

基于变结构控制的反鱼雷鱼雷姿态解耦控制

张西勇, 李宗吉, 王树宗

(海军工程大学 兵器工程系, 湖北 武汉 430033)

摘要: 反鱼雷鱼雷由于攻击对象的特性要求具备较好的机动性, 鱼雷作姿态机动时控制通道间的耦合, 使得传统鱼雷控制技术无法达到控制目的, 本文在构建反鱼雷鱼雷姿态运动子系统状态方程的基础上, 采用变结构控制策略设计了反鱼雷鱼雷姿态控制器, 理论推导和仿真表明: 所设计的控制器能够使得反鱼雷鱼雷姿态角稳定地跟踪弹道所需航向角, 实现了鱼雷姿态子系统间的解耦控制。

关键词: 反鱼雷鱼雷; 变结构控制; 解耦

中图分类号: TP273 **文献标识码:** A

Decoupling-control system based on variable-structure control for anti-torpedo torpedo poses

ZHANG Xi-yong, LI Zong-ji, WANG Shu-zong

(Department of Weaponary Engineering, Navy University of Engineering, Wuhan Hubei 430033, China)

Abstract: The anti-torpedo torpedo should have flexible performances to cope with the motion characteristics of the objective torpedo under attack. Conventional control technology cannot achieve this goal because of the coupling between controlled channels of the anti-torpedo torpedo when the objective torpedo is in pose maneuver. We design the pose controller for the anti-torpedo torpedo by adopting variable structure control strategy in constructing the state-space equation for the pose motion subsystems of the anti-torpedo torpedo. Theoretical analysis and simulation show that the controller makes the pose angle of the anti-torpedo torpedo steadily track the required heading angle, and achieve decoupling between controlled channels of the anti-torpedo torpedo when the objective torpedo is in pose maneuver.

Key words: anti-torpedo torpedo; variable structure control; decoupling

1 引言(Introduction)

水下航行器在高速转弯时, 由于俯仰、偏航和横滚3个通道间存在较大的耦合, 加了控制的难度, 常规姿态控制系统设计都是采用3通道独立设计的策略, 这种控制策略在航行器不作机动或只在一个通道机动是可行的, 但当航行器同时作俯仰、偏航和横滚或其中两个组合机动时, 在这种控制策略下, 由于通道间的耦合造成航行器姿态失控, 从而使航行器脱离预定弹道, 造成脱靶。文献[1]采取变结构控制策略研究了鱼雷纵向运动控制模型, 没有考虑通道间的耦合。文献[2]采用变结构控制策略研究了防空导弹姿态的解耦控制, 文中采用系统输出的各阶导数的线性组合作为滑模切换函数, 在滑模面上得出各阶导数为零的结论, 从而得到输出解耦的结论, 但系统输出函数难以得到, 文中也没有给出系统能够收敛到滑模面的理论证明。文献[3]采用变结构控制技术设计了扰性卫星的容错姿态控制。文献[4]采用切换控制技术研究了导弹倾斜转弯的解耦控制, 切换控制即变结构控制, 文中没有明确给出

切换函数, 稳定性推导也仅得到误差一致有界的结论, 并没有得出系统稳定的结论。本文通过反鱼雷鱼雷(ATT)旋转运动方程和动力学方程, 推导出反鱼雷鱼雷姿态角状态方程, 选取反鱼雷鱼雷舵面产生的偏航力矩、俯仰力矩和差动力矩作为控制量, 并对控制量进行变结构设计, 理论推导和仿真表明: 所设计的变结构控制策略实现了通道间的解耦控制, 反鱼雷鱼雷航行姿态稳定地跟踪弹道所需航向。

2 反鱼雷鱼雷旋转方程(Rotation equation of ATT)

由文献[5], 鱼雷旋转动力学方程

$$\begin{bmatrix} J_{x_1} \dot{\omega}_{x_1} \\ J_{y_1} \dot{\omega}_{y_1} \\ J_{z_1} \dot{\omega}_{z_1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & -\omega_{z_1} & \omega_{y_1} \\ \omega_{z_1} & 0 & -\omega_{x_1} \\ -\omega_{y_1} & \omega_{x_1} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} J_{x_1} \omega_{x_1} \\ J_{y_1} \omega_{y_1} \\ J_{z_1} \omega_{z_1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M_{x_1} - B \cos \theta (z_b \cos \varphi + h \sin \varphi) \\ M_{y_1} + B(x_b \cos \theta \sin \varphi + z_b \sin \theta) + T z_b \\ M_{z_1} - B(h \sin \theta - x_b \cos \theta \cos \varphi) - T h \end{bmatrix}. \quad (1)$$

鱼雷旋转运动学方程

$$\begin{bmatrix} \dot{\psi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\varphi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \sec \theta \cos \varphi & -\cos \theta \sin \varphi \\ 0 & \sin \varphi & \cos \varphi \\ 1 & -\tan \theta \cos \varphi & \tan \theta \sin \varphi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_{x_1} \\ \omega_{y_1} \\ \omega_{z_1} \end{bmatrix}, \quad (2)$$

式中: ψ 为偏航角, θ 为俯仰角, φ 为横滚角, ω_{x_1} 为横滚角速度, ω_{y_1} 为偏航角速度, ω_{z_1} 为鱼雷俯仰角速度, J_{x_1} 为鱼雷绕纵对称轴的转动惯量, J_{y_1} 为鱼雷偏航时绕重心的转动惯量, J_{z_1} 为鱼雷俯仰时绕重心的转动惯量, M_{x_1} 为差动力矩, M_{y_1} 为偏航力矩, M_{z_1} 为俯仰力矩, B 为鱼雷浮力, T 为鱼雷推力, z_b 为浮心在对称轴的侧向距离, h 为浮心在对称轴的纵向距离, x_b 为鱼雷浮心距重心的距离。

3 反鱼雷鱼雷航行姿态数学模型(Mathematical model of ATT's navigation state)

由式(1)–(2)可知, 鱼雷姿态运动是个复杂的多输入非线性系统, 当鱼雷作姿态机动时, 这一系统的3个通道, 即俯仰通道、偏航通道、横滚通道, 存在明显的耦合, 直接用多输入多输出系统控制理论设计难度很大, 这样, 可以将复杂系统分解成3个子系统, 即俯仰子系统、偏航子系统、横滚子系统, 而将通道间的耦合作用作为干扰处理^[6]。

3.1 俯仰子系统状态方程(State equation of pitching subsystem)

由式(2)可得

$$\ddot{\theta} = \dot{\varphi}(\cos \varphi \cdot \omega_{y_1} - \sin \varphi \cdot \omega_{z_1}) + \sin \varphi \cdot \dot{\omega}_{y_1} + \cos \varphi \cdot \dot{\omega}_{z_1}. \quad (3)$$

又由式(1)可得

$$\begin{aligned} \dot{\omega}_{z_1} = & \frac{1}{J_{z_1}} [M_{z_1} + J_{x_1} \omega_{x_1} \cdot \omega_{y_1} - J_{y_1} \cdot \omega_{y_1} \cdot \omega_{x_1} - \\ & B(h \sin \theta - x_b \cos \theta \cos \varphi) - Th] = \\ & \frac{1}{J_{z_1}} M_{z_1} + \frac{J_{x_1} - J_{y_1}}{J_{z_1}} \omega_{x_1} \cdot \omega_{y_1} - \\ & \frac{1}{J_{z_1}} [B(h \sin \theta - x_b \cos \theta \cos \varphi) + Th], \quad (4) \end{aligned}$$

所以

$$\begin{aligned} \ddot{\theta} = & \frac{\cos \varphi}{J_{z_1}} M_{z_1} + \frac{J_{x_1} - J_{y_1}}{J_{z_1}} \cos \varphi \cdot \omega_{x_1} \cdot \omega_{y_1} + \\ & \dot{\varphi}(\cos \varphi \cdot \omega_{y_1} - \sin \varphi \cdot \omega_{z_1}) + \sin \varphi \cdot \dot{\omega}_{y_1} - \\ & \frac{\cos \varphi}{J_{z_1}} [B(h \sin \theta - x_b \cos \theta \cos \varphi) + Th]. \quad (5) \end{aligned}$$

令 $x_{1z} = \theta$, $x_{2z} = \dot{\theta}$ 可得鱼雷俯仰子系统的状态方程

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_{1z} \\ \dot{x}_{2z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{1z} \\ x_{2z} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{\cos \varphi}{J_{z_1}} \end{bmatrix} M_{z_1} + \begin{bmatrix} 0 \\ f_z \end{bmatrix}, \quad (6)$$

其中:

$$\begin{aligned} f_z = & \frac{J_{x_1} - J_{y_1}}{J_{z_1}} \cos \varphi \cdot \omega_{x_1} \cdot \omega_{y_1} + \\ & \dot{\varphi}(\cos \varphi \cdot \omega_{y_1} - \sin \varphi \cdot \omega_{z_1}) + \sin \varphi \cdot \dot{\omega}_{y_1} - \\ & \frac{\cos \varphi}{J_{z_1}} [B(h \sin \theta - x_b \cos \theta \cos \varphi) + Th]. \end{aligned}$$

3.2 偏航子系统状态方程(State equation of yawing subsystem)

由式(2)得

$$\dot{\psi} = \sec \theta \cos \varphi \omega_{y_1} - \cos \theta \sin \varphi \omega_{z_1},$$

求导得

$$\begin{aligned} \ddot{\psi} = & \frac{1}{\cos^2 \theta} [\cos \theta \cdot (-\sin \varphi \cdot \dot{\varphi} \cdot \omega_{y_1} + \\ & \cos \varphi \cdot \dot{\omega}_{y_1}) - \cos \varphi \cdot \omega_{y_1} (-\sin \theta) \cdot \dot{\theta}] - \\ & (-\sin \theta) \cdot \dot{\theta} \cdot \sin \varphi \cdot \omega_{z_1} - \\ & \cos \theta \cdot (\sin \varphi \cdot \dot{\omega}_{z_1} + \cos \varphi \cdot \omega_{z_1} \cdot \dot{\varphi}) = \\ & \sec \theta \cdot \cos \varphi \cdot \dot{\omega}_{y_1} + \frac{\dot{\theta} \cdot \sin \theta \cdot \cos \varphi \cdot \omega_{y_1}}{\cos^2 \theta} - \\ & \dot{\varphi} \sin \varphi \cdot \sec \theta \cdot \omega_{y_1} + \dot{\theta} \cdot \sin \theta \cdot \sin \varphi \cdot \omega_{z_1} - \\ & \cos \theta \cdot \sin \varphi \cdot \dot{\omega}_{z_1} - \dot{\varphi} \cdot \cos \varphi \cdot \cos \theta \cdot \omega_{z_1}. \quad (7) \end{aligned}$$

又由式(1)得

$$\begin{aligned} J_{y_1} \cdot \dot{\omega}_{y_1} + J_{x_1} \cdot \omega_{x_1} \cdot \omega_{z_1} - J_{z_1} \cdot \omega_{x_1} \cdot \omega_{z_1} = \\ M_{y_1} + B \cdot (x_b \cdot \cos \theta \cdot \sin \varphi + z_b \cdot \sin \theta) + T \cdot z_b \Rightarrow \\ \dot{\omega}_{y_1} = \frac{1}{J_{y_1}} \cdot M_{y_1} + \frac{J_{z_1} - J_{x_1}}{J_{y_1}} \cdot \omega_{x_1} \cdot \omega_{z_1} + \\ \frac{B(x_b \cos \theta \cdot \sin \varphi + z_b \sin \theta) + T \cdot z_b}{J_{y_1}}. \end{aligned}$$

所以

$$\begin{aligned} \ddot{\psi} = & \frac{\sec \theta \cdot \cos \varphi}{J_{y_1}} M_{y_1} + \frac{J_{z_1} - J_{x_1}}{J_{y_1}} \omega_{x_1} \omega_{z_1} \sec \theta \cdot \cos \varphi + \\ & \frac{\sec \theta \cdot \cos \varphi}{J_{y_1}} \cdot [B(x_b \cos \theta \cdot \sin \varphi + z_b \sin \theta) + T z_b] + \\ & \frac{\dot{\theta} \cdot \sin \theta \cdot \cos \varphi \cdot \omega_{y_1}}{\cos^2 \theta} - \dot{\varphi} \sin \varphi \cdot \sec \theta \cdot \omega_{y_1} + \\ & \dot{\theta} \cdot \sin \theta \cdot \sin \varphi \cdot \omega_{z_1} - \cos \theta \cdot \sin \varphi \cdot \dot{\omega}_{z_1} - \\ & \dot{\varphi} \cdot \cos \varphi \cdot \cos \theta \cdot \omega_{z_1}. \quad (8) \end{aligned}$$

令 $x_{1y} = \psi$, $x_{2y} = \dot{\psi}$, 得到偏航子系统状态方程

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_{1y} \\ \dot{x}_{2y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{1y} \\ x_{2y} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{\sec \theta \cdot \cos \varphi}{J_{y_1}} \end{bmatrix} \cdot M_{y_1} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \cdot f_y. \quad (9)$$

式(9)中: M_{y_1} 为偏航子系统控制量, f_y 视作干扰,

$$f_y = \frac{J_{z_1} - J_{x_1}}{J_{y_1}} \cdot \omega_{x_1} \cdot \omega_{z_1} \cdot \sec \theta \cdot \cos \varphi + \frac{\sec \theta \cdot \cos \varphi}{J_{y_1}} [B(x_b \cos \theta \sin \varphi + z_b \sin \theta) + T z_b] + \frac{\dot{\theta} \cdot \sin \theta \cdot \cos \varphi \cdot \omega_{y_1}}{\cos^2 \theta} - \dot{\varphi} \sin \varphi \cdot \sec \theta \cdot \omega_{y_1} + \dot{\theta} \cdot \sin \theta \cdot \sin \varphi \cdot \omega_{z_1} - \cos \theta \cdot \sin \varphi \cdot \dot{\omega}_{z_1} - \dot{\varphi} \cdot \cos \varphi \cdot \cos \theta \cdot \omega_{z_1}.$$

3.3 横滚子系统状态方程(State equation of rolling subsystem)

由式(2)得

$$\dot{\varphi} = \omega_{x_1} - \tan \theta \cdot \cos \varphi \cdot \omega_{y_1} + \tan \theta \cdot \sin \varphi \cdot \omega_{z_1}, \Rightarrow \quad (10)$$

$$\ddot{\varphi} = \dot{\omega}_{x_1} + \frac{\dot{\theta}}{\cos^2 \theta} (\sin \varphi \cdot \omega_{z_1} - \cos \varphi \cdot \omega_{y_1}) + \tan \theta (\cos \varphi \cdot \dot{\omega}_{y_1} - \sin \varphi \cdot \dot{\varphi} \omega_{y_1} + \cos \varphi \cdot \dot{\varphi} \cdot \omega_{z_1} + \sin \varphi \cdot \dot{\omega}_{z_1}). \quad (11)$$

又由式(1)得

$$\dot{\omega}_{x_1} = \frac{1}{J_{x_1}} M_{x_1} + \frac{J_{y_1} - J_{z_1}}{J_{x_1}} \omega_{y_1} \omega_{z_1} - \frac{1}{J_{x_1}} B \cos \theta \cdot (z_b \cos \varphi + h \sin \varphi). \quad (12)$$

代入上式得

$$\ddot{\varphi} = \frac{1}{J_{x_1}} M_{x_1} + \frac{J_{y_1} - J_{z_1}}{J_{x_1}} \omega_{y_1} \omega_{z_1} - \frac{1}{J_{x_1}} B \cos \theta \cdot (z_b \cos \varphi + h \sin \varphi) + \frac{\dot{\theta}}{\cos^2 \theta} (\sin \varphi \cdot \omega_{z_1} - \cos \varphi \cdot \omega_{y_1}) + \tan \theta (\cos \varphi \cdot \dot{\omega}_{y_1} - \sin \varphi \cdot \dot{\varphi} \omega_{y_1} + \cos \varphi \cdot \dot{\varphi} \cdot \omega_{z_1} + \sin \varphi \cdot \dot{\omega}_{z_1}). \quad (13)$$

令 $x_{1x} = \varphi$, $x_{2x} = \dot{\varphi}$, 则得横滚子系统的状态方程

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_{1x} \\ \dot{x}_{2x} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{1x} \\ x_{2x} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ J_{x_1} \end{bmatrix} M_{x_1} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} f_x, \quad (14)$$

式中: M_{x_1} 是控制量, f_x 视作干扰,

$$f_x = \frac{J_{y_1} - J_{z_1}}{J_{x_1}} \omega_{y_1} \omega_{z_1} - \frac{1}{J_{x_1}} B \cos \theta \cdot (z_b \cos \varphi + h \sin \varphi) + \frac{\dot{\theta}}{\cos^2 \theta} (\sin \varphi \cdot \omega_{z_1} - \cos \varphi \cdot \omega_{y_1}) + \tan \theta (\cos \varphi \cdot \dot{\omega}_{y_1} - \sin \varphi \cdot \dot{\varphi} \omega_{y_1} + \cos \varphi \cdot \dot{\varphi} \cdot \omega_{z_1} + \sin \varphi \cdot \dot{\omega}_{z_1}).$$

4 反鱼雷雷姿态控制器设计(Design of pose controller for ATT)

采用变结构控制理论, 在前面分解的子系统状态方程得基础上, 对各子系统控制器进行设计.

4.1 俯仰子系统控制器设计(Design of controller for pitching subsystem)

根据变结构控制原理, 针对俯仰子系统状态方程, 选取滑模切换函数

$$s_z = c_z(x_{1z} - \theta_0) + x_{2z} = c_z(\theta - \theta_0) + \dot{\theta}, \quad (15)$$

其中: $c_z > 0$, 且为常数, θ_0 为反鱼雷雷弹道所需俯仰角. 显然, 系统在滑模面 $s_z = 0$ 上是渐进稳定的. 可得, $\dot{s}_z = c_z \dot{\theta} + \ddot{\theta} = c_z \dot{\theta} + \frac{\cos \varphi}{J_{z_1}} M_{z_1} + f_z$. 由于鱼雷属不滚转航行器, 横滚角满足 $|\varphi| < \pi/2$, 若不满足, 可令横滚子系统控制器先工作, 使 $\varphi \rightarrow 0$, 所以可以得到 $\frac{\cos \varphi}{J_{z_1}} > 0$. 由于俯仰力矩主要由横

舵产生, 其大小是有限的, 令 $\underline{K}_z \leq M_{z_1} \leq \bar{K}_z$, 取控制

$$M_{z_1} = \begin{cases} \underline{K}_z s_z > 0, \\ \bar{K}_z s_z < 0, \end{cases} \text{ 由滑模到达条件可得} \\ s_z = \begin{cases} c_z \dot{\theta} + \frac{\cos \varphi}{J_{z_1}} \underline{K}_z + f_z < 0, & s_z > 0, \\ c_z \dot{\theta} + \frac{\cos \varphi}{J_{z_1}} \bar{K}_z + f_z > 0, & s_z < 0. \end{cases} \quad (16)$$

由此可解得

$$-\frac{\cos \varphi}{J_{z_1}} \bar{K}_z - f_z < c_z \dot{\theta} < -\frac{\cos \varphi}{J_{z_1}} \underline{K}_z - f_z.$$

考虑到 f_z 的限制

$$-\frac{\cos \varphi}{J_{z_1}} \bar{K}_z - \bar{f}_z < c_z \dot{\theta} < -\frac{\cos \varphi}{J_{z_1}} \underline{K}_z - \bar{f}_z,$$

由此得到滑模存在的必要条件

$$\frac{\cos \varphi}{J_{z_1}} (\bar{K}_z - \underline{K}_z) > \bar{f}_z - \underline{f}_z.$$

下面证明俯仰子系统在控制器:

$$M_{z_1} = \begin{cases} \underline{K}_z, & s_z > 0, \\ \bar{K}_z, & s_z < 0 \end{cases}$$

作用下能够稳定跟踪指令俯仰角. 取Lyapunov函数 $V_z = \frac{1}{2} s_z^2$, 则有 $\dot{V}_z = \dot{s}_z \cdot s_z$, 因为有式(16)成立, 若式(16)不成立, 由于

$$M_{z_1} = \begin{cases} \underline{K}_z, & s_z > 0, \\ \bar{K}_z, & s_z < 0 \end{cases}$$

中的 $\bar{K}_z > 0$, $\underline{K}_z < 0$, 由于工程上, 反鱼雷雷的俯仰角速度有界, 视作干扰的其他两个通道对俯仰通道的耦合作用有界, 实际上, 当反鱼雷雷不发生横滚时, 通道间的耦合作用极小, 由于有横滚控制器的作用, 所以 f_z 很小, 所以, 可以将控制量的上下限的绝对值取得足够大, 总能满足式(16)成立, 所以有 $\dot{V}_z = \dot{s}_z \cdot s_z < 0$, 又 $V_z > 0$, 所以 $V_z \rightarrow 0$,

即 $s_z \rightarrow 0$. 由式(15), 因 $c_z > 0$, 所以 $s_z \rightarrow 0$ 时, θ 稳定地收敛于 θ_0 . 由此可见, 俯仰子系统在控制 $M_{z_1} = \begin{cases} \underline{K}_z, & s_z > 0, \\ \bar{K}_z, & s_z < 0 \end{cases}$ 作用下能够使系统进入滑模状态, 即使得 $s_z \rightarrow 0$, 而在滑模状态下俯仰角 θ 稳定地趋于指令俯仰角 θ_0 .

4.2 偏航子系统控制器设计(Design of controller for yawing subsystem)

与俯仰子系统控制器设计相似, 针对偏航子系统, 选取滑模切换函数

$$s_y = c_y(x_{1y} - \psi_0) + x_{2y} = c_y(\psi - \psi_0) + \dot{\psi}, \quad (17)$$

其中: $c_y > 0$ 且为常数, ψ_0 为弹道所需偏航角. 由于满足 $|\theta| < \pi/2$, $|\varphi| < \pi/2$, 所以有

$$\sec \theta \cdot \cos \varphi / J_{y_1} > 0.$$

显然, 系统在滑模面上 $s_y = 0$ 是渐近稳定的. 可得到

$$\dot{s}_y = c_y \dot{\psi} + \ddot{\psi} = c_y \dot{\psi} + \frac{\sec \theta \cdot \cos \varphi}{J_{y_1}} \cdot M_{y_1} + f_y.$$

由于偏航力矩 M_{y_1} 主要由直舵产生, 其大小是有限的, 令 $\underline{K}_y < M_{y_1} < \bar{K}_y$, 取控制

$$M_{y_1} = \begin{cases} \underline{K}_y, & s_y > 0, \\ \bar{K}_y, & s_y < 0. \end{cases}$$

由滑模到达条件可得

$$\dot{s}_y = \begin{cases} c_y \dot{\psi} + \frac{\sec \theta \cdot \cos \varphi}{J_{y_1}} \underline{K}_y + f_y < 0, & s_y > 0, \\ c_y \dot{\psi} + \frac{\sec \theta \cdot \cos \varphi}{J_{y_1}} \bar{K}_y + f_y > 0, & s_y < 0. \end{cases} \quad (18)$$

由此可得

$$\begin{aligned} -\frac{\sec \theta \cdot \cos \varphi}{J_{y_1}} \bar{K}_y - f_y < c_y \dot{\psi} < \\ -\frac{\sec \theta \cdot \cos \varphi}{J_{y_1}} \underline{K}_y - f_y. \end{aligned}$$

考虑到 $\underline{f}_y < f_y < \bar{f}_y$, 所以

$$\begin{aligned} -\frac{\sec \theta \cdot \cos \varphi}{J_{y_1}} \bar{K}_y - \bar{f}_y < c_y \dot{\psi} < \\ -\frac{\sec \theta \cdot \cos \varphi}{J_{y_1}} \underline{K}_y - \underline{f}_y, \end{aligned}$$

由此得到滑模存在的必要条件

$$-\frac{\sec \theta \cdot \cos \varphi}{J_{y_1}} \bar{K}_y - \bar{f}_y < -\frac{\sec \theta \cdot \cos \varphi}{J_{y_1}} \underline{K}_y - \underline{f}_y,$$

即

$$\frac{\sec \theta \cdot \cos \varphi}{J_{y_1}} (\bar{K}_y - \underline{K}_y) > \bar{f}_y - \underline{f}_y. \quad (19)$$

下面证明偏航子系统在控制器

$$M_{y_1} = \begin{cases} \underline{K}_y, & s_y > 0, \\ \bar{K}_y, & s_y < 0 \end{cases}$$

作用下能够稳定跟踪指令偏航角. 取Lyapunov函数 $V_y = \frac{1}{2} s_y^2$, 则有 $\dot{V}_y = \dot{s}_y \cdot s_y$, 因为有式(18)成立, 若

式(18)不成立, 由于 $M_{y_1} = \begin{cases} \underline{K}_y, & s_y > 0, \\ \bar{K}_y, & s_y < 0 \end{cases}$ 中的 $\bar{K}_y >$

0 , $\underline{K}_y < 0$, 由于工程上, 反鱼雷鱼雷的偏航角速度

有界, 视作干扰的其他两个通道对偏航通道的耦合作用有界, 实际上, 当反鱼雷鱼雷不发生横滚时, 通道间的耦合作用极小, 由于有横滚控制器的作用, 所以 f_y 很小, 又有 $\sec \theta \cdot \cos \varphi / J_{y_1} > 0$, 所以, 可以将控制量 M_{y_1} 的上下限的绝对值取得足够大, 总能满足式(18)成立, 所以有 $\dot{V}_y = \dot{s}_y \cdot s_y < 0$, 又 $V_y > 0$, 所以 $V_y \rightarrow 0$, 即 $s_y \rightarrow 0$. 由式(17), 因 $c_y > 0$, 所以 $s_y \rightarrow 0$ 时, ψ 稳定地收敛于 ψ_0 . 由此可见, 偏航子

系统在控制 $M_{y_1} = \begin{cases} \underline{K}_y, & s_y > 0, \\ \bar{K}_y, & s_y < 0 \end{cases}$ 作用下能够使系

统进入滑模状态, 即使得 $s_y \rightarrow 0$, 而在滑模状态下偏航角 ψ 稳定地趋于指令偏航角 ψ_0 .

4.3 横滚子系统控制器设计(Design of controller for rolling subsystem)

根据变结构控制原理, 针对横滚子系统

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_{1x} \\ \dot{x}_{2x} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{1x} \\ x_{2x} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{J_{x_1}} \end{bmatrix} M_{x_1} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} f_x, \quad (20)$$

选取滑模切换函数

$$s_x = c_x x_{1x} + x_{2x} = c_x \varphi + \dot{\varphi}, \quad (21)$$

其中 $c_x > 0$ 且为常数, 显然系统在滑模面上 $s_x = 0$ 是渐近稳定的, 可以得到

$$\dot{s}_x = c_x \dot{\varphi} + \ddot{\varphi} = c_x \dot{\varphi} + \frac{1}{J_{x_1}} M_{x_1} + f_x. \quad (22)$$

由于控制量 M_{x_1} 是由差动舵角产生的, 其大小是有限的, 令 $\underline{K}_x < M_{x_1} < \bar{K}_x$, 取控制

$$M_{x_1} = \begin{cases} \underline{K}_x, & s_x > 0, \\ \bar{K}_x, & s_x < 0, \end{cases}$$

由滑模到达条件可得

$$\dot{s}_x = \begin{cases} c_x \dot{\varphi} + \frac{1}{J_{x_1}} \underline{K}_x + f_x < 0, & s_x > 0, \\ c_x \dot{\varphi} + \frac{1}{J_{x_1}} \bar{K}_x + f_x > 0, & s_x < 0, \end{cases} \quad (23)$$

即

$$-\frac{1}{J_{x_1}} \bar{K}_x - f_x < c_x \dot{\varphi} < -\frac{1}{J_{x_1}} \underline{K}_x - f_x.$$

考虑到 f_x 的限制, $\underline{f}_x < f_x < \bar{f}_x$,

$$-\frac{1}{J_{x_1}} \bar{K}_x - \bar{f}_x < c_x \dot{\varphi} < -\frac{1}{J_{x_1}} \underline{K}_x - \underline{f}_x, \Rightarrow$$

$$-\frac{1}{J_{x_1}} \bar{K}_x - \underline{f}_x < -\frac{1}{J_{x_1}} \underline{K}_x - \bar{f}_x.$$

由此可得滑模存在的必要条件

$$\frac{1}{J_{x_1}} (\bar{K}_x - \underline{K}_x) > \bar{f}_x - \underline{f}_x. \quad (24)$$

下面证明横滚子系统在控制 M_{x_1} 的作用下, 能够将横滚角控制在零角度. 取 Lyapunov 函数 $V_x = \frac{1}{2} s_x^2$, 则有 $\dot{V}_x = \dot{s}_x \cdot s_x$, 因为有式(23)成立, 若式(23)不成立, 由于 $M_{x_1} = \begin{cases} \underline{K}_x, & s_x > 0, \\ \bar{K}_x, & s_x < 0 \end{cases}$ 中的 $\bar{K}_x > 0, \underline{K}_x < 0$, 由于工程上, 反鱼雷鱼雷的横滚角速度 $\dot{\varphi}$ 有界, 视作干扰的其他两个通道对偏航通道的耦合作用 f_x 有界, 实际上, 当反鱼雷鱼雷不发生横滚时, 通道间的耦合作用极小, 由于有横滚控制器的作用, 所以 f_x 很小, 又有 $\frac{1}{J_{x_1}} > 0$, 所以, 可以将控制量 M_{x_1} 的上下限的绝对值取得足够大, 总能满足式(23)成立, 所以有 $\dot{V}_x = \dot{s}_x \cdot s_x < 0$, 又 $V_x > 0$, 所以 $V_x \rightarrow 0$, 即 $s_x \rightarrow 0$. 由式(21)

$$s_x = c_x x_{1x} + x_{2x} = c_x \varphi + \dot{\varphi}.$$

因 $c_x > 0$, 所以 $s_x \rightarrow 0$ 时, φ 稳定地收敛于零. 由此可见, 俯仰子系统在控制

$$M_{x_1} = \begin{cases} \underline{K}_x, & s_x > 0, \\ \bar{K}_x, & s_x < 0 \end{cases}$$

作用下能够使系统进入滑模状态, 即使得 $s_x \rightarrow 0$, 而在滑模状态下横滚角 φ 稳定地趋于零.

5 仿真分析(Simulation analysis)

由各子系统状态方程以及所设计的控制器构建仿真模型:

$$\begin{cases} \dot{x}_{1z} = x_{2z}, \\ \dot{x}_{2z} = \frac{\cos x_{1x}}{J_{z_1}} M_z + f_z, \\ s_z = c_z (x_{1z} - \theta_0) + x_{2z}, \\ M_z = \begin{cases} \underline{K}_z, & s_z > 0, \\ \bar{K}_z, & s_z < 0, \end{cases} \\ \dot{x}_{1x} = x_{2x}, \\ \dot{x}_{2x} = \frac{1}{J_{x_1}} M_x + f_x, \\ s_x = c_x x_{1x} + x_{2x}, \\ M_x = \begin{cases} \underline{K}_x, & s_x > 0, \\ \bar{K}_x, & s_x < 0, \end{cases} \\ \dot{x}_{1y} = x_{2y}, \\ \dot{x}_{2y} = \frac{\sec x_{1z} \cdot \cos x_{1x}}{J_{y_1}} M_y + f_y, \\ s_y = c_y (x_{1y} - \psi_0) + x_{2y}, \\ M_y = \begin{cases} \underline{K}_y, & s_y > 0, \\ \bar{K}_y, & s_y < 0, \end{cases} \end{cases} \quad (25)$$

式(25)中各参数在前面均有说明, 式(25)中有12个未知数, 12个方程(由于 f_z, f_x, f_y 均可由其他未知数表示所以不作为未知数)方程组存在唯一解, 采用龙哥库塔法对式(25)解微分方程. 仿真分以下几种情况:

1) 假设ATT初始俯仰角、偏航角和横滚角均为零, 弹道所需俯仰角 $\theta_0 = 0$, 所需偏航角 $\psi_0 = 45\pi/180 = 0.785$, 以某型现役鱼雷参数代入仿真模型, 并取 $\underline{K}_z = \underline{K}_y = -1000 \text{ N}\cdot\text{m}$, $\bar{K}_z = \bar{K}_y = 1000 \text{ N}\cdot\text{m}$, $\bar{K}_x = 200 \text{ N}\cdot\text{m}$, $\underline{K}_x = -200 \text{ N}\cdot\text{m}$, $c_z = c_y = c_x = 2$, 仿真步长取 $t = 0.001 \text{ s}$, 仿真结果如图1所示.

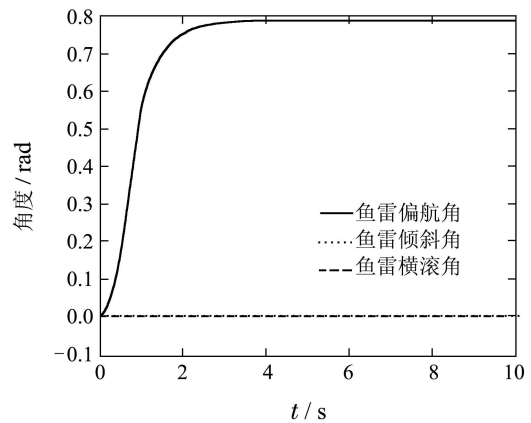


图 1 ATT姿态角过渡曲线I

Fig. 1 Transition curve I of ATT's pose angle

ATT姿态角稳定跟踪弹道所需偏航角, 俯仰角和横滚角稳定控制在零角度.

2) 弹道所需俯仰角 $\theta_0 = 45\pi/180 = 0.785$, 所需偏航角 $\psi_0 = 30\pi/180 = 0.523$, 仿真结果如图2所示.

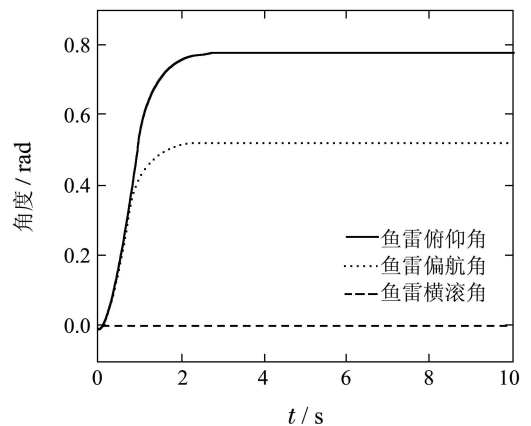


图 2 ATT姿态角过渡曲线II

Fig. 2 Transition curve II of ATT's pose angle

ATT姿态角稳定跟踪弹道所需俯仰角和偏航角, 横滚角稳定控制在零角度.

3) 弹道所需俯仰角 $\theta_0 = 45\pi/180 = 0.785$, 所

需偏航角 $\psi_0 = 0$, 偏航角和横滚角均控制在零角度。仿真结果如图3所示。

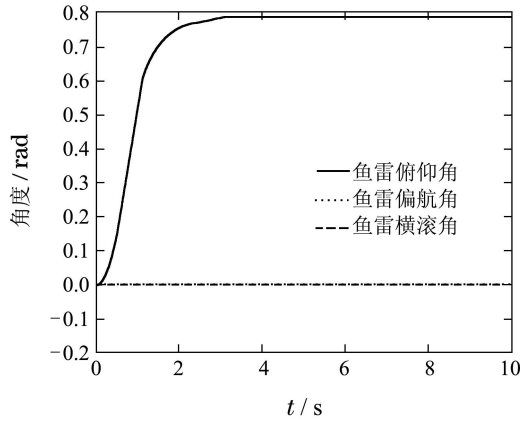


图3 ATT姿态角过渡曲线III

Fig. 3 Transition curve III of ATT's pose angle

6 结论(Conclusions)

本文在建立反鱼雷鱼雷姿态运动三通道子系统状态方程的基础上, 采用变结构控制设计的反鱼雷鱼雷姿态控制器, 能够实现反鱼雷鱼雷姿态运动三通道的解耦控制, 反鱼雷鱼雷俯仰角和偏航角能够快速稳定地跟踪弹道所需俯仰角和偏航角, 系统过渡时间短, 不存在超调, 曲线平滑稳定。

参考文献(References):

- [1] 陈晔, 王德石, 董友亮. 鱼雷姿态系统的输出反馈变结构控制研究 [J]. 兵工学报, 2009, 30(2): 213 – 216.
(CHEN Ye, WANG Deshi, DONG Youliang. Study of output feedback variable structure control in torpedo attitude system [J]. *Acta Armamentarii*, 2009, 30(2): 213 – 216.)
- [2] 童春霞, 王正杰, 张天桥. BTT导弹的变结构解耦控制系统设计 [J]. 宇航学报, 2006, 27(1): 27 – 31.

(TONG Chunxia, WANG Zhengjie, ZHANG Tianqiao. Decouplingsystem design based on variable structure system for BTT missile [J]. *Journal of Astronautics*, 2006, 27(1): 27 – 31.)

- [3] 霍星, 胡庆雷, 肖冰, 等. 带有饱和和受限的挠性卫星变结构姿态容错控制 [J]. 控制理论与应用, 2011, 28(9): 1063 – 1068.
(HUO Xing, HU Qinglei, XIAO Bing, et al. Variable structure fault tolerant attitude control for flexible satellite with input saturation [J]. *Control Theory & Applications*, 2011, 28(9): 1063 – 1068.)
- [4] 迟学谦, 王青, 侯砚泽, 等. 倾斜转弯导弹的鲁棒跟踪切换控制 [J]. 上海交通大学学报, 2011, 45(2): 284 – 289.
(CHI Xueqian, WANG Qing, HOU Yanze, et al. Robust model following switching control of BTT missile [J]. *Journal of Shanghai Jiaotong University*, 2011, 45(2): 284 – 289.)
- [5] 徐德民. 鱼雷自动控制系统 [M]. 西安: 西北工业大学出版社, 2000: 46.
- [6] 段广仁, 王好谦, 张焕水. 平滑切换控制律的参数化设计及其在倾斜转弯导弹中的应用 [J]. 航天控制, 2005, 23(2): 41 – 46.
(DUAN Guangren, WANG Haoqian, ZHANG Huanshui. Parameter design of smooth switching controller and application for bank-to-turn missiles [J]. *Aerospace Control*, 2005, 23(2): 41 – 46.)
- [7] HOU Yanze, DONG Chaoyang, WANG Qing. Stability analysis of switched linear systems with locally overlapped switching law [J]. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 2010, 33(2): 396 – 403.
- [8] XU R, OZGUNER U. Optimal sliding mode control for linear systems [C] // *Proceedings of the 2006 International Workshop on Variable Structure Systems*. New York: IEEE, 2006: 143 – 148.

作者简介:

张西勇 (1978–), 男, 博士后研究生, 主要研究领域为反鱼雷鱼雷控制与制导技术, E-mail: xiyong203@163.com;

李宗吉 (1974–), 男, 副研究员, 主要研究领域为鱼雷控制技术, E-mail: lizongji@163.com;

王树宗 (1938–), 男, 教授, 博士生导师, 主要研究领域为鱼雷发射与控制技术, E-mail: wangshuzong@sina.com.