

马尔可夫协整回归模型的动态滤波估计

原子霞^{1†}, 杨政²

(1. 电子科技大学 数学科学学院, 四川 成都 611731; 2. 电子科技大学 经济与管理学院, 四川 成都 610054)

摘要: 本文提出动态滤波估计方法估计马尔可夫协整回归模型的参数. 利用领先和滞后方法构造辅助的动态回归模型, 以消除解释变量和误差序列间的相关性以及误差自相关性对估计结果的影响. 在Hamilton滤波基础上, 应用极大似然方法估计辅助模型的参数. 模拟计算结果表明动态滤波估计方法能降低误差序列相关性造成的估计偏差. 对1990年1月至2011年10月的中国进出口贸易数据, 利用所提方法建立了马尔可夫协整回归模型.

关键词: 机制转换; 协整; Hamilton滤波; 动态模型

中图分类号: O214; F064 **文献标识码:** A

Dynamic filtering estimation of Markov regime-switching cointegrating regression model

YUAN Zi-xia^{1†}, YANG Zheng²

(1. School of Mathematical Sciences, University of Electronic Science and Technology of China, Chengdu Sichuan 611731, China;
2. School of Management and Economics, University of Electronic Science and Technology of China, Chengdu Sichuan 610054, China)

Abstract: A dynamic filtering method is proposed to estimate the parameters of Markov regime-switching cointegrating regression model. In order to eliminating both the serial and contemporaneous correlation between the regressors and errors, an auxiliary dynamic regression model is developed by using a leads-and-lags approach. The maximum likelihood estimation (MLE) is performed on the auxiliary model by employing the Hamilton filter. Simulation experiments show that the method reduces the bias of the parameter estimator. A Markov cointegrating model is estimated between the export and import trade in China from January 1990 to October 2011.

Key words: regime-switching; Cointegration; Hamilton filtering; dynamic model

1 引言(Introduction)

马尔可夫机制转换的回归模型由Goldfeld和Quandt^[1]提出, 模型中自变量和因变量之间的关系, 受状态变量控制在不同机制间相互转换, 而状态变量是一个马尔可夫链. 具有马尔可夫机制转换的自回归模型由Hamilton^[2]在时间序列建模中进行了推广. 马尔可夫机制转换模型在工业工程、自动化控制、电子技术和经济金融等领域得到了广泛应用. 结合马尔可夫机制转换的非线性和时间序列协整的非平稳性, Hall等^[3]首次提出马尔可夫机制转换的协整回归模型, 并用来研究日本的消费函数. Gabriel等^[4]基于马尔可夫机制转换的协整回归模型对美国的股价和红利关系进行了研究. Davies^[5]应用马尔可夫协整模型对国际证券市场的一体化进行了分析. Sugita^[6]利用马尔可夫协整回归模型对英国和美国的购买力平价问题进行了讨论.

上述文献关于马尔可夫协整回归模型的应用研

究, 估计模型参数时直接把误差视为白噪声, 没有考虑误差序列的相关性对建立协整回归模型的影响^[3-6]. 注意到许多经济和金融时间序列蕴含了自相关特征, 通常协整回归模型中的误差序列也具有自相关性. 因此, 忽略误差序列的相关性, 就可能对模型参数的估计造成偏差, 进而影响估计参数的显著性. 为了克服误差和解释变量之间的序列相关性, Kim^[7-8]在平稳时间序列的马尔可夫回归模型中, 研究了纠正偏差的参数估计. Saikkenon^[9]对线性协整回归模型应用领先和滞后的方法处理了误差序列相关性的问题. Saikkenon和Choi^[10]在平滑转换协整回归模型用相同方法解决了误差序列相关性, 首先用领先和滞后方法构造辅助回归模型, 然后用非线性最小二乘法估计参数. 在马尔可夫协整回归模型中对误差序列相关性的处理, 目前尚未见到相关的研究.

本文提出动态滤波方法估计马尔可夫协整回归

模型的参数. 首先, 利用领先和滞后的方法消除误差序列自相关和序列相关, 得到一个辅助的动态协整回归模型, 然后应用Hamilton^[2]的极大似然滤波方法得到参数估计. 动态滤波估计方法考虑了误差序列相关性的问题, 弥补了已有马尔可夫协整模型在参数估计方面的不足. 此外, 本文的研究把Saikkenon^[9]的领先和滞后方法由线性协整推广到马尔可夫非线性协整, 并把马尔可夫模型纠正偏差的参数估计由平稳时间序列^[7-8]拓展到非平稳时间序列的协整模型上.

本文安排如下: 第2部分介绍马尔可夫协整回归模型的动态滤波估计方法; 第3部分是模拟计算, 比较了忽略和考虑误差序列相关性两种不同情况下的参数估计; 第4部分建立了关于中国进出口数据的马尔可夫协整回归模型; 最后是结论部分.

2 模型和估计(Model and estimation)

2.1 动态模型(Dynamic model)

考虑马尔可夫机制转换的协整回归模型如下:

$$y_t = \mu_{S_t} + \beta'_{S_t} x_t + u_t, \quad (1)$$

其中: 变量 y_t 是1维的 $I(1)$ 变量, 变量 x_t 是 k 维 $I(1)$ 向量; 下标 S_t 表示马尔可夫随机变量, 状态取值为1和2, 每个状态对应于回归模型的一种机制. 当 $S_t = 1$, 则截距 μ_1 和斜率 β_1 刻画了变量 y_t 和 x_t 在 t 时刻的协整关系, 即协整关系属于机制1. 当 $S_t = 2$, 协整关系属于机制2. 假定变量 S_t 服从一阶的马尔可夫链. 从 $t - 1$ 时刻到 t 时刻, 变量 $S_t = 1$ 停留在状态1的概率设为 p_{11} , $S_t = 2$ 停留在状态2的概率设为 p_{22} , 状态转移的概率矩阵 P 定义为

$$P = \begin{bmatrix} p_{11} & p_{21} \\ p_{12} & p_{22} \end{bmatrix}, \quad (2)$$

其中 $p_{12} = 1 - p_{11}$ 表示 S_t 从 $t - 1$ 时刻由状态1转移到 t 时刻状态2的概率. 同理, $p_{21} = 1 - p_{22}$ 表示状态2转移到状态1的概率. 在式(1)中, u_t 是1维零均值平稳误差项, $v_t = \Delta x_t$ 是 k 维零均值平稳误差向量. 误差序列 $w_t = (u_t, v_t)'$ 是平稳的, 令 $W_t = \sum_{j=1}^t w_j$, 则协方差矩阵表示为

$$\Omega = \begin{pmatrix} \omega_{uu, S_t} & \omega'_{vu, S_t} \\ \omega_{vu, S_t} & \Omega_{vv} \end{pmatrix} = \Sigma + \Lambda + \Lambda' = \lim_{T \rightarrow \infty} E\left(\frac{1}{T} W_T W_T'\right),$$

其中:

$$\Sigma = \begin{bmatrix} \sigma_{uu, S_t} & \sigma'_{uv, S_t} \\ \sigma_{vu, S_t} & \Sigma_{vv} \end{bmatrix} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T E(w_t w_t'),$$

$$\Lambda = \begin{bmatrix} \lambda_{uu, S_t} & \lambda'_{vu, S_t} \\ \lambda_{vu, S_t} & \Lambda_{vv} \end{bmatrix} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \sum_{j=1}^{t-1} E(w_j w_t').$$

在协方差矩阵 Ω 中, 自协方差 λ_{uu, S_t} 不为零, 表明

误差序列 $\{u_t\}$ 具有自相关性. 协方差 ω_{vu, S_t} 不为零表明 $\{u_t\}$ 和 $\{v_t\}$ 具有序列间相关性, 使得变量 $x_t = x_{t-1} + v_t$ 和 u_t 具有相关性, 即解释变量 x_t 在回归模型(1)中是内生的. 由于内生解释变量使得模型参数估计出现偏差是一个常见的统计问题, 因此在估计模型(1)时需要先消除内生性. 又因为模型(1)中包含机制转换变量 S_t , 传统的普通最小二乘估计方法并不能估计模型参数. 因此本文首先解决 x_t 的内生性问题, 再采用Hamilton^[2]的极大似然滤波估计方法, 对截距项 μ 和斜率系数 β 进行参数估计.

假定误差过程 $\{w_t\}$ 满足高斯形式, 平稳且线性正则的条件, 则有

$$E[u_t | \{\Delta x_t\}] = E[u_t | \{v_t\}] = d(L) \Delta x_t \quad (3)$$

成立, 其中: $d(L)$ 是双侧的延迟算子, Δ 是差分算子. 式(3)表明误差 u_t 的条件期望是 Δx_t 的函数. 模型(1)改写为下面动态辅助形式:

$$y_t = \mu_{S_t} + \beta'_{S_t} x_t + d(L)_{S_t} \Delta x_t + \sigma_{S_t} e_t = \mu_{S_t} + \beta'_{S_t} x_t + \sum_{j=-q}^q \delta'_{j, S_t} \Delta x_{t-j} + \sigma_{S_t} e_t = \theta'_{S_t} X_t + \sigma_{S_t} e_t, \quad (4)$$

其中: $\theta_{S_t} = (\mu_{S_t}, \beta'_{S_t}, \delta'_{-q, S_t}, \dots, \delta'_{q, S_t})'$, 变量 $X_t = (1, x'_t, \Delta x'_{t-q}, \dots, \Delta x'_{t+q})'$, 误差 $\sigma_{S_t} e_t = u_t - E[u_t | \{v_t\}]$, $\sigma_{S_t}^2$ 是两种机制下误差的方差, e_t 服从高斯分布. 领先和滞后阶数 q 由AIC准则确定. 在静态模型(1)中增加领先和滞后变量 $\Delta x_{t-q}, \dots, \Delta x_{t+q}$ 变形为动态模型(4), 使得 $\{x_t\}$ 和 $\{e_t\}$ 不再相关.

2.2 滤波估计(Filtering estimation)

模型(4)的参数估计通过极大化下面对数似然函数完成:

$$\ln L(\theta_i, \sigma_i, p_{ii}) = \sum_{t=1}^T \ln(f(y_t | X_t, I_{t-1})) = \sum_{t=1}^T \ln\{f(y_t | X_t, I_{t-1}, S_t = 1)P[S_t = 1 | I_{t-1}] + f(y_t | X_t, I_{t-1}, S_t = 2)P[S_t = 2 | I_{t-1}]\}, \quad (5)$$

其中: $i = 1, 2$, $f(\cdot)$ 是密度函数, I_{t-1} 是所有到 $t - 1$ 时刻的信息集, 即包含在 t 时刻以前 X_t 和 y_t 的所有信息. 应用Hamilton滤波迭代估计参数时, 极大化对数似然函数式(5)的计算由两大步骤组成: 第1步推断变量 S_t 在 t 时刻的状态, 第2步计算这个状态下参数的估计值, 重复这两大步骤直到满足收敛准则.

第1步 推断变量 S_t 在 t 时刻的状态. 令 $\hat{\xi}_{t|t} = (P[S_t = 1 | I_t, \theta, \sigma], P[S_t = 2 | I_t, \theta, \sigma])'$ 表示条件概率组成的向量, 计算 t 时刻的平滑概率 $\hat{\xi}_{t|T}$ 由预测、推断和平滑组成:

i) 预测:

$$\hat{\xi}_{t+1|t} = P \hat{\xi}_{t|t}. \quad (6)$$

ii) 推断:

$$\hat{\xi}_{t|t} = \frac{(\hat{\xi}_{t|t-1} \otimes f_t)}{\mathbf{1}'(\hat{\xi}_{t|t-1} \otimes f_t)}. \quad (7)$$

iii) 平滑:

$$\hat{\xi}_{t|T} = \hat{\xi}_{t|t} \otimes (P'[\hat{\xi}_{t+1|T} \div \hat{\xi}_{t+1|t}]), \quad (8)$$

其中: P 是状态转移的概率矩阵, 符号 $\mathbf{1}'$ 表示元素为1的行向量, 符号 \otimes 和 \div 分别表示向量元素对向量元素的乘法和除法. f_t 是 y_t 条件于 X_t 的密度函数, 定义为

$$f_t = \begin{bmatrix} f(y_t|S_t = 1, X_t, I_{t-1}, \theta_1, \sigma_1) \\ f(y_t|S_t = 2, X_t, I_{t-1}, \theta_2, \sigma_2) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_1} \exp\{-\frac{1}{2\sigma_1^2}(y_t - \theta_1 X_t)^2\} \\ \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_2} \exp\{-\frac{1}{2\sigma_2^2}(y_t - \theta_2 X_t)^2\} \end{bmatrix}. \quad (9)$$

在优化迭代过程中, 假定参数的初始估计值为 $\hat{\theta}$, $\hat{\sigma}$, \hat{P} 和条件概率 $\hat{\xi}_{1|0}$. 推断 S_t 在下次迭代的状态, 首先利用推断式(7)计算概率 $\hat{\xi}_{1|1}$, 然后把 $\hat{\xi}_{1|1}$ 和转移矩阵 P 代入式(6)计算得到 $\hat{\xi}_{2|1}$. 重复利用预测公式(6)和推断公式(7)计算直到概率 $\hat{\xi}_{T|T}$, 得到全样本的 $\hat{\xi}_{t|t}(t = 1, \dots, T)$. 把 $\hat{\xi}_{t|t}$ 代入式(8), 计算全样本的平滑概率 $\hat{\xi}_{t|T}(t = T, \dots, 1)$.

第2步 计算参数估计值. 利用第1步估计得到的平滑概率, $P(S_t = j|I_T; \hat{\theta}, \hat{\sigma})$, $j = 1, 2, t = 1, \dots, T$, 估计参数

$$\hat{\theta}_j = (\sum_{t=1}^T X_t(j)X_t(j)')^{-1}(\sum_{t=1}^T X_t(j)y_t(j)), \quad (10)$$

$$\hat{\sigma}_j^2 = \sum_{t=1}^T (y_t - \hat{\beta}_j X_t(j))^2 \cdot P(S_t = j|I_T; \hat{\theta}, \hat{\sigma}), \quad (11)$$

其中 $j = 1, 2$,

$$y_t(j) = y_t \sqrt{P(S_t = j|I_T; \hat{\theta}, \hat{\sigma})}$$

$$x_t(j) = x_t \sqrt{P(S_t = j|I_T; \hat{\theta}, \hat{\sigma})}$$

利用 $\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2, \hat{\sigma}_1$ 和 $\hat{\sigma}_2$ 的估计, 以及转移概率的初始估计 \hat{p}_{11} 和 \hat{p}_{22} , 计算新的转移概率为

$$\hat{p}_{i,j} = \frac{\sum_{t=2}^T P(S_t = j, S_{t-1} = i|I_T; \hat{\theta}, \hat{\sigma})}{\sum_{t=2}^T P(S_{t-1} = i|I_T; \hat{\theta}, \hat{\sigma})}, \quad (12)$$

从而得到新的转移矩阵 \hat{P} .

结合第1步和第2步, 极大似然的动态滤波估计过程为: 给定初值 $\theta^{(0)}, \sigma^{(0)}, \hat{P}^{(0)}$ 和 $\hat{\xi}_{1|0}^{(0)}$, 利用第1步的计算得到全样本平滑概率, 然后利用式(10)和(11)得到一次新的参数估计 $\theta^{(1)}$ 和 $\sigma^{(1)}$, 利用式(12)更新得到 $p_{11}^{(1)}$ 和 $p_{22}^{(1)}$. 再把 $\theta^{(1)}, \sigma^{(1)}, \hat{P}^{(1)}$ 代入式(7)开始第2次

迭代计算推断概率. 重复整个估计过程, 满足停止准则后结束整个迭代运算.

3 模拟实验(Simulation experiments)

本节利用蒙特卡洛方法研究动态滤波估计方法的有限样本性质. 利用软件Eviews 6.0版本编写程序语言. 模拟样本考虑 $T = 200$ 和 400 两种情况. 每次模拟产生1000组数据 $\{y_t\}$ 和 $\{x_t\}$ 对每组样本用滤波方法计算似然函数时, 分别用不纠正相关性的模型(1)和纠正相关性的模型(4). 为简化实验忽略常数项, 模拟数据的生成过程如下(N 表示正态分布):

$$\begin{aligned} y_t &= \beta_{S_t} x_t + u_t, \\ x_t &= x_{t-1} + v_t, \\ \begin{bmatrix} u_t \\ v_t \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} e_{1t} \\ e_{2t} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_{11,S_t} & b_{21,S_t} \\ 0 & b_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_{1t-1} \\ e_{2t-1} \end{bmatrix}, \\ \begin{bmatrix} e_{1t} \\ e_{2t} \end{bmatrix} &\sim \text{i.i.d. N} \left(\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \right). \end{aligned}$$

状态变量 S_t 的取值决定了协整关系 β_{S_t} 处于不同的机制. 误差序列 $\{u_t\}$ 包含了自相关和序列相关, 且 b_{11,S_t} 和 b_{21,S_t} 表明了相关性由 S_t 而变化. 设定 $b_{11,1} = b_{21,1} = 0.3$ 和 $b_{11,2} = b_{21,2} = 0.6$, 其它参数值的设定如表1第2列, 延迟步长 q 取1和2两种情况. 由于 q 的取值对估计影响很小, 为节约篇幅省略了 $q = 2$ 的估计情况. 考虑样本 $T = 200$ 和 400 两种情况. 在优化迭代过程中, 参数初值 $\theta^{(0)}$ 和 $\sigma^{(0)}$ 由线性回归估计结果赋值, 条件概率初值设定为 $\hat{\xi}_{1|0} = [0.8, 0.8]'$. 实验主要记录了估计的均值和标准误两个统计指标, 表1给出了参数估计结果.

表1 基于模拟实验的滤波估计性质
Table 1 Properties of filtering estimation in simulation experiments

参数	真值	模型(1)		模型(4)	
		均值	标准误差	均值	标准误差
$T = 200$					
β_1	-0.50	-0.490	0.054	-0.492	0.046
β_2	0.50	0.511	0.040	0.503	0.063
σ_1^2	1.18	1.131	0.214	1.191	0.057
σ_2^2	1.72	1.314	0.867	1.408	0.721
p_{11}	0.90	0.873	0.045	0.878	0.063
p_{22}	0.90	0.913	0.023	0.912	0.026
$T = 400$					
β_1	-0.50	-0.497	0.036	-0.499	0.036
β_2	0.50	0.503	0.047	0.498	0.044
σ_1^2	1.18	1.152	0.127	1.160	0.069
σ_2^2	1.72	1.227	0.125	1.524	0.117
p_{11}	0.90	0.882	0.022	0.889	0.022
p_{22}	0.90	0.928	0.016	0.924	0.014

注1 条件概率 $\xi_{1|0}$ 的约束条件是大于0且小于1. 实验也考虑了初值在0-1区间内任意选择的情况, 模拟结果与表1类似. 在1000次实验中大约有3%的实验在优化过程中发散, 或者转换概率 p_{11} 和 p_{22} 的估计值不在0-1区间内, 判定模拟失败. 表1计算各值时剔除了模拟失败的情况.

从表1看到, 当忽略误差序列的自相关和序列相关, 在模型(1)中估计 β_1 和 β_2 得到的偏差比由模型(4)中得到的偏差和标准误差更大. 随着样本的增大, 标准误差变小说明了估计的一致性. 因此, 应用动态滤波估计方法有助于改进估计偏差和提高估计精度.

4 实例分析(Empirical illustration)

本节应用马尔可夫协整回归模型对中国进出口数据之间的进行建模. 样本区间从1990年1月至2011年10月共262组数据, 数据来源于RESSET数据库. 出口数据用变量 y_t 表示, 进口数据用 x_t 表示.

首先对月数据进行预处理消除季节因素的影响, 然后取自然对数降低异方差, 预处理后数据如图1所示. 利用Eviews 6.0软件做ADF检验, 发现进口数据和出口数据都具有一阶单位根. 为了证明进出口数据之间具有机制转换的协整关系, 利用Gregory和Hansen检验方法识别^[11]. 对样本计算得到3个统计量 $ADF^* = -5.127$, $Z_t^* = -7.429$ 和 $Z_a^* = -84.557$, 3个统计量在5%水平上的临界值分别为-4.59, -4.59和-47.04. 因此, 3个统计量值都小于临界值, 说明进出口数据中存在机制变化特征, 接下来就是用模型(4)估计不同机制下的协整关系.

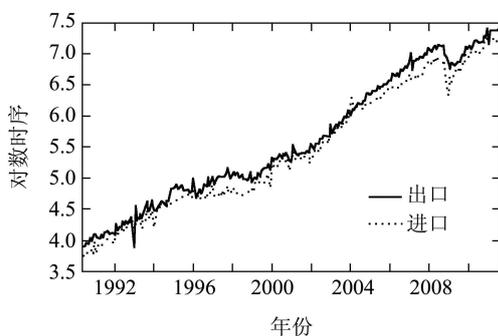


图1 进出口数据消除季节因素后的对数时序图
Fig. 1 The logarithm of import and export data eliminated seasonal factors

利用极大似然方法估计辅助回归模型(4), 常数项和斜率系数的初值采用线性回归的估计结果, 转移概率 p_{11} 和 p_{22} 的采用了0.1, 0.2, ..., 0.9和0.95等几种不同的初值, 最后收敛到相同的结果, 具体估计值如表2, 其中括号内数值是标准误差. 转移概率估计值 $\hat{p}_{11} = 0.978$ (标准误差为0.390)和 $\hat{p}_{22} = 0.963$

(标准误差为0.403)在5%水平上是显著的. 在状态1的高波动 $\sigma = 0.071$ 情况下, 除截距项 μ 是负值外, 斜率系数 β 和 δ 的估计值都大于状态2的估计值. δ_{-1} 和 δ_0 在统计上都显著, 表明误差序列中存在系列相关或者自相关. 系数 δ_1 无论处于哪一个状态, 估计结果都不显著. 这表明在回归模型(4)中领先一期的变量 Δx_{t+1} 对回归模型在 t 时刻并没有产生显著影响. 转移概率0.978和0.963越接近1表明协整关系 β 下一个时期停留在当前时期的机制的概率比较大, 而转移到另一个机制上的概率非常小. 通过计算两种机制相互转换的次数为 $262 \cdot (0.028 + 0.037) / 2 = 8.515$, 这和图2中平滑概率显示状态在0和1之间相互转换的次数为9是一致的. 图2显示两种机制下的样本大致相等, 大约各占总样本的一半.

表2 马尔可夫协整模型的参数估计

Table 2 Parameter estimation of cointegrating Markov regime-switching model

参数	$S_t = 1$		$S_t = 2$	
	估计值	标准误差	估计值	标准误差
$\hat{\mu}$	-0.258***	0.034	0.061*	0.033
$\hat{\beta}$	1.057***	0.006	1.027***	0.007
$\hat{\delta}_{-1}$	-0.128*	0.073	-0.333***	0.074
$\hat{\delta}_0$	-0.235***	0.071	-0.607***	0.102
$\hat{\delta}_1$	0.079	0.061	0.011	0.092
$\hat{\sigma}$	0.071***	0.004	0.062***	0.005

注2 表2中“***”, “**”和“*”分别表示估计值在1%, 5%和10%水平上是显著的.

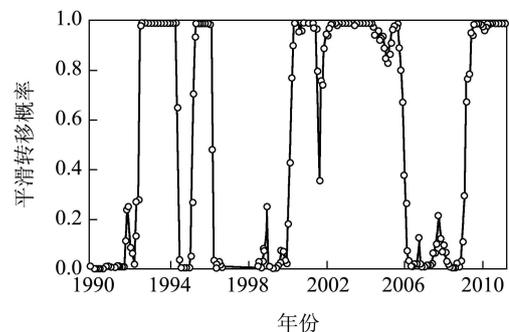


图2 状态1的平滑转移概率
Fig. 2 Smooth probabilities of State 1

5 结束语(Conclusions)

本文针对马尔可夫机制转换的协整回归模型进行参数估计. 为了消除误差序列间的相关性和自相关性对估计参数的影响, 采用增加领先和滞后变量的方法构造辅助回归模型. 在辅助模型中, 通过滤波似然估计方法对参数进行估计. 通过蒙特卡洛模拟

实验验证了滤波估计方法的有效性,并对中国进出口数据建立了马尔可夫机制转换协整回归模型.

在应用动态滤波估计马尔可夫协整回归模型的参数时, Eviews 6.0采用Marquardt优化算法对似然函数进行迭代运算. 在优化似然函数的过程中, 与某些优化算法类似的缺陷在于迭代结果有可能受到初始值的影响, 收敛到一个局部最大值而不是全局最大值. 在实验部分, 重复1000次产生不同的模拟样本, 采用同一个初值能够有效地估计参数, 说明动态滤波估计算法在本文实验中对初值的依赖性较小. 应用滤波估计方法对实际问题建模时, 由于局限于一组固定的数据集, 参数估计结果易受数据本身质量的影响. 一种稳健的策略是把参数空间划分成几个子空间. 在每个子空间内设定初始值进行计算, 观察是否一致收敛到最优估计结果. 如果似然函数不能收敛到同一个极大值, 一种妥协解决方案是结合对问题背景的分析, 比较不同初值的结果, 选择合适的估计值建立模型.

参考文献(References):

- [1] GOLDFELD S M, QUANDT R E. A Markov model for switching regressions [J]. *Journal of Econometrics*, 1973, 1(1): 3 – 16.
- [2] HAMILTON J D. A new approach to the economic analysis of non-stationary time series and the business cycle [J]. *Econometrica*, 1989, 57(2): 357 – 384.
- [3] HALL S, PSARADAKIS Z, SOLA M. Cointegration and changes in regime: the Japanese consumption function [J]. *Journal of Applied Econometrics*, 1997, 12(2): 151 – 168.
- [4] GABRIEL V J, PSARADAKIS Z, SOLA M. A simple method of testing for cointegration subject to multiple regime changes [J]. *Economic Letters*, 2002, 76(2): 213 – 221.
- [5] DAVIES A. Testing for international equity market integration using regime switching cointegration techniques [J]. *Reviews of Financial Economics*, 2006, 15(4): 305 – 321.
- [6] SUGITA K. Bayesian analysis of a Markov switching temporal cointegration model [J]. *Japan and the World Economy*, 2008, 20(2): 257 – 274.
- [7] KIM C. Markov-switching models with endogenous explanatory variables [J]. *Journal of Econometrics*, 2004, 122(1): 127 – 136.
- [8] KIM C. Markov-switching models with endogenous explanatory variables, II: A two-step MLE procedure [J]. *Journal of Econometrics*, 2009, 148(1): 46 – 55.
- [9] SAIKKONEN P. Asymptotically efficient estimation of cointegration regressions [J]. *Econometric Theory*, 1991, 7(1): 1 – 21.
- [10] SAIKKONEN P, CHOI I. Cointegrating smooth transition regressions [J]. *Econometric Theory*, 2004, 20(2): 301 – 340.
- [11] GREGORY A W, HANSEN B E. Residual-based tests for cointegration in models with regime shifts [J]. *Journal of Econometrics*, 1996, 70(1): 99 – 126.

作者简介:

原子霞 (1980–), 女, 讲师, 主要从事非线性方程及其数值计算的研究, E-mail: yzx8047@yahoo.com.cn;

杨政 (1978–), 男, 副教授, 主要研究非线性时间序列的建模与检验、动态数据处理, E-mail: yangzheng@uestc.edu.cn.