

时滞离散系统的非线性准滑模鲁棒控制

高存臣, 刘振[†], 任启峰

(中国海洋大学 数学科学学院, 山东 青岛 266100)

摘要: 针对一类变时滞离散系统, 基于一种新型的非线性时变准滑模面设计方案, 研究了系统的鲁棒滑模控制问题. 首先, 给出了该种非线性切换函数的一般形式, 该类准滑模面具有时变的特征, 且能够动态地改善系统的运动品质. 利用自由权矩阵与线性矩阵不等式技术, 给出了该类时滞离散系统非线性准滑模面的设计方法, 并得到了稳定的非线性准滑模面存在的充分条件; 其次, 基于一种改进的离散趋近律方法, 设计了相应的准滑模控制器, 以保证系统的状态在有限时间内到达准滑模, 从而将此类非线性系统的滑模变结构控制的分析与综合问题推广到了时滞非线性系统. 最后, 仿真结果表明, 在本文所设计的准滑模面与准滑模变结构控制器的作用下, 系统的状态是稳定的, 且具有响应速度快、超调量小、调节时间较小等优点, 从而说明了本文所设计方法的有效性.

关键词: 非线性准滑模面; 准滑模变结构控制; 离散时间系统; 时滞; 线性矩阵不等式

中图分类号: TP273 **文献标识码:** A

Nonlinear quasi-sliding-mode robust control for discrete-time systems with time-delay

GAO Cun-chen, LIU Zhen[†], REN Qi-feng

(School of Mathematical Sciences, Ocean University of China, Qingdao Shandong 266100, China)

Abstract: The robust sliding mode control is investigated for a class of discrete-time systems with time-varying delay, which is based on a novel nonlinear time-varying quasi-sliding surface design scheme. Firstly, the general form of the nonlinear switching function with time-varying feature is given, which can dynamically improve the quality of its motion. By using the free weighting matrix and linear matrix inequality technique, we propose a design method for the nonlinear quasi-sliding surface, and obtain a sufficient condition of asymptotical stability for the nonlinear sliding motion. Secondly, the quasi-sliding mode controller is designed based on the improved discrete reaching law to ensure the state of the system for reaching the quasi-sliding mode in a finite time. Thus, the quasi-sliding-mode variable-structure control (VSC) for such nonlinear system is extended to the nonlinear control with time-delay. Simulation validates that the dynamic behavior of the system is stable with rapid response, low overshoot, less settling time, when employing the proposed quasi-sliding surface and quasi-sliding mode VSC.

Key words: nonlinear quasi-sliding surface; quasi-sliding mode VSC; discrete-time systems; time-delay; linear matrix inequality (LMI)

1 引言(Introduction)

随着计算机技术的飞速发展和工业自动化等领域实际需要, 离散控制系统的分析与设计已经成为控制理论的一个重要组成部分, 并已经有了许多重要的研究成果^[1-3].

系统的稳定是一切控制系统能够正常运行的前提. 在控制系统的实际运行过程中, 通常将系统的快速响应及小的超调量或无超调量、调节时间小等作为系统稳定运行的最重要的设计指标. 然而, 在许多实际应用中, 系统的快速响应往往会引起系统超调量的过大, 因而很大程度上影响了系统的稳态性能, 这一现象是工程领域中所不期望的. 因此, 对于工程

技术人员来说, 如何选择合适的控制器算法以及如何让离散控制系统在既能够保证快速响应的同时, 又不对系统产生较大的超调量, 且尽可能地减小系统抖振等, 是其重要的实际工程问题.

近年来, 滑模变结构控制由于具有算法简单、响应快速、鲁棒性好、易于工程实现等优点, 受到了控制界及工程技术领域工作者的广泛关注^[2,4-8], 无疑是一种行之有效的控制方法. 对于滑模变结构控制的分析(系统的性质)与综合问题(即切换面的设计和滑模控制器的设计), 以及抖振的削弱问题等, 科研工作者已经取得了许多研究成果^[2,9-13]. 其中, 文献^[9-11]都是在高为炳提出的离散趋近律方法的基

基础上,给出相应改进的趋近律方法设计控制器,以达到削弱系统的控制切换所带来的高频抖振,从而实现理想的控制效果;文献[12]研究了多输入多输出离散系统的鲁棒自适应滑模跟踪控制,设计了跟踪控制器,并得到了有效的控制效果;文献[13]基于滑模面预测模型给出系统的控制器设计,利用给定的滑模面逼近给定的理想滑模面,并结合反馈控制器校正及滚动优化算法,导出了系统滑模控制器比较合理的设计方案。

另外,在航空航天、过程控制、网络控制等实际系统中,由于信号传输及计算时间延迟,时滞现象普遍存在。时滞的存在严重降低了系统的性能,甚至使系统不稳定。因此,对于具有时滞的离散系统的分析与综合问题研究成为世界众多学者普遍关注的难点和热点课题之一,从而也使得对于带有时滞(包括状态时滞和控制时滞)的离散系统的滑模变结构控制的分析与设计引起广泛的兴趣,并取得了一些研究成果^[14-20]。

然而,以上大多数研究成果对于滑模面的设计大都是选取传统的线性滑模切换函数,由于采用的是固定的线性滑模面,滑动模态运动是渐近稳定的,其收敛速度由设定的滑模面参数来确定,但不可调。因此,如何改进现有的线性滑模面设计方法,设计自适应滑模变结构控制器,在保持滑模变结构控制强鲁棒性的前提下,以较快的速度实现系统状态变量在滑动模上作滑动运动,同时减小系统的超调量等,已经引起了广泛的重视,并取得了一些研究成果^[21-23]。文献[21]以二阶系统为研究对象,提出一种具有非线性连续时变滑模面的变结构控制器设计方法,并得到了较为理想的控制效果,但是给出的非线性滑模函数不具一般性,因此也就增加了选取滑模面的保守性;文献[22-23]提出了一类新型的非线性时变滑模面设计方案,且具有一般性,较前者更容易选取,并很好地实现了系统的稳定性能。但是,以上成果均未考虑系统的状态含有时滞的情形,且对此至今为止尚未见到相关报道。于是,对具有可变参数的非线性滑模面的时滞离散系统变结构控制的研究更具有理论与实际意义。

本文在文献[22-23]提出的非线性滑模面基础上,将系统的滑模控制分析与综合问题推广到时滞离散系统,首先利用自由权矩阵方法与线性矩阵不等式技术,给出了该类时滞离散系统准滑模面的设计方法,并得到了稳定的非线性准滑动模面存在的充分条件;其次,基于一种改进的离散趋近律方法,给出了相应的准滑模变结构控制器的设计方案,从而将此类非线性系统的滑模变结构控制的分析与综合问题推广到了时滞非线性系统中。最后,仿真结果说明了本文所提出方法的可行性与有效性。

2 问题的描述(Description of the problem)

考虑如下的时滞离散系统:

$$\begin{cases} \mathbf{x}(k+1) = A\mathbf{x}(k) + A_d\mathbf{x}(k-\tau_k) + \\ \quad B\mathbf{u}(k) + \mathbf{w}(k), \\ \mathbf{x}(k) = \boldsymbol{\psi}(k), k = -\tau_M, \dots, 0, \\ \mathbf{y}(k) = C\mathbf{x}(k), \end{cases} \quad (1)$$

其中: $\mathbf{x}(k) \in \mathbb{R}^n$ 为系统的状态向量, $\mathbf{u}(k) \in \mathbb{R}^m$ 为系统的控制输入向量, $\mathbf{y}(k) \in \mathbb{R}^p$ 为系统的输出向量; A, A_d, B, C 均为已知的满足适当维数的实矩阵, τ_k 为变时滞项, $\mathbf{w}(k)$ 为系统的非线性项或外部扰动。

为文中需要,本文作如下的一些假设:

A1) 矩阵对 (A, B) 可控,且控制矩阵 B 为列满秩。

A2) 系统的初始条件 $\boldsymbol{\psi}(k)$ 取值在某容许范围内: $\boldsymbol{\psi}_m \leq \boldsymbol{\psi}(k) \leq \boldsymbol{\psi}_M$, 以保证系统的输出值在 0 时刻之前近似等于 $\mathbf{y}(0)$ 。事实上,这一假设是符合实际的。

A3) 变时滞项 τ_k 是单调不增且有界的,即满足不等式组: $0 \leq \tau_m \leq \tau_k \leq \tau_M, \tau_{k+1} \leq \tau_k$, 其中: 常数 $\tau_m \in \mathbb{Z}, \tau_M \in \mathbb{Z}$ 。

A4) $\mathbf{w}(k)$ 满足匹配条件,即 $\mathbf{w}(k) = B\mathbf{f}(k)$, 且满足 $\mathbf{f}_m \leq \mathbf{f}(k) \leq \mathbf{f}_M$ 。

为了设计系统(1)的准滑模面,首先将系统(1)转化为正则型。为此,引入如下的坐标变换 $\mathbf{z}(k) = T_r\mathbf{x}(k)$ 。其中

$$T_r = \begin{bmatrix} B^\perp \\ (B^T B)^{-1} B^T \end{bmatrix}, \quad (2)$$

则有

$$\begin{cases} \mathbf{z}_1(k+1) = A_{11}\mathbf{z}_1(k) + A_{12}\mathbf{z}_2(k) + A_{d11} \cdot \\ \quad \mathbf{z}_1(k-\tau_k) + A_{d12}\mathbf{z}_2(k-\tau_k), \\ \mathbf{z}_2(k+1) = A_{21}\mathbf{z}_1(k) + A_{22}\mathbf{z}_2(k) + A_{d21} \cdot \\ \quad \mathbf{z}_1(k-\tau_k) + A_{d22}\mathbf{z}_2(k-\tau_k) + \\ \quad \mathbf{u}(k) + \mathbf{f}(k), \\ \mathbf{z}_1(k) = \boldsymbol{\phi}_1(k), \mathbf{z}_2(k) = \boldsymbol{\phi}_2(k), k = -\tau_M, \dots, 0, \\ \mathbf{y}(k) = \hat{C}\mathbf{z}(k), \end{cases} \quad (3)$$

其中:

$$\begin{aligned} \mathbf{z}_1(k) &\in \mathbb{R}^{n-m}, \mathbf{z}_2(k) \in \mathbb{R}^m, \\ A_{11} &= B^{\perp T} A B^\perp, A_{12} = B^{\perp T} A B, \\ A_{21} &= \tilde{B} A B^\perp, A_{22} = \tilde{B} A B, \\ A_{d11} &= B^{\perp T} A_d B^\perp, A_{d12} = B^{\perp T} A_d B, \\ A_{d21} &= \tilde{B} A_d B^\perp, A_{d22} = \tilde{B} A_d B, \\ \boldsymbol{\phi}_1(k) &= B^{\perp T} \boldsymbol{\psi}(k), \boldsymbol{\phi}_2(k) = \tilde{B} \boldsymbol{\psi}(k). \end{aligned}$$

这里, $\tilde{B} = (B^T B)^{-1} B^T$, B^\perp 为矩阵 B 的正交补,即矩阵 B^\perp 的各列向量构成 B^T 的核空间的基。

2.1 准滑模面的设计(Design of the quasi-sliding surface)

2.1.1 传统的线性准滑模面设计(Design of the traditional quasi-sliding surface)

在传统的线性准滑模面设计中^[2], 通常选取如下的线性切换函数:

$$s(k) = Cx(k) = C_1x_1(k) + C_2x_2(k), \quad (4)$$

式中 $C = [C_1 \ C_2]^T$ 为系统的切换函数的状态增益, 在对系统的准滑模面设计中, C 的取值决定了准滑模面的一切动态特性, 如状态在准滑模上的收敛速度(稳定度)等.

2.1.2 非线性时变准滑模面的设计(Design of the nonlinear time-varying quasi-sliding surface)

首先, 给出如下非线性切换函数:

$$\begin{aligned} \sigma(z(k), k) = S(k)z(k) = \\ [S_1(k) \ S_2(k)] \begin{bmatrix} z_1(k) \\ z_2(k) \end{bmatrix} = \\ [F - \Psi(y(k), r)A_{12}^T \ I_m] \begin{bmatrix} z_1(k) \\ z_2(k) \end{bmatrix}, \end{aligned} \quad (5)$$

其中: $F \in \mathbb{R}^{m \times n}$, $\sigma(z, k) = (\sigma_1(z, k), \dots, \sigma_m(z, k))^T$, $\Psi(y, r) = \text{diag}\{\Psi(y, r)_1, \dots, \Psi(y, r)_m\}$ 表示非线性项.

注 1 当输出值 $y(k)$ 达到预先设定值 r 时, 非线性函数 $\Psi(y(k), r)$ 用于改变闭环系统的阻尼比. 如文献[22]所述, 非线性函数 $\Psi(y(k), r)$ 的选取应使得 Ψ_i 从 0 或充分小的数按其本身的非线性性质到达 β_i 或趋于 β_i , 而此函数中非线性项的加入, 主要目的是在系统的输出值到达预先给定值的过程中, 非线性函数 $\Psi(y(k), r)_i$ 的值逐渐增大, 增加对控制输入的有效值, 以求获得良好的控制效果. $\Psi(y(k), r)$ 的选择通常可以是如下的对角型矩阵, 即

$$\Psi(y(k), r) = \begin{bmatrix} \Psi(y(k), r)_1 & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & \Psi(y(k), r)_m \end{bmatrix},$$

其中:

$$\begin{cases} \Psi(y(k), r)_i = \\ \beta_i \frac{||y(k-1)_i - r(k)_i||^{\mu_i} - |y(0)_i - r(k)_i|^{\mu_i}|}{|y(0)_i - r(k)_i|^{\mu_i}}, \\ \beta_i > 0, \ i = 1, \dots, m. \end{cases} \quad (6)$$

式(6)中: $r(k)_i$ 是一个预先给定的参考信号, β_i 为一调节参数, 用于决定最终闭环系统的阻尼比, μ_i 用于决定闭环系统阻尼比变化的速率. 在该非线性项中, 每一个函数 $\Psi(y(k), r)_i$ 均随着输出跟踪参考信号 $r(k)_i$ 而从 0 到 β_i 变化. 显然, 非线性函数 $\Psi(y(k), r)$ 是随着 $y-r$ 的值变化而变化. 在此, 记 $\beta = \max_{1 \leq i \leq m} \beta(i)$.

注 2 非线性函数 $\Psi(y(k), r)$ 的选取并不唯一, 满足上述性质的任何函数均可作为备选的非线性函数. 因此, 该

非线性切换函数具有一定的一般性.

注 3 显然, 本文提出的非线性时变切换函数是由线性项和非线性项两部分组成, 若切换函数(4)不含有非线性项 $-\Psi(y(k), r)A_{12}^T$, 则该切换函数即为传统的线性切换函数.

于是, 在准滑动模面 $\sigma(z(k), k) = 0$ 上, 有

$$z_2(k) = -[F - \Psi(y(k), r)A_{12}^T]z_1(k),$$

将其代入式(3), 可得理想准滑模方程为

$$\begin{aligned} z_1(k+1) = \\ [A_{11} - A_{12}(F - \Psi(y(k), r)A_{12}^T)]z_1(k) + \\ [A_{d11} - A_{d12}(F - \Psi(y(k - \tau_k), r)A_{12}^T)] \cdot \\ z_1(k - \tau_k) = \Phi z_1(k) + \Phi_d z_1(k - \tau_k), \end{aligned} \quad (7)$$

这里: $\Phi = A_{11} - A_{12}[F - \Psi(y(k), r)A_{12}^T]$, $\Phi_d = A_{d11} - A_{d12}[F - \Psi(y(k - \tau_k), r)A_{12}^T]$.

3 主要结果(Main results)

为了得到相关结果, 首先介绍将会用到的引理:

引理 1^[24] Schur 补引理. 设对称矩阵 $F = F^T$ 的分块表示为 $F = \begin{bmatrix} A & B^T \\ B & C \end{bmatrix}$. 这里: $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $B \in \mathbb{R}^{m \times n}$, $C \in \mathbb{R}^{m \times m}$, 则这两个条件是等价的: 1) $F < 0$; 2) $C < 0, A - B^T C^{-1} B < 0$.

引理 2^[25] 设 U, V, W, M 为适当维数的实矩阵, 且 $M = M^T$, 不等式 $M + UVW + W^T V^T U^T < 0$ 对任意满足 $V^T V \leq I$ 的 V 都成立, 当且仅当存在一个标量 $\varepsilon > 0$ 使得 $M + \varepsilon^{-1} U U^T + \varepsilon W^T W < 0$.

3.1 理想准滑动模的稳定性(Stability of the ideal quasi-sliding mode)

定理 1 对于给定的整数 $\tau_m, \tau_M (\tau_m < \tau_M)$ 及标量 $\beta, \alpha_i (i = 1, \dots, 5)$. 如果存在标量 $\varepsilon_j (j = 1, 2)$ 适当维数的正定矩阵 P_1, P_2, Q_1, Q_2, R, S 以及矩阵 H, K, L, M, N , 使得如下线性矩阵不等式成立:

$$\begin{bmatrix} \hat{\Sigma} + \varepsilon_1 \gamma U U^T + \varepsilon_2 U_d U_d^T & W^T & W_d^T \\ * & -\varepsilon_1 I & 0 \\ * & * & -\varepsilon_2 I \end{bmatrix} < 0, \quad (8)$$

则系统(7)是渐近稳定的, 即理想准滑模对系统的状态具有有限时间可达性与滑动性且该滑动是渐近稳定的. 这里 * 表示矩阵的对称项. 其中: $\gamma = \beta^2$,

$$\begin{aligned} \hat{\Sigma} = & \begin{bmatrix} \hat{\Theta} + \text{sym}\{\hat{\Gamma}_L + \hat{\Gamma}_M + \hat{\Gamma}_N\} & \sqrt{\tau_M} \hat{\Lambda} \\ * & -\hat{R} \end{bmatrix}, \\ \hat{\Theta} = & \begin{bmatrix} \hat{P}_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ * & \hat{\Theta}_2 & 0 & 0 & 0 \\ * & * & -\hat{Q}_1 - \hat{S} & 0 & 0 \\ * & * & * & \hat{\Theta}_4 & -\hat{P}_2 \\ * & * & * & * & \hat{P}_2 - \hat{Q}_2 \end{bmatrix}, \quad L = \begin{bmatrix} L_1 \\ L_2 \\ L_3 \\ L_4 \\ L_5 \end{bmatrix}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} N &= [N_1 \ N_2 \ N_3 \ N_4 \ N_5]^T, \hat{\Theta}_4 = \hat{P}_2 + \hat{Q}_2 + \tau_M \hat{R}, \\ \hat{\Theta}_2 &= -\hat{P}_1 + \hat{Q}_1 + (\tau_M - \tau_m + 1)\hat{S}, \\ F &= K\hat{H}, M = [M_1 \ M_2 \ M_3 \ M_4 \ M_5]^T, \\ \hat{\Gamma}_N &= [0 \ \hat{N} \ -\hat{N} \ 0 \ 0], \hat{\Gamma}_L = [\hat{L} \ -\hat{L} \ 0 \ -\hat{L} \ 0], \\ \hat{A} &= [0 \ 0 \ 0 \ -\hat{P}_2 \ \hat{P}_2]^T + \hat{N}, \end{aligned}$$

$$\hat{\Gamma}_M = \begin{bmatrix} \alpha_1 H^T & \alpha_1 (A_{12}K - A_{11}H^T) \\ \alpha_2 H^T & \alpha_2 (A_{12}K - A_{11}H^T) \\ \alpha_3 H^T & \alpha_3 (A_{12}K - A_{11}H^T) \\ \alpha_4 H^T & \alpha_4 (A_{12}K - A_{11}H^T) \\ \alpha_5 H^T & \alpha_5 (A_{12}K - A_{11}H^T) \\ \alpha_1 (A_{d12}K - A_{d11}H^T) & 0 \ 0 \\ \alpha_2 (A_{d12}K - A_{d11}H^T) & 0 \ 0 \\ \alpha_3 (A_{d12}K - A_{d11}H^T) & 0 \ 0 \\ \alpha_4 (A_{d12}K - A_{d11}H^T) & 0 \ 0 \\ \alpha_5 (A_{d12}K - A_{d11}H^T) & 0 \ 0 \end{bmatrix}.$$

证 首先, 记 $\delta(k) = z_1(k+1) - z_1(k)$. 选取如下 Lyapunov 函数^[3]:

$$V(z_1, k) = V_1(z_1, k) + V_2(z_1, k) + V_3(z_1, k) + V_4(z_1, k),$$

其中:

$$V_1(z_1, k) = z_1(k)^T P_1 z_1(k) + \sum_{i=k-\tau_k}^{k-1} \delta^T(i) P_2 \sum_{i=k-\tau_k}^{k-1} \delta(i),$$

$$V_2(z_1, k) = \sum_{i=k-\tau_k}^{k-1} z_1^T(i) Q_1 z_1(k) + \sum_{i=k-\tau_k}^{k-1} \delta^T(i) Q_2 \delta(i),$$

$$V_3(z_1, k) = \sum_{i=-\tau_k}^{-1} \sum_{j=k+i}^{k-1} \delta^T(j) R \delta(j),$$

$$V_4(z_1, k) = \sum_{i=-\tau_M}^{-\tau_m} \sum_{j=k+i}^{k-1} z_1^T(j) S z_1(j),$$

为了下面讨论方便, 将 $V_i(z_1, k)$ 简记为 $V_i, i = 1, \dots, 4$; 将矩阵 $A + A^T$ 简记为 $\text{sym}\{A\}$. 于是,

$$\begin{aligned} \Delta V_1 &\leq z_1(k+1)^T P_1 z_1(k+1) + \delta^T(k) P_2 \delta(k) + \\ &2\delta^T(k) P_2 \sum_{i=k-\tau_k}^{k-1} \delta(i) + \delta^T(k-\tau_k) P_2 \cdot \\ &\delta(k-\tau_k) - z_1(k)^T P_1 z_1(k) - 2\delta^T(k) P_2 \cdot \\ &\delta(k-\tau_k) - 2\delta^T(k-\tau_k) P_2 \sum_{i=k-\tau_k}^{k-1} \delta(i), \\ \Delta V_2 &\leq z_1^T(k) Q_1 z_1(k) + \delta^T(k) Q_2 \delta(k) - z_1^T(k-\tau_k) \cdot \\ &Q_1 z_1(k-\tau_k) - \delta^T(k-\tau_k) Q_2 \delta(k-\tau_k), \\ \Delta V_3 &\leq \tau_M \delta^T(k) R \delta(k) - \sum_{i=k-\tau_k}^{k-1} \delta^T(i) R \delta(i), \\ \Delta V_4 &\leq (\tau_M - \tau_m + 1) z_1^T(k) S z_1(k) - z_1^T(k-\tau_k) \cdot \\ &S z_1(k-\tau_k), \end{aligned}$$

其次, 记 $\xi(k) = (z_1(k+1), z_1(k), z_1(k-\tau_k), \delta(k), \delta(k-\tau_k))^T$, 并注意到以下的等式成立:

$$2\xi^T(k)L[z_1(k+1) - z_1(k) - \delta(k)] = 0, \quad (9)$$

$$2\xi^T(k)M[z_1(k+1) - \Phi z_1(k) - \Phi_d z_1(k-\tau_k)] = 0, \quad (10)$$

$$2\xi^T(k)N[z_1(k) - z_1(k-\tau_k) - \sum_{i=k-\tau_k}^{k-1} \delta(i)] = 0. \quad (11)$$

再结合式(9)–(11)的左端, 可得

$$\begin{aligned} \Delta V &\leq \xi^T(k)[\Theta + \text{sym}\{\Gamma_L + \Gamma_M + \Gamma_N\}]\xi(k) + \\ &\sum_{i=k-\tau_k}^{k-1} \xi^T(k)\Lambda R^{-1}\Lambda^T \xi(k) - \sum_{i=k-\tau_k}^{k-1} [\xi^T(k)\Lambda + \\ &\delta^T(i)R]R^{-1}[\Lambda^T \xi(k) + R\delta(i)] \leq \\ &\xi^T(k)[\Theta + \text{sym}\{\Gamma_L + \Gamma_M + \Gamma_N\} + \\ &\tau_M \Lambda R^{-1}\Lambda^T]\xi(k), \end{aligned}$$

这里:

$$\Theta = \begin{bmatrix} P_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ * & \Theta_2 & 0 & 0 & 0 \\ * & * - Q_1 - T & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & \Theta_4 & -P_2 \\ * & * & * & * & P_2 - Q_2 \end{bmatrix},$$

$$\Lambda = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ -P_2 \\ P_2 \end{bmatrix} + N, \Theta_2 = -P_1 + Q_1 + (\tau_M - \tau_m + 1)S,$$

$$\Theta_4 = P_2 + Q_2 + \tau_M R, \Gamma_M = [M \ -M\Phi \ -M\Phi_d \ 0 \ 0],$$

$$\Gamma_L = [L \ -L \ 0 \ -L \ 0], \Gamma_N = [0 \ N \ -N \ 0 \ 0].$$

至此, 根据 Lyapunov 稳定性理论并结合引理1可知, 若

$$\Sigma = \begin{bmatrix} \Theta + \text{sym}\{\Gamma_L + \Gamma_M + \Gamma_N\} & \sqrt{\tau_M}\Lambda \\ * & -R \end{bmatrix} < 0, \quad (12)$$

则系统(7)是渐近稳定的. 此时, 注意到不等式(12)左端中非线性函数 Ψ 的存在, 同时为了得到理想准滑模面的参数 F 等, 令 $M_i = \alpha_i H^{-1}, i = 1, \dots, 5$. 现对式(12)两端先同时左乘 $\text{diag}\{H, H, H, H, H, H\}$, 再同时右乘 $\text{diag}\{H^T, H^T, H^T, H^T, H^T, H^T\}$. 于是, 可得

$$\begin{aligned} &\left[\hat{\Theta} + \text{sym}\{\hat{\Gamma}_L + \hat{\Gamma}_M + \hat{\Gamma}_N\} \quad \sqrt{\tau_M}\hat{\Lambda} \right] + \text{sym}\left\{U \frac{1}{\beta} \cdot \right. \\ &\quad \left. * \quad \quad \quad - \hat{R} \right\} \\ &\Psi(y(k), r)\beta W + U_d \frac{1}{\beta} \Psi(y(k-\tau_k), r)\beta W_d < 0, \end{aligned} \quad (13)$$

这里:

$$\hat{P}_j = H P_j H^T, \hat{Q}_j = H Q_j H^T, j = 1, 2, \hat{R} = H R H^T,$$

$$\begin{aligned} \hat{S} &= HSH^T, \hat{L} = HLH^T, \hat{N} = HNH^T, \\ U &= [\alpha_1 A_{12}^T \ \alpha_2 A_{12}^T \ \alpha_3 A_{12}^T \ \alpha_4 A_{12}^T \ \alpha_5 A_{12}^T \ 0]^T, \\ U_d &= [\alpha_1 A_{d12}^T \ \alpha_2 A_{d12}^T \ \alpha_3 A_{d12}^T \ \alpha_4 A_{d12}^T \ \alpha_5 A_{d12}^T \ 0]^T, \\ W &= [0 \ -A_{12}^T H^T \ 0 \ 0 \ 0 \ 0], \\ W_d &= [0 \ 0 \ -A_{12}^T H^T \ 0 \ 0 \ 0], \end{aligned}$$

并记 $\hat{H} = H^{-T}$. 再者, 由A3)及非线性函数 $\Psi(\mathbf{y}, \mathbf{r})$ 的性质可知

$$\left(\frac{1}{\beta} \Psi(\mathbf{y}(k), \mathbf{r})\right)^T \left(\frac{1}{\beta} \Psi(\mathbf{y}(k), \mathbf{r})\right) \leq I. \quad (14)$$

利用式(13)-(14), 并两次结合引理2可得

$$\begin{aligned} \hat{S} + \varepsilon_1 \beta U \cdot \beta U^T + \varepsilon_1^{-1} W^T W + \\ \varepsilon_2 \beta U_d \cdot \beta U_d^T + \varepsilon_2^{-1} W_d^T W_d < 0. \end{aligned} \quad (15)$$

最后, 利用引理1可知, 上式等价于式(8). 证毕.

注 4 通过引入一些适当维数的自由权矩阵, 且只需通过MATLAB中的LMI-TOOLBOX, 即可得相应的最优解, 降低了系统渐近稳定条件的保守性.

注 5 矩阵 H 为非奇异的. 不妨取 $L = 0$, 由式(8)以及负定矩阵的性质可知 $\hat{P}_1 + \varepsilon_1 \gamma \alpha_1^2 A_{12} A_{12}^T + \varepsilon_2 \gamma \alpha_1^2 A_{d12} A_{d12}^T + \alpha_1 (H + H^T) < 0$. 事实上, 若假定 H 奇异, 则 $\alpha_1 (H + H^T) < 0$, 从而 H 为非奇异矩阵, 自相矛盾.

注 6 定理1给出了变时滞离散系统理想准滑动模运动的渐近稳定性条件, 且只与变时滞项的上下界之差有关; 而对于传统的线性准滑模面作用下的变时滞离散系统, 亦可由上述给出其状态在理想准滑模面上渐近稳定的一个充分条件.

推论 1 对于给定的整数 $\tau_m, \tau_M (\tau_m < \tau_M)$ 及标量 $\alpha_i, i = 1, \dots, 5$. 如果存在适当维数的正定矩阵 P_1, P_2, Q_1, Q_2, R, S 以及矩阵 H, K, L, N , 使得线性矩阵不等式: $\hat{S} < 0$ 成立, 则在线性准滑模面作用下的理想准滑模对系统的状态具有有限时间可达性与滑动性, 且该滑动是渐近稳定的.

证 由定理1的证明过程容易得出. 其中, 相应的记号见定理1, 故略去.

对于常时滞的系统, 亦可给出其状态在理想准滑模面上是渐近稳定的一个推论.

考虑常时滞离散控制系统

$$\mathbf{x}(k+1) = A\mathbf{x}(k) + A_d \mathbf{x}(k-\tau) + B\mathbf{u}(k) + \mathbf{w}(k), \quad (16)$$

其中 τ 为已知的正整数. 于是, 由上述正则型变换可知, 其相应的理想准滑动模方程为

$$\begin{aligned} \mathbf{z}_1(k+1) &= [A_{11} - A_{12}(F - \Psi(\mathbf{y}(k), \mathbf{r})A_{12}^T)] \mathbf{z}_1(k) + \\ & \quad [A_{d11} - A_{d12}(F - \Psi(\mathbf{y}(k-\tau), \mathbf{r})A_{12}^T)] \cdot \\ & \quad \mathbf{z}_1(k-\tau), \end{aligned} \quad (17)$$

推论 2 对于给定的整常数 τ 及标量 $\beta, \alpha_i (i = 1, \dots, 5)$. 如果存在标量 $\lambda_j, j = 1, 2$, 适当维数的正定矩阵 P_1, P_2, Q_1, Q_2, R, S 以及矩阵 H, K, L, N , 使得如下线性矩阵不等式成立:

$$\begin{bmatrix} \Xi + \lambda_1 \gamma U U^T + \lambda_2 \gamma U_d U_d^T & W^T & W_d^T \\ * & -\lambda_1 I & 0 \\ * & * & -\lambda_2 I \end{bmatrix} < 0, \quad (18)$$

其中:

$$\Xi = \begin{bmatrix} \Pi + \text{sym}\{\hat{I}_L + \hat{I}_M + \hat{I}_N\} & \sqrt{\tau_M} \hat{A} \\ * & -\hat{R} \end{bmatrix},$$

$$\Pi = \begin{bmatrix} \hat{P}_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ * & \Pi_2 & 0 & 0 & 0 \\ * & * & -\hat{Q}_1 - \hat{S} & 0 & 0 \\ * & * & * & \Pi_4 & -\hat{P}_2 \\ * & * & * & * & \hat{P}_2 - \hat{Q}_2 \end{bmatrix},$$

$$\Pi_2 = -\hat{P}_1 + \hat{Q}_1 + \hat{S}, \quad \Pi_4 = \hat{P}_2 + \hat{Q}_2 + \tau \hat{R},$$

则系统(17)是渐近稳定的, 即常时滞离散系统的状态在准滑模面上是渐近稳定的.

证 选取类似定理1中的Lyapunov函数, 与定理1的推导相类似, 由于篇幅的限制, 这里从略.

同样, 对于传统的线性准滑模面作用下的常时滞离散系统, 亦可得到其状态在理想准滑模面上渐近稳定的一个充分条件.

推论 3 对于给定的整常数 τ 及标量 $\alpha_i (i = 1, \dots, 5)$. 如果存在适当维数的正定矩阵 P_1, P_2, Q_1, Q_2, R, S 以及矩阵 H, K, L, N , 使得线性矩阵不等式 $\Xi < 0$ 成立, 则在线性准滑模面作用下的理想准滑模对系统的状态具有有限时间可达性与滑动性, 且该滑动是渐近稳定的.

证 由推论2的证明过程容易得出. 其中, 相应的记号见前面的叙述, 这里略去.

注 7 系统(1)满足完全匹配条件A4), 可以看出, 所设计的时滞离散系统的理想准滑模面对于外部干扰具有完全的鲁棒性与不变性.

注 8 由文献[2]知, 若能够保证系统的状态在理想准滑模面上渐近地趋于原点, 将保证它在非理想准滑模面上趋向并进入原点的某一较小的邻域内. 因而, 若能设计出准滑模变结构控制器 $\mathbf{u}(k)$, 使得系统(1)从任意初始状态出发的轨线均能于有限时间到达理想准滑模面或准滑模态带, 就能够保证系统的状态渐近地趋向原点或原点的某一较小邻域.

3.2 准滑模变结构控制器的设计(Design of the quasi-sliding mode VSC)

下面将设计准滑模控制器, 以使得系统(1)从任意初始状态出发的轨线均能于有限时间到达理想准

滑模面或准滑模态带. 对系统(1)采用如下改进的离散趋近律方法^[26]:

$$\begin{aligned} \sigma(k+1) - \sigma(k) = \\ -qT_s\sigma(k) - T_s \frac{\|\sigma(k)\|}{2} \text{sgn}(\sigma(k)). \end{aligned}$$

由A4), 外扰 $f(k)$ 未知但有界. 为了方便叙述, 记 $\underline{f} = (\underline{f}_M - \underline{f}_m)/2 = [f_1 \cdots f_m]^T$, $\tilde{f} = (\underline{f}_M + \underline{f}_m)/2$, $\bar{f} = \text{diag}\{f_1, \cdots, f_m\}$. 于是, 得到如下定理:

定理 2 若系统(1)的准滑模变结构控制器为

$$\begin{aligned} u(k) = -\bar{z}(k) - [\tilde{f} + \bar{f}\text{sgn}(\sigma(k))] + \\ (I_m - qT_s)\sigma(k) - T_s \frac{\|\sigma(k)\|}{2} \text{sgn}(\sigma(k)), \end{aligned} \quad (19)$$

则系统(1)可于有限时间内到达准滑模面, 即满足滑模可达性条件与存在这个有限时间 T_{fin} . 其中:

$$\begin{aligned} \bar{z}(k) = S_1(k+1)[A_{11}z_1(k) + A_{12}z_2(k) + A_{d11} \cdot \\ z_1(k - \tau_k) + A_{d12}z_2(k - \tau_k)] + A_{21}z_1(k) + \\ A_{22}z_2(k) + A_{d21}z_1(k - \tau_k) + \\ A_{d22}z_2(k - \tau_k), \end{aligned} \quad (20)$$

T_s 为采样周期, $q = \text{diag}\{q_1, \cdots, q_m\} \in \mathbb{R}^{m \times m}$, 且 I_m 为单位阵, $0 < (1 - q_i T_s) < 1, i = 1, \cdots, m$.

证 将非线性切换函数式(5)代入上述趋近律, 可得 $\sigma(k+1) - \sigma(k) = \bar{z}(k) + f(k) + u(k) - \sigma(k)$, 再将式(19)–(20)代入式中

$$\begin{aligned} \sigma(k+1) - \sigma(k) = f - [\tilde{f} - \bar{f}\text{sgn}(\sigma(k))] - \\ qT_s\sigma(k) - T_s \frac{\|\sigma(k)\|}{2} \text{sgn}(\sigma(k)), \end{aligned}$$

则有

$$\begin{aligned} \sigma(k+1) - \sigma(k) \leq -qT_s\sigma(k) - T_s \frac{\|\sigma(k)\|}{2} \cdot \\ \text{sgn}(\sigma(k)) < 0, \sigma(k) > 0, \\ \sigma(k+1) - \sigma(k) \geq -qT_s\sigma(k) - T_s \frac{\|\sigma(k)\|}{2} \cdot \\ \text{sgn}(\sigma(k)) > 0, \sigma(k) < 0, \end{aligned}$$

即 $\sigma^T(k) \cdot [\sigma(k+1) - \sigma(k)] < 0$ 成立, 亦即滑模到达条件成立.

注 9 根据非线性函数 $\Psi(y(k), r)$ 的构造特点, 这里 $S_1(k+1)$ 可由输出 $y(k)$ 计算而得到.

注 10 利用改进的离散趋近律方法, 并且由于 $\|\sigma(k)\|/2$ 项的加入, 将能快速有效地改善系统的动态品质, 且大大削弱系统滑动运动时的抖振.

注 11 对于常时滞离散系统, 利用上述设计的准滑模控制器亦可以满足准滑模到达条件, 证明过程相同, 这里从略.

注 12 为了更好地防止系统切换时滑模运动产生的抖振^[26], 本文将在下述仿真过程中采用饱和函数 $\text{sat}(\sigma)$ 近

似代替理想准滑动模态中的符号函数 $\text{sgn} \sigma$, 即

$$\text{sat}(\sigma_i) = \begin{cases} 1, & \sigma_i > \Delta_i, \\ \bar{k}_i \sigma_i, & |\sigma_i| \leq \Delta_i, \\ -1, & \sigma_i < -\Delta_i, \end{cases} \quad (21)$$

其中: $\bar{k}_i = 1/\Delta_i, i = 1, \cdots, m$. 显然, 当 $\Delta_i \rightarrow 0$ 时, 有 $\text{sat}(\sigma_i) \rightarrow \text{sgn}(\sigma_i)$. 因此, 这种近似代替是合理的.

4 数值仿真算例(Numerical simulation example)

为了方便说明问题, 这里给出一个三阶常时滞离散控制系统的例子.

1) 系统参数分别为

$$\begin{aligned} A = \begin{bmatrix} 0.5 & -0.4 & -0.4 \\ -0.2 & 0.6 & -0.1 \\ 0.3 & -0.1 & -0.5 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}^T, \\ A_d = \begin{bmatrix} 0.3 & 0.1 & -0.2 \\ -0.2 & 0.4 & 0.3 \\ 0.6 & -0.2 & -0.5 \end{bmatrix}, w(k)_M = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0.04 \end{bmatrix}, \end{aligned}$$

$w(k)_m = [0 \ 0 \ 0]^T$. 为了简便, 假设上述参数均为已经过正则型变换所得到, 这里 $\tau = -1, z_1(k) = [x_1(k) \ x_2(k)]^T, z_2(k) = x_3(k)$, 且选取初始条件为 $\phi_1(k) = [-1.5 \ -5]^T, \phi_2(k) = 10$.

2) 采样周期 $T_s = 1, q = 0.55, \beta = 0.5, r = 0, \mu = 2, \alpha_i = 2, i = 1, \cdots, 5$. 据推论2, 利用MATLAB中LMI-Toolbox, 可得 $\lambda_1 = 8.5163, \lambda_2 = 7.2170$,

$$H = \begin{bmatrix} -7.7000 & -2.4178 \\ -2.4178 & -3.8071 \end{bmatrix}, K = \begin{bmatrix} 6.6274 \\ -2.7899 \end{bmatrix}^T,$$

于是, 可得到理想准滑模面的参数为 $F = [-1.3625 \ 1.5981]$. 从而, 理想准滑模面 $\sigma(k)$ 及滑模变结构控制器 $u(k)$ 便可表示出来.

3) 为了防止控制器作用下给系统带来的高频抖振, 采用带有饱和函数式(21)的控制器, 取 $\Delta = 1.0 \times 10^{-3}$. 最后, 通过仿真可以看出, 在所设计的非线性准滑模面与控制器作用下, 系统的状态响应迅速, 实现了系统的稳定. 仿真结果如图1–2所示.

4) 下面将系统的状态响应在本文设计的非线性准滑模面与传统的准滑模面作用下作比较. 取线性准滑模切换函数 $\sigma(k) = Fz_1(k) + z_2(k)$. 据推论3, 利用MATLAB中LMI-Toolbox, 可得

$$H = \begin{bmatrix} -0.5049 & -0.1504 \\ -0.1504 & -0.2457 \end{bmatrix}, K = \begin{bmatrix} 0.4187 \\ -0.1629 \end{bmatrix}^T,$$

从而本文可以得到理想准滑模面的参数为 $F = [-1.2558 \ 1.4317]$. 于是, 通过仿真对照, 可以看到在本文所设计的非线性准滑模面作用下, 系统具有响应迅速, 超调量小, 且调节时间较小等优点. 各项

参数对照如图3-6所示.

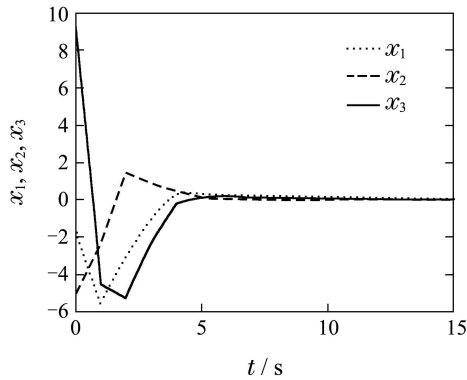


图 1 系统的状态响应曲线

Fig. 1 Response curve of the system state

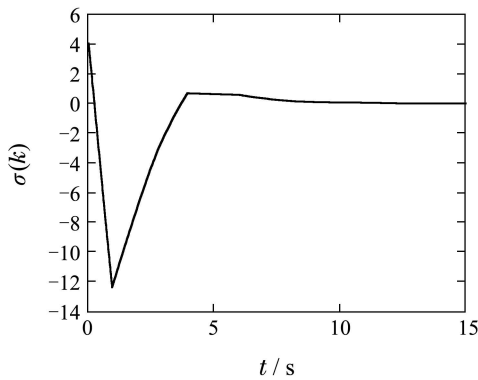


图 2 非线性准滑动模的变化曲线

Fig. 2 Plot of nonlinear quasi-sliding mode with time

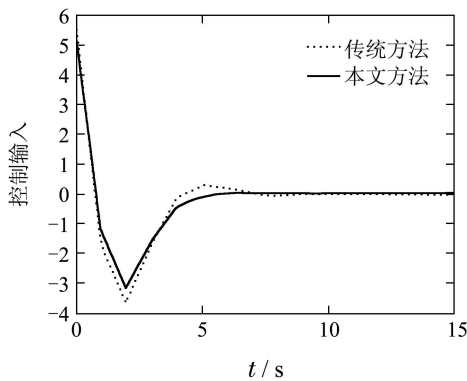


图 3 控制输入的比较图

Fig. 3 Comparison chart of the control input

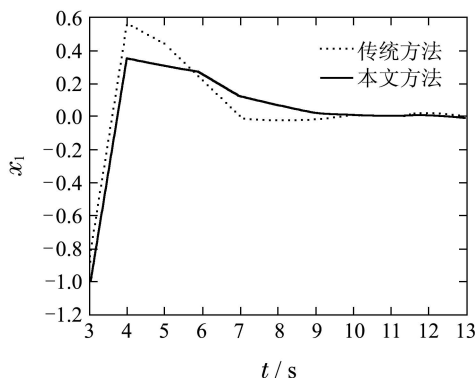


图 4 系统的状态分量 x_1 的局部响应比较图

Fig. 4 Comparison chart of the system state component x_1

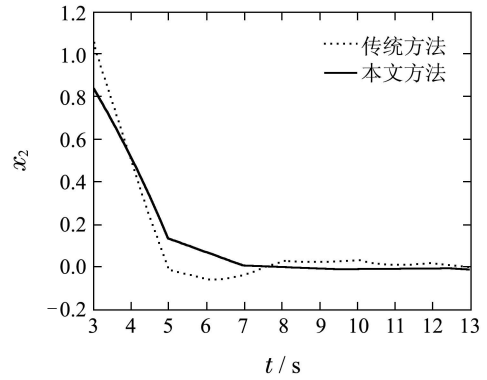


图 5 系统的状态分量 x_2 的局部响应比较图

Fig. 5 Comparison chart of the system state component x_2

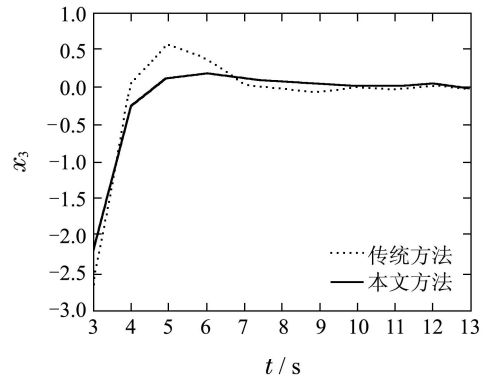


图 6 系统的状态分量 x_3 的局部响应比较图

Fig. 6 Comparison chart of the system state component x_3

较之传统的线性准滑模面, 在本文所给出的非线性准滑模面作用下, 图3表明系统的控制输入超调量小; 图4-6表明系统的状态响应迅速, 超调量小, 调节时间小, 且在趋于稳态的过程中不产生超调.

5 结论(Conclusions)

本文基于一类新型非线性时变准滑模面设计方案, 研究了带有扰动的时滞离散系统的鲁棒滑模控制问题.

首先, 给出了该种非线性滑模切换函数的一般形式, 该类准滑模面具有时变的特征, 且能够动态地改善系统的运动品质, 利用自由权矩阵方法与线性矩阵不等式技术, 给出了该类时滞离散系统准滑模面的设计方法, 并得到了稳定的非线性准滑动模面存在的充分条件.

其次, 基于一种改进的离散趋近律方法, 设计了相应的准滑模变结构控制器, 以保证系统的状态在有限时间内到达准滑模, 从而将此类非线性系统的滑模变结构控制的分析与综合问题推广到了时滞非线性系统中.

最后, 仿真结果表明, 在本文所设计的准滑模面与变结构控制器的作用下, 系统运行是稳定的, 且具有响应速度快、超调量小、调节时间较小等优点, 从而说明了本文所设计方法的有效性.

参考文献(References):

- [1] 王翼. 离散控制系统 [M]. 北京: 科学出版社, 1987.
(WANG Yi. *Discrete Control Systems* [M]. Beijing: Science Press, 1987.)
- [2] 高为炳. 变结构控制的理论及设计方法 [M]. 北京: 科学出版社, 1996.
(GAO Weibing. *The Variable Structure Control Theory and Design Method* [M]. Beijing: Science Press, 1996.)
- [3] JORDAN M A, BUSTAMANTE J L. *Discrete Time Systems* [M]. Rijeka: InTech, 2011.
- [4] 高存臣, 袁付顺, 肖会敏. 时滞变结构控制系统 [M]. 北京: 科学出版社, 2004.
(GAO Cunchen, YUAN Fushun, XIAO Huimin. *Variable Structure Control System with Time-Delay* [M]. Beijing: Science Press, 2004.)
- [5] 苏宏业, 褚健, 鲁仁全, 等. 不确定时滞系统的鲁棒控制理论 [M]. 北京: 科学出版社, 2007: 111 – 113.
(SU Hongye, CHU Jian, LU Renquan, et al. *Robust Control Theory of Uncertain Systems with Time-Delay* [M]. Beijing: Science Press, 2007: 111 – 113.)
- [6] CORRADINI M L, LEO T, ORLANDO G. Experimental testing of a discrete-time sliding mode controller for trajectory tracking of a wheeled mobile robot in the presence of skidding effects [J]. *Journal of Robotic Systems*, 2002, 19(4): 177 – 188.
- [7] HEALEY A J, LIENARD D. Multivariable sliding mode control for autonomous diving and steering of unmanned underwater vehicles [J]. *IEEE Journal of Oceanic Engineering*, 1993, 18(3): 327 – 339.
- [8] NAI O L, CHRISTOPHER E, SARAHK S. On output tracking using dynamic output feedback discrete-time sliding-mode controllers [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2007, 52(10): 1975 – 1981.
- [9] 宋立忠, 陈少昌, 姚琼荃. 多输入不确定系统离散变结构控制设计 [J]. 控制与决策, 2003, 18(4): 468 – 471.
(SONG Lizhong, CHEN Shaoshang, YAO Qionghui. Discrete variable structure control design for multi-input uncertain systems [J]. *Control and Decision*, 2003, 18(4): 468 – 471.)
- [10] 刘云龙, 高存臣, 赵林, 等. 离散变结构基于扰动动态补偿的理想趋近律 [J]. 计算机应用, 2011, 31(7): 2011 – 2014.
(LIU Yunlong, GAO Cunchen, ZHAO Lin, et al. Ideal reaching law based on dynamic disturbance compensator for discrete variable structure control [J]. *Journal of Computer Applications*, 2011, 31(7): 2011 – 2014.)
- [11] 高存臣, 刘云龙, 李云艳. 不确定离散变结构控制系统的趋近律方法 [J]. 控制理论与应用, 2009, 26(7): 781 – 785.
(GAO Cunchen, LIU Yunlong, LI Yunyan. A reaching-law method for uncertain discrete variable structure control systems [J]. *Control Theory & Applications*, 2009, 26(7): 781 – 785.)
- [12] CHEN X K. Adaptive sliding mode control for discrete-time multi-input multi-output systems [J]. *Automatica*, 2006, 42(3): 427 – 435.
- [13] XIAO L F, SU H Y, ZHANG X Y, et al. Variable structure control with sliding mode prediction for discrete-time nonlinear systems [J]. *Journal of Control Theory and Applications*, 2006, 4(2): 140 – 146.
- [14] 张新政, 邓则名, 高存臣. 滞后离散线性定常系统的准滑模变结构控制 [J]. 自动化学报, 2002, 28(4): 625 – 630.
(ZHANG Xinzheng, DENG Zeming, GAO Cunchen. Quasi-sliding mode VSC for discrete linear constant system with time-delay [J]. *Acta Automatica Sinica*, 2002, 28(4): 625 – 630.)
- [15] 郭继峰, 高存臣. 时滞离散广义不确定系统的变结构控制 [J]. 信息与控制, 2005, 35(5): 600 – 607.
(GUO Jifeng, GAO Cunchen. Variable structure control of discrete uncertain singular system with time-delays [J]. *Information and Control*, 2005, 35(5): 600 – 607.)
- [16] CHOU C H, CHENG C C. Design of adaptive variable structure controllers for perturbed time-varying state delay systems [J]. *Journal of the Franklin Institute*, 2001, 338(1): 35 – 46.
- [17] XIA Y Q, ZHU Z, LI C M, et al. Robust adaptive sliding mode control for uncertain discrete-time systems with time delay [J]. *Journal of the Franklin Institute*, 2010, 347(1): 339 – 357.
- [18] 牟丽君, 高存臣, 李娟. 一类受扰时滞离散系统的滑模跟踪控制 [J]. 控制与决策, 2008, 23(8): 874 – 878.
(MU Lijun, GAO Cunchen, LI Juan. Sliding mode tracking control for a kind of discrete-time systems with time-delay and disturbance [J]. *Control and Decision*, 2008, 23(8): 874 – 878.)
- [19] 李文林. 多输入离散不确定时滞系统离散变结构控制设计 [J]. 系统工程与电子技术, 2007, 29(10): 1714 – 1718.
(LI Wenlin. Variable structure control for multi-input discrete uncertain systems with control delay [J]. *Systems Engineering and Electronics*, 2007, 29(10): 1714 – 1718.)
- [20] CHANG P M. Discrete-time sliding mode control for uncertain systems with state and input delays [J]. *International Journal of Systems Science*, 2010, 41(12): 1501 – 1510.
- [21] 李光, 艾志浩, 林国英. 具有非线性时变滑模面的变结构控制系统设计 [J]. 计算技术与自动化, 2007, 26(4): 9 – 12.
(LI Guang, AI Zhihao, LIN Guoying. Design of a variable structure system with a nonlinear time-varying sliding surface [J]. *Computing Technology and Automation*, 2007, 26(4): 9 – 12.)
- [22] BANDYOPADHYAY B, FULWANI D, KIM S K. *Sliding Mode Control Using Novel Sliding Surfaces* [M]. Berlin, Heidelberg: Springer-Verlag, 2009.
- [23] SANJOY M, CHITRALEKHA M. Nonlinear sliding surface based second order sliding mode controller for uncertain linear systems [J]. *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*, 2011, 16(9): 3760 – 3769.
- [24] BOYD L, GHAOUIL E, FERON E, et al. *Linear Matrix Inequalities in System and Control Theory* [M]. Philadelphia: SIAM, 1994.
- [25] LIEN C H, YU K W, LIN Y F, et al. Exponential convergence rate estimation for uncertain delayed neural networks of neutral type [J]. *Chaos, Solitons & Fractals*, 2009, 40(5): 2491 – 2499.
- [26] 刘金琨. 滑模变结构控制MATLAB仿真 [M]. 北京: 清华大学出版社, 2005.
(LIU Jinkun. *MATLAB Simulation for Sliding Mode Variable Structure Control* [M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2005.)

作者简介:

高存臣 (1956–), 男, 教授, 博士生导师, 目前研究方向为时滞系统的稳定与镇定、变结构控制在海洋信息探测与处理中的应用、智能控制等, E-mail: ccgao@mail.ouc.edu.cn;

刘振 (1987–), 男, 硕士研究生, 目前研究方向为时滞系统的稳定与镇定、滑模变结构控制等, E-mail: liuzhen8788@163.com;

任启峰 (1980–), 男, 博士, 讲师, 目前研究方向为鲁棒控制、滑模变结构控制等, E-mail: renqifeng@yeah.net.