

## 测量数据丢失的一类非线性系统迭代学习控制

卜旭辉<sup>1,2</sup>, 余发山<sup>1,2</sup>, 侯忠生<sup>3</sup>, 王福忠<sup>1</sup>

(1. 河南理工大学 电气工程与自动化学院, 河南 焦作 454000; 2. 河南省高等学校控制工程重点学科开放实验室, 河南 焦作 454000;  
3. 北京交通大学 电子信息工程学院, 北京 100044)

**摘要:** 迭代学习控制方法应用于网络控制系统时, 由于通信网络的约束导致数据包丢失现象经常发生. 针对存在输出测量数据丢失的一类非线性系统, 研究P型迭代学习控制算法的收敛性问题, 将数据丢失描述为一个概率已知的随机伯努利过程, 在此基础上给出P型迭代学习控制算法的收敛条件, 理论上证明了算法的收敛性, 并通过仿真验证理论结果. 研究表明, 当非线性系统存在输出测量数据丢失时, 迭代学习控制算法仍然可以保证跟踪误差的收敛性.

**关键词:** 迭代学习控制; 非线性系统; 网络控制系统; 数据丢失

**中图分类号:** TP273      **文献标识码:** A

## Iterative learning control for a class of nonlinear systems with measurement dropouts

BU Xu-hui<sup>1,2</sup>, YU Fa-shan<sup>1,2</sup>, HOU Zhong-sheng<sup>3</sup>, WANG Fu-zhong<sup>1</sup>

(1. School of Electrical Engineering and Automation, Henan Polytechnic University, Jiaozuo Henan 454000, China;  
2. Henan Provincial Open Lab of High School for Control Engineering Key Discipline, Jiaozuo Henan 454000, China;  
3. School of Electronics and Information Engineering, Beijing Jiaotong University, Beijing 100044, China)

**Abstract:** This paper analyzes the stability of the iterative learning control (ILC) applied to a class of nonlinear discrete-time systems with output measurement data dropouts. It is assumed that an ILC scheme is implemented via a networked control loop for the nonlinear system and that the packet dropout occurs due to limitations in network communication. The data dropout is described as a stochastic Bernoulli process with a given probability; on this basis we derive the convergence condition for the P-type ILC algorithm. The theoretical analysis is supported by the simulation of a numerical example; the convergence of ILC can be guaranteed when some output measurements are missing.

**Key words:** iterative learning control; nonlinear system; networked control systems; data dropouts

### 1 引言(Introduction)

迭代学习控制(iterative learning control, ILC)是一种仿人的智能控制方法, 它针对周期性和重复性的控制任务, 通过不断的学习可实现有限时间区间内的完全跟踪<sup>[1]</sup>. 自1984年日本学者Arimoto提出该方法以来, 迭代学习控制的研究一直是国内外的热点问题, 并取得了丰富的理论和应用成果<sup>[2-6]</sup>. 鲁棒性是迭代学习控制的一个重要研究方面, 也是迭代学习控制应用于实际系统时要解决的问题. 由于迭代学习控制算法的理论研究是建立在系统满足严格重复性的条件之上, 而实际系统很难满足这些条件, 因此迭代学习控制的鲁棒性研究主要针对非严格重复条件进行讨论, 如非重复初始条件<sup>[7]</sup>、非重复期望轨迹<sup>[8]</sup>、非重复扰动和噪声<sup>[9-10]</sup>、非重复不确定时

滞<sup>[11-13]</sup>等方面.

目前, 实际控制系统中广泛采用网络控制方式, 如集散控制系统(DCS)、现场总线控制系统(FCS)和基于Internet的远程控制系统等. 网络控制系统是将通讯网络代替传统点对点连接方式构成的闭环控制系统, 相对传统控制系统, 网络控制系统具有成本低、安装维护简便、系统灵活性高、便于进行故障诊断等优点, 但网络的引入也带来数据传输延时、数据丢失等问题<sup>[14-15]</sup>. 然而, 迭代学习控制方法应用于网络控制系统的研究较少, 目前少量的研究结果也主要针对线性系统给出<sup>[16-18]</sup>. 文献[16-18]针对存在输出数据丢失的线性离散系统, 基于lifting方法研究了迭代学习控制的鲁棒收敛性和鲁棒算法的设计问题. 实际系统大多为非线性系统, 由于迭代学

习的lifting方法不能应用于非线性离散系统, 因此文献[16–18]中的研究方法也不能推广至非线性系统. 鉴于此, 本文基于另外一种方法研究存在数据丢失时非线性系统迭代学习控制的收敛性问题.

## 2 问题描述(Problem formulation)

考虑如下SISO非线性离散系统:

$$\begin{cases} x_k(t+1) = f(x_k(t)) + b(x_k(t))u_k(t), \\ y_k(t) = c(x_k(t)) + d(x_k(t))u_k(t), \end{cases} \quad (1)$$

式中:  $k$ 为迭代次数,  $t$ 为离散时间且 $t \in [0, N]$ ,  $x_k(t)$ ,  $u_k(t)$ ,  $y_k(t)$ 分别为系统状态变量、控制输入变量和系统输出变量.

针对上述重复运行的非线性系统, 本文给出如下假设.

**假设 1** 非线性函数 $f(\cdot)$ ,  $b(\cdot)$ ,  $c(\cdot)$ ,  $d(\cdot)$ 对于状态变量 $x_k(t)$ 满足Lipschitz条件, 即对于所有 $t \in [0, N]$ , 存在有界常数 $k_f, k_b, k_c, k_d$ 满足

$$\begin{aligned} |f(x_1(t)) - f(x_2(t))| &\leq k_f |x_1(t) - x_2(t)|, \\ |b(x_1(t)) - b(x_2(t))| &\leq k_b |x_1(t) - x_2(t)|, \\ |c(x_1(t)) - c(x_2(t))| &\leq k_c |x_1(t) - x_2(t)|, \\ |d(x_1(t)) - d(x_2(t))| &\leq k_d |x_1(t) - x_2(t)|, \end{aligned}$$

式中 $x_1(t), x_2(t)$ 为任意两个状态变量.

**假设 2** 非线性系统的初始条件满足

$$x_k(0) = x_d(0),$$

式中:  $x_k(0)$ 为状态变量在第 $k$ 次的初始值,  $x_d(0)$ 为期望状态的初始值.

**假设 3** 对于给定的期望输出 $y_d(t)$ , 存在控制输入 $u_d(t)$ 和状态 $x_d(t)$ 满足

$$\begin{cases} x_d(t+1) = f(x_d(t)) + b(x_d(t))u_d(t), \\ y_d(t) = c(x_d(t)) + d(x_d(t))u_d(t), \end{cases}$$

式中 $u_d(t), x_d(t)$ 为期望输入和期望状态.

对于非线性系统(1), 采用如下P型迭代学习控制算法:

$$u_{k+1}(t) = u_k(t) + \gamma e_k(t), \quad (2)$$

式中:  $\gamma$ 为学习增益因子,  $e_k(t) = y_d(t) - y_k(t)$ 为系统跟踪误差.

当迭代学习控制算法(2)应用于网络控制系统中时, 由于网络的约束经常造成两种类型的数据丢失: 输出数据 $y_k(t)$ 丢失和控制输入数据 $u_k(t)$ 丢失. 前者是输出信号从传感器到控制器的传输过程中由于网络故障引起的, 而后者则是控制输入信号从控制器到执行器的传输过程中由网络故障引起. 为方便讨论, 本文仅考虑系统输出数据 $y_k(t)$ 丢失的情况, 但研究结果可以推广到控制输入丢失的情况.

考虑算法(2)中输出数据 $y_k(t)$ 存在丢失, 假设控

制器可检测出 $y_k(t)$ 是否丢失. 若 $y_k(t)$ 没有丢失, 迭代学习控制算法按式(2)正常更新控制输入, 若 $y_k(t)$ 丢失, 则保持当前的控制输入与上一次迭代过程中的控制输入相同, 即 $u_{k+1}(t) = u_k(t)$ . 因此, 本文给出如下表述:

$$u_{k+1}(t) = u_k(t) + \eta(t)\gamma e_k(t), \quad (3)$$

式中 $\eta(t)$ 是一个伯努利序列, 即 $\eta(t) \in \{0, 1\}$ , 但取0或1是随机的,  $\eta(t) = 0$ 表示数据丢失,  $\eta(t) = 1$ 表示数据没有丢失. 由于数据丢失的随机性可知 $\eta(t)$ 与 $u_k(t), x_k(t), y_k(t)$ 均无关. 假设

$$P\{\eta(t) = 1\} = E\{\eta(t)\} = \bar{\eta},$$

$P\{\cdot\}$ 为求概率,  $E\{\cdot\}$ 为期望因子, 则 $\bar{\eta}$ 为数据传输的成功率且满足 $0 \leq \bar{\eta} \leq 1$ .

本文的研究内容为: 假设 $\bar{\eta}$ 已知, 如何选择学习增益因子 $\gamma$ , 使得非线性系统采用式(2)的迭代学习控制算法, 其系统输出收敛于期望输出, 即对于所有 $t \in [0, N]$ , 满足 $\lim_{k \rightarrow \infty} y_k(t) \rightarrow y_d(t)$ .

## 3 收敛性分析(Convergence analysis)

本文的主要结果通过如下定理给出.

**定理 1** 对于满足假设1–3的非线性系统(1), 采用式(2)的迭代学习控制算法, 当系统存在输出数据丢失时, 若选择学习增益因子 $\gamma$ 对于所有 $t$ 和 $k$ 均满足

$$|1 - \gamma\bar{\eta}d(x_k(t))| < 1,$$

则对于所有 $t \in [0, N]$ , 有 $\lim_{k \rightarrow \infty} E\{y_k(t)\} \rightarrow y_d(t)$ .

**证** 由式(1)和假设3可知

$$\begin{cases} y_d(t) = c(x_d(t)) + d(x_d(t))u_d(t), \\ y_k(t) = c(x_k(t)) + d(x_k(t))u_k(t). \end{cases}$$

上述两式相减可得

$$\begin{aligned} e_k(t) &= y_d(t) - y_k(t) = \\ &= c(x_d(t)) + d(x_d(t))u_d(t) - \\ &= (c(x_k(t)) + d(x_k(t))u_k(t)) = \\ &= c(x_d(t)) - c(x_k(t)) + d(x_d(t))u_d(t) - \\ &= d(x_k(t))u_k(t) = \\ &= c(x_d(t)) - c(x_k(t)) + d(x_k(t))\delta u_k(t) + \\ &= [d(x_d(t)) - d(x_k(t))]u_d(t), \end{aligned} \quad (4)$$

式中 $\delta u_k(t) = u_d(t) - u_k(t)$ . 根据算法(3)可知

$$\begin{aligned} \delta u_{k+1}(t) &= u_d(t) - u_{k+1}(t) = \\ &= u_d(t) - u_k(t) - \gamma\eta(t)e_k(t), \end{aligned}$$

即

$$\delta u_{k+1}(t) = \delta u_k(t) - \gamma\eta(t)e_k(t). \quad (5)$$

将式(4)中的 $e_k(t)$ 代入式(5)中可得

$$\delta u_{k+1}(t) = \delta u_k(t) - \gamma\eta(t)e_k(t) =$$

$$\begin{aligned} & \delta u_k(t) - \gamma\eta(t) [c(x_d(t)) - c(x_k(t))] - \\ & \gamma\eta(t)d(x_k(t))\delta u_k(t) - \\ & \gamma\eta(t) [d(x_d(t)) - d(x_k(t))] u_d(t) = \\ & [1 - \gamma\eta(t)d(x_k(t))] \delta u_k(t) - \\ & \gamma\eta(t) [c(x_d(t)) - c(x_k(t))] - \\ & \gamma\eta(t) [d(x_d(t)) - d(x_k(t))] u_d(t). \end{aligned} \quad (6)$$

根据假设1的Lipschitz条件, 由式(6)可得

$$\begin{aligned} & |\delta u_{k+1}(t)| \leq \\ & |1 - \gamma\eta(t)d(x_k(t))| |\delta u_k(t)| + \\ & k_c |\gamma\eta(t)| |x_d(t) - x_k(t)| \cdot \\ & k_d |\gamma\eta(t)| |x_d(t) - x_k(t)| |u_d(t)| = \\ & |1 - \gamma\eta(t)d(x_k(t))| |\delta u_k(t)| + k_1 |\delta x_k(t)|, \end{aligned} \quad (7)$$

式中:

$$\begin{aligned} \delta x_k(t) &= x_d(t) - x_k(t), \\ k_1 &= k_c |\gamma\eta(t)| + k_d |\gamma\eta(t)| |u_d(t)|. \end{aligned}$$

由式(1)和假设3可知

$$\begin{aligned} \delta x_k(t) &= x_d(t) - x_k(t) = \\ & f(x_d(t-1)) + b(x_d(t-1))u_d(t-1) - \\ & f(x_k(t-1)) - b(x_k(t-1))u_k(t-1), \end{aligned}$$

根据Lipschitz条件, 由上式可得

$$\begin{aligned} |\delta x_k(t)| &\leq |f(x_d(t-1)) - f(x_k(t-1))| + \\ & |b(x_k(t-1))| |\delta u_k(t-1)| + \\ & |b(x_d(t-1)) - b(x_k(t-1))| |u_d(t-1)| \leq \\ & (k_f + k_b |u_d(t-1)|) |\delta x_k(t-1)| + \\ & |b(x_k(t-1))| |\delta u_k(t-1)|, \end{aligned}$$

即

$$|\delta x_k(t)| \leq k_2 |\delta u_k(t-1)| + k_3 |\delta x_k(t-1)|, \quad (8)$$

式中:  $k_2 = |b(x_k(t-1))|$ ,  $k_3 = k_f + k_b |u_d(t-1)|$ .

由于  $|\delta x_k(0)| = 0$ , 将式(8)中右端的  $\delta u_k(t-1)$  依次展开后可得

$$V_k = \begin{bmatrix} E\{|\delta u_k(0)|\} \\ \vdots \\ E\{|\delta u_k(N)|\} \end{bmatrix}, \quad A_k = \begin{bmatrix} |1 - \gamma\bar{\eta}d(x_k(0))| & 0 & \cdots & 0 \\ \bar{K}_{1,0} & |1 - \gamma\bar{\eta}d(x_k(1))| & \cdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & 0 \\ \bar{K}_{1,0} & \cdots & \bar{K}_{1,N-1} & |1 - \gamma\bar{\eta}d(x_k(N))| \end{bmatrix}.$$

因此, 根据式(11)可得, 若矩阵  $A_k$  的谱半径满足  $\rho(A_k) < 1$ , 则  $V_k$  沿迭代轴  $k$  渐进收敛. 即当  $k \rightarrow \infty$  时, 对于所有  $t = 0, \dots, N$  满足  $E\{u_k(t)\} \rightarrow u_d(t)$ . 根据假设3,  $E\{u_k(t)\} \rightarrow u_d(t)$  意味着  $E\{y_k(t)\} \rightarrow y_d(t)$ . 由于  $A_k$  为下三角矩阵, 其特征根为  $|1 - \gamma\bar{\eta}d(x_k(0))|, |1 - \gamma\bar{\eta}d(x_k(1))|, \dots, |1 - \gamma\bar{\eta}d(x_k(N))|$ , 因此  $\rho(A_k) < 1$  意味着对于所有  $t$  和  $k$  满足  $|1 -$

$$|\delta x_k(t)| \leq \sum_{j=1}^t k_2 k_3^{t-j} |\delta u_k(j-1)|,$$

将上式代入式(7)可得

$$\begin{aligned} & |\delta u_{k+1}(t)| \leq \\ & |1 - \gamma\eta(t)d(x_k(t))| |\delta u_k(t)| + k_1 |\delta x_k(t)| \leq \\ & |1 - \gamma\eta(t)d(x_k(t))| |\delta u_k(t)| + \\ & k_1 \sum_{j=1}^t k_2 k_3^{t-j} |\delta u_k(j-1)| = \\ & |1 - \gamma\eta(t)d(x_k(t))| |\delta u_k(t)| + \sum_{i=0}^{t-1} K_{1,i} |\delta u_k(i)|, \end{aligned} \quad (9)$$

式中  $K_{1,i} = k_1 k_2 k_3^{t-i-1}$ . 上式中包含随机因子  $\eta(t)$ , 考虑到  $\eta(t)$  与  $u_k(t)$  无关, 上式两端取期望可得

$$\begin{aligned} E\{|\delta u_{k+1}(t)|\} &\leq |1 - \gamma\bar{\eta}d(x_k(t))| E\{|\delta u_k(t)|\} + \\ & \sum_{i=0}^{t-1} \bar{K}_{1,i} E\{|\delta u_k(i)|\}, \end{aligned} \quad (10)$$

式中

$$\begin{aligned} \bar{K}_{1,i} &= E\{K_{1,i}\} = \\ & E\left\{ \sum_{i=0}^{t-1} k_c |\gamma\eta(t)| (1 + k_d |u_d(t)|) k_2 k_3^{t-i-1} \right\} = \\ & \sum_{i=0}^{t-1} k_c (|\gamma\bar{\eta}| + k_d |\gamma\bar{\eta}| |u_d(t)|) k_2 k_3^{t-i-1}. \end{aligned}$$

将式(10)从  $t = 0$  至  $t = N$  逐个展开得

$$\begin{aligned} E\{|\delta u_{k+1}(0)|\} &\leq |1 - \gamma\bar{\eta}d(x_k(0))| E\{|\delta u_k(0)|\}, \\ E\{|\delta u_{k+1}(1)|\} &\leq |1 - \gamma\bar{\eta}d(x_k(1))| E\{|\delta u_k(1)|\} + \\ & \bar{K}_{1,0} E\{|\delta u_k(0)|\}, \\ & \vdots \\ E\{|\delta u_{k+1}(N)|\} &\leq |1 - \gamma\bar{\eta}d(x_k(N))| E\{|\delta u_k(N)|\} + \\ & \sum_{i=1}^{N-1} \bar{K}_{1,i} E\{|\delta u_k(i)|\}. \end{aligned}$$

上述不等式可写为

$$V_{k+1} \leq A_k V_k, \quad (11)$$

式中:

$$|\gamma\bar{\eta}d(x_k(t))| < 1. \quad \text{证毕.}$$

**注1** 根据定理的证明过程可知, 当迭代学习控制算法选择为  $u_{k+1}(t) = u_k(t) + \gamma e_k(t+1)$  时可得到相同的结论. 这里虽然仅讨论输出数据  $y_k(t)$  的丢失情况, 但研究方法同样适用于控制输入数据  $u_k(t)$  丢失问题的讨论.

**注2** 定理1是针对式(2)的一阶P型的ILC算法给出的, 通过证明过程可以得知, 该分析方法同样适用于PD型

或PID型的ILC算法, 由于不同算法可调参数的个数不同, 定理中的收敛性条件是不同的.

#### 4 MIMO非线性离散时间系统(MIMO non-linear discrete-time system)

本节将定理1的研究结果推广至如下形式的MIMO非线性离散时间系统中:

$$\begin{cases} \mathbf{x}_k(t+1) = \mathbf{f}(\mathbf{x}_k(t)) + B(\mathbf{x}_k(t))\mathbf{u}_k(t), \\ \mathbf{y}_k(t) = \mathbf{g}(\mathbf{x}_k(t)) + D(\mathbf{x}_k(t))\mathbf{u}_k(t), \end{cases} \quad (12)$$

式中  $\mathbf{x}_k(t) \in \mathbb{R}^n$ ,  $\mathbf{u}_k(t) \in \mathbb{R}^m$ ,  $\mathbf{y}_k(t) \in \mathbb{R}^r$  分别为状态向量、控制输入向量以及输出向量. 对于上述MIMO非线性系统, 本文给出如下假设.

**假设 4** 非线性函数  $\mathbf{f}(\cdot) : \mathbb{R}^n \times [0, N] \rightarrow \mathbb{R}^n$ ,  $\mathbf{g}(\cdot) : \mathbb{R}^n \times [0, N] \rightarrow \mathbb{R}^r$  和  $B(\cdot) : \mathbb{R}^n \times [0, N] \rightarrow \mathbb{R}^{n \times m}$ ,  $D(\cdot) : \mathbb{R}^n \times [0, N] \rightarrow \mathbb{R}^{r \times m}$ , 对于状态向量  $\mathbf{x}$  满足Lipschitz条件, 即对于所有  $t \in [0, N]$  和任意  $(\mathbf{x}_1(t), \mathbf{x}_2(t))$ , 存在有界常数  $k_F, k_B, k_G, k_D$  满足

$$\begin{aligned} \|\mathbf{f}(\mathbf{x}_1(t)) - \mathbf{f}(\mathbf{x}_2(t))\| &\leq k_F \|\mathbf{x}_1(t) - \mathbf{x}_2(t)\|, \\ \|B(\mathbf{x}_1(t)) - B(\mathbf{x}_2(t))\| &\leq k_B \|\mathbf{x}_1(t) - \mathbf{x}_2(t)\|, \\ \|\mathbf{g}(\mathbf{x}_1(t)) - \mathbf{g}(\mathbf{x}_2(t))\| &\leq k_G \|\mathbf{x}_1(t) - \mathbf{x}_2(t)\|, \\ \|D(\mathbf{x}_1(t)) - D(\mathbf{x}_2(t))\| &\leq k_D \|\mathbf{x}_1(t) - \mathbf{x}_2(t)\|, \end{aligned}$$

式中  $\|\cdot\|$  为欧氏范数.

**假设 5** 系统的初始条件满足  $\mathbf{x}_k(0) = \mathbf{x}_d(0)$ , 其中:  $\mathbf{x}_k(0)$  为状态变量在第  $k$  次的初始值,  $\mathbf{x}_d(0)$  为期望状态的初始值.

**假设 6** 对于期望的跟踪轨迹  $\mathbf{y}_d(t)$ , 存在期望输入  $\mathbf{u}_d(t)$  和期望状态  $\mathbf{x}_d(t)$  满足

$$\begin{cases} \mathbf{x}_d(t+1) = \mathbf{f}(\mathbf{x}_d(t)) + B(\mathbf{x}_d(t))\mathbf{u}_d(t), \\ \mathbf{y}_d(t) = \mathbf{g}(\mathbf{x}_d(t)) + D(\mathbf{x}_d(t))\mathbf{u}_d(t). \end{cases}$$

对于MIMO非线性系统(12), 考虑如下P型迭代学习控制算法:

$$\mathbf{u}_{k+1}(t) = \mathbf{u}_k(t) + \Gamma \mathbf{e}_k(t), \quad (13)$$

式中:  $\Gamma$  为学习增益矩阵,  $\mathbf{e}_k(t) = \mathbf{y}_d(t) - \mathbf{y}_k(t)$  为系统跟踪误差.

假设输出数据  $\mathbf{y}_k(t)$  存在丢失且输出向量的每一个分量具有相同的丢失特性, 则P型迭代学习控制算法可描述为

$$\mathbf{u}_{k+1}(t) = \mathbf{u}_k(t) + \Gamma \Theta \mathbf{e}_k(t),$$

式中

$$\Theta = \begin{bmatrix} \eta_1(t) & & \mathbf{0} \\ & \ddots & \\ \mathbf{0} & & \eta_r(t) \end{bmatrix}_{r \times r},$$

矩阵  $\Theta$  的元素  $\eta_1(t), \eta_2(t), \dots, \eta_r(t)$  与式(3)中的  $\eta(t)$  有相同的定义, 且满足

$$P\{\eta_i(t) = 1\} = E\{\eta_i(t)\} = \bar{\eta}, \quad i = 1, 2, \dots, r.$$

在给出收敛性定理以前, 首先做如下标记: 记  $\|\cdot\|_\infty$  为无穷范数, 对于向量  $\mathbf{x}$  定义  $\|\mathbf{x}\|_\infty = \max_{1 \leq j \leq n} |x_j|$ , 其中  $x_j$  表示向量  $\mathbf{x}$  的第  $j$  个元素; 对于  $n \times n$  矩阵  $M$  定义  $\|M\|_\infty = \max_{1 \leq i \leq n} |\sum_{j=1}^n m_{ij}|$ , 其中  $m_{ij}$  表示矩阵的元素.

**定理 2** 对于满足假设4-6的MIMO非线性系统(12), 采用式(13)的迭代学习控制算法, 当系统存在输出数据丢失时, 若选择学习增益  $\Gamma$  对于所有  $t$  和  $k$  满足

$$\|I - \bar{\eta}\Gamma D(\mathbf{x}_k(t))\|_\infty < 1,$$

则对于所有  $t \in [0, N]$ , 有  $\lim_{k \rightarrow \infty} E\{\mathbf{y}_k(t)\} \rightarrow \mathbf{y}_d(t)$ .

定理2的证明过程与定理1相似, 这里略去.

#### 5 仿真研究(Simulation study)

考虑如下非线性系统:

$$\begin{cases} x_{1,k}(t+1) = \sin(x_{1,k}(t)) + 2x_{2,k}(t) \sin t, \\ x_{2,k}(t+1) = 2x_{1,k}(t) + \cos(x_{2,k}(t)) + \\ \quad [1 + 0.8e^{-t} \sin(x_{1,k}(t))]u_k(t), \\ y_k(t) = 0.2 \sin(x_{1,k}(t)) + 0.1x_{2,k}(t) + u_k(t). \end{cases} \quad (14)$$

该系统源自文献[19], 在那里被用于非线性系统前馈+反馈迭代学习控制算法的有效性验证. 本文中, 假设系统的期望输出为

$$y_d(t) = \sin(\pi t/100), \quad t \in [0, 500].$$

仿真中系统初始条件设置为  $x_{1,k}(0) = x_{2,k}(0) = 0$ ,  $u_0(k) = 0$ . 考虑系统存在两种情况的输出数据丢失, 第1种情况为  $\bar{\eta} = 0.8$ , 20%的输出数据丢失; 第2种情况为  $\bar{\eta} = 0.6$ , 40%的输出数据丢失. 本文首先采用文献[20]中的自适应控制方法对非线性系统(14)进行控制, 仿真结果如图1和图2所示. 结果表明由于数据丢失的影响, 自适应控制的跟踪性能变坏, 而且数据丢失越严重, 跟踪性能越差. 然后, 考虑迭代学习控制的跟踪效果, 选择如下P型迭代学习控制算法:

$$u_{k+1}(t) = u_k(t) + 0.5e_k(t).$$

注意到非线性系统(14)中  $d(x_k(t)) = 1$ , 分别验证两种数据丢失情况下定理1的收敛条件: 当  $\bar{\eta} = 0.8$ ,  $|1 - \bar{\eta}d(x_k(t))| = 0.6 < 1$ , 算法收敛. 仿真结果如图3和图4所示. 图3给出了不同迭代次数下的最大跟踪误差, 显然, 当存在20%的测量输出数据丢失时系统跟踪误差仍然可以收敛到0. 图4给出了不同迭代次数下的系统输出, 经过15次迭代以

后,系统的跟踪性能明显优于图1中自适应控制的结果. 当 $\bar{\eta} = 0.6$ 时,  $|1 - \gamma\bar{\eta}d(x_k(t))| = 0.7 < 1$ , 算法仍然收敛. 图5和图6给出了此种情况下的仿真结果. 显然,系统跟踪误差仍然可以收敛到0. 需要说明的是,与第1种情况的仿真结果相比,跟踪误差的收敛速度变慢,这是由于数据丢失程度增加造成的结果.

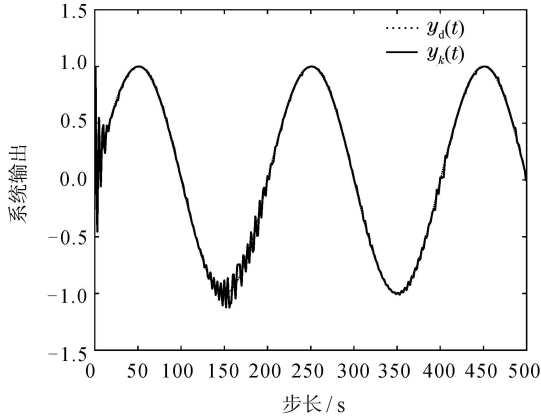


图1 数据丢失率为20%时自适应控制的跟踪效果  
Fig. 1 The tracking performance for adaptive control with 20% data dropout

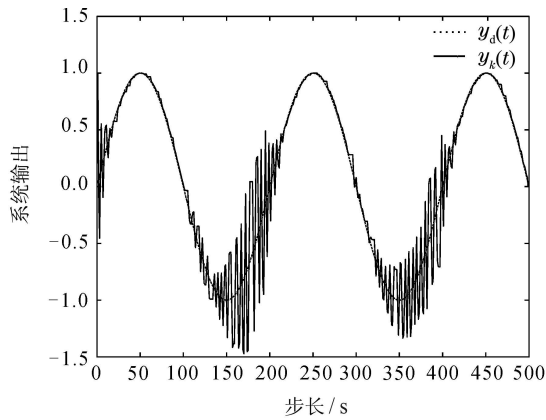


图2 数据丢失率为40%时自适应控制的跟踪效果  
Fig. 2 The tracking performance for adaptive control with 40% data dropout

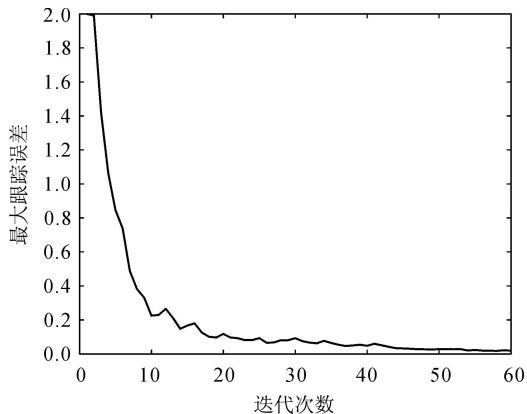
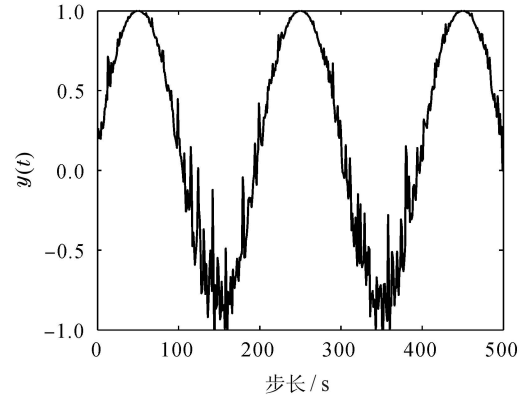
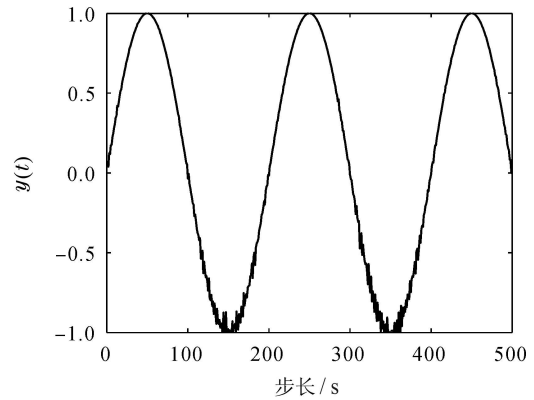


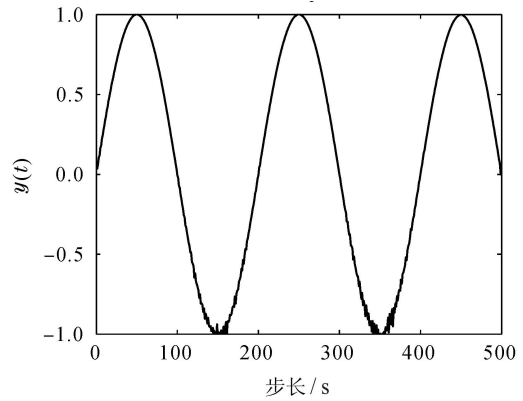
图3 数据丢失率为20%时ILC的最大跟踪误差  
Fig. 3 The max tracking error for ILC with 20% data dropout



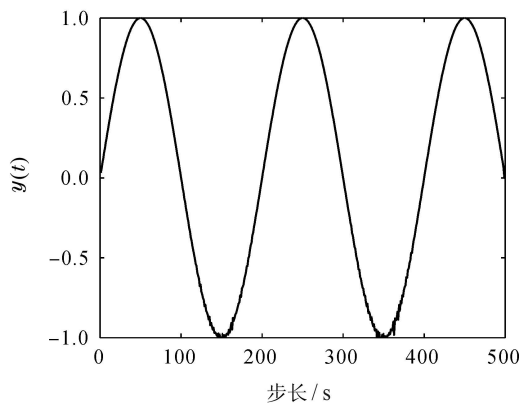
(a) 第5次迭代的输出



(b) 第15次迭代的输出



(c) 第25次迭代的输出



(d) 第35次迭代的输出

图4 数据丢失率为20%时不同迭代次数的系统输出  
Fig. 4 The system output profiles of different iterations for 20% data dropout

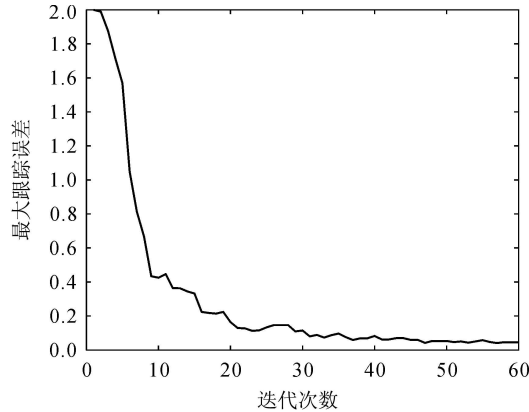
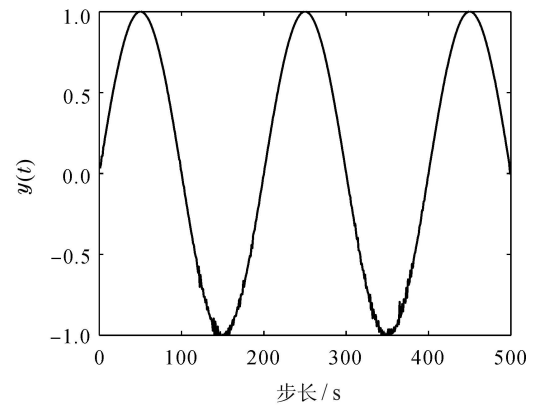


图 5 数据丢失率为40%时ILC的最大跟踪误差

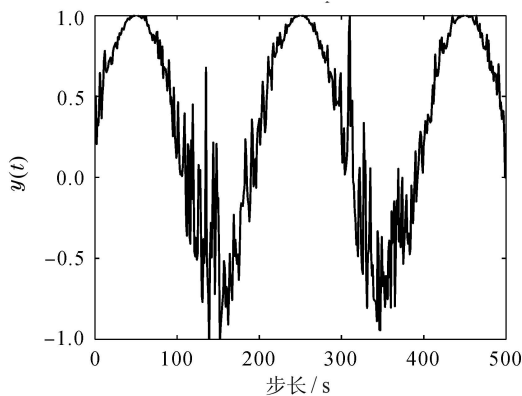
Fig. 5 The max tracking error for ILC with 40% data dropout



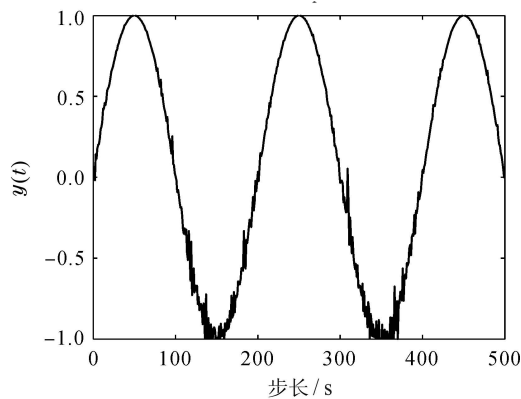
(d) 第35次迭代的输出

图 6 数据丢失率为40%时不同迭代次数的系统输出

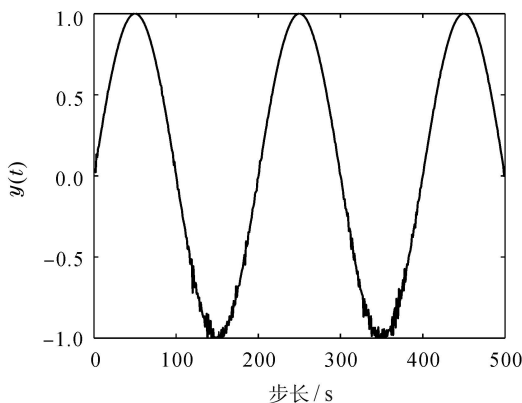
Fig. 6 The system output profiles of different iterations for 40% data dropout



(a) 第5次迭代的输出



(b) 第15次迭代的输出



(c) 第25次迭代的输出

## 6 结论(Conclusions)

本文研究了一类非线性系统存在输出测量数据丢失时迭代学习控制算法的鲁棒收敛性问题. 给出了算法的收敛条件, 理论上证明了算法的收敛性并通过仿真验证了理论结果. 研究表明, 当非线性系统存在一定的输出数据丢失时, 迭代学习控制算法仍然可以保证跟踪误差的收敛性, 但收敛速度随着数据丢失程度的增加将会变慢.

## 参考文献(References):

- [1] ARIMOTO S, KAWAMURA S, MIYAZAKI F. Bettering operation of robotics [J]. *Journal of Robotic System*, 1984, 1(2): 123 – 140.
- [2] XU J X. Analysis of iterative learning control for a class of nonlinear discrete-time system [J]. *Automatica*, 1997, 33(10): 1905 – 1907.
- [3] XU J X. *Linear and Nonlinear Iterative Learning Control* [M]. Berlin: Springer Verlag, 2003.
- [4] AHN H S, CHEN Y Q, MOORE K L. Iterative learning control: brief survey and categorization [J]. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part C: Applications and Reviews*, 2007, 37(6): 1099 – 1121.
- [5] CHI R H, HOU Z S, XU J X. Adaptive ILC for a class of discrete-time systems with iteration-varying trajectory and random initial condition [J]. *Automatica*, 2008, 44(8): 2207 – 2213.
- [6] 池荣虎, 侯忠生, 隋树林. 快速路口匝道的非参数自适应迭代学习控制[J]. *控制理论与应用*, 2008, 25(6): 1011 – 1015. (CHI Ronghu, HOU Zhongsheng, SUI Shulin. Non-parameter adaptive iterative learning control for the freeway traffic ramp metering [J]. *Control Theory & Applications*, 2008, 25(6): 1011 – 1015.)
- [7] SUN M X, WANG D W. Initial shift issues on discrete-time iterative learning control with system relative degree [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2003, 48(1): 144 – 148.
- [8] YIN C K, XU J X, HOU Z S. A high-order internal model based iterative learning control scheme for nonlinear systems with time-iteration-varying parameters [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2010, 55(11): 2665 – 2670.
- [9] NORRLOF M, GUNNARSSON S. Disturbance aspects of iterative learning control [J]. *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, 2001, 14(1): 87 – 94.

- [10] SAAB S S. On a discrete-time stochastic learning control algorithm [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2001, 46(8): 1333 – 1336.
- [11] MENG D, JIA Y, DU J, et al. Feedback approach to design fast iterative learning controller for a class of time-delay systems [J]. *IET Control Theory and Applications*, 2009, 3(2): 225 – 238.
- [12] CHEN W S, ZHANG L. Adaptive iterative learning control for nonlinearly parameterized systems with unknown time-varying delays [J]. *International Journal of Control, Automation, and Systems*, 2010, 8(2): 177 – 186.
- [13] 陈为胜, 王元亮, 李俊民. 周期时变时滞非线性参数化系统的自适应学习控制 [J]. *自动化学报*, 2008, 34(12): 1556 – 1560. (CHEN Weisheng, WANG Yuanliang, LI Junmin. Adaptive learning control for nonlinearly parameterized systems with periodically time-varying delay [J]. *Acta Automatica Sinica*, 2008, 34(12): 1556 – 1560.)
- [14] YANG T C. Networked control system: a brief survey! [J]. *IEEE Proceedings Control Theory and Applications*, 2006, 153(4): 403 – 412
- [15] 李洪波, 孙增圻, 孙富春. 网络控制系统的发展现状及展望 [J]. *控制理论与应用*, 2010, 27(2): 238 – 243. (LI Hongbo, SUN Zengqi, SUN Fuchun. Networked control systems: an overview of state-of-the-art and the prospect in future research [J]. *Control Theory & Applications*, 2010, 27(2): 238 – 243.)
- [16] AHN H S, CHEN Y Q, MOORE K L. Discrete time intermittent iterative learning control with independent data dropouts [C] // *Proceedings of the 17th IFAC World Congress*. Korea: IFAC, 2008: 12442 – 12447.
- [17] BU X H, HOU Z S. Stability of iterative learning control with data dropouts via asynchronous dynamical system [J]. *International Journal of Automation and Computing*, 2011, 8(1): 29 – 36.
- [18] BU X H, HOU Z S, YU F S. Stability of first and high order iterative learning control with data dropouts [J]. *International Journal of Control, Automation, and Systems*, 2011, 9(5): 843 – 849.
- [19] CHIEN C J. A discrete iterative learning control for a class of nonlinear time-varying systems [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1998, 43(5): 748 – 752.
- [20] HOU Z S, BU X H. Model free adaptive control with data dropouts [J]. *Expert System with Application*, 2011, 38(8): 10709 – 10717.

### 作者简介:

卜旭辉 (1981–), 男, 副教授, 博士, 研究方向为迭代学习控制、无模型自适应控制、网络控制等, E-mail:buxuhui@gmail.com;

余发山 (1952–), 男, 教授, 博士生导师, 研究方向为电力电子传动、工业过程控制等, E-mail:yufs@hpu.edu.cn;

侯忠生 (1962–), 男, 教授, 博士生导师, 研究方向为数据驱动控制、智能交通系统、智能信息处理等, E-mail:zhshhou@bjtu.edu.cn;

王福忠 (1961–), 男, 教授, 博士生导师, 研究方向为直线电机驱动、工业过程控制、故障诊断等, E-mail:wangfzh@hpu.edu.cn.