

# GPS软件接收机载波跟踪环路鲁棒滤波算法

李江<sup>1†</sup>, 钱富才<sup>1,2</sup>, 刘丁<sup>1</sup>

(1. 西安理工大学自动化与信息工程学院, 陕西西安 710048; 2. 西安交通大学系统工程国家重点实验室, 陕西西安 710054)

**摘要:** 在全球定位系统(GPS)软件接收机中, 环路滤波器对噪声抖动的抑制作用, 是用户精确连续跟踪卫星信号的重要保证. 本文用噪声未知但有界的假设, 代替了传统方法中噪声统计特性已知的苛刻要求, 应用半定规划方法将滤波问题转化为凸优化问题, 提出了载波跟踪环路鲁棒滤波算法, 获得了包含多普勒频移的置信椭球, 解决了复杂多变环境下GPS软件接收机的滤波跟踪问题. 应用模拟载波信号和实际卫星信号对该算法进行验证, 结果表明该方法能够连续有效跟踪GPS卫星信号, 为GPS软件接收机设计环路滤波器提供了新的思路.

**关键词:** 全球定位系统; 半定规划; 鲁棒滤波; 载波跟踪环路

**中图分类号:** TP273      **文献标识码:** A

## Robust filter algorithm of carrier tracking loop for GPS software receiver

LI Jiang<sup>1†</sup>, QIAN Fu-cai<sup>1,2</sup>, LIU Ding<sup>1</sup>

(1. School of Automation and Information Engineering, Xi'an University of Technology, Xi'an Shaanxi 710048, China;

2. State Key Laboratory for Manufacturing Systems Engineering, Xi'an Jiaotong University, Xi'an Shaanxi 710054, China)

**Abstract:** The inhibition of the loop filter noise jitter is an important guarantee for precise continuous tracking of the satellite signal in global positioning system (GPS) software receiver. This paper uses the noise unknown but bounded assumptions, instead of the demanding requirements of the noise statistical properties known in the traditional methods. The application of semidefinite programming approach converts the filtering problem into a convex optimization problem. Adopting the carrier tracking loop robust filtering algorithm to obtain the confidence ellipsoid containing the Doppler shift, we solve the filter tracking problem for GPS receiver in the complex and changing environment. The algorithm is validated by using the analog carrier signal and the actual satellite signal. Results show this method effectively tracks the GPS satellite signals and provides a new way of thinking for designing the loop filter for GPS receivers.

**Key words:** global positioning system; semidefinite programming; robust filter; carrier tracking loop

### 1 引言(Introduction)

软件无线电是将部分或全部物理层功能用软件实现的无线通信技术, 为进一步开发先进的无线电技术提供了灵活的形式. 特别是随着FPGA和DSP芯片计算能力的不断提高, 推动了全球定位系统(GPS)软件接收机的迅猛发展. GPS软件接收机不需要更改系统硬件电路而能改变底层功能, 这使得新算法能够获得快速测试. 传统的GPS接收机都是以硬件电路为基础, 其核心技术的保密性使得其他研究团体难以获得. 因此, GPS软件接收机提供了一个有效的研究平台.

目前, 一般的GPS接收机采用简单的低通滤波<sup>[1]</sup>对被污染的信号进行估计就已经能够满足普通用户的要求. 然而, 对于高动态用户, 载波频率

和相位、伪码相位均随着载体运动而发生较大变化, 传统的低通滤波器会带来较大误差, 影响接收机性能. 由于载体动态引入的多普勒频率变化对伪码跟踪环的影响可通过载波辅助消除, 所以, GPS接收机性能的优劣主要取决于载波跟踪模块的跟踪精度. 为此, 先后出现了大量的滤波算法<sup>[2-8]</sup>用于提高载波跟踪环路对载波频率和相位的滤波精度. 这些方法都是希望能够连续动态的对信号进行准确估计. 其中, 文献[7-8]在已知干扰信号统计特性的情况下, 采用基于Bayes滤波方法实现对GPS信号连续的动态估计. 当干扰信号的统计特性是高斯的, 可以采用基于Kalman滤波、扩展Kalman滤波或无迹Kalman滤波技术, 实现对信号的最优估计.

应用上述滤波算法, 其前提条件都要求噪声的

统计特性或者概率密度函数已知,这一要求明显过于苛刻,如白噪声和有色噪声引起的相位抖动、动态应力、卫星时钟误差及电离层时延等.这些干扰信号的统计特性随着不同的地理环境和天气情况是很难精确得到或者不断地变化.对于统计特性不断变化的情况,文献[9]采用自适应鲁棒滤波相位锁定环路对GPS载波信号进行跟踪.然而,对于统计特性未知的情况,显然采用上述滤波方法是无法处理的.事实上,对于各种噪声,估计其变化范围比验前估计噪声的统计特性要容易得多.作为一种尝试,本文假设噪声统计特性未知,但其变化范围已知,在半定规划(semidefinite programming, SDP)<sup>[10-12]</sup>框架下,对信号进行快速高效滤波或估计,正如后面仿真例子那样,取得了相对满意的结果.

近30年来,优化领域出现了许多优秀的方法,如半定规划SDP. SDP起源于20世纪60年代,在最近20多年内取得了突飞猛进的发展.在控制科学中,如果获得了控制问题的解析解,或者能够得到类似于代数Riccati方程的封闭解,传统的观念认为获得了该问题的“解”.SDP的出现,以其快速的计算和优良的性能,改变了人们的传统观念,因为,对于上百个变量的控制或决策问题,如果知道解析解,实践表明,用SDP寻优所用的时间和计算解析解所用的时间在同一个数量级.因此,目前工程界普遍认为只要所求的控制问题能够用SDP技术去求解,那么就可以认为获得了该问题的“解析解”.就这点而言,SDP方法的出现,改变了人们对“解”的观念.

本文将在SDP凸优化的理论框架下,通过在线求解线性矩阵不等式技术<sup>[13]</sup>,对噪声未知但有界的GPS信号进行估计,获得系统状态的可靠估计值,其突出特点是,将Kalman滤波的状态点连续估计过程转化为对状态真值属于某一集合的连续估计过程,使得估计更具鲁棒性.基本思想为:首先通过测量,获得系统的当前状态,然后把具有不确定性的滤波问题转化为优化问题,利用SDP的快速性,求解优化问题,获得当前时刻滤波值的最小置信椭球集,选取椭球集的圆心为滤波值,重复这一过程就能得到每个时刻系统状态的滤波值.采用这种方式滤波增强了GPS接收机对噪声适应能力,使系统的环路滤波器不容易失锁.

## 2 GPS软件接收机(GPS software receiver)

GPS软件接收机较之传统的以硬件实现的接收机,主要采用软件无线电的思想,应用相对通用的硬件平台,通过加载不同的应用程序实现不同的功能.这种灵活的实现方式,极大地推动了GPS接收机软算法的研究,而软算法的开发又提高了GPS接收机的性能,使得接收机便于升级更新、进行多种实时

模拟以及具有较高的定位精度.

GPS软件接收机通常分为射频(radio frequency, RF)前端处理、基带数字信号处理和定位导航运算3大功能模块,如图1所示.

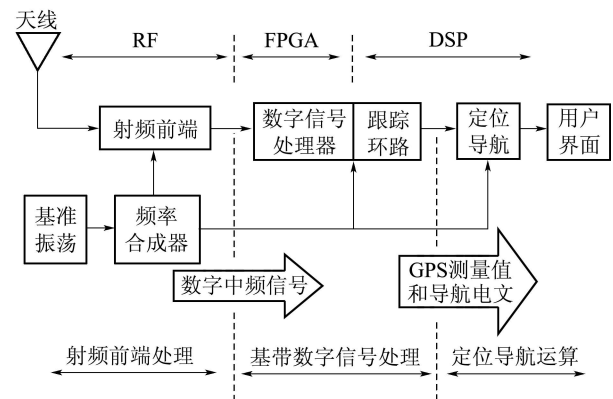


图1 GPS软件接收机原理图

Fig. 1 The schematic of GPS software receiver

射频前端处理模块通过天线接收所有可见GPS卫星的信号,经前置滤波器和前置放大器的滤波放大后,再与本机振荡器产生的正弦波本振信号进行混频而下变频成中频(intermediate frequency, IF)信号,再经数模(A/D)转换器将中频信号转变成离散时间的数字中频信号.接着,基带数字信号处理模块处理射频前端所输出的数字中频信号,复制出与接收到的数字中频信号相一致的本地载波和本地伪码信号,从而实现GPS信号的捕获与跟踪,并且从中获得GPS伪距和载波相位等测量值以及解调出导航电文.有了上述信息,再通过定位导航运算功能模块,就能够获得GPS定位信息.

GPS接收机性能的优劣主要取决于基带数字信号处理模块中信号跟踪环路对噪声抖动的抑制作用.信号跟踪环路模块中主要有两个环路,一个是载波跟踪环路(简称载波环),其主要功能是不断调整其内部所复制的载波,使复制载波频率(或相位)与数字中频信号中的载波频率(或相位)保持一致,然后经下变频混频实现载波剥离;另一个是码跟踪环路(简称码环),其功能是不断调整其内部所复制的C/A码,使复制C/A码的相位与数字中频信号中的C/A码相位保持一致,然后经过码相关运算实现C/A码剥离.本文主要关注于载波环路的跟踪方法研究.

## 3 GPS载波跟踪环路和相位抖动噪声分析 (GPS carrier tracking loop and phase jitter noise analysis)

### 3.1 GPS载波跟踪环路(GPS carrier tracking loop)

GPS信号经过射频前端处理后,载波跟踪环路接收到的数字IF信号为

$$S_{IF}(k) = AD(k)C(k) \cos(\omega_{IF}k + \varphi_0) + w(k), \quad (1)$$

其中:  $S_{IF}(k)$ 是 $k$ 时刻的采样信号;  $A$ 是信号的强度;  $D(k)$ 是GPS数据流, 其值是+1和-1的序列;  $C(k)$ 是接收信号的C/A伪随机序列码;  $\omega_{IF}$ 是中频信号角频率;  $\varphi_0$ 是信号的初始相位;  $w(k)$ 是多源噪声干扰。

GPS软件接收机的载波跟踪环路包含3部分: 鉴别器、环路滤波器和数控振荡器(numerical controlled oscillator, NCO), 如图2。

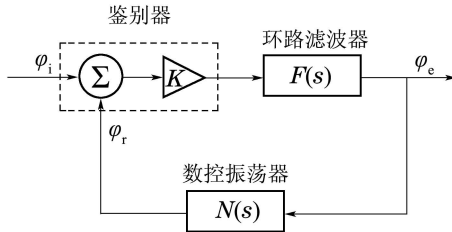


图2 载波跟踪环路的基本构成

Fig. 2 The basic composition of carrier tracking loop

根据环路鉴别器和环路滤波器的不同, GPS接收机的载波跟踪环路可分为锁频环(frequency locked loop, FLL)和锁相环(phase locked loop, PLL)两种. 其中PLL最常用, 它直接对载波相位进行跟踪, 通过载波鉴相器提取并输出相位差异, 当环路闭环稳定时具有较高的跟踪精度. 但在动态环境下, 由于多普勒频移不定性的存在, 直接捕获载波相位有较大的难度. 而FLL则直接跟踪载波频率, 通过载波鉴频器输出频率差异, 具有较好的动态性能, 但跟踪精度却比PLL的低。

如图2所示, 载波环无论是采用锁频环还是锁相环, 其主要任务是使NCO产生的复制信号相位 $\varphi_r$ 与GPS接收机接收到的实际调制频率信号相位 $\varphi_i$ 之间的相位保持一致. 鉴别器用来鉴别输入信号 $\varphi_i$ 与复制信号 $\varphi_r$ 之间的相位差异. 如果两个信号在频率和相位上同步, 则跟踪环路进入锁定状态. 环路滤波器目的在于降低环路中的噪声, 使滤波结果既能真实地反映滤波器输入信号的相位变化情况, 又能防止由于噪声的缘故而过激的调节数控振荡器. 图2中,  $F(s)$ 和 $N(s)$ 分别为环路滤波器和数控振荡器的传递函数. 载波环理想情况是输入信号和复制信号的相位误差( $\varphi_e = \varphi_i - \varphi_r$ )保持在零附近。

载波环性能的优劣主要取决于环路滤波器( $F(s)$ )对噪声抖动的抑制作用, 其相位误差 $\varphi_e$ 可用如下公式表示:

$$\varphi_e = \varphi_w + \varphi_n = \omega_D t_k + \varphi_n, \quad (2)$$

其中:  $\varphi_w$ 表示由多普勒频移引起的相位误差, 其相位值等于多普勒角频率 $\omega_D$ 与处理时间间隔 $t_k$ 的乘积,  $\varphi_n$ 表示由多源噪声引起的相位抖动误差, 这个误差可能是由GPS卫星和接收机时钟不稳定性、电离层干扰、热噪声、动态应力和多路径效应等因素引起的. 然而, 目前大部分环路滤波器设计方法(如KF

(Kalman filter)、EKF(extended Kalman filter)、UKF(unscented Kalman filter))都是假设 $\varphi_n$ 是高斯白噪声来对信号进行处理的, 这样的处理方式显然不能客观实际的反应信号的构成。

为了设计出具有可靠性能的载波跟踪环路, 本文以跟踪精度较高的锁相环(PLL)为研究对象, 来分析环路滤波器中存在的相位抖动误差, 并在此基础上利用先进的滤波算法设计环路滤波器使载波环能够连续准确的跟踪目标信号。

### 3.2 PLL全部相位抖动误差分析(All phase jitter error analysis of PLL)

环路滤波器的输出相位误差 $\varphi_e$ 与PLL的性能密切相关. 当相位抖动误差超过某一界限时, PLL将会失锁, 接收机将无法跟踪GPS卫星发射的信号. 因此, 理解相位抖动噪声的特性对于设计环路滤波器具有很大的帮助. PLL主要相位误差源是相位抖动和动态应力误差, 这种误差的 $3\sigma_{PLL}$ 由下式给出<sup>[1]</sup>:

$$3\sigma_{PLL} = 3\sigma_j + \theta_e \leq 45^\circ, \quad (3)$$

其中:  $\theta_e$ 表示了PLL跟踪环路的动态应力误差,  $\sigma_j$ 表示除动态应力误差之外的所有其他源造成的 $1\sigma$ 相位抖动. 根据式(3), PLL的 $1\sigma$ 经验方法门限为

$$\sigma_{PLL} = \sqrt{\sigma_{tPLL}^2 + \sigma_v^2 + \sigma_{cl}^2 + \sigma_a^2} + \frac{\theta_e}{3} \leq 15^\circ, \quad (4)$$

这里:  $\sigma_{tPLL}$ 是 $1\sigma$ PLL热噪声;  $\sigma_v$ 是 $1\sigma$ 由振动引起的振荡器抖动;  $\sigma_{cl}$ 是接收机和卫星时钟误差;  $\sigma_a$ 是大气影响引起的相位抖动;  $\theta_e$ 是由于跟踪环路不能够快速响应突然相位变化而产生的动态应力. 从式(4)可以看出PLL的总抖动相位误差不超过 $15^\circ$ , 即, 如果相位抖动值超过 $15^\circ$ 则跟踪环路将转入非线性条件, 导致环路失锁. 式(4)中的每个相位抖动元素的详细研究可参见文献[14]. 如果PLL是二阶的, 则式(4)表示的相位抖动误差可写成如下形式:

$$\sigma_{PLL} = \frac{\sqrt{\sigma_{tPLL}^2(B_n, C/N) + \sigma_v^2(B_n) + \sigma_{cl}^2(B_n) + \sigma_a^2(B_n)} + 0.9363 \frac{d^2 R}{B_n^2} \frac{d^2 t}{d^2 t}}{B_n^2} \quad (5)$$

在式(5)中:  $B_n$ 为噪声带宽或环路带宽,  $C/N$ 为载噪比. 对于一般过程, 在某一确定 $C/N$ 信号环境下, 环路带宽 $B_n$ 的选择决定着进入环路噪声量的多少, 噪声带宽越窄(即 $B_n$ 越小), 则由热噪声和基准震荡频率抖动引起的相位抖动进入环路的越少, 因而环路滤波效果越好. 然而当接收机在高动态运行时, 高动态应力会引起接收信号载波频率和相位的大幅度变化, 进而引起频率和相位跟踪误差的激烈震荡. 若此时 $B_n$ 过小, 则由高动态应力所致的载波频率和相位变化中的有用高频信号成分有可能会同噪声一起被滤除, 所以笔者又希望环路带宽 $B_n$ 能大到足够

容忍由于用户运动而引起的载波频率和相位的正常波动,以保证环路对信号的持续跟踪.可见环路带宽 $B_n$ 是锁相环的一个重要参数,越大的环路带宽可使接收机具有越强的高动态性能,但是这也同时降低了它的抗噪性能,使得环路滤波效果变差.而且不同的锁相环环路阶数, $B_n$ 的选取也不同,其具体参数设计可参考文献[1].大气影响引起的相位抖动一般低于1 Hz带宽,这个数值在载波环路应用中可以忽略.上述对相位抖动的分析可知,GPS接收机在实际应用过程中,获得相位抖动的统计模型相对其变化范围要难得多.

#### 4 PLL鲁棒滤波器设计(PLL robust filter design)

设计PLL的关键问题是在存在多源噪声情况下如何准确预测相位误差,使NCO准确复制载波以匹配输入相位.式(5)中讨论二阶PLL的相位误差模型是在综合了动态和信噪比条件下对GPS接收机做Monte Carlo仿真才确定的.然而GPS接收机在实际应用过程中,这些影响相位抖动的因素是不稳定的.不同的地理环境、天气状况及接收机的运动状态使得很难得到准确的相位抖动模型.对于这种情况,MIAO等<sup>[9]</sup>在假设上述相位抖动模型是高斯形式的,采用自适应Kalman滤波算法设计鲁棒PLL来提高载波跟踪的性能.实际上,GPS接收机接收到的信号中噪声是复杂多样的,并不一定是高斯的,即便是高斯的,接收机在不同的环境下运行,噪声的统计特性也是不断变化的或者难以得到的.从概念上来讲,用Kalman滤波算法来对PLL的状态进行处理本身就存在固有缺陷,因为它解决的是一个“错误”的问题.针对这个问题,本文采用SDP优化理论设计鲁棒环路滤波器来解决噪声非高斯或统计特性未知的载波跟踪环路中相位误差估计问题.

由上述分析可知,本文设计的鲁棒环路滤波器的作用是估计出复制信号与输入信号的相位差所属的最小椭圆集合,选取该集合内的任意值作为相位差的估计值,都能保证载波环路持续稳定的跟踪输入信号.而环路滤波器中的离散时间载波相位过程模型<sup>[2,15]</sup>在 $k-1$ 时刻到 $k$ 时刻处理时间周期内可表示成如下形式:

$$x_k = Ax_{k-1} + Bw_{k-1}, \quad (6)$$

$$y_k = Cx_k + Dv_k, \quad (7)$$

这里:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & \Delta T & \frac{\Delta T^2}{2} \\ 0 & 1 & \Delta T \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} \frac{\Delta T^2}{6} & 0 & 0 \\ \frac{\Delta T}{2} & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$C = [1 \ 0 \ 0], D = 1,$$

其中 $x_k = (x_p, x_v, x_a)^T$ 是系统的状态向量,这里 $x_p$ 是接收到信号与本地产生信号载波相位差, $x_v$ 是接收到载波信号的多普勒频移, $x_a$ 是多普勒频移的变化率, $y_k$ 是载波相位误差测量值, $\Delta T$ 是跟踪环路处理时间间隔, $w_{k-1}$ 和 $v_k$ 分别为PLL的状态噪声和测量噪声.由PLL相位抖动误差分析可知,一般在PLL锁定状态,PLL的相位抖动误差统计特性未知,但其变化小于等于 $15^\circ$ ,因此可以规范化为 $\|w_{k-1}\| \leq 1, \|v_k\| \leq 1$ .

为了后面数学处理方便起见,首先定义置信椭圆为 $\varepsilon(E, \hat{x})$ ,其向量形式如下:

$$\varepsilon(E, \hat{x}) = \{x : x = \hat{x} + Ez, \|z\| \leq 1\},$$

其中: $E \in \mathbb{R}^{n \times n}$ 为椭球的形状矩阵, $\hat{x}$ 为椭圆中心.上面置信椭圆的定义也可等价表述为

$$\varepsilon = \{x : (x - \hat{x})^T P^{-1} (x - \hat{x}) \leq 1\},$$

且 $P = EE^T, P \geq 0$ .

对式(6)和式(7)表示的系统进行鲁棒滤波就是在测量信息 $y_k$ 已知的情况下,为下一时刻状态 $x_{k+1}$ 确定一个置信椭圆 $(E_+, \hat{x}_+)$ ,使状态的真实值在这个椭圆内,置信椭圆 $(E_+, \hat{x}_+)$ 可以表示为

$$(x_{k+1} - \hat{x}_+)^T P_+^{-1} (x_{k+1} - \hat{x}_+) \leq 1. \quad (8)$$

下面的定理给出了下一时刻置信椭圆的形状矩阵和中心的确定方法.

**定理 1** 对于优化问题(9),如果存在最优解 $P_+, x_+, \tau_x, \tau_w, \tau_v$ ,则置信椭圆为 $(E_+, \hat{x}_+)$ .

$$\begin{aligned} & \min f(P_+), \\ & \text{s.t.} \begin{bmatrix} P_+ & \phi_1(\hat{x}_+) \Psi \\ \Psi^T \phi_1^T(\hat{x}_+) & \Psi^T \gamma(\tau_x, \tau_w, \tau_v) \Psi \end{bmatrix} > 0, \end{aligned} \quad (9)$$

其中:

$$\phi_1(\hat{x}_+) = [A\hat{x} - \hat{x}_+ \quad AE \quad B \quad 0], \quad (10)$$

$$\Psi = [C\hat{x} - y_k \quad CE \quad 0 \quad D]_{\perp}, \quad (11)$$

$$\begin{aligned} & \gamma(\tau_x, \tau_w, \tau_v) = \\ & \text{diag}\{1 - \tau_x - \tau_w - \tau_v, \tau_x I, \tau_w I, \tau_v I\}. \end{aligned} \quad (12)$$

目标函数 $f(P_+)$ 测量了置信椭圆的大小,用置信椭圆形状矩阵的迹或行列式来刻画,即, $f(P_+) = \text{tr}(P_+)$ ,或 $f(P_+) = \log \det(P_+)$ .

**证** 根据置信椭圆的定义,下一时刻由动态方程(6)–(7)产生的状态 $x_{k+1}$ 应满足, a)  $x_{k+1}$ 属于置信椭圆 $\varepsilon(E_+, \hat{x}_+)$ ; b) 噪声项 $\|w_k\| \leq 1, \|v_k\| \leq 1$ ,且 $x_k = \hat{x} + Ez_k, \|z_k\| \leq 1$ .

令 $\xi^T = [1 \ z_k^T \ w_k^T \ v_k^T]$ ,根据式(6)及椭圆的向量

表示,状态可以表示为

$$x_{k+1} = Ax_k + Bw_k = A[\hat{x} + Ez_k] + Bw_k.$$

令

$$\phi_1(\hat{x}_+) = [A\hat{x} - \hat{x}_+ \quad AE \quad B \quad 0],$$

则条件a)可以表示为

$$\xi^T \phi_1^T(\hat{x}_+) P_+^{-1} \phi_1(\hat{x}_+) \xi \leq 1. \quad (13)$$

根据式(7)及椭球的向量表示的,测量方程可表示为

$$y_k = Cx_k + Dv_k = C[\hat{x} + Ez_k] + Dv_k. \quad (14)$$

令

$$\phi_2 = [C\hat{x} - y_k \quad CE \quad 0 \quad D]. \quad (15)$$

联合式(14)和式(15),有

$$\xi^T \phi_2^T \phi_2 \xi \leq 0. \quad (16)$$

条件b)中的  $\|w_k\| \leq 1$ ,  $\|v_k\| \leq 1$ ,  $\|z_k\| \leq 1$ , 可表示为如下不等式:

$$\xi^T \text{diag}\{-1, I, 0, 0\} \xi \leq 0, \quad (17)$$

$$\xi^T \text{diag}\{-1, 0, I, 0\} \xi \leq 0, \quad (18)$$

$$\xi^T \text{diag}\{-1, 0, 0, I\} \xi \leq 0. \quad (19)$$

对于二次不等式(13)(16)–(19),由S-procedure<sup>[16]</sup>定理知,存在非负实数  $\tau_x, \tau_y, \tau_w, \tau_v$  使得

$$\begin{aligned} & \xi^T \phi_1^T(\hat{x}_+) P_+^{-1} \phi_1(\hat{x}_+) \xi - \tau_y \xi^T \phi_2^T \phi_2 \xi - \\ & \xi^T \gamma(\tau_x, \tau_w, \tau_v) \xi < 0. \end{aligned} \quad (20)$$

对于所有满足式(20)约束的一个充分必要条件是

$$\phi_1^T(\hat{x}_+) P_+^{-1} \phi_1(\hat{x}_+) - \tau_y \phi_2^T \phi_2 - \gamma(\tau_x, \tau_w, \tau_v) < 0.$$

令  $\Psi$  是  $\phi_2$  的正交补, 即一个满秩矩阵使得  $\Psi \phi_2 = 0$ . 接着对上述不等式左右两边分别左乘  $\Psi^T$  和右乘  $\Psi$ , 可得

$$\Psi^T \phi_1^T(\hat{x}_+) P_+^{-1} \phi_1(\hat{x}_+) \Psi - \Psi^T \gamma(\tau_x, \tau_w, \tau_v) \Psi < 0.$$

再用Schur补性质,上述条件可被写成如下形式:

$$\begin{bmatrix} P_+ & \phi_1(\hat{x}_+) \Psi \\ \Psi^T \phi_1^T(\hat{x}_+) & \Psi^T \gamma(\tau_x, \tau_w, \tau_v) \Psi \end{bmatrix} > 0. \quad (21)$$

当确定上述充分条件的最优置信椭球  $f(P_+)$  最小时,求解关于待求变量  $P_+, x_+, \tau_x, \tau_w, \tau_v$  的LMI条件式就是本文推导出的定理1. 证毕.

滤波迭代步骤:

1) 选择迭代终止时间  $T_h$ , 设置初始状态置信椭球  $\varepsilon_0 = \varepsilon(E_0, \hat{x}_0)$ , 令  $k = 0$ ,  $E = E_0$ ,  $\hat{x} = \hat{x}_0$ .

2) 给定  $E$ ,  $\hat{x}$  和当前测量值  $y$ , 解决凸优化问题(9), 得到矩阵  $P_+$  和椭球中心  $\hat{x}_+$ .

3) 对  $P_+$  应用Cholesky分解法可得到矩阵  $E_+$  使得  $P_+ = E_+ E_+^T$ .

4) 令  $\hat{x} = \hat{x}_+$ ,  $E = E_+$ . 如果  $k$  大于等于  $T_h$ , 则退

出迭代算法, 否则令  $k = k + 1$  且转到第2步.

## 5 仿真研究(Simulation study)

为了验证本方法对噪声统计特性未知但有界的GPS信号滤波的有效性, 本文采用GPS卫星信号模拟器模拟的数据进行试验, 其模拟载体的运动状态如图3. 载体运动时间为100s, 其中包含静止、 $a = \pm 15g$  的匀加速运动、 $a' = -10g/s$  和  $a' = 40g/s$  的变加速直线运动.

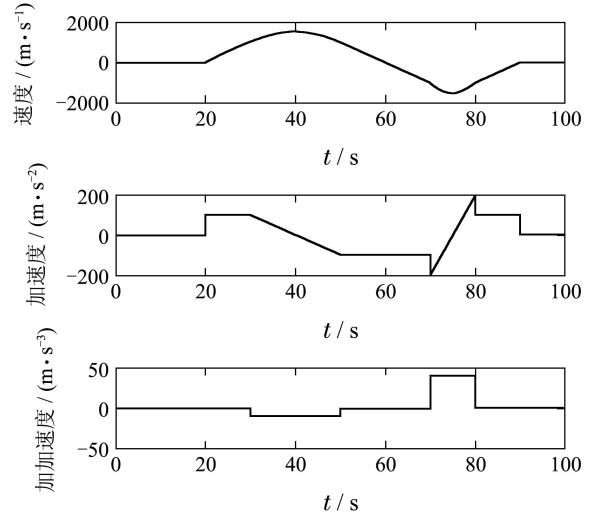


图3 载体运动状态

Fig. 3 Carrier state of motion

在模拟的载波信号上加上能量有限的噪声后, 并用GPS软件接收机将接收到的模拟GPS信号进行下变频混频, 混频后的中频频率为1.42 MHz, 数据采样频率为5 MHz, 则载体在运动过程中相应的多普勒频移变化如图4.

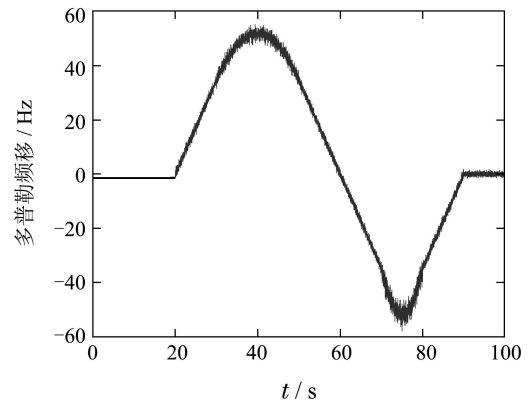


图4 多普勒频移

Fig. 4 The Doppler shift

对上述多普勒频移信号引起的相位差变化, 采用本文提出的方法, 令系统(6)和式(7)的噪声能量满足  $\|w_k\| \leq 1$ ,  $\|v_k\| \leq 1$ . 载波跟踪环路处理时间间隔  $\Delta T$  为0.001 s. 假定初始状态属于椭球集  $\varepsilon(E_0, \hat{x}_0)$ ,  $E_0 = 3I$ ,  $\hat{x}_0 = 0$ . 信号的估计值为  $z_k = [1 \ 0 \ 0] \cdot x_k$ . 应用定理1, 采用本文给出的迭代鲁棒滤波算法,

选取 $f(P_+) = \text{tr}(P_+)$ 为鲁棒滤波的性能评价函数. 对GPS锁相环相位差进行滤波估计, 其滤波结果和滤波误差如图5所示.

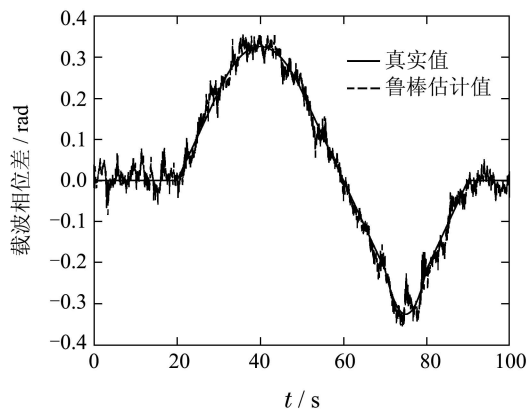


图 5(a) 鲁棒滤波算法

Fig. 5(a) Robust filter algorithm

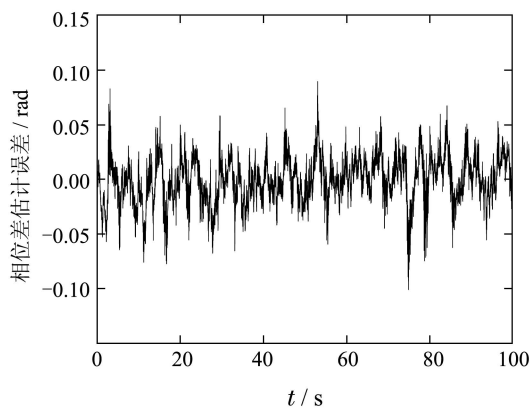


图 5(b) 鲁棒滤波算法估计误差

Fig. 5(b) The estimation error of robust filter algorithm

图5(a)中“实线”为未加噪声的下变频混频后的载波相位差真实值,“虚线”为加了噪声后对载波相位差估计值. 图5(b)给出了本文滤波算法相位差估计误差.

为了进一步说明该算法对噪声统计特性未知卫星信号连续跟踪的有效性,应用GPS软件接收机对实际卫星信号进行下变频处理,获得1.42 MHz中频信号,并对该信号采用5 MHz的A/D进行采样.然后,卫星的数字中频信号经过数字信号处理器中捕获模块,粗略获得了第14号卫星的载波频率,接着,采用跟踪模块对信号进行跟踪解调,最终连续的得到卫星的数据码,其仿真结果如图6所示.

图6中前300个数据点为载波频率牵引状态时解调出的数据码数值.牵引状态结束后,从图中可以看出接收机的跟踪模块很快地连续获得了卫星的数据码序列.这说明载波跟踪环路中环路滤波器采用本文提出的设计方法可以连续有效的准确估计出输入信号和复制信号的载波相位差,使数控振荡器准确

的复制出载波频率信号,保证了GPS软件接收机持续稳定跟踪卫星信号.

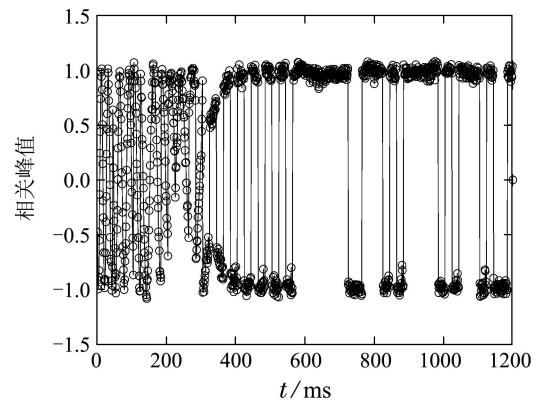


图 6 卫星信号跟踪即时相关峰值

Fig. 6 The track real-time correlation peak of the satellite signal

从第3节的相位抖动误差分析可知, GPS软件接收机在实际应用过程中,获得接收机相位抖动的变化范围相比获得其相位抖动的统计模型要容易的多. 本文正是针对这一特点,提出了鲁棒滤波算法,该算法无需知道相位抖动噪声的统计模型,就可对系统进行滤波,使GPS软件接收机能够在不同的环境下正常运行,具有较强的适应性. 图5和图6的仿真结果也说明本文提出的鲁棒滤波方法能够较准确的估计出载波相位差,保证了对卫星信号连续有效的跟踪.

## 6 结论(Conclusions)

本文的主要贡献是解决了基于Kalman滤波思想的各种滤波算法在噪声统计特性未知但有界的情况下无法对GPS环路滤波器相位差异进行估计的问题. 应用凸优化思想将对状态点估计转化为对状态点真值属于某一置信集合的估计,将估计问题转化为求最小置信椭球的优化问题. 本文提出的算法使GPS接收机在噪声统计特性未知的复杂环境下,更具鲁棒性,环路滤波器更不容易失锁. 然而,本文的滤波方法在估计相位差时,估计值是一个有界集,因此,具有一定的保守性. 但是对于GPS接收机在高动态运行、天气变化及噪声特性难以给定的情况下,这种滤波算法却具有独特的优势,能够保证GPS接收机正常运行.

## 参考文献(References):

- [1] KAPLAN E, HEGARTY C. *Understanding GPS: Principles and Applications* [M]. 2nd Edition. London: Artech House, 2006.
- [2] MIAO J F, SUN Y R, LIU J Y, et al. A kalman filter based tracking loop in weak GPS signal processing [C] // *The 6th International Conference on Fuzzy Systems and Knowledge Discovery*. Tianjin: IEEE, 2009, 4: 438 - 442.

- [3] MIAO J F, HEN W, SUN Y R, et al. Low  $C/N_0$  carrier tracking loop based on optimal estimation algorithm in GPS software receivers [J]. *Chinese Journal of Aeronautics*, 2010, 28(1): 109 – 116.
- [4] ZHANG H T, ZHAO Y J. The performance comparison and analysis of extended kalman filters for GPS/DR navigation [J]. *International Journal for Light and Electron Optics*, 2011, 122(9): 777 – 781.
- [5] YUAN G N, XIE Y J, SONG Y, et al. Multipath parameters estimation of weak GPS signal based on new colored noise unscented Kalman filter [C] // *International Conference on Information and Automation*. Harbin: IEEE, 2010: 1852 – 1856.
- [6] WANG J, LIANG Q H, LIANG K, et al. A new extended kalman filter based carrier tracking loop [C] // *Microwave, Antenna, Propagation and EMC Technologies for Wireless Communications*. Guilin: IEEE, 2009: 1181 – 1184.
- [7] LIAO B Y, YUAN H, LIN B J. Smoother and bayesian filter based semi-codeless tracking of dual-frequency GPS signal [J]. *Science in China Series F: Information Sciences*, 2006, 49(4): 533 – 544.
- [8] 田宇, 刘亚欢, 杨根庆. 基于Bayes准则的高灵敏度GPS信号跟踪 [J]. 宇航学报, 2009, 30(4): 1472 – 1475.  
(TIAN Yu, LIU Yahuan, YANG Genqing. High sensitivity GPS signal tracking using a bayesian approach [J]. *Journal of Astronautics*, 2009, 30(4): 1472 – 1475.)
- [9] MIAO J F, WU C, SUN Y R, et al. Adaptively robust phase lock loop for low  $C/N$  carrier tracking in a GPS software receiver [J]. *Acta Automatica Sinica*, 2011, 37(1): 52 – 60.
- [10] AHARON B T, ARKADI N. *Convex Optimization in Engineering: Modeling, Analysis, Algorithms* [M]. Israel: Technion-Israel Institute of Technology, 1998: 127 – 173.
- [11] LAURENT E G, GIUSEPPE C. Robust filtering for discrete-time system with bounded noise and parametric uncertainty [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2001, 46(7): 1084 – 1089.
- [12] VANDENBERGHE L, BOYD S. Semi-definite programming [J]. *SIAM Review*, 1996, 38(1): 3 – 95.
- [13] BOYD S, BALAKRISHNAN V, FERON E, et al. Control system analysis and synthesis via linear matrix inequalities [C] // *American Control Conference*. San Francisco: IEEE, 1993: 2147 – 2154.
- [14] RAZAVI A, GEBRE-EGZIABHER D, AKOS D M. Carrier loop architectures for tracking weak GPS signals [J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2008, 44(2): 697 – 710.
- [15] PSIAKI M L. Attitude sensing using a global-positioning-system antenna on a turntable [J]. *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, 2000, 24(1): 474 – 481.
- [16] BOYD S, GHAOUI L E, FERON E, et al. *Linear Matrix Inequalities in System and Control Theory* [M]. Philadelphia, PA: Society for Industrial and Applied Mathematics, 1994: 7 – 36.

### 作者简介:

李江 (1983-), 男, 博士研究生, 研究方向为鲁棒控制、随机控制和全球定位, E-mail: lijiang0613@163.com;

钱富才 (1963-), 男, 教授, 研究方向为随机控制、系统辨识、非线性系统、最优控制、导航与制导和大规模系统, E-mail: fcqian@xaut.edu.cn;

刘丁 (1957-), 男, 博士生导师, 教授, 研究方向为智能控制、复杂系统建模、计算机控制和控制理论与应用, E-mail: liud@xaut.edu.cn.