永磁同步电机伺服系统进行了实验验证,实验平台如图5所示.主控板是基于TMS320F2812的DSP处理器.PC机主要是采集伺服电机反馈回来的数据并进行分析比较.另外,为了验证本文提出的控制系统的鲁棒性,本文也提供了系统突加负载扰动对控制性能影响的实验结果.电机参数和负载电流(I)如下:

情况1 $J_m = 2.5 \times 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$, $B_m = 1.0 \times 10^{-3} \text{ N} \cdot \text{m} \cdot \text{s}$, $I_1 = 0.0 \text{ A}$.

情况2 $J_m = 5.0 \times 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$, $B_m = 5.0 \times 10^{-3} \text{ N} \cdot \text{m} \cdot \text{s}$, $I_1 = 0.05 \text{ A}$.

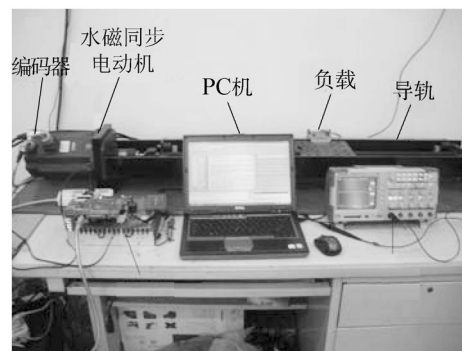
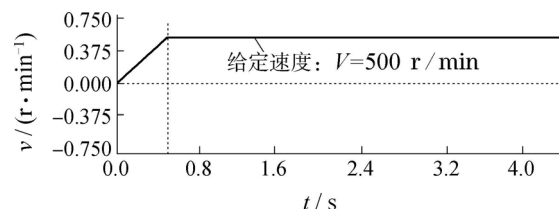
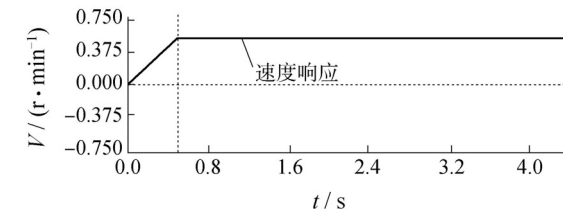


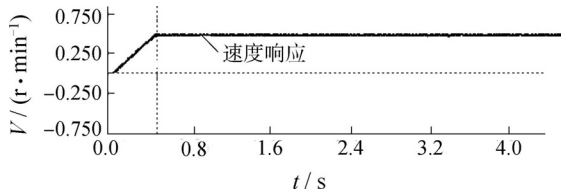
图5 实验平台
Fig. 5 Experiments plant

情况1的实验结果如图6所示.从图6可以看出,分数阶滑模控制器抖震很小,而整数阶滑模控制系统的抖震幅值相对较大.因此,本文提出的分数阶滑模控制器能削减抖震.





(a) 分数阶系统



(b) 整数阶系统

图6 系统斜坡响应
Fig. 6 Step response

在负载扰动实验中, 换成情况2所示参数的电机。当电机达到给定速度并运行到2s时, 突加5倍于原负载的扰动, 当电机运行到3s时卸去负载扰动, 如图7负载电流所示。从图7电机的响应速度可以看出, 在施加突加负载扰动的情况下, 电机的速度依然不受干扰, 维持在给定的速度值。这说明了该控制器对电机参数和外部负载扰动的强鲁棒性。

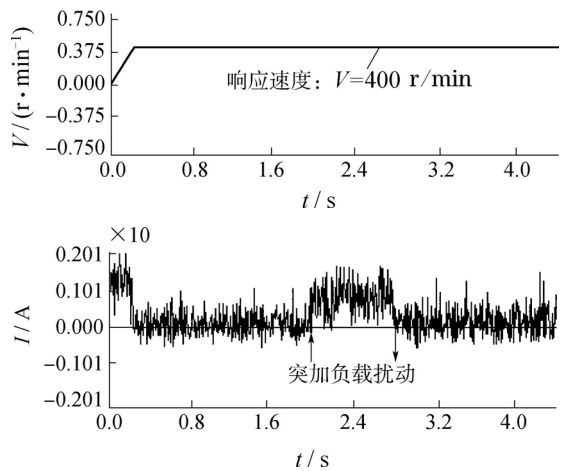


图7 系统鲁棒性实验

Fig. 7 Robustness experiments rejecting external load disturbance

8 结论(Conclusions)

本文针对永磁同步电机伺服系统的参数时变和外部负载扰动以及传统整数阶滑模控制系统的抖震问题, 设计了分数阶滑模控制系统, 并给出了系统参数的整定方法。永磁同步电机伺服系统的速度环的仿真和实验证明, 本文提出的控制策略不但有效地削减传统滑模控制系统中存在的抖震, 而且保持了系统对参数变化和外部扰动的强鲁棒性, 达到较高的综合控制性能。

参考文献(References):

- [1] 胡跃明. 变结构控制理论与应用 [M]. 北京: 科学出版社, 2003.
- [2] 张伟, 毛剑琴. 基于模糊树模型的自适应模糊滑模控制方法 [J]. 控制理论与应用, 2010, 27(2): 263 – 268. (ZHANG Wei, MAO Jianqin. Adaptive fuzzy sliding-mode control method based on fuzzy tree model [J]. *Control Theory & Applications*, 2010, 27(2): 263 – 268.)
- [3] 罗小元, 朱志浩, 关新平. 非线性时滞系统的抖振削弱自适应滑模控制 [J]. 控制与决策, 2009, 24(2): 1429 – 1435. (LUO Xiaoyuan, ZHU Zhihao, GUAN Xinping. Chattering reduction adaptive sliding-mode control for nonlinear time-delay systems [J]. *Control and Decision*, 2009, 24(2): 1429 – 1435.)
- [4] BAIK I C, KIM K H, YOUN M J. Robust nonlinear speed control of pm synchronous motor using boundary layer integral sliding mode control technique [J]. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 2000, 8(3): 47 – 54.
- [5] CHRISTOPHER E, SARAH K S, RON J P. Sliding mode observers for fault detection and isolation [J]. *Automatica*, 2000, 36(3): 541 – 553.
- [6] LIN D, WANG X Y. Observer-based decentralized fuzzy neural sliding mode control for interconnected unknown chaotic systems via network structure adaptation [J]. *Fuzzy Sets and Systems*, 2010, 16(1): 2066 – 2080.
- [7] FRANCESCO D, ANTONELLA F. Higher order sliding mode controllers with optimal reaching [J]. *IEEE Transactions on Automatica Control*, 2009, 54(9): 98 – 104.
- [8] ARIE L. Homogeneity approach to high-order sliding mode design [J]. *Automatica*, 2005, 41(5): 823 – 830.
- [9] BOIKO I, FRIDMAN L, CASTELLANOS M I. Analysis of second order sliding mode algorithms in the frequency domain [J]. *IEEE Transactions on Automatica Control*, 2004, 49(6): 946 – 950.
- [10] MAGDY M. Abdelhameed, enhancement of sliding mode controller by fuzzy logic with application to robotic manipulators [J]. *Mechatronics*, 2005, 15(4): 439 – 458.
- [11] RONG J W. Fuzzy sliding-mode control using adaptive tuning technique [J]. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2007, 54(1): 78 – 87.
- [12] LIN F J, SHEN P H. Robust fuzzy neural network sliding-mode control for two-axis motion control system [J]. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2006, 53(3): 1209 – 1225.
- [13] LI H S, LUO Y, CHEN Y Q. A fractional order proportional and derivative (FOPD) motion controller: tuning rule and experiments [J]. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 2010, 18(2): 53 – 63.
- [14] AHMED E, EL-SAYED A M A, EL-SAKA H A A. Equilibrium points, stability and numerical solutions of fractional-order predator-prey and rabies models [J]. *Journal of Mathematical Analysis and Applications*, 2007, 325(22): 542 – 553.
- [15] LUO Y, CHEN Y Q. Fractional order [proportional derivative] controller for a class of fractional order systems [J]. *Automatica*, 2009, 45(10): 2446 – 2450.

作者简介:

张碧陶 (1984–), 男, 博士研究生, 目前研究方向为分数阶滑模控制及其应用, E-mail: z.bitao@mail.scut.edu.cn;

皮佑国 (1957–), 男, 研究员, 博士生导师, 目前研究方向为伺服系统高性能控制, E-mail: auygp@scut.edu.cn.