

## 基于角度修正迭代学习的离散时变系统故障诊断

曹 伟, 孙 明

(齐齐哈尔大学 计算机与控制工程学院, 黑龙江 齐齐哈尔 161006)

**摘要:** 针对一类非线性离散时变系统的故障诊断问题, 提出了一种新的故障检测与估计算法. 该算法在选取的优化时域内, 利用残差信号通过迭代学习方法调整引入的虚拟故障, 并利用实际输出和故障跟踪估计器输出向量空间的角度关系, 来修正虚拟故障的迭代学习律, 以此来加快算法的收敛速度. 该算法不仅能够实现不同类型故障信号的检测与估计, 而且还充分利用了估计器输出信号中的新信息, 使得算法的收敛速度得到明显提高. 最后仿真结果验证了该方法的有效性.

**关键词:** 离散时变系统; 迭代学习; 角度修正; 故障估计

**中图分类号:** TP273      **文献标识码:** A

## Novel fault diagnosis for discrete time-varying system based on angle correction iterative learning

CAO Wei, SUN Ming

(College of Computer and Control Engineering, Qiqihar University, Qiqihar Heilongjiang 161006, China)

**Abstract:** A novel fault detection and estimation algorithm is proposed to solve the fault diagnosis problem for a class of nonlinear discrete time-varying system. By using the residual signal, the algorithm adjusts the introduced virtual fault through an iterative learning procedure in the selected optimization time-domain. To speed up the algorithm convergence, the angle relationship between the actual output and the output in the vector space of the fault tracking estimator is employed to modify the iterative learning law for the virtual fault. The proposed algorithm not only detects and estimates different-types of faults but also makes full use of the update information of the estimator output signal to effectively improve the algorithm convergent rate of the algorithm. Simulation results verify the validity of the algorithm.

**Key words:** discrete time-varying system; iterative learning; angle correction; fault estimation

### 1 引言(Introduction)

随着工程系统越来越复杂, 系统出现故障的可能性也随之增加. 为了提高复杂系统的安全性和可靠性, 在最近几十年里故障诊断技术得到长足发展, 并取得了丰硕成果<sup>[1-3]</sup>. 而随着计算机控制技术和网络技术的飞速发展, 离散系统的故障诊断技术也取得了较大的发展<sup>[4-7]</sup>. 例如, 文献[4]基于线性矩阵不等式的方法, 将故障诊断问题转化为系统鲁棒稳定性的分析问题, 研究了一类不确定离散时滞系统的故障检测问题; 文献[5]设计了一类存在多步测量数据包丢失情况下, 线性离散时变系统的故障检测滤波器; 文献[6]针对线性离散时变系统, 设计了鲁棒故障检测滤波器; 文献[7]针对线性离散时变系统, 将故障检测问题转化为优化问题, 并利用Riccati方程得到了优化问题的最优解. 然而上述文献的设计方法只能实现对故障信号的检测, 而不能实现对故障信号的精确估计.

对于在有限时间区间上具有重复运动特性的受控系统, 迭代学习控制技术是一种简单有效的控制方法. 其基本思想就是利用输出信号与给定目标轨迹的偏差不断修正不理想的控制输入信号, 实现在有限时间区间的完全跟踪任务. 迭代学习控制<sup>[8]</sup>自被提出以来, 得到了飞速发展, 并取得了大量的研究成果<sup>[9-11]</sup>. 但大多数都是沿着Arimoto所提算法的形式演化而来的, 可以说是同一“线性算法”类型的不同算法, 该类算法的主要优点是具备较好的稳定性能, 而在收敛性能方面存在着较大的保守性则是该类算法的最大的劣势. 谢胜利等人利用向量图进行几何分析得到了一种新型快速迭代学习算法, 为迭代学习控制的深入发展开辟了一条新的途径<sup>[12-13]</sup>. 此后, 文献[14]基于几何分析方法, 利用输入向量在空间构造出三角形修正结构, 提出了一种新的迭代学习控制算法, 该算法不但使其收敛速度得到明显提高, 而且还增强了迭代学习控制的鲁棒

性;文献[15]通过输出向量空间的角度关系修正学习算法,提出了含有角度修正的一种快速迭代学习控制算法.由于该算法充分利用了输出信号中的新信息,因此使得迭代学习控制的收敛速度得到明显提高;文献[16]针对具有非零初始误差的多关节机械手的轨迹跟踪问题,利用文献[15]的思想,提出了一种带有角度修正的新型快速迭代学习控制算法.

由迭代学习控制的思想,并根据预测控制思想,可以将迭代学习策略应用到故障诊断中,在选取的优化时域内,通过对引入的虚拟故障进行迭代学习,来逐次逼近系统的真实故障,从而达到对故障估计的目的.在以后的优化时域内重复进行同样的优化算法,即每间隔 $P$ 个时间单位进行一次这样的迭代运算.例如,文献[17]针对非线性时滞系统,将P-型(proportional-type)迭代学习策略应用到故障诊断中,实现了非线性时滞系统的故障检测与估计.文献[18]针对线性定常系统,将PID-型(proportional-integration-derivative-type)迭代学习策略应用到故障诊断中,实现了线性定常系统的故障检测与估计.然而文献[17-18]都针对的是连续系统,由于离散系统在很大程度上与相应的连续系统有着本质的差异,所以连续系统的很多特性与研究方法都不能直接移植或应用到离散系统上,同时基于迭代学习的离散形式的故障跟踪估计器,更便于工程实现.因此,研究基于迭代学习的非线性离散系统故障检测与估计算法是非常有实际意义的.

因此基于以上分析,本文将文献[17-18]的思想做进一步扩展,将其应用到非线性离散时变系统的故障诊断中,并利用文献[15-16]的思想,在选取的优化时域内,利用系统实际输出和故障跟踪估计器输出向量空间的角度关系修正迭代学习律,并利用残差信号通过带有角度修正的迭代学习方法调节引入的虚拟故障,来逐次逼近系统的真实故障,从而达到对故障估计的目的.并基于压缩映射方法对算法在 $\lambda$ -范数度量意义下的收敛性进行了严格证明,给出了算法收敛的充分条件.

## 2 故障诊断算法(Fault diagnosis algorithm)

### 2.1 新算法的提出(Propose a new algorithm)

本文针对一类含有故障的非线性离散时变系统,将迭代学习策略应用到离散系统的故障诊断中,并利用向量空间的角度关系,提出了一种带有角度修正迭代学习的故障检测与估计算法.为了研究的方便,引入以下定义.

**定义 1** 离散时间向量函数  $\mathbf{h} : [0, T] \rightarrow \mathbb{R}^n$  的 $\lambda$ 范数为

$$\|\mathbf{h}\|_\lambda = \sup_{t \in [0, T]} \{\lambda^t \|\mathbf{h}(t)\|\}, \quad 0 < \lambda < 1,$$

式中 $\|\cdot\|$ 为 $\mathbb{R}^n$ 上的一种向量范数.

考虑如下类含有故障的非线性离散时变系统:

$$\mathbf{x}(k+1) = A(k)\mathbf{x}(k) + \mathbf{f}(\mathbf{x}(k), k) + B(k)\mathbf{u}(k) + B_d(k)\mathbf{d}(k), \quad (1)$$

$$\mathbf{y}(k) = C(k)\mathbf{x}(k), \quad (2)$$

其中:离散时间 $k \in \{0, 1, \dots, T\}$ ,记为 $0 \leq k \leq T$ , $\mathbf{x}(k) \in \mathbb{R}^n$ , $\mathbf{u}(k) \in \mathbb{R}^p$ , $\mathbf{y}(k) \in \mathbb{R}^q$ , $\mathbf{d}(k) \in \mathbb{R}^l$ 分别为系统状态向量、控制输入向量、输出向量和需要检测与估计的故障信号, $A(k)$ , $B(k)$ , $B_d(k)$ , $C(k)$ 为已知的适当维数的矩阵, $\mathbf{f}$ 为已知的非线性函数.

**假设 1** 非线性函数 $\mathbf{f}(\mathbf{x}(k), k)$ 满足如下所示的Lipschitz条件,其中 $k_f > 0$ 为Lipschitz常数:

$$\|\mathbf{f}(\mathbf{x}_1(k), k) - \mathbf{f}(\mathbf{x}_2(k), k)\| \leq k_f \|\mathbf{x}_1(k) - \mathbf{x}_2(k)\|.$$

**假设 2** ( $A(k)$ ,  $C(k)$ )可观测.

**假设 3** 矩阵 $A(k)$ 是稳定的.

**假设 4** 由 $(\mathbf{x}(0), \mathbf{d}(k))$ 到 $\mathbf{x}(k)$ 的状态映射 $\mathbf{S}$ 和由 $(\mathbf{x}(0), \mathbf{d}(k))$ 到 $\mathbf{y}(k)$ 的输出映射 $\mathbf{O}$ 是一对一映射.

**注 1** 映射 $\mathbf{S}$ 和映射 $\mathbf{O}$ 是一对一的映射,可保证系统动态特性是可逆的.

根据上面的分析可建立如下离散形式的故障跟踪估计器:

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{x}}_i(k+1) = & A(k)\hat{\mathbf{x}}_i(k) + \mathbf{f}(\hat{\mathbf{x}}_i(k), k) + B(k)\mathbf{u}(k) + \\ & B_d(k)\hat{\mathbf{d}}_i(k) + L(\mathbf{y}(k) - \hat{\mathbf{y}}_i(k)), \end{aligned} \quad (3)$$

$$\hat{\mathbf{y}}_i(k) = C(k)\hat{\mathbf{x}}_i(k), \quad (4)$$

$$\tilde{\mathbf{x}}_i(k) = \mathbf{x}(k) - \hat{\mathbf{x}}_i(k), \quad (5)$$

$$\mathbf{r}_i(k) = C(k)\tilde{\mathbf{x}}_i(k), \quad (6)$$

$$\cos \beta_i = \frac{\mathbf{r}_i(k)(\hat{\mathbf{y}}_{i+1}(k) - \hat{\mathbf{y}}_i(k))}{\|\mathbf{r}_i(k)\| \|\hat{\mathbf{y}}_{i+1}(k) - \hat{\mathbf{y}}_i(k)\|}, \quad (7)$$

$$\hat{\mathbf{d}}_{i+1}(k) = \hat{\mathbf{d}}_i(k) + (1 + \cos \beta_i)\Gamma(k)\mathbf{r}_i(k+1), \quad (8)$$

$$\|\mathbf{y}(k) - \hat{\mathbf{y}}_i(k)\|_\infty \leq \varepsilon, \quad (9)$$

其中:下标 $i$ 表示在优化时域 $k \in [k_n - P, k_n]$ 内进行迭代运算的次数, $P$ 为选取的优化时域长度.离散时间 $k \in \{0, 1, \dots, T\}$ ,记为 $0 \leq k \leq T$ , $\hat{\mathbf{x}}_i(k) \in \mathbb{R}^n$ 为系统状态的估计值, $\hat{\mathbf{y}}_i(k) \in \mathbb{R}^q$ 为系统输出的估计值, $\tilde{\mathbf{x}}_i(k) = \mathbf{x}(k) - \hat{\mathbf{x}}_i(k)$ 为状态误差,残差信号为 $\mathbf{r}_i(k) = \mathbf{y}(k) - \hat{\mathbf{y}}_i(k)$ , $\tilde{\mathbf{d}}_i(k) = \mathbf{d}(k) - \hat{\mathbf{d}}_i(k)$ 为故障调节误差,矩阵 $L$ 是为使矩阵 $A(k) - LC(k)$ 的特征根在单位圆内,而预先确定的增益矩阵, $\hat{\mathbf{d}}_i(k)$ 是引入的一个可以调节的虚拟故障,它可以通过算法式(8)加以调节, $\Gamma(k)$ 是学习增益矩阵, $\varepsilon$ 为事先给定的性能指标.式(9)表示在残差满足 $\|\mathbf{y}(k) - \hat{\mathbf{y}}_i(k)\|_\infty \leq \varepsilon$ 的条件下,估计器停止计算虚拟故障,其中 $\cos \beta_i$ 是基

于向量分析法得到的一个判断学习律好坏的依据. 其具体含义为: 根据输出向量空间的角度关系图1分析可知, 把系统实际输出 $\mathbf{y}(k)$ 作为固定不变的, 迭代学习的目标是让估计器的输出 $\hat{\mathbf{y}}(k)$ 逐次逼近系统输出 $\mathbf{y}(k)$ , 第 $i$ 次逼近残差信号为 $\mathbf{r}_i(k)$ , 当第 $i+1$ 次估计器的输出 $\hat{\mathbf{y}}_{i+1}(k)$ 在虚线以上时, 则认为对虚拟故障 $\tilde{\mathbf{d}}(k)$ 的修正应该加强, 反之则要对其修正应该减弱.

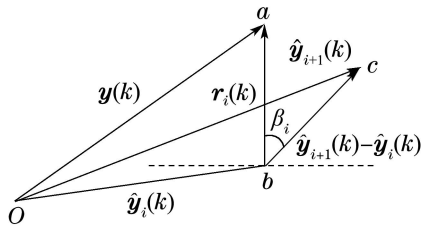


图 1 输出向量间的角度关系

Fig. 1 Angular relationship of output vector space

具体执行就是: 把故障跟踪估计器第 $i+1$ 次输出与第 $i$ 次输出的差和系统残差之间夹角的余弦值作为一个判断虚拟故障学习律好坏的标准. 即当 $\beta_i > 90^\circ$ 时, 可认为估计器的输出背离实际系统输出, 此时对学习律的修正应该减弱. 而当 $\beta_i < 90^\circ$ 的时候, 可认为估计器的输出向实际系统输出靠近, 此时对学习律的修正应该加强, 并且随 $\beta_i$ 的减小, 修正强度越大. 由于这种学习算法充分利用了估计器中观测的新信息, 使得学习增益可在线实时调整, 因此明显提高了虚拟故障学习的收敛速度.

本文的设计思想, 是根据预测控制思想, 将带有角度修正的迭代学习策略应用到非线性离散时变系统的故障诊断中, 在实际系统没有发生故障时, 不启动虚拟故障的迭代学习算法, 当系统在发生故障的时启动虚拟故障的学习算法式(8), 在选取的一个优化时域内对引入的虚拟故障不断进行迭代学习修正直至满足式(9), 此时虚拟故障便逼近了系统中实际发生的故障, 从而达到了对故障估计的目的. 在以后的优化时域内重复进行同样的优化算法, 即每间隔 $P$ 个时间单位进行一次这样的迭代运算.

### 2.2 收敛性分析(Convergence analysis)

为了讨论方便, 不失一般性假设选取的优化时域周期为 $[0, k_n]$ , 时域长度为 $P$ . 若系统(1)–(2)的初始状态已知, 在优化时域周期内, 则有如下定理.

**定理 1** 考虑满足假设条件1–4的系统(1)–(2), 设计如式(3)–(9)所示的故障跟踪估计器, 若条件

- 1)  $\|I - \Gamma(k)C(k+1)B_d(k)\| = \rho < 1$ ,
- 2) 初始状态 $\hat{\mathbf{x}}_i(0) = \mathbf{x}(0) (i = 0, 1, 2, \dots)$ 满足, 则当 $i \rightarrow \infty$ 时, 有 $\lim_{i \rightarrow \infty} \|\mathbf{y}(k) - \hat{\mathbf{y}}_i(k)\|_\lambda = 0, 0 \leq k \leq k_n + 1$ .

**注 2** 定理1给出了在时间区间 $0 \leq k \leq k_n + 1$ 上残差的收敛性. 在此考虑时间区间 $0 \leq k \leq k_n$ 上而不是时间区间 $0 \leq k \leq k_n - 1$ 上的学习算法, 是为了吻合 $\lambda$ -范数的定义.

**证** 由式(1)减去式(3), 并两边取范数得

$$\begin{aligned} \|\mathbf{x}(k+1) - \hat{\mathbf{x}}_i(k+1)\| &= \|\tilde{\mathbf{x}}_i(k+1)\| = \\ &= \|A(k)\mathbf{x}(k) + \mathbf{f}(\mathbf{x}(k), k) + B(k)\mathbf{u}(k) + \\ &B_d(k)\mathbf{d}(k) - A(k)\hat{\mathbf{x}}_i(k) - \mathbf{f}(\hat{\mathbf{x}}_i(k), k) - \\ &B(k)\mathbf{u}(k) - B_d(k)\tilde{\mathbf{d}}_i(k) - LC(k)\tilde{\mathbf{x}}_i(k)\| = \\ &= \|(A(k) - LC(k))\tilde{\mathbf{x}}_i(k) + B_d(k)\tilde{\mathbf{d}}_i(k) + \\ &\mathbf{f}(\mathbf{x}(k), k) - \mathbf{f}(\hat{\mathbf{x}}_i(k), k)\| \leq \\ &= \|A(k) - LC(k)\| \|\tilde{\mathbf{x}}_i(k)\| + \|B_d(k)\| \|\tilde{\mathbf{d}}_i(k)\| + \\ &k_f \|\tilde{\mathbf{x}}_i(k)\| \leq b_1 \|\tilde{\mathbf{x}}_i(k)\| + b_2 \|\tilde{\mathbf{d}}_i(k)\|, \end{aligned} \quad (10)$$

式中:  $0 \leq k \leq k_n, b_1 = b_0 + k_f, b_2 = \sup_{0 \leq k \leq k_n} \|B_d(k)\|, b_0 = \sup_{0 \leq k \leq k_n} \|A(k) - LC(k)\|$ . 因此, 由式(10)并根据定理1中的条件(2)可得

$$\begin{aligned} \|\tilde{\mathbf{x}}_i(k)\| &\leq b_1^k \|\tilde{\mathbf{x}}_i(0)\| + \sum_{s=0}^{k-1} b_2 b_1^{k-s-1} \|\tilde{\mathbf{d}}_i(s)\| = \\ &\sum_{s=0}^{k-1} b_2 b_1^{k-s-1} \|\tilde{\mathbf{d}}_i(s)\|, \end{aligned} \quad (11)$$

式中 $1 \leq k \leq k_n + 1$ .

又根据式(8)可得

$$\tilde{\mathbf{d}}_{i+1}(k) = \tilde{\mathbf{d}}_i(k) - (1 + \cos \beta_i) \Gamma(k) \mathbf{r}_i(k+1). \quad (12)$$

由式(6)可知 $\mathbf{r}_i(k+1) = C(k+1)\tilde{\mathbf{x}}_i(k+1)$ , 并将其代入式(12)可得

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{d}}_{i+1}(k) &= \\ &\tilde{\mathbf{d}}_i(k) - (1 + \cos \beta_i) \Gamma(k) C(k+1) \tilde{\mathbf{x}}_i(k+1) = \\ &\tilde{\mathbf{d}}_i(k) - (1 + \cos \beta_i) \Gamma(k) C(k+1) \cdot \\ &[\mathbf{x}(k+1) - \hat{\mathbf{x}}_i(k+1)] = \\ &\tilde{\mathbf{d}}_i(k) - (1 + \cos \beta_i) \Gamma(k) C(k+1) \cdot \\ &[(A(k) - LC(k))\tilde{\mathbf{x}}_i(k) + B_d(k)\tilde{\mathbf{d}}_i(k) + \\ &\mathbf{f}(\mathbf{x}(k), k) - \mathbf{f}(\hat{\mathbf{x}}_i(k), k)] = \\ &[I - \Gamma(k)C(k+1)B_d(k)]\tilde{\mathbf{d}}_i(k) - \\ &\Gamma(k)C(k+1)B_d(k)\tilde{\mathbf{d}}_i(k) \cos \beta_i - \\ &(1 + \cos \beta_i) \Gamma(k) C(k+1) [(A(k) - \\ &LC(k))\tilde{\mathbf{x}}_i(k) + \mathbf{f}(\mathbf{x}(k), k) - \mathbf{f}(\hat{\mathbf{x}}_i(k), k)], \end{aligned} \quad (13)$$

式中 $0 \leq k \leq k_n$ . 因为 $\|\tilde{\mathbf{d}}_i(k)\| > 0$ , 所以有

$$\|\tilde{\mathbf{d}}_i(k)\| \leq \sum_{s=0}^k \|\tilde{\mathbf{d}}_i(s)\|. \quad (14)$$

再对式(13)两边取范数可得

$$\begin{aligned} \|\tilde{\mathbf{d}}_{i+1}(k)\| &= \\ &\|I - \Gamma(k)C(k+1)B_d(k)\| \|\tilde{\mathbf{d}}_i(k)\| + \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \|\Gamma(k)C(k+1)B_d(k) \cos \beta_i\|\|\tilde{\mathbf{d}}_i(k)\| + \\ & \|(1 + \cos \beta_i)\Gamma(k)C(k+1)\|\|A(k) - \\ & LC(k)\|\|\tilde{\mathbf{x}}_i(k)\| + \\ & k_f\|(1 + \cos \beta_i)\Gamma(k)C(k+1)\|\|\tilde{\mathbf{x}}_i(k)\| \leq \\ & (\rho + b_3)\|\tilde{\mathbf{d}}_i(k)\| + b_1b_4\|\tilde{\mathbf{x}}_i(k)\|, \end{aligned} \quad (15)$$

式中:

$$\begin{aligned} b_3 &= \sup_{0 \leq k \leq k_n} \|\Gamma(k)C(k+1)B_d(k) \cos \beta_i\|, \\ b_4 &= \sup_{0 \leq k \leq k_n} \|(1 + \cos \beta_i)\Gamma(k)C(k+1)\|, \end{aligned}$$

时间  $0 \leq k \leq k_n$ . 把式(11)和式(14)代入式(15)可得

$$\begin{aligned} \|\tilde{\mathbf{d}}_{i+1}(k)\| &\leq \rho\|\tilde{\mathbf{d}}_i(k)\| + b_3 \sum_{s=0}^{k-1} \|\tilde{\mathbf{d}}_i(s)\| + \\ & b_1b_4 \sum_{s=0}^{k-1} b_2b_1^{k-s-1} \|\tilde{\mathbf{d}}_i(s)\| = \\ & \rho\|\tilde{\mathbf{d}}_i(k)\| + b_3 \sum_{s=0}^{k-1} \|\tilde{\mathbf{d}}_i(s)\| + \\ & b_2b_4 \sum_{s=0}^{k-1} b_1^{k-s} \|\tilde{\mathbf{d}}_i(s)\|, \end{aligned} \quad (16)$$

式中  $1 \leq k \leq k_n$ . 将式(16)两端同时乘以  $\lambda^k$ , 其中  $0 < \lambda < 1$  且使得  $0 < b_1\lambda < 1$ , 则有

$$\begin{aligned} \lambda^k \|\tilde{\mathbf{d}}_{i+1}(k)\| &\leq b_3 \sum_{s=0}^{k-1} \lambda^{k-s} \lambda^s \|\tilde{\mathbf{d}}_i(s)\| + \rho \lambda^k \|\tilde{\mathbf{d}}_i(k)\| + \\ & b_2b_4 \sum_{s=0}^{k-1} (b_1\lambda)^{k-s} \lambda^s \|\tilde{\mathbf{d}}_i(s)\|. \end{aligned} \quad (17)$$

因此, 根据  $\lambda$  范数的定义, 则有

$$\begin{aligned} \|\tilde{\mathbf{d}}_{i+1}\|_\lambda &\leq \rho\|\tilde{\mathbf{d}}_i\|_\lambda + b_3 \frac{\lambda(1 - \lambda^{k_n})}{1 - \lambda} \|\tilde{\mathbf{d}}_i\|_\lambda + \\ & \frac{b_1b_2b_4\lambda(1 - (b_1\lambda)^{k_n})}{1 - b_1\lambda} \|\tilde{\mathbf{d}}_i\|_\lambda = \\ & (\rho + \frac{b_3\lambda(1 - \lambda^{k_n})}{1 - \lambda} + \\ & \frac{b_1b_2b_4\lambda(1 - (b_1\lambda)^{k_n})}{1 - b_1\lambda}) \|\tilde{\mathbf{d}}_i\|_\lambda = \\ & \bar{\rho} \|\tilde{\mathbf{d}}_i\|_\lambda, \end{aligned} \quad (18)$$

其中:  $\bar{\rho} = \rho + \frac{b_3\lambda(1 - \lambda^{k_n})}{1 - \lambda} + \frac{b_1b_2b_4\lambda(1 - (b_1\lambda)^{k_n})}{1 - b_1\lambda}$ ,  $1 \leq k \leq k_n$ . 又由式(15)和定理1的条件2)知, 式(18)对于  $k = 0$  也成立. 所以由定理1中的条件  $\rho < 1$  可找到足够小的  $\lambda$  使得  $\bar{\rho} < 1$  也成立. 因此则有  $\lim_{i \rightarrow \infty} \|\tilde{\mathbf{d}}_i\|_\lambda = 0, 0 \leq k \leq k_n$ .

又根据式(6)和式(11)可知, 对于  $0 < b_1\lambda < 1$  有

$$\begin{aligned} \lambda^k \|\mathbf{r}_i(k)\| &\leq \lambda^k \|C(k)\|\|\tilde{\mathbf{x}}_i(k)\| \leq \\ & \lambda^k \|C(k)\| \sum_{s=0}^{k-1} b_2b_1^{k-s-1} \|\tilde{\mathbf{d}}_i(s)\| = \\ & \lambda^k \|C(k)\| b_2b_5 \sum_{s=0}^{k-1} b_1^{k-s} \|\tilde{\mathbf{d}}_i(s)\| \leq \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & b_c b_2 b_5 \sum_{s=0}^{k-1} (b_1\lambda)^{k-s} \lambda^s \|\tilde{\mathbf{d}}_i(s)\| \leq \\ & b_c b_2 b_5 \frac{b_1\lambda(1 - (b_1\lambda)^{k_n})}{1 - b_1\lambda} \|\tilde{\mathbf{d}}_i\|_\lambda, \end{aligned} \quad (19)$$

式中:  $1 \leq k \leq k_n + 1, b_c = \sup_{0 \leq k \leq k_n + 1} \|C(k)\|, b_5 = b_1^{-1}$ . 由  $\lambda$  范数的定义得

$$\sup_{1 \leq k \leq k_n + 1} \{\lambda^k \|\mathbf{r}_i(k)\|\} \leq \frac{b_6\lambda(1 - (b_1\lambda)^{k_n})}{1 - b_1\lambda} \|\tilde{\mathbf{d}}_i\|_\lambda, \quad (20)$$

式中  $b_6 = b_c b_2 b_5 b_1$ . 因此则有

$$\lim_{i \rightarrow \infty} \sup_{1 \leq k \leq k_n + 1} \{\lambda^k \|\mathbf{r}_i(k)\|\} = 0.$$

至此, 利用定理1中条件2)可证得该定理. 证毕.

### 2.3 故障跟踪特性分析(Fault feature analysis)

从定理1的证明过程, 可得到如下故障跟踪定理.

**定理 2** 考虑满足假设条件1-4的系统(1)-(2), 设计如式(3)-(9)所示的故障跟踪估计器, 若条件

$$1) \|I - \Gamma(k)C(k+1)B_d(k)\| = \rho < 1.$$

2) 初始状态  $\hat{\mathbf{x}}_i(0) = \mathbf{x}(0) (i = 0, 1, 2, \dots)$  满足, 则当  $i \rightarrow \infty$  时, 有  $\lim_{i \rightarrow \infty} \|\tilde{\mathbf{d}}_i(k)\|_\lambda = 0 (0 \leq k \leq k_n)$ .

### 3 仿真分析(Simulation analysis)

为了验证所提算法的有效性, 考虑如下的一类含有故障的非线性离散时变系统:

$$x_1(k+1) = 0.2x_1(k) + 0.3 \cos(x_1(k) + x_2(k)), \quad (21a)$$

$$\begin{aligned} x_2(k+1) &= -0.0025kx_2(k) + \\ & 0.15 \sin(x_1(k)x_2(k)) + u(k) + d(k), \end{aligned} \quad (21b)$$

$$y(k) = -0.2x_1(k) + x_2(k). \quad (21c)$$

系统中的参数选取为: 学习增益矩阵  $\Gamma = 0.3$  满足  $\rho = 0.7 < 1$  的收敛条件, 优化时域长度选为  $P = 20$ , 优化时域内迭代次数取5, 为了保证矩阵  $A - LC$  的所有特征根均在单位圆内, 选取增益矩阵  $L = [0.4 \ 0]^T$ . 假设发生的故障为正弦故障和方波故障, 其函数表达形式如下:

$$d_1(k) = \begin{cases} \sin(0.2(k - 20)), & 5s \leq k \leq 67s, \\ 0, & \text{其他}, \end{cases} \quad (22a)$$

$$d_2(k) = \begin{cases} 3, & 20s \leq k \leq 50s, \\ -3, & 50s \leq k \leq 80s, \\ 0, & \text{其他}. \end{cases} \quad (22b)$$

为了说明算法的有效性, 虚拟故障调节算法分别采用不带角度修正和带角度修正的迭代学习算法进行仿真比较. 从仿真结果图2-5都可以看出, 本文基于输出向量空间的角度关系设计的离散形式的故障

跟踪估计器, 不仅有效地实现了不同类型故障的检测与估计, 同时在优化时域内, 由于对虚拟故障调节算法采用了角度修正, 充分利用了估计器输出中的新信息, 使得学习增益可在线实时调整, 对实际输出跟踪有利的趋势得到加强, 而不利于对实际输出跟踪的趋势得到抑制, 明显加快了算法的收敛速度.

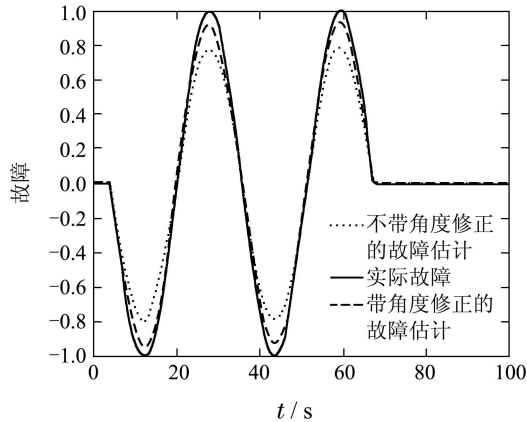


图 2 正弦函数故障估计曲线

Fig. 2 Sine fault estimate curve

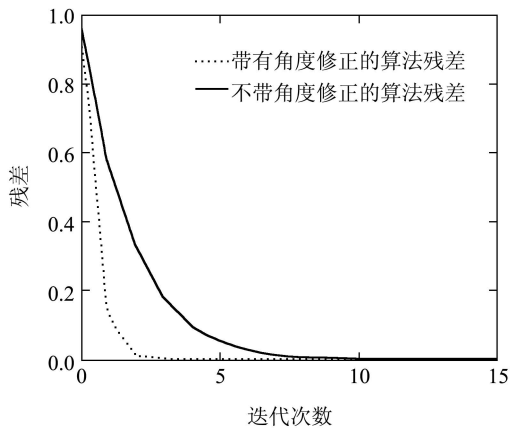


图 3 同一优化时域内正弦故障残差曲线

Fig. 3 Residual error curve of sine fault within the same optimization horizon

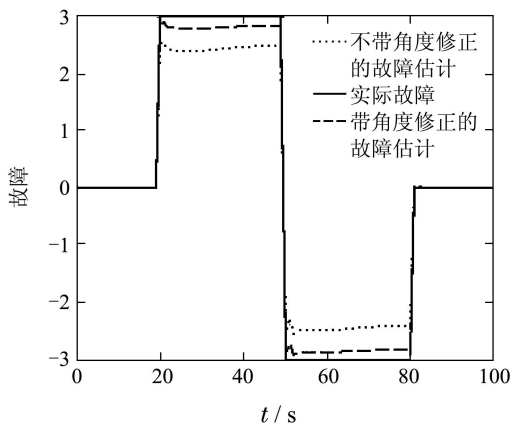


图 4 方波函数故障估计曲线

Fig. 4 Square-wave fault estimate curve

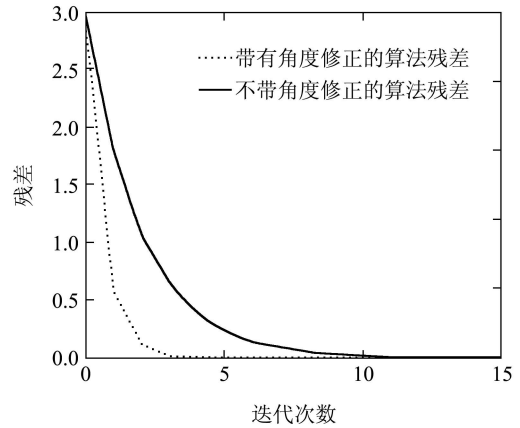


图 5 同一优化时域内方波故障残差曲线

Fig. 5 Residual error curve of square-wave fault within the same optimization horizon

#### 4 结论(Conclusions)

将迭代学习策略应用到非线性离散时变系统的故障诊断中, 利用系统实际输出和故障跟踪估计器输出向量空间的角度关系, 来修正虚拟故障的迭代学习律. 并基于压缩映射方法, 对算法在 $\lambda$ -范数意义下的收敛性进行了严格证明, 给出了算法收敛的充分条件. 该算法不仅实现了不同类型故障的检测与估计, 还充分利用了估计器输出信号中的新信息, 加快了算法的收敛速度. 同时基于迭代学习的离散形式故障诊断算法, 更具有实际应用价值.

#### 参考文献(References):

- [1] XU A, ZHANG Q. Nonlinear system fault diagnosis based on adaptive estimation [J]. *Automatica*, 2004, 40(7): 1181 – 1193.
- [2] PERTEW A M, MARQUEZ H J, ZHAO Q. LMI-based sensor fault diagnosis for nonlinear Lipschitz systems [J]. *Automatica*, 2007, 43(8): 1464 – 1469.
- [3] CAI X J, WU F. Multiobjective fault detection and isolation for flexible air-breathing hypersonic vehicle [J]. *Journal of Systems Engineering and Electronics*, 2011, 22(1): 52 – 62.
- [4] 吕冬梅, 于飞, 颜秉勇, 等. LMI方法的不确定离散时滞系统故障诊断 [J]. *哈尔滨工业大学学报*, 2009, 41(12): 270 – 272. (LÜ Dongmei, YU Fei, YAN Bingyong, et al. Fault diagnosis of uncertain discrete-time systems with time-delay based on LMI approach [J]. *Journal of Harbin Institute of Technology*, 2009, 41(12): 270 – 272.)
- [5] 李岳焯, 钟麦英. 存在多不测量数据包丢失的线性离散时变系统鲁棒 $H_\infty$ 故障检测滤波器设计 [J]. *自动化学报*, 2010, 36(12): 1787 – 1796. (LI Yuezhao, ZHONG Maiying. On designing robust  $H_\infty$  fault detection filter for linear discrete time-varying systems with multiple packet dropouts [J]. *Acta Automatica Sinica*, 2010, 36(12): 1787 – 1796.)
- [6] ZHONG M Y, LIU S, ZHAO H H. Krein space-based  $H_\infty$  fault estimation for linear discrete time-varying systems [J]. *Acta Automatica Sinica*, 2008, 34(12): 1529 – 1533.
- [7] ZHONG M Y, DING S X, DING E L. Optimal fault detection for linear discrete time-varying systems [J]. *Automatica*, 2010, 46(8): 1359 – 1400.

- [8] ARIMOTO S, KAWAMURA S, MIYAZAKI F. Bettering operation of robots by learning [J]. *Journal of Robotic Systems*, 1984, 1(2): 123 – 140.
- [9] YIN C K, XU J X, HOU Z S. On iterative learning control design for tracking iteration-varying trajectories with high-order internal model [J]. *Journal of Control Theory and Applications*, 2010, 8(3): 309 – 316.
- [10] LI Y, CHEN Y Q, AHN H S. Fractional-order iterative learning control for fractional-order linear systems [J]. *Asian Journal of Control*, 2011, 13(1): 54 – 63.
- [11] BU X H, HOU Z S. Stability of iterative learning control with data dropouts via asynchronous dynamical system [J]. *International Journal of Automation and Computing*, 2011, 8(1): 29 – 36.
- [12] XIE S L, TIAN S P, XIE Z D. New iterative learning control algorithms based on vector plots analysis [J]. *Acta Automatica Sinica*, 2004, 30(2): 161 – 165.
- [13] 谢胜利, 田森平, 谢振东. 基于向量图分析的迭代学习控制非线性算法 [J]. 控制理论与应用, 2004, 21(6): 951 – 955.  
(XIE Shengli, TIAN Senping, XIE Zhendong. Iterative learning control nonlinear algorithms based on vector plots analysis [J]. *Control Theory & Applications*, 2004, 21(6): 951 – 955.)
- [14] 张君海, 石成英, 林辉. 基于向量图分析的一种迭代学习控制算法及其鲁棒性 [J]. 控制理论与应用, 2007, 24(1): 155–159.  
(ZHANG Junhai, SHI Chengying, LIN Hui. Iterative learning control algorithm based on vector plots analysis and its robustness [J]. *Control Theory & Applications*, 2007, 24(1): 155 – 159.)
- [15] 张君海, 石成英, 林辉. 一种带角度修正的迭代学习控制算法 [J]. 系统仿真学报, 2006, 18(z2): 602–604.  
(ZHANG Junhai, SHI Chengying, LIN Hui. New ILC algorithm corrected with angle relationship of output vectors [J]. *Journal of System Simulation*, 2006, 18(z2): 602 – 604.)
- [16] WANG H B, WANG Y. Open-closed loop ILC corrected with angle relationship of output vectors for tracking control of manipulator [J]. *Acta Automatica Sinica*, 2010, 36(12): 1758 – 1765.
- [17] 颜秉勇, 田作华, 施颂椒. 基于故障跟踪估计器的非线性时滞系统故障诊断 [J]. 控制与决策, 2009, 24(1): 133 – 136.  
(YAN Bingyong, TIAN Zuohua, SHI Songjiao. Fault diagnosis for nonlinear time-delay systems based on fault tracking approximator [J]. *Control and Decision*, 2009, 24(1): 133 – 136.)
- [18] 高林, 刘喜梅, 顾幸生. 一种新的基于迭代学习的故障检测和估计算法 [J]. 控制与决策, 2010, 25(8): 1173 – 1177.  
(GAO Lin, LIU Ximei, GU Xingsheng. New fault detection and estimation algorithm based on iterative learning [J]. *Control and Decision*, 2010, 25(8): 1173 – 1177.)

#### 作者简介:

曹伟 (1977–), 男, 博士研究生, 目前研究方向为先进控制理论与应用, E-mail: yiyuqq@yahoo.cn;

孙明 (1979–), 男, 讲师, 博士, 硕士生导师, 目前研究方向为智能优化与控制, E-mail: snogisunming@yahoo.com.cn.