

# 最小熵反馈式变结构多模型融合算法

申屠晗<sup>1,2†</sup>, 彭冬亮<sup>2</sup>, 薛安克<sup>2</sup>

(1. 浙江大学工业控制技术国家重点实验室, 浙江 杭州 310027;

2. 杭州电子科技大学通信信息传输与融合技术国防重点学科实验室, 浙江 杭州 310018)

**摘要:** 传统变结构多模型方法(VSMM)在处理高机动目标状态估计问题和大观测误差时存在因模型集合与真实模式匹配欠佳导致估计质量下降的问题. 本文结合最小信息熵准则(ME)提出一种反馈式变结构多模型融合算法(MEVSMM), 将在所有模型相关的在线估计信息进行反馈, 进而选取状态估计分布信息熵最小的模型集作为当前有效模型集, 计算多模型估计结果; 结合粒子滤波算法(PF)和设计擂台赛算法(CM), 构造了易于工程实现的次优算法(PF-MEVSMM). 理论分析与仿真表明, 与传统VSMM算法相比, 本法具有模型集更精简、有效, 融合估计结果鲁棒性更强、精度更高的优点.

**关键词:** 变结构多模型; 反馈融合; 最小熵; 粒子滤波

**中图分类号:** TP273      **文献标识码:** A

## Minimum entropy and feedback structure-based algorithm for variable structure multi-model fusion

SHEN-TU Han<sup>1,2†</sup>, PENG Dong-liang<sup>2</sup>, XUE An-ke<sup>2</sup>

(1. State Key Laboratory of Industrial Control Technology, Zhejiang University, Hangzhou Zhejiang 310027, China;

2. State Key Defense Laboratory of Information Transmission and Fusion Technology, Hangzhou Dianzi University, Hangzhou Zhejiang 310018, China)

**Abstract:** When applying the traditional variable structure multi-model algorithms (VSMM) to the state estimation problems of high maneuver and large observation error, one may face the difficulty of estimation degradation caused by the mismatch between the prior model sets and the real modes. To deal with this difficulty, a minimum entropy VSMM algorithm (MEVSMM) is proposed based on the principle of minimum entropy. First, all model-based estimations are fed back online. Second, the optimal solution is found if the distributions of the related estimations satisfy the minimum entropy condition. A sub-optimal algorithm (PF-MEVSMM) is also designed by employing the particle filter (PF) and the challenge-match algorithm (CM). Comparing to some existing VSMM algorithms, the results demonstrate that the proposed algorithm can provide refined model sets with smaller sizes, as well as more robust and accurate estimation results.

**Key words:** variable structure multi-model; feedback fusion; minimum entropy; particle filter

### 1 引言(Introduction)

在目标跟踪、故障检测、系统诊断等诸多信息融合领域, 系统建模与真实模式间的失配将导致融合结果退化<sup>[1]</sup>. 针对此类建模不确定问题, 多模型方法(multiple-model methods, MM)作为一类主流技术从理论和应用两方面都显示出有效性, 长期以来成为相关领域的研究热点之一<sup>[2]</sup>. 多模型方法自20世纪六七十年代被提出以来<sup>[3-4]</sup>, 迄今为止已经历了3代发展: 1) 静态多模型方法(static MM, SMM)<sup>[4]</sup>; 2) 交互式多模型方法(interactive MM, IMM)<sup>[5-7]</sup>; 3) 变结构多模型方法(variable structure MM, VSMM)<sup>[8]</sup>. 其中VSMM作为MM方法中的最新成果

近几年来得到了广泛关注<sup>[9-15]</sup>.

VSMM方法最早由Li X. R.教授提出, 旨在解决IMM方法在面对系统大观测误差或目标高度机动时所面临的困境——为避免模型与真实模式间的失配, 需引入更多的模型; 但过多的模型竞争反而可能导致估计结果退化, 又增加了运算负担<sup>[9]</sup>. 为此, 学者们在传统VSMM框架的基础上相继提出许多有效的VSMM算法: MGS(model-group switching)算法<sup>[11]</sup>、LMS(likely-model set)算法<sup>[13]</sup>、EMA(expected-mode augmentation)算法<sup>[14]</sup>、EqMA(equivalent-model augmentation)算法<sup>[8]</sup>等, 这些VSMM算法的核心均围绕如何在线设计更有效的模型序列集的问题展开, 但

迄今仍未解决VSMM最优模型序列集的在线设计问题.

传统VSMM方法存在以下缺陷:

1) 该类方法旨在同时解决计算精度和计算量的问题, 通常在进行滤波估计前对模型集进行优化和缩减, 但忽视了随意丢弃模型将导致信息缺失的问题.

2) 该类方法一般根据历史估计和当前观测来进行模型序列集优化, 没有将当前估计信息进行有效的反馈利用, 因此难以实现信息利用的最大化. 针对以上问题, 本文提出一种新的反馈式VSMM融合估计方法(最小熵变结构多模型方法, minimum entropy VSMM, MEVSMM): 引入香农信息熵(shannon entropy, SE)<sup>[16-17]</sup>作为模型集质量评估标准, 通过反馈利用在线估计信息, 得到最小信息熵(minimum entropy, ME)意义下的最优模型序列集, 并由此得到融合估计结果.

理论分析说明, MEVSMM方法不仅能够保证算法随时间收敛, 还能使算法在许多不利情况下, 特别是先验模型序列集过于保守或者目标系统观测误差大和高机动的情况下取得更快的收敛速率. 本文在给出最优MEVSMM方法的同时, 通过引入粒子滤波器(particle filter, PF)<sup>[18-19]</sup>和设计擂台赛(challenge match, CM)算法, 又提出了一种方便工程实现的次优算法——粒子滤波最小熵变结构多模型算法(PF-MEVSMM). 仿真实验将PF-MEVSMM与EqMA9+1和EqMA13+1算法<sup>[8]</sup>进行对比, 论证了其优势.

## 2 问题描述(Problem formulation)

考虑如下非线性系统:

$$x_k = f_{k+1,k}(x_{k-1}, m(k)) + v_k, \quad (1)$$

其中:  $x_k$ 是 $k$ 时刻的系统状态向量, 将累积到 $k$ 时刻的状态向量记为 $X_k$ ,  $f_{k+1,k}$ 为系统状态转移方程,  $m(k)$ 代表 $k$ 时刻的系统模型,  $v_k$ 为系统过程噪声. 假设有关系统的先验总模型集为 $\Omega = \{m_1, m_2, \dots, m_r\}$ , 则 $m(k) \in \Omega$ .

考虑如下观测系统:

$$z_k = g_k(x_k) + w_k, \quad (2)$$

其中:  $z_k$ 表示 $k$ 时刻的观测向量,  $g_k$ 为观测方程,  $w_k$ 是零均值高斯白噪声. 在先验起始状态 $x_0$ 和先验模型集 $\Omega$ 已知的基础上, 多模型估计算法的目标是基于累积量测 $Z_k = \{z_1, z_2, \dots, z_k\}$ 对目标状态 $X_k$ 进行有效估计.

SMM和IMM统称固定结构多模型方法(FSMM)<sup>[2]</sup>. FSMM认为先验模型集 $\Omega$ 是最优且时不变的. 但实际中 $\Omega$ 的最优性不能被自动保证, 因此文献[9]提出了VSMM方法, 认为应考虑各个时刻包

含于先验总模型集的各个子模型集的优劣, 从而应先求取高质量的模型序列集, 再进行目标状态的滤波估计. 本文考虑从0到 $k$ 时刻的一段系统运行时间, 期间所有可能的模型序列共有 $r^k$ 种, 任意一种记为 $M_l(k)$ ,  $l = 1, \dots, r^k$ . 令 $S^k = \{M_l(k)\}$ ,  $l = 1, \dots, r^k$ 为 $k$ 时刻的总模型序列集. 假设有一批先验候选模型序列集 $S = \{S_i^k\}$ ,  $i = 1, \dots, N$ , 对任意 $S_i^k \in S$ 有 $S_i^k \subset S^k$ . 本文旨在基于 $\Omega$ ,  $Z_k$ 和 $S$ 求取更高质量的有效模型序列集 $S_i^k$ , 进而求取累积到 $k$ 时刻的状态估计 $\hat{X}_{S_i^k}$ .

## 3 最小熵变结构多模型方法(Minimum entropy variable structure multi-model method)

设计高性能VSMM算法的关键是在线求取高质量的当前有效模型序列集. 由于目前仍没有一种有效的理论能够直接指导VSMM算法中最优模型序列集的在线设计, 通常为避免模型与模式的失配, 倾向于使用较为保守(规模较大)的集合. 尽管保守的集合有利于加强算法的鲁棒性, 但代价是损失一定的灵明性, 换言之, 过大或过小的模型集都会面临估计精度下降的风险. 因此, 在线优化VSMM模型序列集的问题至今仍是一个具有挑战的课题. 本文认为一个VSMM算法的性能一般可以从以下两个方面来评价:

- 1) 收敛性: 算法能否依时间收敛至最优.
- 2) 收敛速度: 算法收敛速度的快慢.

因此, 本文以下部分将最小熵作为考量模型序列集优劣的指标, 基于此构造最小熵变结构多模型方法, 旨在同时满足以上两个衡量标准.

### 3.1 香农信息熵(Shannon entropy)

香农信息熵(Shannon entropy, SE)<sup>[16]</sup>是信息科学领域用来衡量系统不确定性的一个重要数学工具. 通过SE可以将目标系统状态后验概率函数 $p(X|Z)$ 的信息熵描述成指数积分形式:

$$H[p(X|Z)] = - \int p(X|Z) \log p(X|Z) dx, \quad (3)$$

显然,  $H[p(X|Z)] \geq 0$ , 且熵的值越大说明不确定性越大, 反之则说明有用的信息越多<sup>[17]</sup>. 若将SE引入多模型估计问题, 则不难发现系统状态估计的后验概率函数的信息熵越小说明所得到的估计拥有更加集中的概率分布, 亦不难理解, 如果所得到的概率分布是有效的, 则更加集中的分布函数就意味着更快的收敛速度. 因此, 本文提出将最小熵原理(ME)引入VSMM技术构造最小熵变结构多模型方法(MEVSMM).

### 3.2 最小熵与多模型融合方法(Minimum entropy and multi-model fusion)

首先分析将ME原则引入多模型技术的合理性.

如前所述, 先验总模型序列集为 $S^k$ ,  $S = \{S_i^k \subset S^k\}$ ,  $i = 1, \dots, N$ 代表所有候选模型序列集. 对于模型序列集 $S_i^k$ , 状态 $X_k$ 关于观测 $Z_k$ 的后验概率可计算如下:

$$p(X_k|Z_k) = \sum_{M_l(k) \in S_i^k} p(M_l(k), X_k|S_i^k, Z_k), \quad (4)$$

其中 $M_l(k)$ 表示属于模型序列集 $S_i^k$ 的模型序列.

对于传统先验模型序列集 $S^k$ , 其后验概率信息熵 $H_{\text{cond}}[p(X_k|Z_k)]$ 可计算如下:

$$\begin{aligned} H_{\text{cond}}[p(X_k|Z_k)] &= H_{S^k}[p(X_k|Z_k)] = \\ &= - \sum_{M_l(k) \in S^k} \int p(M_l(k), X_k|S^k, Z_k) \cdot \\ &\quad \log p(M_l(k), X_k|S^k, Z_k) dx. \end{aligned} \quad (5)$$

将最小熵模型序列集 $S_{\text{ME}}^k$ 及其后验概率信息熵 $H_{\text{ME}}[p(X_k|Z_k)]$ 定义如下:

$$\begin{aligned} S_{\text{ME}}^k &= \arg \min_{S_i^k \in S} H_i[p(X_k|Z_k)], \quad (6) \\ H_{\text{ME}}[p(X_k|Z_k)] &= \\ &= - \sum_{M_l(k) \in S_{\text{ME}}^k} \int p(M_l(k), X_k|S_{\text{ME}}^k, Z_k) \cdot \\ &\quad \log p(M_l(k), X_k|S_{\text{ME}}^k, Z_k) dx. \end{aligned} \quad (7)$$

讨论分析: 根据极大似然原理可知, 两类信息熵均随时间收敛至最优, 最优熵则收敛至零<sup>[17]</sup>:

$$H_{\text{cond}}[p(X_k|Z_k)] \xrightarrow{k \rightarrow \infty} H_{\text{optimal}}[p(X_k|Z_k)], \quad (8)$$

$$H_{\text{ME}}[p(X_k|Z_k)] \xrightarrow{k \rightarrow \infty} H_{\text{optimal}}[p(X_k|Z_k)], \quad (9)$$

其中 $H_{\text{optimal}}[p(X_k|Z_k)]$ 代表理论上的最优信息熵(最优信息熵指最优参数条件下的信息熵).

假设先验模型序列集 $S^k$ 是保守的, 以下关系式成立:

$$H_{\text{optimal}}[p(X_k|Z_k)] \geq 0, \quad (10)$$

$$H_{\text{optimal}}[p(X_k|Z_k)] \xrightarrow{k \rightarrow \infty} 0, \quad (11)$$

$$H_{\text{optimal}}[p(X_k|Z_k)] \leq H_{\text{cond}}[p(X_k|Z_k)], \quad (12)$$

$$0 \leq H_{\text{ME}}[p(X_k|Z_k)] \leq H_{\text{cond}}[p(X_k|Z_k)]. \quad (13)$$

将式(10)–(13)概括用图1表示.

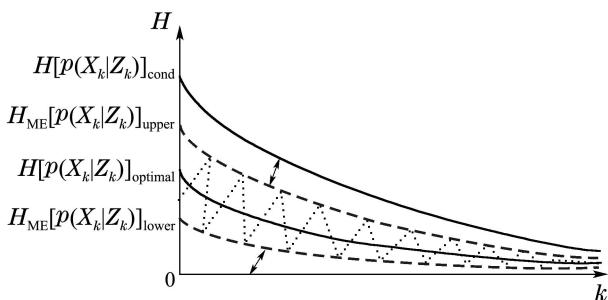


图1 多种熵关系图

Fig. 1 Entropy relation schema

图1说明, 各种信息熵都依时间收敛至最优, 最优熵收敛至零. 中间实线表示实际最优熵的变化. 最上面实线表示经典方法(FSMM, VSMM等)下的信息熵. 最小信息熵则以两条虚线为上下界. 在最坏的情况下, 最小信息熵(MEVSSMM)以经典方法的信息熵为上界, 以零轴为下界. 在观测有效的前提下, 与传统信息熵 $H_{\text{cond}}$ 相比, 最小信息熵 $H_{\text{ME}}$ 一般以更快的速率收敛至最优熵 $H_{\text{op}}$ ,

$$\|H_{\text{ME}} - H_{\text{op}}\| < \|H_{\text{cond}} - H_{\text{op}}\|, \quad (14)$$

其中 $\|\cdot\|$ 表示两种熵之间的距离. 进一步分析信息熵的优劣对最终估计结果精度的影响. 首先说明本文不讨论滤波器的设计问题, 因此统一假设估计精度达到所调用的滤波器的性能下界. 将 $k$ 时刻最优信息熵下的最优模型序列集记为 $S_{\text{op}}^k$ , 根据定义关于 $S_{\text{op}}^k$ 的后验概率熵是最优的, 即

$$H_{S_{\text{op}}^k}[p(X_k|Z_k)] = H_{\text{op}}[p(X_k|Z_k)], \quad (15)$$

将基于 $S_{\text{op}}^k$ 的状态估计记为 $\hat{X}_{S_{\text{op}}^k}$ ,  $\hat{X}_{S_{\text{op}}^k}$ 也是最优的. 将关于某一模型序列集 $S_i^k$ 的状态估计的风险定义如下:

$$R_{S_i^k} = \|\hat{X}_{S_i^k} - \hat{X}_{S_{\text{op}}^k}\|, \quad (16)$$

其中 $\|\cdot\|$ 表示欧式距离, 显然 $R_{S_i^k} \geq 0$ . 如前所述, 实际应用中受到目标高机动和大观测误差的影响, 相较于最小信息熵 $H_{\text{ME}}$ , 传统熵 $H_{\text{cond}}$ 较为保守, 偏离最优熵 $H_{\text{ME}}$ 较大(见文献[14]); 从而不难推断

$$\|S_{\text{ME}}^k - S_{\text{op}}^k\| < \|S_{\text{cond}}^k - S_{\text{op}}^k\|, \quad (17)$$

其中 $\|\cdot\|$ 表示两种模型序列集之间的距离. 进一步考察基于模型序列集的状态估计, 亦容易推断

$$\|\hat{X}_{S_{\text{ME}}^k} - \hat{X}_{S_{\text{op}}^k}\| < \|\hat{X}_{S_{\text{cond}}^k} - \hat{X}_{S_{\text{op}}^k}\|, \quad (18)$$

即

$$R_{S_{\text{ME}}^k} < R_{S_{\text{cond}}^k}. \quad (19)$$

式(19)说明, 观测有效前提下, 与传统变结构多模型方法相比, 最小熵变结构多模型方法能够克服目标高机动和大观测误差的影响, 选取更高质量的模型序列集, 从而得到更高精度的状态估计结果.

### 3.3 最优估计算法(Optimal estimation algorithm)

将最小熵原则引入多模型估计构造最优变结构多模型算法(MEVSSMM). 如图2所示, 改算法具有反馈式的两级结构: 1) 将历史估计和当前观测输入多模型序列滤波模块, 得到所有可能模型序列的状态估计和后验概率估计, 基于估计结果计算各模型序列集的后验信息熵, 选取信息熵最小(ME)的模型序列集并反馈. 2) 将ME模型序列集下各模型序列的状态估计和后验概率输入多模型序列融合模块, 通过融合计算得到当前状态估计结果.

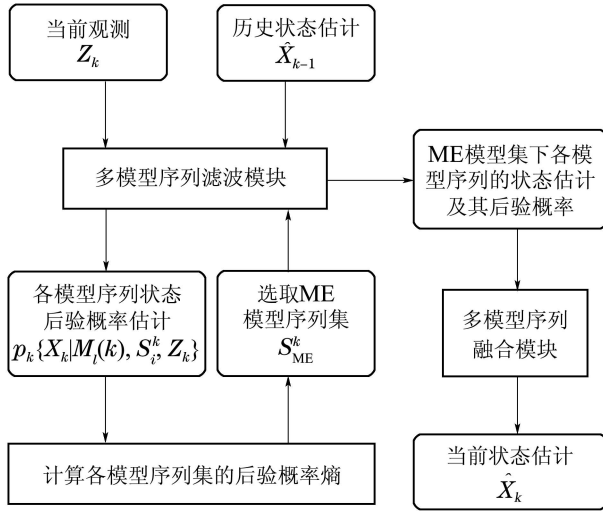


图2 MEVSMM算法框架

Fig. 2 Framework of VSMEMM

最优MEVSMM算法的具体步骤如下:

将到 $k$ 时刻为止的所有候选模型序列集合的集合记为 $S = \{S_1^k, S_2^k, \dots, S_N^k\}$ , 其中 $S_i^k \in S$ 代表属于 $S$ 的某个模型序列集合. 对于模型序列集合 $S_i^k$ , 其贝叶斯估计如下:

$$\hat{X}_{S_i^k} = \sum_{M_l(k) \in S_i^k} \hat{X}_{M_l(k)} p\{M_l(k)|S_i^k, Z_k\}, \quad (20)$$

其中:  $M_l(k)$ 代表属于模型序列集合 $S_i^k$ 的某种模型序列,  $p\{M_l(k)|S_i^k, Z_k\}$ 计算如下:

$$p\{M_l(k)|S_i^k, Z_k\} = \frac{p\{M_l(k)|S_i^k, Z_k\}}{\sum_{M_l(k) \in S_i^k} p\{M_l(k)|S_i^k, Z_k\}}. \quad (21)$$

$\hat{X}_{S_i^k}$ 的信息熵可计算如下:

$$\begin{aligned} H[\hat{X}_{S_i^k}|S_i^k, Z_k] = & - \sum_{M_l(k) \in S_i^k} \int_{\mathcal{X}} p\{M_l(k)|S_i^k, Z_k\} p\{X|M_l(k), S_i^k, Z_k\} \\ & \log p\{M_l(k)|S_i^k, Z_k\} p\{X|M_l(k), S_i^k, Z_k\}. \end{aligned} \quad (22)$$

计算所有候选模型序列集的信息熵并选取具有最小信息熵的模型序列集合 $S_{ME}^k \in S$ :

$$S_{ME}^k = \arg \min_{S_{ME}^k \in S} H[\hat{X}_{S_{ME}^k}|S_{ME}^k, Z_k], \quad (23)$$

其最优估计计算如下:

$$\hat{X}_{S_{ME}^k} = \sum_{M_l(k) \in S_{ME}^k} \hat{X}_{M_l(k)} p\{M_l(k)|S_{ME}^k, Z_k\}. \quad (24)$$

### 3.4 次优估计算法(Sub-optimal estimation algorithm)

在实际应用中因计算规模限制, 最优MEVSMM难以实现. 一则最优算法需要考虑完全假设树(full hypotheses tree); 二则需要目标状态空间定义域

内的无限个点上进行积分, 两者皆会导致计算量爆炸. 因此本文设计了易于工程实现的次优算法, 即粒子滤波最小熵变结构多模型算法(particle filter MEVSMM, PF-MEVSMM)及其改进算法. 次优算法通过粒子求和近似状态空间内的积分计算, 同时用近视方法(myopic methods)代替完全假设树.

#### 3.4.1 粒子滤波器(Particle filter)

粒子滤波是一种蒙特卡洛估计方法. 其优点是能够用一组带权重的粒子来近似描述目标函数的概率分布, 且当粒子数目趋向无穷时估计结果收敛至最优. 以下简要回顾粒子滤波器<sup>[18]</sup>:

令 $\{X_k^i, \omega_k^i\}_{i=1}^{NP}$ 表示描述目标状态概率密度函数 $p(X_k|Z_k)$ 的一组随机采样粒子和相应的概率权重, 且权重因子满足归一化条件 $\sum \omega_k^i = 1$ . 则粒子滤波器的主要步骤如下:

- 1) 起始时刻 $k = 0$ . 根据 $p(X_0|Z_0)$ 产生粒子,  $\{X_0^i, \omega_0^i\}_{i=1}^{NP}$ .
- 2)  $k = k + 1$ 时刻. 根据目标状态的后验概率对粒子进行更新 $X_k^i \sim p(X_k|X_{k-1}^i, Z_k)$ .
- 3) 对粒子进行重采样.

#### 3.4.2 粒子滤波最小熵变结构多模型算法(Particle filter minimum entropy variable structure multi-model algorithm)

将系统建模成马尔可夫过程, 根据近视方法仅考虑系统在两个相继时刻的状态变化.  $k$ 时刻模型序列集 $S^k$ 退化到该时刻模型集 $S_k$ . 假设 $k - 1$ 时刻的有效模型集 $S_{k-1}(i)$ 已知, 仅需要计算在 $k$ 时刻的有效模型集 $S_k(i)$ , 其中 $S_k = \{m_1, \dots, m_{N(s)}\}$ 表示先验总模型集. 将 $k$ 时刻所有候选模型集记为 $S = \{S_k(i)\}$ ,  $S_k(i) \subset S_k$ ,  $i = 1, \dots, N$ ,  $S_k(i) = \{m_1(k), \dots, m_{N(S_k(i))}(k)\}$ , 其中 $m_j(k)$ ,  $j = 1, \dots, N(S_k(i))$ 为包含其中的模型. 算法具体步骤如下:

- 1) 初始时刻 $k = 0$ : 令 $S_0$ 为先验最小熵模型集. 目标初始状态为 $x_0$ , 对所有可能模型 $m_i(0) \in S_0$ ,  $i = 1, \dots, N(S_0)$ , 其概率密度函数为 $p(x_0, m_i(0)) = p(x_0)$ , 进行如下粒子采样, 粒子总数为 $NP$ :

$$\begin{cases} \{x_0^j(m_i(0)), \omega_0^j(m_i(0))\} \sim P(x_0), \\ i = 1, \dots, N(S), j = 1, \dots, NP/N(S_0). \end{cases} \quad (25)$$

- 2) 时刻 $k = k + 1$ : 计算所有可能模型集 $S_k(i) \in S$ 的信息熵:

$$\begin{aligned} H[S_k(i)] \approx & - \sum_{m_j(k) \in S_k(i)} \sum_{l=1}^{NP/N(S_k(i))} \{\omega_k^l(m_j(k)) p(m_j(k)|S_k(i), Z_k) \log \omega_k^l(m_j(k)) p(m_j(k)|S_k(i), Z_k)\}, \end{aligned} \quad (26)$$

其中:

$$p\{x_k^l(m_j(k)|S_k(i), Z_k)\} \propto \sum_{m_a(k-1) \in S_{k-1}} \sum_{b=1}^{NP/N(S_{k-1})} \omega_{k-1}^b(m_a(k-1)) \cdot p(Z_k|x_k^l(m_j(k)))p(m_j(k)|m_a(k-1)), \quad (27)$$

$$\omega_k^l(m_j(k)) = \frac{px_k^l(m_j(k)|S_k(i), Z_k)}{\sum_{m_j(k) \in S_k(i)} \sum_{l=1}^{NP/N(S_k(i))} px_k^l(m_j(k)|S_k(i), Z_k)}, \quad (28)$$

$$p\{m_j(k)|S_k(i), Z_k\} = \sum_{l=1}^{NP/N(S_k(i))} p\{x_k^l(m_j(k)|S_k(i), Z_k)\}. \quad (29)$$

选择具有最小信息熵的模型集:

$$S_k = \arg \min_{S_k(i) \in S} H[S_k(i)]. \quad (30)$$

目标状态估计可计算如下:

$$\hat{x}_k = \sum_{m_j(k) \in S_k} \sum_{l=1}^{NP} p\{x_k^l(m_j(k)|S_k, Z_k)\} x_k^l(m_j(k)). \quad (31)$$

### 3.4.3 改进算法(Improved algorithm)

尽管PF-MEVSMM算法已适于工程实现,但是需要计算所有候选模型序列集的信息熵,这样的集合数目为 $2^{N(S)}$ ,因此当 $N(S)$ 变大时,计算规模呈指数增长.为此提出一种近似算法即擂台赛算法(challenge match, CM)进一步简化计算.

CM算法的主要思想如下: 1) 对每个可能的模型分配 $NP$ 个粒子,所有粒子数目为 $NP \cdot N(S)$ ; 2) 在极大似然原则下让 $NP \cdot N(S)$ 个粒子竞争 $N$ 优胜席位; 3) 校验 $N$ 个优胜粒子的来源(源自哪个模型); 4) 删除小概率模型,剩余模型组成最小熵模型集.

引入CM算法改进后的PF-MEVSMM算法基本步骤如下:

1) 初始时刻 $k = 0$ : 对每个可能的模型分配 $NP$ 个粒子并采样,

$$\begin{cases} \{x_0^j(m_i(0)), \omega_0^j(m_i(0))\} \sim P(x_0), \\ i = 1, \dots, N(S), j = 1, \dots, NP. \end{cases} \quad (32)$$

2) 时刻 $k = k + 1$ : 更新每个粒子的似然函数(权重因子),

$$p\{x_k^j(m_i(k)|Z_k)\} \propto \sum_{m_a(k-1) \in S_{k-1}} \sum_{b=1}^{NP} \omega_{k-1}^b(m_a(k-1)) \cdot p(Z_k|x_k^j(m_i(k)))p(m_i(k)|m_a(k-1)), \quad (33)$$

$$\omega_k^j(m_i(k)) = \frac{px_k^j(m_i(k)|S_k(i), Z_k)}{\sum_{m_i(k) \in S} \sum_{j=1}^{NP} px_k^j(m_i(k)|Z_k)}. \quad (34)$$

3) 利用CM算法选择权重最大的 $N$ 个粒子:

a) 从全部粒子中随机采样 $N$ 个粒子组成第1序列;

b) 从剩余粒子中随机采样 $N$ 个粒子组成第2序列;

c) 将两个序列的粒子依次比较权重大小,若来自第2序列的粒子权重较大,则用来替换第1序列中的粒子,并将余下粒子全部放回;

d) 重复步骤b)和c)直到满足结束条件.

一旦取得 $N$ 个最大权重粒子,则校验其中每个粒子的模型来源.根据知识设定门限 $Thre$ . $N(m_i(k))$ 表示所选粒子中来自于模型 $m_i(k)$ 的粒子数目.若 $N(m_i(k)) < Thre$ ,则删除模型 $m_i(k)$ ,剩余的模型组成近似的最小信息熵模型集 $S_k$ .最后可根据方程(31)计算系统状态估计.

## 4 仿真分析(Simulation analysis)

仿真将本文提出的PF-MEVSMM算法与两个传统VSMM算法(EqMA9+1, EqMA21+1)<sup>[8]</sup>应用于多个机动目标跟踪场景,进行300次蒙特卡洛仿真对比,所有算法均使用粒子滤波器,粒子数目为1000,PF-MEVSMM中参与CM最小熵计算的粒子数目 $N = 420$ ,门限 $Thre = 23$ ,所有场景考虑跟踪二维平面中一高机动飞行目标,其运动模式如下:

$$X(k) = F \cdot X(k-1) + D \cdot A(k), \quad (35)$$

其中: $X(k) = [x_1(k) \ x_2(k) \ y_1(k) \ y_2(k)]^T$ 为 $k$ 时刻目标的状态向量,其中各分量分别表示目标沿 $x$ 轴与 $y$ 轴方向的位置与速度分量; $A(k) = [a_x(k) \ a_y(k)]^T$ 为 $k$ 时刻加速度矢量,其中各分量分别表示目标沿 $x$ 轴与 $y$ 轴方向的加速度值; $F$ 与 $D$ 内容如下:

$$F = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, D = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0.5 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0.5 \end{pmatrix}.$$

观测方程如下:

$$Z(k) = Y(k) + W(k), \quad (36)$$

其中: $Y(k) = [x_1(k) \ y_1(k)]^T$ 为 $k$ 时刻目标位置观测, $W(k) = [\omega_x(k) \ \omega_y(k)]^T$ 为该时刻观测误差,各分量服从协方差矩阵为 $R$ 的零均值独立高斯随机过程.假设先验总模型集包括以下21个模型,每个模型均为二维向量,各分量分别表示沿 $x$ 轴与 $y$ 轴方向的加速度(单位 $m/s^2$ ),具体如下:

$$m_1 = [0 \ 0]^T, m_{2,3} = [0 \ \pm 10]^T, m_{4,5} = [\pm 10 \ 0]^T, m_{6-9} = [\pm 10 \ \pm 10]^T, m_{10,11} = [0 \ \pm 20]^T,$$

$$m_{12,13} = [\pm 20 \ 0]^T, m_{14-17} = [\pm 20 \ \pm 20]^T, \\ m_{18,19} = [0 \ \pm 40]^T, m_{20,21} = [\pm 40 \ 0]^T.$$

算法EqMA9+1算法的先验模型集合为  $\{m_1, m_{6-13}\}$ ; EqMA21+1和PF-MEVSMM算法的先验模型集合为全部21个模型<sup>[8]</sup>. 为保证实验的客观性, 以下将分别就两个不同的场景进行仿真分析. 场景1中目标机动模式确定, 场景2中目标机动模式随机. 两个场景中目标的状态初始向量均为

$$X(1) = [10000 \text{ m} \ 150 \text{ m/s} \ 10000 \text{ m} \ 100 \text{ m/s}].$$

### 4.1 场景1(Scenario one)

考虑一机动模式确定的飞行目标, 飞行过程持续180 s, 观测采样周期为1 s, 期间引入两次确定性机动, 第1次机动加速度  $A(k) = [10 \text{ m/s}^2 \ -12 \text{ m/s}^2]$ , 发生于31 s至80 s, 第2次为强机动  $A(k) = [-30 \text{ m/s}^2 \ 30 \text{ m/s}^2]$ , 发生于81 s至120 s, 其余时间目标做匀速直线运动.

针对两种观测误差进行仿真实验:

- 1) 小观测误差情况:  $R = \text{diag}\{25^2 \text{ m}^2, 25^2 \text{ m}^2\}$ , 3算法的位置估计均方误差如图3所示;
- 2) 大观测误差情况:  $R = \text{diag}\{150^2 \text{ m}^2, 150^2 \text{ m}^2\}$ , 3算法位置估计均方误差如图4所示, 各算法平均有效模型数量见表1.

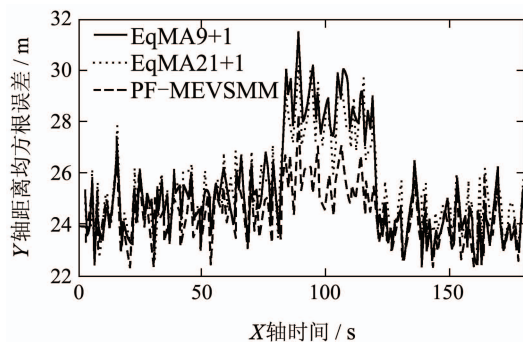


图3 小观测误差确定场景3算法对比

Fig. 3 Small observation error position RMSE in determined scenario

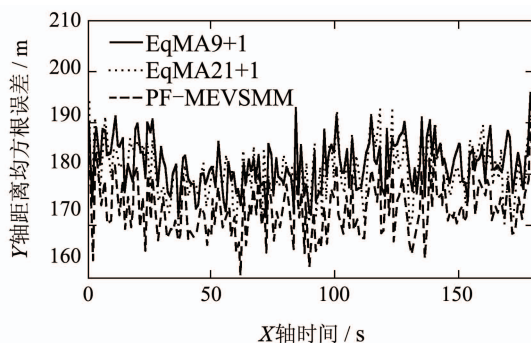


图4 大观测误差确定场景3算法对比

Fig. 4 Large observation error position RMSE in determined scenario

表1 3算法平均有效模型数量

Table 1 The average effective model number of three algorithms

误差情况	EqMA9+1	EqMA21+1	PF-MEVSMM
小误差	10	22	6.6
大误差	10	22	6.3

如图3所示, 在小观测误差情况下, 当目标非机动或者机动较弱时, 3算法的估计性能接近, PF-MEVSMM最优, EqMA9+1又略优于EqMA21+1算法, 原因是此时3算法的有效模型集都能较好地描述目标的真实运动模式, 其中PF-MEVSMM需要6个左右的有效模型, EqMA9+1需要9个中心模型与1个等效模型, 而EqMA21+1则需要21个中心模型与1个等效模型(见表1), 显然后者模型集规模过大, 多余模型间的竞争导致了算法性能的下降<sup>[8]</sup>. 当目标做强机动时(80 s至120 s), PF-MEVSMM算法优势明显, EqMA21+1次之, EqMA9+1估计精度最低. 由于目标强机动, EqMA9+1的先验模型集过小不足以准确描述真实的机动模式, EqMA21+1的先验模型集虽能较好描述真实机动模式, 却不能摆脱有效模型过多所导致的过多非必要模型间竞争的问题; 反观PF-MEVSMM算法, 首先21个先验模型保证了目标真实模式的描述能力, 其次表5说明各时刻被该算法选中的有效模型(最小熵模型)基本保持在6个左右, 远低于EqMA21+1算法, 因此PF-MEVSMM通过在线反馈机制选择最小熵意义下的有效的模型集, 不仅保证了算法在不同机动程度下的鲁棒性, 而且还精简了有效模型集结构, 得到了更高精度的估计结果.

换言之, 与EqMA9+1和EqMA21+1的有效模型集相比, 本法所选最小熵模型集结构更精简且模型质量更高. 图4场景中的观测误差均方根比图3增大了5倍, 此时目标高机动所带来的影响容易被淹没于大噪声背景中, 换言之, 大噪声和高机动将同时以类似的方式给有效模型集的选择带来困难. 此时EqMA9+1的估计精度较差, 因为其有效模型集不能很好地描述机动模式和应对大观测误差. EqMA21+1的估计结果优于EqMA9+1但明显次于PF-MEVSMM算法, 因为尽管EqMA21+1的有效模型集能够较好地描述高机动模式和应对大观测偏差, 然而过多的模型竞争终究导致算法估计精度下降. 反观PF-MEVSMM, 通过反馈选取高质量且结构精简的最小熵模型集提高了整个算法的估计精度.

### 4.2 场景2(Scenario two)

考虑一机动模式不确定飞行目标, 整个飞行过程为180 s, 采样周期为1 s, 期间任一时刻发生机动的概率为0.7, 维持当前状态的概率为0.3, 机动时加速度取值沿 X 轴和 Y 轴两个正交方向, 分别服从独立同分布的零均值高斯随机过程, 其协方差矩阵  $Q = \text{diag}\{30^2 \text{ m}^2/\text{s}^4, 30^2 \text{ m}^2/\text{s}^4\}$ . 观测误差协方差矩阵

为  $R = \text{diag}\{150^2\text{m}^2, 150^2\text{m}^2\}$ . 3算法估计均方误差对比如图5所示, 3算法相对运行时间如表2所示.

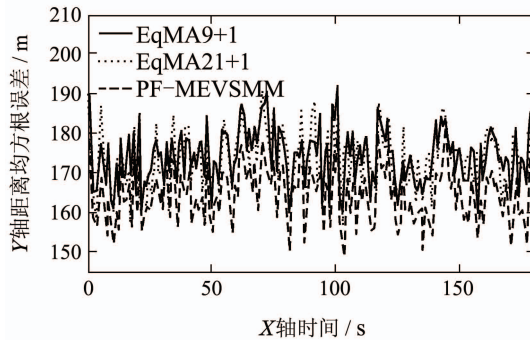


图5 随机机动模式场景3算法对比

Fig. 5 Position RMSE in random maneuvering scenario

表2 3算法单步相对运行时间比较

Table 2 Related computing time

EqMA9+1	EqMA21+1	PF-MEVSM
1.000	1.874	2.143

注: 表2给出的是相对运行时间, 将EqMA9+1的时间标准化, 看成单位“1”时间, 没有单位.

图5说明在机动模式随机的情况下, PF-MEVSM算法估计精度依然最高, EqMA9+1算法和EqMA21+1算法估计精度接近. 由于实验结果分析类似于场景1, 此处不再赘述. 表2说明, EqMA9+1的计算量最小, 由于需要在线估计最小熵模型集PF-MEVSM计算量稍大.

## 5 结论(Conclusion)

针对传统VSMM方法在处理高机动目标状态估计问题和大观测误差时所存在的缺陷, 本文提出一种能够有效反馈并利用在线估计信息的反馈式VSMM融合框架, 并在该框架中融入最小信息熵准则(ME)作为评价有效模型序列集质量的指标, 提出最小熵变结构多模型融合方法(MEVSM), 理论分析说明, 该方法具备收敛速度快的优点. 又结合粒子滤波(particle filter, PF)和设计擂台赛算法(CM)构造工程上方便实现的次优算法(PF-MEVSM). 仿真结果表明, 该算法有效克服了传统VSMM算法的不足, 在应对高机动目标或大观测误差时, 通过反馈利用在线估计信息, 得到了结构更精简、有效的最小熵模型集, 使估计结果不仅鲁棒性更好且精度更高.

## 参考文献(References):

- [1] BAR-SHALOM Y, LI X R. *Estimation and Tracking: Principles, Techniques, and Software* [M]. Boston, MA: Artech House, 1998.
- [2] LI X R, JIKOV V P. Survey of maneuvering target tracking, part V: multiple-model methods [J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2005, 41(4): 1255 – 1321.
- [3] MAGILL D T. Optimal adaptive estimation of sampled stochastic processes [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1965, 10(4): 434 – 439.

- [4] LAINIOTIS D G. Optimal adaptive estimation: structure and parameter adaptation [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1971, 16(2): 160 – 170.
- [5] ZHANG M, CHEN W D. Variable structure multiple model particle filter for maneuvering radar target tracking [C] // *2010 International Conference on Microwave and Millimeter Wave Technology*. Chengdu: IEEE, 2010: 1754 – 1757.
- [6] QU H Q, PANG L P, LI S H. A novel interacting multiple model algorithm [J]. *Signal Processing*, 2009, 89(11): 2171 – 2177.
- [7] 鉴福升, 徐跃民, 阴泽杰. 改进的多模型粒子滤波机动目标跟踪算法 [J]. *控制理论与应用*, 2010, 27(8): 1012 – 1016. (JIAN Fusheng, XU Yuemin, YIN Zejie. Enhanced multiple model particle filter for maneuvering target tracking [J]. *Control Theory & Applications*, 2010, 27(8): 1012 – 1016.)
- [8] LAN J, LI X R. Equivalent-model augmentation for variable-structure multiple-model estimation [C] // *The 14th International Conference on Information Fusion*. Chicago: IEEE, 2011: 1 – 8.
- [9] LI X R, BARSHALOM Y. Multiple-model estimation with variable structure [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1996, 41(4): 478 – 493.
- [10] LI X R. Multiple-model estimation with variable structure, part II: model-set adaptation [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2000, 45(11): 2047 – 2060.
- [11] LI X R, ZHI X R, ZHANG Y M. Multiple-model estimation with variable structure, part III: model-group switching algorithm [J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 1999, 35(1): 225 – 241.
- [12] LI X R, ZHANG Y M, ZHI X R. Multiple-model estimation with variable structure, part IV: design and evaluation of model-group switching algorithm [J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 1999, 35(1): 242 – 254.
- [13] LI X R, ZHANG Y M. Multiple-model estimation with variable structure, part V: likely-model set algorithm [J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2000, 36(2): 448 – 466.
- [14] LI X R, JILKOV V P, RU J F. Multiple-model estimation with variable structure, part VI: expected-mode augmentation [J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2005, 41(3): 853 – 867.
- [15] XU L F, LI X R. Multiple model estimation by hybrid grid [C] // *2010 American Control Conference*. Baltimore: IEEE, 2010: 142 – 148.
- [16] NELSON K P, SCANNELL B J, LANDAU H. A risk profile for information fusion algorithms [J]. *Entropy*, 2011, 13(8): 1518 – 1532.
- [17] FASSINUT B M, CHOQUEL J B. A new probabilistic and entropy fusion approach for management of information sources [J]. *Information Fusion*, 2004, 5(1): 35 – 47.
- [18] DE LIMA L M, KROHLING R A. Particle filter with differential evolution for trajectory tracking [J]. *Advances in Intelligent and Soft Computing*, 2011, 96(1): 209 – 219.
- [19] PRAKASH J, PATWARDHAN S C, SHAH S L. On the choice of importance distributions for unconstrained and constrained state estimation using particle filter [J]. *Journal of Process Control*, 2011, 21(1): 3 – 16.

## 作者简介:

申屠晗 (1984-), 男, 博士研究生, 目前研究方向为信息融合、反馈融合、目标跟踪, E-mail: hanshentu@hotmail.com;

彭冬亮 (1977-), 男, 博士, 教授, 目前研究方向为信息融合、检测与估计, E-mail: dlpeng@hdu.edu.cn;

薛安克 (1957-), 男, 博士, 教授, 博士生导师, 目前研究方向为信息融合、鲁棒控制、优化调度, E-mail: akxue@hdu.edu.cn.