第30卷第3期
2013年3月

控制理论与应用
Control Theory & Applications

Vol. 30 No. 3
Mar. 2013

DOI: 10.7641/CTA.2013.20422

多自主水下航行器系统一致性编队跟踪控制

王银涛†, 严卫生

(西北工业大学 航海学院, 陕西 西安 710072)

摘要: 研究了自主水下航行器的编队路径跟踪问题. 基于无源性理论与一致性跟踪理论, 在仅有部分AUV获取编队速度信息情形下, 设计一种分布式控制律, 实现了集群AUV的一致性编队跟踪. 控制律分为2个部分: 一部分基于无源性同步原理, 建立了协同误差到跟踪误差的无源性通道; 另一部分为一致性协同跟踪控制器, 保证每个AUV相对于虚拟领航者的不一致参考信息通过协商达到最终一致状态. 文章应用Nested Matrosov定理证明了整个闭环系统的稳定性, 仿真结果验证了上述方法的有效性和可行性.

关键词: 协同控制; 编队控制; 自主水下航行器; 无源性; 一致性跟踪

中图分类号: TP24　　　**文献标识码**: A

Consensus formation tracking control of multiple autonomous underwater vehicle systems

WANG Yin-tao†, YAN Wei-sheng

(College of Marine, Northwestern Polytechnical University, Xian Shaanxi 710072, China)

Abstract: This paper investigates the problem of steering a group of autonomous underwater vehicles along specified paths while keeping a desired spatial formation. Based on passivity and consensus tracking theories, a distributed control strategy was derived, by which the consensus formation tracking problems for a group of autonomous underwater vehicles can be accomplished, when the common reference velocity signal is available to only a subset of the cooperating vehicles. The proposed control strategy can be divided into two parts. Firstly, a passivity channel from coordinated error to tracking error is established based on the passivity theory. Secondly, a coordinated consensus tracking strategy is derived to ensure each AUV for reaching a consistent state about the inconsistent reference information. The stability of the overall closed-loop system is analyzed mathematically by adopting Nested Matrosov theorem. Simulation results are presented and discussed for validating the proposed controller.

Key words: cooperative control; formation control; autonomous underwater vehicle; passivity; consensus tracking

1 引言(Introduction)

目前, 自主水下航行器(autonomous underwater vehicle, AUV)的作业多以单个形式出现. 随着任务复杂性的增大, 仅通过单个AUV作业往往难以完成任务, 此时需要通过多个AUV之间的合作和协调来完成任务. 同时, 通过AUV之间的合作和协调可以提高完成任务的效率以及整个系统的可靠性和鲁棒性[1]. 由于多AUV协作所具备的众多优势, 它正在成为AUV研究领域的热点. 编队控制是多AUV协作中的一个典型性问题, 也是研究其他协作问题的基础, 它要求各AUV在执行任务时与队形中的其他AUV保持一定的空间距离.

编队控制在移动机器人、无人机以及航天飞行器等领域已取得了一定的研究成果[2–4], 从已有的文献看, 主要有主从式编队控制, 基于行为的编队控制以及基于虚拟结构的编队控制等3种编队方法. 相比上述研究领域及其编队控制方法, AUV由于自身复杂的动力学特性及其主要依赖水声通讯的作业环境, 使得其编队控制研究面临更多的困难和挑战. 正因如此, 目前AUV编队控制的研究多基于协同路径跟踪[5–7]来实现水下航行器群体协调控制目标. 协同路径跟踪控制策略在结构上分为路径跟踪控制模块和路径参数协同模块. 路径跟踪模块保证每一个AUV都自主运行到各自的期望路径上, 实现空间域上位姿误差为零的目标; 同时, 路径参数协同模块保证每个AUV根据其他AUV沿路径运动行为(沿路径运动速度及在路径上的位置), 改变自身运动速度, 实现AUV之间的协调控制目标(如编队任务). 文

收稿日期: 2012−04−27; 收修改稿日期: 2012−09−10.
†通信作者. Tel.: +86 029–88492945.
基金项目: 国家自然科学基金资助项目(51209175); 西北工业大学基础研究基金资助项目(JC201229).

献[5]首先基于反馈线性化设计了路径跟踪控制器,之后基于同步梯度约束函数进行协同设计,实现了编队路径跟踪;文献[6]采用一致性算法与虚拟结构法相结合研究了运动学层面的AUV小尺度编队控制问题;文献[7]则通过构造级联系统实现了直线路径的协同跟踪.以上文献的共同特点要求编队成员之间仅需要交互路径参数信息,虽然使信息交互量达到最小,但均假定编队速度可以被每个成员获取,意味着必须为每个编队成员建立交互通道来分配编队速度,这对于通讯受限的海洋环境来说,不符合工程实际.

本文考虑编队速度信息仅被编队成员中的一个或一部分获取时的AUV编队控制问题.借助无源性方法,建立了协同误差到跟踪误差之间的无源性通道,最后基于分布式一致性协同跟踪理论,设计了路径参数同步控制器,实现了各期望路径对虚拟领航者参考路径的一致性跟踪.文章从理论上证明了整个系统的稳定性,达到了编队控制的目的.

2 问题描述(Problem statement)

2.1 AUV模型(Model of AUV)

假设编队网络中共有N个AUV,其中第i个AUV在水平面内的运动可表示为[8]

$$M_i\dot{\nu}_i + C_i(\nu_i)\nu_i + D_i(\nu_i)\nu_i + g_i(\eta_i) = \tau_i, \quad (1)$$

$$\dot{\eta}_i = R(\psi_i)\nu_i, \quad (2)$$

其中: $i = 1,\cdots,N$, $\eta_i = [x_i\ \ y_i\ \ \psi_i]^{\mathrm T}$为广义位置向量, $\nu_i = [u_i\ \ v_i\ \ r_i]^{\mathrm T}$为广义速度向量, $R(\psi_i)$为由体坐标系到惯性坐标系的转换矩阵,其余各矩阵的含义见文献[8].将式(1)转换到惯性坐标系下有

$$\begin{aligned}&M_{\eta_i}(\eta_i)\ddot{\eta}_i + C_{\eta_i}(\eta_i,\dot{\nu}_i)\dot{\eta}_i + \\ &D_{\eta_i}(\eta_i,\dot{\nu}_i)\dot{\eta}_i + g_{\eta_i}(\eta_i) = \bar{\tau}_i.\end{aligned} \quad (3)$$

在本文的分析中,假设式(3)中的各系数矩阵有如下性质[8]:

性质 1 $M_{\eta_i}(\eta_i)$为对称正定矩阵且有界,即对$\forall x \in \mathbb{R}^3 \neq 0$有

$$\lambda_{\min}(M_i)\|x\|^2 \leqslant x^{\mathrm T}M_{\eta_i}(\eta_i)x \leqslant \lambda_{\max}(M_i)\|x\|^2, \quad (4)$$

其中$\lambda_{\min}(\cdot)$与$\lambda_{\max}(\cdot)$分别表示对应矩阵的最小和最大特征值.

性质 2 $\dot{M}_{\eta_i}(\eta_i) - 2C_{\eta_i}(\eta_i,\dot{\nu}_i)$具有反对称性,即对$\forall x \in \mathbb{R}^3$有

$$x^{\mathrm T}(\frac{1}{2}\dot{M}_{\eta_i}(\eta_i) - C_{\eta_i}(\eta_i,\dot{\nu}_i))x = 0. \quad (5)$$

性质 3 阻尼矩阵$D_{\eta_i}(\eta_i,\dot{\nu}_i)$为正定的,即

$$x^{\mathrm T}D_{\eta_i}(\eta_i,\dot{\nu}_i)x > 0,\ \forall x \neq 0. \quad (6)$$

2.2 控制目标(Objectives of control)

AUV编队航行中,要求各AUV与编队参考点(formation reference point, FRP)保持一定的空间距离,如图1所示.其中$\eta_0(\theta_0)$为以路径参数θ_0描述的虚拟领航者参考路径,且$\dot{\theta}_0 = v_0(\theta_0,t)$, $v_0(\theta_0,t)$为编队速度.记第i个AUV的编队参考路径上对应编队参考点为$\eta_{0i}(\theta_i)$,且相对于该编队参考点的期望队形向量为$l_i \in \mathbb{R}^3$,则每个AUV的期望跟踪路径可以表示为

$$\eta_{d,i}(\theta_i) = \eta_{0i}(\theta_i) + R(\psi_{0i}(\theta_i))l_i, \quad (7)$$

式中$R(\psi_{0i}(\theta_i))$为以各自编队参考点为原点的Serret-Frenet坐标系的切向轴与惯性坐标系横轴之间的夹角,其为

$$\psi_{0i}(\theta_i) = \arctan\frac{y'_{0i}(\theta_i)}{x'_{0i}(\theta_i)}. \quad (8)$$

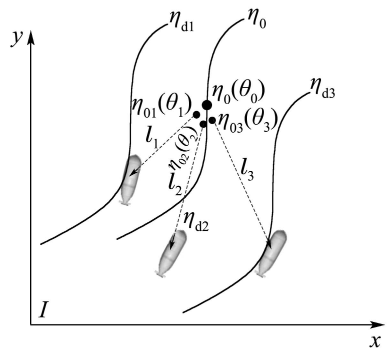

图 1 编队路径跟踪示意图

Fig. 1 Example of formation tracking setup for three AUVs

由式(7)可以看出,当各AUV拥有的不一致虚拟参考点η_{0i}达到一致即当$\eta_{01} = \eta_{02} = \cdots = \eta_{0N}$时,各AUV即以期望的编队队形运动.于是,编队控制目标描述为

$$\lim_{t\to\infty}|\eta_{0i} - \eta_{0j}| = 0,\ \forall i,j \in \{1,2,\cdots,N\}, \quad (9)$$

$$\lim_{t\to\infty}|\dot{\theta}_i - v_0(\theta_0(t),t)| = 0,\ \forall i \in \{1,2,\cdots,N\}. \quad (10)$$

其中:控制目标(9)为协同目标,保证$\eta_{01} = \eta_{02} = \cdots = \eta_{0N}$,进而实现期望的编队队形;目标(10)为跟踪目标,保证对虚拟领航者参考路径的一致性跟踪.

本文利用无向图来描述AUV之间的拓扑结构.首先对文中涉及的图论相关知识进行简单的介绍,关于图论的详细内容读者可参考文献[9].图是由若干给定的顶点及连接两顶点的边所构成的图形,记为$\mathcal{G} = (\mathcal{V},\mathcal{E},\mathcal{A})$,其中: $\mathcal{V} = \{\upsilon_1,\cdots,\upsilon_n\}$为所有顶点组成的集合, $\mathcal{E} \subseteq \mathcal{V}\times\mathcal{V}$是所有边组成的集合, $\mathcal{A} = [a_{ij}] \in \mathbb{R}^{n\times n}$ 是带权的邻接矩阵,定义为$\mathcal{A} = [a_{ij}] \in \mathbb{R}^{N\times N}$,其中$a_{ij} > 0$;当$(j,i) \in \mathcal{E}$时,否则$a_{ij} = 0$.一般假设顶点与自身不具备连通性,即$a_{ii} = 0$.图的Laplacian矩阵定义为$L = [l_{ij}] \in \mathbb{R}^{N\times N}$,其中

$l_{ii}=\sum\limits_{j=1,j\neq i}^{n}a_{ij},\ l_{ij}=-a_{ij},\ i\neq j$. 要使各AUV的期望路径的路径参数达到同步, 有必要进行信息的交互, 这里AUV之间的交互信息记为路径参数θ_i. 如果编队中的第i个AUV和第j个AUV可以获取同步误差$\theta_i-\theta_j$, 则称它们为邻居. 本文仅考虑信息的传输是双向情况, 且任何一个AUV可以获得至少一个其他AUV的信息, 即通讯拓扑为一无向连通图. 为了便于描述, 将图的边上加上方向, 定义其关联矩阵D, 对应元素为

$$d_{ik}=\begin{cases}+1,\ 第i个顶点为第k条边的头,\\-1,\ 第i个顶点为第k条边的尾,\\0,\quad 其他.\end{cases}\tag{11}$$

3 控制器设计(Controller design)

3.1 无源性同步设计(Passivity synchronization design)

首先定义如下辅助变量:

$$\alpha_i=-\sum_{k=1}^{p}d_{ik}\phi_k(z_k),\ i\in\{1,2,\cdots,N\},\tag{12}$$

其中: z_k为通过边k连接的第i个AUV与第j个AUV之间的协同误差, 其具有如下形式:

$$z_k\triangleq\sum_{\ell=1}^{N}d_{\ell k}\eta_{0\ell}=\begin{cases}\eta_{0i}-\eta_{0j},\ i为第k条边的头,\\\eta_{0j}-\eta_{0i},\ i为第k条边的尾.\end{cases}\tag{13}$$

非线性函数$\phi_k(\cdot)$定义为

$$\phi_k(z_k)=\nabla P_k(z_k),\tag{14}$$

其中$\nabla P_k(z_k)$为非负C^2函数并满足如下性质:

$$P_k(z_k)\to\infty,\ \text{a.s.}\ |z_k|\to\infty,\tag{15}$$

$$P_k(z_k)>0,\ \forall|z_k|\neq0,\tag{16}$$

$$z_k^{\mathrm T}\nabla P_k(z_k)z_k>0,\ \forall|z_k|\neq0.\tag{17}$$

定义误差变量

$$s_i=\dot\eta_{0i}-v_{0i},\tag{18}$$

这里v_{0i}为每个AUV对编队参考速度的估计. 与文献[5–7]等假定v_{0i}即为编队速度均相等且可同时获取不同, 本文通过设计分布式一致性跟踪控制器, 在仅有部分AUV获取编队速度的情况下, 来实现对期望编队速度的一致性估计. 记$f_i\triangleq R(\psi_{0i}(\theta_i))l_i,\ l_i\in\mathbb R^3$为各AUV相对于编队参考点的期望编队向量. 将式(7)代入式(3)有

$$M_{\eta_i}(\eta_i)(\ddot\eta_{0i}+\ddot f_i)+C_{\eta_i}(\eta_i,\dot\nu_i)(\dot\eta_{0i}+\dot f_i)+\\D_{\eta_i}(\eta_i,\dot\nu_i)(\dot\eta_{0i}+\dot f_i)+g_{\eta_i}(\eta_i)=\bar\tau_i.\tag{19}$$

对式(19), 考虑如下控制输入:

$$\bar\tau_i=(C_{\eta_i}+D_{\eta_i})(\dot v_{0i}+\dot f_i)+M_{\eta_i}(\dot v_{0i}+\ddot f_i)+\\g_{\eta_i}(\eta_i)-K_{\mathrm di}(\dot\eta_{0i}-v_{0i})+\alpha_i,\tag{20}$$

其中$K_{\mathrm di}=K_{\mathrm di}^{\mathrm T}>0$为控制增益. 将式(18)代入式(20)得到

$$M_{\eta_i}\dot s_i=-C_{\eta_i}s_i+(D_{\eta_i}+K_{\mathrm di})s_i+\alpha_i.\tag{21}$$

定义如下正定径向无界存储函数:

$$S_{si}(s_i,\eta_i)=\frac12 s_i^{\mathrm T}M_{\eta_i}(\eta_i)s_i.\tag{22}$$

对式(22)沿式(21)求导有

$$\dot S_{si}(s_i,\eta_i)=\\\frac12 s_i^{\mathrm T}\dot M_{\eta_i}(\eta_i)s_i+s_i^{\mathrm T}\dot M_{\eta_i}(\eta_i)\dot s_i=\\s_i^{\mathrm T}(\frac12\dot M_{\eta_i}(\eta_i)-C_{\eta_i})s_i-s_i^{\mathrm T}(D_{\eta_i}+K_{\mathrm di})s_i+s_i^{\mathrm T}\alpha_i=\\-s_i^{\mathrm T}(D_{\eta_i}+K_{\mathrm di})s_i+s_i^{\mathrm T}\alpha_i\leqslant-s_i^{\mathrm T}K_{\mathrm di}s_i+s_i^{\mathrm T}\alpha_i.\tag{23}$$

根据文献[10]提出的无源性同步原理可知, 从协同误差α_i到跟踪误差s_i是无源的.

3.2 一致性协同跟踪设计(Consensus tracking design)

假定由虚拟领航者给定的编队参考速度$\dot\theta_0=v_0(\theta_0,t)<v_\ell$, v_ℓ为正常数, 则当$\theta_1=\cdots=\theta_N=\theta_0$时有$v_{01}=\cdots=v_{0N}=\eta_0^{\theta_0}\dot\theta_0$, 其中$\eta_0^{\theta_0}$为$\dfrac{\partial\eta_0}{\partial\theta_0}$. 此时各AUV以期望的队形航行, 达到编队控制的目的. 考虑如下一致性跟踪控制器:

$$\dot\theta_i=-\gamma\sum_{j=0}^{N}a_{ij}(\theta_i-\theta_j)-\beta\mathrm{sgn}(\sum_{j=0}^{N}a_{ij}(\theta_i-\theta_j)),\tag{24}$$

其中: $a_{ij},\ i,j=1,\cdots,N$为AUV之间通讯拓扑的邻接矩阵的第(i,j)个元素, 且$a_{i0}>0,\ i=1,\cdots,N$, 当且仅当第i个AUV能够获取虚拟领航者的信息, 否则$a_{i0}=0$, γ为非负常数, $\beta>0,\mathrm{sgn}(\cdot)$为符号函数. 关于一致性协同跟踪算法(24), 有如下结论:

定理 1 假定由N个AUV组成的编队通讯拓扑固定连通且至少有一个a_{i0}非零, 则采取式(24), 如果$\beta>v_\ell$, 则各编队参考点能实现对虚拟领航参考路径的一致性跟踪, 即$\theta_i=\theta_j=\theta_0,\ \forall i,j\in\{1,\cdots,N\}$.

证 记$\tilde\theta=[\theta_1-\theta_0\ \ \cdots\ \ \theta_N-\theta_0]^{\mathrm T}$, $M=L+\mathrm{diag}\{a_{10},\cdots,a_{N0}\}$, 其中$L$为Laplacian矩阵. 式(24)可重写为

$$\dot{\tilde\theta}_i=-\gamma\sum_{j=0}^{N}a_{ij}(\tilde\theta_i-\tilde\theta_j)-\\\beta\mathrm{sgn}(\sum_{j=0}^{N}a_{ij}(\tilde\theta_i-\tilde\theta_j))-\dot\theta_0,\tag{25}$$

其矩阵形式为

$$\dot{\tilde{\theta}}=-\gamma M\tilde{\theta}-\beta\mathrm{sgn}(M\tilde{\theta})-\mathbf{1}\dot{\theta}_0. \tag{26}$$

由于通讯拓扑连通且至少有一个a_{i0}非零, 所以M对称正定. 定义Lyapunov函数$V_{\tilde{\theta}}=\dfrac{1}{2}\tilde{\theta}^{\mathrm{T}}M\tilde{\theta}$并对其求导有

$$\begin{aligned}&\dot{V}_{\tilde{\theta}}=\tilde{\theta}^{\mathrm{T}}M[-\gamma M\tilde{\theta}-\beta\mathrm{sgn}(M\tilde{\theta})-\mathbf{1}\dot{\theta}_0]\leqslant\\&-\gamma\tilde{\theta}^{\mathrm{T}}M^2\tilde{\theta}-\beta\|M\tilde{\theta}\|_1+|\dot{\theta}_0|\|M\tilde{\theta}\|_1\leqslant\\&-\gamma\tilde{\theta}^{\mathrm{T}}M^2\tilde{\theta}-(\beta-v_\ell)\|M\tilde{\theta}\|_1.\end{aligned} \tag{27}$$

上式第1个不等式由Holder's可以获得, 第2个不等式由$|\dot{\theta}_0|\leqslant v_\ell$获得. 注意到$M^2$对称正定, γ非负且$\beta>v_\ell$, 因此$\dot{V}_{\tilde{\theta}}\leqslant0$, 且当仅且$\tilde{\theta}=0$时$\dot{V}_{\tilde{\theta}}=0$, 由LaSalle's不变集原理可知, 当$t\rightarrow\infty$时$\tilde{\theta}=0$, 即$\theta_i=\theta_j=\theta_0$, $\forall i,j\in\{1,\cdots,N\}$.

4 稳定性分析(Stability analysis)

记

$$\begin{aligned}&\eta_0=[\eta_{01}^{\mathrm{T}}\ \cdots\ \eta_{0N}^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}}\in\mathbb{R}^{3N},\\&\alpha(\boldsymbol{z})=[\alpha_1^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{z})\ \cdots\ \alpha_N^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{z})]^{\mathrm{T}}\in\mathbb{R}^{3N},\\&\varPhi(\boldsymbol{z})=[\phi_{01}^{\mathrm{T}}(z_1)\ \cdots\phi_p^{\mathrm{T}}(z_p)]^{\mathrm{T}}\in\mathbb{R}^{3p},\\&\boldsymbol{s}=[s_1^{\mathrm{T}}\ \cdots\ s_N^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}}\in\mathbb{R}^{3N},\\&\boldsymbol{v_0}=[v_{01}^{\mathrm{T}}\ \cdots\ v_{0N}^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}}\in\mathbb{R}^{3N}.\end{aligned}$$

由式中s_i的定义及式(12)–(13)可知

$$\dot{\eta}_0=\boldsymbol{s}+\boldsymbol{v_0}, \tag{28}$$

$$\boldsymbol{z}=(D^{\mathrm{T}}\otimes I_3)\eta_0, \tag{29}$$

$$\alpha(\boldsymbol{z})=-(D\otimes I_3)\varPhi(\boldsymbol{z}), \tag{30}$$

其中$\otimes$代表Kronecker积运算, 利用控制输入(20)以及路径参数一致性跟踪控制输入(24), 整个闭环系统可以写为

$$M_\eta(\eta)\dot{\boldsymbol{s}}=-C_\eta(\eta)\boldsymbol{s}-D_\eta(\eta)\boldsymbol{s}-K_d\boldsymbol{s}+\alpha(\boldsymbol{z}), \tag{31}$$

$$\dot{\boldsymbol{z}}=(D^{\mathrm{T}}\otimes I_3)\boldsymbol{s}+(D^{\mathrm{T}}\otimes I_3)\boldsymbol{v_0}. \tag{32}$$

记$\chi=[\boldsymbol{z}^{\mathrm{T}}\ \ \boldsymbol{s}^{\mathrm{T}}\ \ \tilde{\theta}^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}}$. 下面给出本文的主要结论.

定理 2 假定由N个AUV组成的编队通讯拓扑固定连通且至少有一个a_{i0}非零, 则采取控制输入(20)(24)可以使得闭环系统状态$\chi=[\boldsymbol{z}^{\mathrm{T}}\ \ \boldsymbol{s}^{\mathrm{T}}\ \ \tilde{\theta}^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}}=\mathbf{0}$全局一致渐进稳定, 进而解决由控制目标(9)–(10)描述的编队控制问题.

证 下面基于Nested Matrosov定理对上述结论进行证明. 要利用Nested Matrosov定理, 应首先确定闭环系统原点的全局一致稳定性. 由式(27)可知

$$\begin{aligned}\dot{V}_{\tilde{\theta}}\leqslant&-(\beta-v_\ell)\|M\tilde{\theta}\|_2=\\&-(\beta-v_\ell)\sqrt{\tilde{\theta}^{\mathrm{T}}M^2\tilde{\theta}}\leqslant\\&-(\beta-v_\ell)\sqrt{\lambda_{\min}^2(M)\|\tilde{\theta}\|_2^2}\leqslant\\&-(\beta-v_\ell)\frac{\sqrt{2}\lambda_{\min}(M)}{\sqrt{\lambda_{\max}(M)}}\sqrt{V_{\tilde{\theta}}}.\end{aligned} \tag{33}$$

由此可以得到$|\tilde{\theta}(t)|$的一致上界

$$|\tilde{\theta}(t)|\leqslant\sqrt{\frac{\lambda_{\max}(M)}{\lambda_{\min}(M)}}|\tilde{\theta}(t_0)|. \tag{34}$$

依次定义前向通道及反馈通道的能量存储函数

$$V_{\mathrm{f}}(\boldsymbol{z})=\sum_{k=1}^{p}P_k(z_k),\ V_{\mathrm{b}}(\boldsymbol{s})=\sum_{i=1}^{N}S_{si}(s_i,\eta_i), \tag{35}$$

其中S_{si}由式(22)定义. 考虑如下Lyapunov函数:

$$V_{\mathrm{zs}}(t,\chi)=V_{\mathrm{f}}(\boldsymbol{z})+V_{\mathrm{b}}(\boldsymbol{s}). \tag{36}$$

由式(36)可知$V_{\mathrm{zs}}(t,\chi)$满足

$$\sum_{k=1}^{p}P_k(z_k)+\lambda_1|\boldsymbol{s}|^2\leqslant V_{\mathrm{zs}}\leqslant\sum_{k=1}^{p}P_k(z_k)+\lambda_2|\boldsymbol{s}|^2,$$

其中: $\lambda_1=\lambda_{\min}(M_i)$, $\lambda_2=\lambda_{\max}(M_i)$, $i=1,\cdots,N$. 因为$V_{\mathrm{f}}(\boldsymbol{z})$, $V_{\mathrm{b}}(\boldsymbol{s})$依次由$\boldsymbol{z}$, $\boldsymbol{s}$定义且径向无界, 由文献[11]可知存在$\mathcal{K}_\infty$类函数ς_1, ς_2使得

$$\varsigma_1(|(\boldsymbol{z},\boldsymbol{s})|)\leqslant V_{\mathrm{zs}}\leqslant\varsigma_2(|(\boldsymbol{z},\boldsymbol{s})|). \tag{37}$$

对式(36)求导有

$$\begin{aligned}&\dot{V}_{\mathrm{zs}}(t,\chi)=\dot{V}_{\mathrm{f}}(\boldsymbol{z})+\dot{V}_{\mathrm{b}}(\boldsymbol{s})=\\&[\frac{\partial}{\partial\boldsymbol{z}}(\sum_{k=1}^{p}P_k(z_k))]^{\mathrm{T}}\dot{\boldsymbol{z}}+\sum_{i=1}^{N}\dot{S}_{si}(s_i,\eta_i)\leqslant\\&\varPhi(\boldsymbol{z})^{\mathrm{T}}(D^{\mathrm{T}}\otimes I_3)(\boldsymbol{s}+\boldsymbol{v_0})+\\&\sum_{i=1}^{N}(-s_i^{\mathrm{T}}K_{\mathrm{d}i}s_i+s_i^{\mathrm{T}}\alpha_i)=\\&-\alpha^{\mathrm{T}}\boldsymbol{s}-\sum_{i=1}^{N}(s_i^{\mathrm{T}}K_{\mathrm{d}i}s_i)+\boldsymbol{s}^{\mathrm{T}}\alpha=\\&-\sum_{i=1}^{N}(s_i^{\mathrm{T}}K_{\mathrm{d}i}s_i)\leqslant0.\end{aligned} \tag{38}$$

由于$\dot{V}_{\mathrm{zs}}\leqslant0$, 因此对$\forall t\in[t_0,T)$有$V_{\mathrm{zs}}(t)\leqslant V_{\mathrm{zs}}(t_0)$, 结合式(37)有

$$|(\boldsymbol{z}(t),\boldsymbol{s}(t))|\leqslant\varsigma_3(|(\boldsymbol{z}(t_0),\boldsymbol{s}(t_0))|), \tag{39}$$

其中$\varsigma_3(\cdot)=\varsigma_1^{-1}\circ\varsigma_2(\cdot)\in\mathcal{K}_\infty$. 由$|\chi|\leqslant|(\boldsymbol{z},\boldsymbol{s})|+|\tilde{\theta}|$, $|\chi|\geqslant|(\boldsymbol{z},\boldsymbol{s})|$及$|\chi|\geqslant|\tilde{\theta}|$可以得到

$$\begin{aligned}&|\chi(t)|\leqslant\\&\varsigma_3(|(\boldsymbol{z}(t_0),\boldsymbol{s}(t_0))|)+\sqrt{\frac{\lambda_{\max}(M)}{\lambda_{\min}(M)}}|\tilde{\theta}(t_0)|\leqslant\\&\varsigma_3(|\chi(t_0)|)+\sqrt{\frac{\lambda_{\max}(M)}{\lambda_{\min}(M)}}(|\chi(t_0)|)=\\&\varsigma_4(|\chi(t_0)|),\end{aligned} \tag{40}$$

其中$\varsigma_4(\cdot)$为$\mathcal{K}_\infty$类函数. 根据文献[11]可知$\chi=0$为全局一致稳定的. 要进一步证明$\chi=0$的渐进性, 记

式(33)的右端为Y_1有

$$\dot{V}_{\tilde{\theta}} \leqslant -(\beta - v_\ell)\lambda_{\min}(M)\|\tilde{\theta}\|_2 =: Y_1(\chi) \leqslant 0,\ \forall \chi, \tag{41}$$

因此当且仅当$\tilde{\theta}=0$时有$Y_1(\chi)=0$. 进一步记式(38)的右端为Y_2有

$$\dot{V}_{\rm zs}(t,\chi) \leqslant -\sum_{i=1}^{N}(s_i^{\rm T} K_{{\rm d}i} s_i) =: Y_2(\chi) \leqslant 0,\ \forall \chi. \tag{42}$$

显然当且仅当$\boldsymbol{s}=0$时有$Y_2(\chi)=0$. 最后, 定义辅助函数

$$V_3(t,\chi) = \boldsymbol{z}^{\rm T}\mathcal{D}^{+}M_\eta(\eta)\boldsymbol{s}, \tag{43}$$

其中$\mathcal{D}^{+}$为$(D^{\rm T}\otimes I_3)$的满足以下性质的Moore-Penrose pseudo逆矩阵:

$$(D^{\rm T}\otimes I_3)\mathcal{D}^{+}(D^{\rm T}\otimes I_3) = (D^{\rm T}\otimes I_3).$$

对式(43)求导有

$$\begin{aligned}
&\dot{V}_3(t,\chi) = \\
&\boldsymbol{z}^{\rm T}\mathcal{D}^{+}(\dot{M}_\eta(\eta)\boldsymbol{s} + M_\eta(\eta)\dot{\boldsymbol{s}}) + \\
&\dot{\boldsymbol{z}}^{\rm T}\mathcal{D}^{+}M_\eta(\eta)\boldsymbol{s} = \\
&\boldsymbol{s}^{\rm T}(D^{\rm T}\otimes I_3)\mathcal{D}^{+}M_\eta(\eta)\boldsymbol{s} + \\
&\boldsymbol{z}^{\rm T}\mathcal{D}^{+}(\dot{M}_\eta(\eta)\boldsymbol{s} + M_\eta(\eta)\dot{\boldsymbol{s}}) =: \\
&Y_3(\chi, M_\eta(\eta)\boldsymbol{s}, \dot{M}_\eta(\eta)\boldsymbol{s}, M_\eta(\eta)\dot{\boldsymbol{s}}).
\end{aligned} \tag{44}$$

将$Y_3(\chi, M_\eta(\eta)\boldsymbol{s}, \dot{M}_\eta(\eta)\boldsymbol{s}, M_\eta(\eta)\dot{\boldsymbol{s}})$在$\boldsymbol{s}=0$时展开并将式(31)代入有

$$\begin{aligned}
&Y_3(\chi, M_\eta(\eta)\boldsymbol{s}, \dot{M}_\eta(\eta)\boldsymbol{s}, M_\eta(\eta)\dot{\boldsymbol{s}})\ |_{\boldsymbol{s}=0}) = \\
&\boldsymbol{z}^{\rm T}\mathcal{D}^{+}M_\eta(\eta)\dot{\boldsymbol{s}}\ |_{\boldsymbol{s}=0} = \boldsymbol{z}^{\rm T}\mathcal{D}^{+}\alpha(\boldsymbol{z}) = \\
&-\eta_0^{\rm T}(D\otimes I_3)\mathcal{D}^{+}(D\otimes I_3)\varPhi(\boldsymbol{z}) = \\
&-\eta_0^{\rm T}(D\otimes I_3)\varPhi(\boldsymbol{z}) = \\
&-\boldsymbol{z}^{\rm T}\varPhi(\boldsymbol{z}) < 0,\ \forall \boldsymbol{z} \neq 0,
\end{aligned} \tag{45}$$

因此当且仅当$\boldsymbol{z}=0$有$Y_3=0$.

综上可知当且仅当$\chi = [\boldsymbol{z}^{\rm T}\ \ \boldsymbol{s}^{\rm T}\ \ \tilde{\theta}^{\rm T}]^{\rm T} = \boldsymbol{0}$时有$Y_1=0,\ Y_2=0,\ Y_3=0$. 由Nested Matrosov定理可知$\chi = [\boldsymbol{z}^{\rm T}\ \ \boldsymbol{s}^{\rm T}\ \ \tilde{\theta}^{\rm T}]^{\rm T} = \boldsymbol{0}$全局一致渐进稳定, 定理得证.

5 仿真结果(Simulation results)

为了验证本文控制律设计的有效性, 对由3个AUV组成的编队系统进行仿真分析, 仿真中采用的某型AUV模型参数为

$$M_i = \begin{bmatrix} 200\,{\rm kg} & 0 & 0 \\ 0 & 250\,{\rm kg} & 0 \\ 0 & 0 & 80\,{\rm kg} \end{bmatrix},$$

$$D_i(\nu_i) = \begin{bmatrix} 70+100|u_i| & 0 & 0 \\ 0 & 100+200|v_i| & 0 \\ 0 & 0 & 50+100|r_i| \end{bmatrix}.$$

$C_i(\nu_i)$的选取参考文献[8], 假设虚拟领航者的信息仅被第2个AUV获取, 通讯拓扑结构如图2所示.

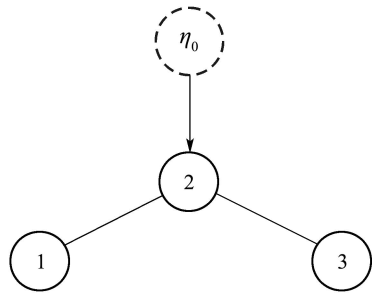

图 2 通讯拓扑结构

Fig. 2 Communication topology between AUVs

仿真中假设虚拟领航者的参考路径描述为

$$\begin{cases} x_0(\theta_0) = \theta_0, \\ y_0(\theta_0) = 500 * \sin(\dfrac{2\pi}{4000}\theta_0), \\ \psi_0(\theta_0) = \arctan\dfrac{x_0'(\theta_0)}{y_0'(\theta_0)}. \end{cases} \tag{46}$$

假设虚拟领航者的路径参数更新率为

$$\dot{\theta}_0 = 4/\sqrt{(\frac{\partial x_0}{\partial \theta_0})^2 + (\frac{\partial y_0}{\partial \theta_0})^2},$$

各AUV在惯性坐标系中的初始状态及编队队形向量如表1所示.

表 1 AUV初始状态及队形向量

Table 1 Initial states of AUV and the desired formation vector

初始状态:	$\eta_1(0) = [0\ \ 200\ \ \pi/4]^{\rm T}$
	$\eta_2(0) = [500\ \ 0\ \ \pi/3]^{\rm T}$
	$\eta_3(0) = [0\ \ 500\ \ 0]^{\rm T}$
队形向量:	$l_1 = [0\ \ 0\ \ 0]^{\rm T}$
	$l_2 = [0\ \ -150\ \ 0]^{\rm T}$
	$l_3 = [0\ \ 150\ \ 0]^{\rm T}$

仿真中控制参数选取为$\gamma=1,\ \beta=1.5,\ K_{{\rm d}i} = {\rm diag}\{2,1,1\}$. 仿真结果如图3–4所示.

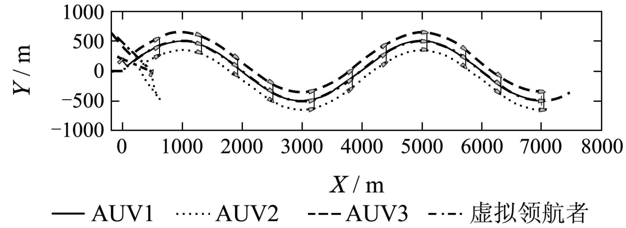

图 3 AUV编队航迹

Fig. 3 Formation paths of AUV

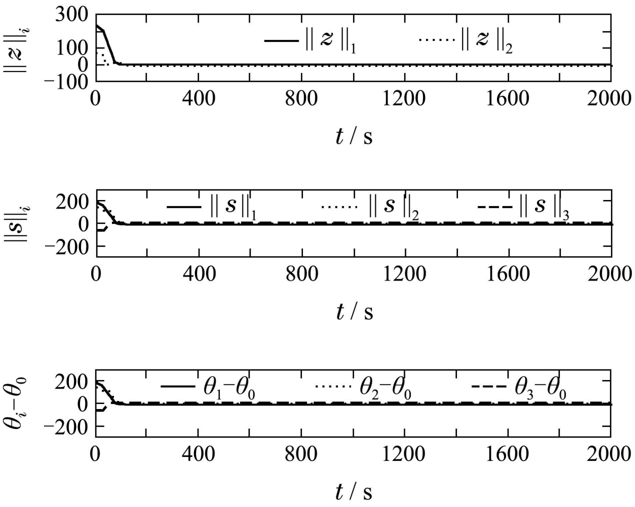

图 4 协同误差

Fig. 4 Evolution of coordination error

其中: 图3给出了AUV的编队运动轨迹, 图中标记了几个相同时刻AUV的位置, 可以看出3个AUV的直线队形保持良好; 图4给出了各AUV期望跟踪路径的路径参数协同误差, 由实验结果可以看出路径参数的协同误差在较快的时间内收敛到零, 验证了本文提出的编队控制算法的有效性.

6 结论(Conclusions)

本文主要研究了编队约束下的多自主水下航行器协同路径跟踪控制问题. 基于无源性理论和信息一致性理论设计了分布式编队控制器, 实现了在仅有部分AUV获取编队速度信息情形下协同路径跟踪, 拓展了目前文献研究要求的每个编队成员均需获取编队速度信息的要求. 所设计的控制律仅需成员之间交互路径参数信息, 通讯量小, 满足通讯受限条件下的海洋工作环境需要, 但论文没有涉及与通讯相关的时延、拓扑变化等问题的研究, 这些也将是笔者下一步研究的方向.

参考文献(References):

[1] HEALEY A J. Application of formation control for multi – vehicle robotic mine sweeping [C] //*Proceedings of the 40th IEEE Conference on Decision and Control*. New York: IEEE, 2001: 1497 – 1502.

[2] REN W, SORENSEN N. Distributed coordination architecture for multi-robot formation control [J]. *Robotics and Autonomous Systems*, 2008, 56(4): 324 – 333.

[3] 毕鹏, 罗建军, 张博. 一种基于一致性理论的航天编队飞行器协同控制方法 [J]. 宇航学报, 2010, 31(1): 70 – 74.
(BI Peng, LUO Jianjun, ZHANG Bo. Cooperate control algorithm for spacecraft formation flying based on consensus theory [J]. *Journal of Astronautics*, 2010, 31(1): 70 – 74.)

[4] 马广富, 梅杰. 多星系统相对轨道的自适应协同控制 [J]. 控制理论与应用, 2011, 28(6): 781 – 787.
(MA Guangfu, MEI Jie. Adaptive cooperative control for relative orbits of multi – satellites systems [J]. *Control Theory & Applications*, 2011, 28(6): 781 – 787.)

[5] IHLE I A F, SKJETNE R, FOSSEN T I. Nonlinear formation control of marine craft with experimental results [C] //*Proceedings of the 43th IEEE Conference on Decision and Control*. New York: IEEE, 2004: 680 – 685.

[6] 袁健, 唐功友. 采用一致性算法与虚拟结构的多自主水下航行器编队控制 [J]. 智能系统学报, 2011, 6(3): 248 – 253.
(YUAN Jian, TANG Gongyou. Formation control of autonomous underwater vehicles with consensus algorithms and virtual structure [J]. *CAAI Transactions on Intelligent Systems*, 2011, 6(3): 248 – 253.)

[7] BORHAUG E, PAVLOV A, PETTERSEN K. Straight line path following for formations of underactuated marine surface vessels [J]. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 2011, 19(3): 493 – 506.

[8] FOSSEN T. *Guidance and Control of Ocean Vehicles* [M]. New York: Wiley, 1994.

[9] ROYLE G, GODSIL C. *Algebraic Graph Theory* [M]. New York: Springer Graduate Texts in Mathematics, 2001.

[10] ARCAK M. Passivity as a design tool for group coordination [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2007, 52(8): 1380 – 1390.

[11] KHALIL H K. *Nolinear Systems* [M]. Piscataway, NJ: Prentice-Hall, 2002.

作者简介:

王银涛 (1979–), 男, 博士, 副教授, 研究领域为分布式多智能体系统与自主水下航行器控制、智能机器人技术, E-mail: tyaowang@gmail.com;

严卫生 (1968–), 男, 教授, 主要研究方向为自主水下航行器精确导航与控制, E-mail: wsyan@nwpu.edu.cn.