

具有时变时滞和多包丢失的网络控制系统量化 H_∞ 控制

严怀成^{1,2†}, 苏阵阵^{1,2}, 张皓^{3†}, 杨富文^{1,2}

(1. 华东理工大学 化工过程先进控制和优化技术教育部重点实验室, 上海 200237;

2. 华东理工大学 信息科学与工程学院, 上海 200237; 3. 同济大学 控制科学与工程系, 上海 200092)

摘要: 研究了具有时变时滞与多数据包丢失的网络控制系统(networked control systems, NCSs)的量化 H_∞ 控制问题. 同时考虑传感器-控制器间的测量通道及控制器-执行器间的控制通道的多数据包丢失, 并将其用满足Bernoulli分布的随机变量来表示. 控制输入信号和测量输出信号分别在传感器和控制器两侧进行对数量化, 量化误差描述为扇区有界不确定性. 利用Lyapunov理论和线性矩阵不等式方法, 得到了使得闭环NCSs满足一定 H_∞ 性能指标的均方意义下指数稳定充分条件, 并给出了基于观测器的时滞相关控制器设计方法. 最后, 通过实例证明了该方法的有效性.

关键词: 网络控制系统; H_∞ 控制; 对数量化器; 时变时滞; 多包丢失

中图分类号: TP273 **文献标识码:** A

Quantized H-infinity control for networked control systems with time-varying delay and multiple packet dropouts

YAN Huai-cheng^{1,2†}, SU Zhen-zhen^{1,2}, ZHANG Hao^{3†}, YANG Fu-wen^{1,2}

(1. Key Laboratory of Advanced Control and Optimization for Chemical Processes of Ministry of Education, East China University of Science and Technology, Shanghai 200237, China;

2. School of Information Science and Engineering, East China University of Science and Technology, Shanghai 200237, China;

3. Department of Control Science and Engineering, Tongji University, Shanghai 200092, China)

Abstract: This paper is concerned with the problem of quantized H-infinity control for networked control systems (NCSs) with time-varying delay and multiple packet dropouts. The packet dropouts in both the measurement channel and the control channel are considered simultaneously, and are modeled as stochastic variables with Bernoulli random binary distribution. Both the control input and measurement output are quantized before transmission and the quantization errors are described as sector-bound uncertainties. Sufficient conditions for the existence of an observer-based, delay-dependent controller are developed to ensure the exponentially mean-square stability of the closed-loop system and to achieve the optimal H-infinity disturbance attenuation. A numerical example is given to illustrate the effectiveness of the proposed method.

Key words: networked control systems; H-infinity control; logarithmic quantizer; time-varying delay; multiple packet dropouts

1 引言(Introduction)

通过实时网络构成的闭环反馈控制系统称为网络控制系统^[1]. 相比传统的点对点的控制系统, 网络控制系统(networked control systems, NCSs)具有成本低、可靠性高、易于安装与维护等诸多优点, 因而得到广泛应用. 但是由于网络通信能力的限制, 不可避免地会带来网络时滞、数据丢包等问题^[2-3]. 同时为了节省网络资源, 要利用量化器对通信信号进行处理, 因此必须考虑量化误差对系统的影响.

在实际的反馈控制系统中, 考虑网络传输能力

的限制, 需要利用量化器对数据通道中的传输信号进行处理. 文献[4]研究了线性系统的量化反馈控制问题, 利用扇形界方法, 将量化反馈控制问题转化为存在扇形有界不确定的鲁棒控制问题. 在文献[4]的基础上, 文献[5]研究了同时存在输入与输出量化的线性系统反馈控制问题. 近年来, 对系统性能影响很大的时滞与丢包问题引起了学者们的广泛关注^[2-10, 12-13]. 文献[6]研究了存在网络诱导时滞与数据丢包的不确定网络控制系统的鲁棒 H_∞ 控制器设计问题. 文献[8]研究了存在测量量化与数据包丢失

收稿日期: 2012-05-11; 收修改稿日期: 2012-11-05.

†通信作者. Tel.: +86 021-64253376.

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(61004028, 61272064, 60904015, 61273026); 中央高校基本科研业务费资助项目; 上海市教育委员会科研创新项目资助(12zz052); 香江计划资助项目(XJ2011023); 中国博士后基金资助项目(2012M520048).

的网络系统的输出反馈问题. 文献[13]研究了混合时滞NCSs的反馈控制问题. 考虑了单个通道的量化和丢包NCSs的渐近稳定性. 然而, 现有大多数文献仅考虑单丢包问题, 由于网络拥塞数据包本质上具有随机特性, 因此可能存在不止单个数据包丢失的情形. 对于具有时变时滞及多数据包丢失的NCSs的量化 H_∞ 的研究很少, 特别对于同时考虑测量输出和控制输入量化及多包丢失的NCSs的指数稳定性研究极少.

本文研究了具有时变时滞及多包丢失的NCSs的量化 H_∞ 控制问题, 同时考虑了传感器-控制器以及控制器-执行器数据多数据包丢失. 利用对数量化器, 研究了控制输入量化和测量输出量化问题. 通过具有时变时滞及多包丢失NCSs系统模型, 研究了闭环系统指数稳定性并给出了基于观测器的时滞相关 H_∞ 控制器设计方法.

2 系统描述(System description)

具有输入及测量通道量化与多包丢失的网络控制系统的结构如图1所示.

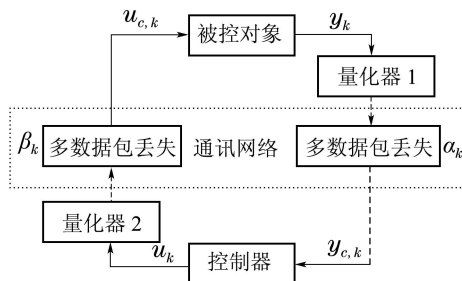


图1 具有量化与多丢包的网路控制系统结构图
Fig. 1 The structure of NCSs with quantization and multiple packet dropouts

被控对象可表示为

$$\begin{cases} x_{k+1} = A_1 x_k + A_2 x_{k-d_k} + B_2 u_{c,k} + B_1 w_k, \\ z_k = D x_k, \\ x_i = \psi_j, j = -d_2, -d_2 + 1, \dots, -1, 0, \end{cases} \quad (1)$$

其中: $x_k \in \mathbb{R}^n$ 是状态向量, $u_{c,k} \in \mathbb{R}^m$ 是控制输入, $w_k \in \mathbb{R}^r$ 是外部扰动, $z_k \in \mathbb{R}^q$ 是系统受控输出, A_1, A_2, B_1, B_2 和 D 是已知实常数矩阵, d_k 表示满足 $d_1 \leq d_k \leq d_2$ 的时变时滞, d_1 和 d_2 是已知正整数, ψ_j 是系统初始条件.

本文利用对数量化器1和2来分别量化测量输出信号与控制输入信号. 采用如文献[4]中给对数量化器的定义, 量化级表示为

$$\begin{cases} \mathcal{U} = \{\pm u_i, u_i = \rho^i u_0, i = 0, \pm 1, \pm 2, \dots\} \cup \{0\}, \\ 0 < \rho < 1, u_0 > 0. \end{cases} \quad (2)$$

ρ 为量化密度, 当 ρ 较小时, 量化级数也较小, 此时量

化较粗糙. 相应的对数量化器 $q(v)$ 定义为

$$q(v) = \begin{cases} u_i, & \frac{1}{1+\delta} u_i < v \leq \frac{1}{1-\delta} u_i, v > 0, \\ 0, & v = 0, \\ -q(-v), & v < 0, \end{cases} \quad (3)$$

其中

$$\delta = \frac{1-\rho}{1+\rho}.$$

具有量化和多包丢失的测量输出可描述为

$$\begin{cases} y_k = C x_k, \\ y_{c,k} = (1 - \alpha_k) q(y_k) + \alpha_k y_{c,k-1}, \end{cases} \quad (4)$$

其中: $y_k \in \mathbb{R}^p$ 是输出向量, $y_{c,k} \in \mathbb{R}^p$ 是测量输出向量, C 为适当维数的已知实矩阵, 随机变量 $\alpha_k \in \mathbb{R}$ 是一个满足Bernoulli分布的白噪声序列, 其取值为0和1. 概率满足

$$\begin{cases} P\{\alpha_k = 1\} = E\{\alpha_k\} = \bar{\alpha}, \\ P\{\alpha_k = 0\} = E\{1 - \alpha_k\} = 1 - \bar{\alpha}. \end{cases} \quad (5)$$

通过通信信道从控制器传送到系统的具有多丢包的控制输入描述为

$$u_{c,k} = (1 - \beta_k) q(u_k) + \beta_k u_{c,k-1}, \quad (6)$$

其中随机变量 $\beta_k \in \mathbb{R}$ 与 α_k 相互独立, 满足Bernoulli分布且有

$$\begin{cases} P\{\beta_k = 1\} = E\{\beta_k\} = \bar{\beta}, \\ P\{\beta_k = 0\} = E\{1 - \beta_k\} = 1 - \bar{\beta}. \end{cases} \quad (7)$$

利用扇形界方法, 定义测量输出量化误差 $e_{1,k}$ 和控制输入量化误差 $e_{2,k}$ 分别如下:

$$\begin{cases} e_{1,k} = q(y_k) - y_k = \Delta_{1,k} y_k, \Delta_{1,k} \in [-\delta_1, \delta_1], \\ e_{2,k} = q(u_k) - u_k = \Delta_{2,k} u_k, \Delta_{2,k} \in [-\delta_2, \delta_2], \end{cases} \quad (8)$$

则测量输出 $y_{c,k}$ 和控制输入 $u_{c,k}$ 可表示为

$$\begin{cases} y_{c,k} = (1 - \alpha_k)(1 + \Delta_{1,k}) y_k + \alpha_k y_{c,k-1}, \\ u_{c,k} = (1 - \beta_k)(1 + \Delta_{2,k}) u_k + \beta_k u_{c,k-1}. \end{cases} \quad (9)$$

本文设计如下形式的基于观测器的控制器, 其中观测器方程如下:

$$\begin{cases} \hat{x}_{k+1} = A_1 \hat{x}_k + B_2 u_{c,k} + L \{y_{c,k} - \hat{y}_{c,k}\}, \\ \hat{y}_{c,k} = C \hat{x}_k. \end{cases} \quad (10)$$

控制器方程为

$$u_k = K \hat{x}_k, \quad (11)$$

其中: $\hat{x}_k \in \mathbb{R}^n$ 表示系统状态估计, $\hat{y}_{c,k} \in \mathbb{R}^p$ 表示观测器输出, $L \in \mathbb{R}^{n \times p}$ 和 $K \in \mathbb{R}^{n \times n}$ 是分别要待求的观测器增益和控制器增益.

定义估计误差为 $e_k = x_k - \hat{x}_k$. 分离式(9)中的随

机参数与确定性参数, 则式(9)可表示为

$$\begin{cases} y_{c,k} = (1 - \bar{\alpha})(1 + \Delta_{1,k})Cx_k + \bar{\alpha}y_{c,k-1} + (\bar{\alpha} - \alpha_k)(1 + \Delta_{1,k})Cx_k - (\bar{\alpha} - \alpha_k)y_{c,k-1}, \\ u_{c,k} = (1 - \bar{\beta})(1 + \Delta_{2,k})Kx_k - (1 - \bar{\beta})(1 + \Delta_{2,k})Ke_k + \bar{\beta}u_{c,k-1} + (\bar{\beta} - \beta_k)(1 + \Delta_{2,k})Kx_k - (\bar{\beta} - \beta_k)(1 + \Delta_{2,k})Ke_k - (\bar{\beta} - \beta_k)u_{c,k-1}. \end{cases} \quad (12)$$

根据式(1)(10)–(12), 可得闭环系统动态方程如下:

$$\begin{cases} x_{k+1} = [A_1 + (1 - \bar{\beta})(1 + \Delta_{2,k})B_2K]x_k - (1 - \bar{\beta})(1 + \Delta_{2,k})B_2Ke_k + \bar{\beta}B_2u_{c,k-1} + (\bar{\beta} - \beta_k)(1 + \Delta_{2,k})B_2Kx_k - (\bar{\beta} - \beta_k)(1 + \Delta_{2,k})B_2Ke_k - (\bar{\beta} - \beta_k)B_2u_{c,k-1} + A_2x_{k-d_k} + B_1w_k, \\ e_{k+1} = (A_1 - LC)e_k + A_2x_{k-d_k} + B_1w_k + (\bar{\alpha} - (1 - \bar{\alpha})\Delta_{1,k})LCx_k - \bar{\alpha}Ly_{c,k-1} - (\bar{\alpha} - \alpha_k)[(1 + \Delta_{1,k})LCx_k - Ly_{c,k-1}]. \end{cases} \quad (13)$$

定义 $\xi_k = [x_k^T \ e_k^T \ u_{c,k-1}^T \ y_{c,k-1}^T]^T$, 则由式(12)–(13)可得如下增广系统:

$$\xi_{k+1} = (\bar{A}_1 + \tilde{A}_1 + \Delta\bar{A}_1 + \Delta\tilde{A}_1)\xi_k + \bar{A}_2\bar{I}\xi_{k-d_k} + \bar{B}_1w_k, \quad (14)$$

其中:

$$\bar{A}_1 = \begin{bmatrix} \bar{A}_{11} & -(1 - \bar{\beta})B_2K & \bar{\beta}B_2 & 0 \\ \bar{\alpha}LC & A_1 - LC & 0 & -\bar{\alpha}L \\ (1 - \bar{\beta})K & -(1 - \bar{\beta})K & \bar{\beta}I & 0 \\ (1 - \bar{\alpha})C & 0 & 0 & \bar{\alpha}I \end{bmatrix},$$

$$\tilde{A}_1 = \begin{bmatrix} (\bar{\beta} - \beta_k)B_2K & -(\bar{\beta} - \beta_k)B_2K \\ -(\bar{\alpha} - \alpha_k)LC & 0 \\ (\bar{\beta} - \beta_k)K & -(\bar{\beta} - \beta_k)K \\ (\bar{\alpha} - \alpha_k)C & 0 \\ -(\bar{\beta} - \beta_k)B_2 & 0 \\ 0 & (\bar{\alpha} - \alpha_k)L \\ -(\bar{\beta} - \beta_k)I & 0 \\ 0 & -(\bar{\alpha} - \alpha_k)I \end{bmatrix},$$

$$\bar{A}_{11} = A_1 + (1 - \bar{\beta})B_2K, \Delta\bar{A}_1 = \Delta_k\hat{A}_1,$$

$$\Delta\tilde{A}_1 = \Delta_k\check{A}_1, \Delta_k = \text{diag}\{\Delta_{2,k}, \Delta_{1,k}, \Delta_{2,k}, \Delta_{1,k}\},$$

$$\hat{A}_1 = \begin{bmatrix} (1 - \bar{\beta})B_2K & -(1 - \bar{\beta})B_2K & 0 & 0 \\ -(1 - \bar{\alpha})LC & 0 & 0 & 0 \\ (1 - \bar{\beta})K & -(1 - \bar{\beta})K & 0 & 0 \\ (1 - \bar{\alpha})C & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$\check{A}_1 = \begin{bmatrix} (\bar{\beta} - \beta_k)B_2K & -(\bar{\beta} - \beta_k)B_2K & 0 & 0 \\ -(\bar{\alpha} - \alpha_k)LC & 0 & 0 & 0 \\ (\bar{\beta} - \beta_k)K & -(\bar{\beta} - \beta_k)K & 0 & 0 \\ (\bar{\alpha} - \alpha_k)C & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$\bar{A}_2 = [A_2^T \ A_2^T \ 0 \ 0]^T, \bar{B}_1 = [B_1^T \ B_1^T \ 0 \ 0]^T, \bar{I} = [I \ 0 \ 0 \ 0].$$

注1 从式(14)可以看出, 系统同时考虑了量化误差、时变时滞以及多丢包对系统的影响. 时变时滞上下界分别为 d_1 和 d_2 . 式(4)(6)分别用来描述传感器–控制器间的测量通道以及控制器–执行器间的控制通道随机多包丢失现象. 假如当前测量数据在传输过程中丢失, 则采用上次测量输出 $y_{c,k-1}$ 进行传输. 同样, 当控制数据包丢失时, 采用上次控制输入 $u_{c,k-1}$ 进行传输.

注2 系统(14)是一个不确定性随机系统, 随机变量表示系统随机多丢包概率, 测量输出与控制输入量化引起了系统不确定性. 因此, 本文引入均方意义下的随机稳定概念.

定义1 如果 $w_k = 0$, 存在 $\sigma > 0$ 和 $\varsigma \in (0, 1)$ 使得下式成立:

$$E\{\|\xi_k\|^2\} \leq \sigma \varsigma^k \sup_{-d_2 \leq i \leq 0} E\{\|\xi_i\|^2\}, \quad (15)$$

则称闭环系统(14)均方意义下指数稳定.

本文目的是设计基于观测器的控制器, 使得闭环系统(14)同时满足:

R1) 在外部扰动 $w_k = 0$ 情况下, 系统(14)是均方意义下指数稳定的;

R2) 在零初始条件下, 对于给定正标量 $\gamma > 0$ 及所有的非零 w_k , 受控输出满足

$$\sum_{k=0}^{\infty} E\{\|z_k\|^2\} \leq \gamma^2 \sum_{k=0}^{\infty} E\{\|w_k\|^2\}. \quad (16)$$

引理1^[11] 存在 $M = M^T < 0$, H , F 和 E 是具有适当维数的实矩阵, 如果满足 $F^T F \leq I$, 则下列不等式成立:

$$M + HFE + E^T F^T H^T < 0. \quad (17)$$

当且仅当存在一个正标量 $\epsilon > 0$ 使得

$$M + \epsilon^{-1}HH^T + \epsilon E^T E < 0. \quad (18)$$

3 主要结果(Main results)

定理1 给定观测器增益 L 和控制器增益 K , 量化密度 $\rho_1 > 0$, $\rho_2 > 0$, 已知正常数 $\bar{\alpha}$ 和 $\bar{\beta}$, 当 $w_k = 0$, 如果存在正定矩阵 P_1 , P_2 , Q_1 , Q_2 和 R 以及标量 $\epsilon > 0$, 使得下述矩阵不等式成立:

$$\begin{bmatrix} \Omega_{11} & * & * \\ \Omega_{21} & \Omega_{22} & * \\ 0 & \Omega_{32} & \Omega_{33} \end{bmatrix} < 0, \quad (19)$$

则闭环系统(14)是均方意义下指数稳定. 其中:

$$\begin{aligned} \Omega_{11} &= \text{diag}\{-P_1 + \bar{d}R, -Q_1, -P_2, -Q_2, -R\}, \\ \Omega_{22} &= \text{diag}\{-P_1^{-1} + \epsilon\delta_2^2, -Q_1^{-1} + \epsilon\delta_1^2, -P_2^{-1} + \epsilon\delta_2^2, \\ &\quad -Q_2^{-1} + \epsilon\delta_1^2, -\theta_1^{-2}P_1^{-1} + \epsilon\delta_2^2, -\theta_2^{-2}Q_1^{-1} + \epsilon\delta_1^2\}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & -\theta_1^{-2}P_2^{-1} + \epsilon\delta_2^2, -\theta_2^{-2}Q_2^{-1} + \epsilon\delta_1^2\}, \\
 \Omega_{33} &= \text{diag}\{-\epsilon I, -\epsilon I\}, \bar{d} = (d_2 - d_1 + 1), \\
 \delta_1 &= \frac{1 - \rho_1}{1 + \rho_1}, \delta_2 = \frac{1 - \rho_2}{1 + \rho_2}, \\
 \theta_1 &= \sqrt{\bar{\alpha}(1 - \bar{\alpha})}, \theta_2 = \sqrt{\bar{\beta}(1 - \bar{\beta})}, \\
 \Omega_{21} &= \begin{bmatrix} \Omega_{211} \\ \Omega_{212} \end{bmatrix}, \Omega_{32} = \begin{bmatrix} \Omega_{321} \\ \Omega_{322} \end{bmatrix}^T, \\
 \Omega_{211} &= \begin{bmatrix} A_1 + (1 - \bar{\beta})B_2K & -(1 - \bar{\beta})B_2K \\ \bar{\alpha}LC & A_1 - LC \\ (1 - \bar{\beta})K & -(1 - \bar{\beta})K \\ (1 - \bar{\alpha})C & 0 \\ \bar{\beta}B_2 & 0 & A_2 \\ 0 & -\bar{\alpha}L & A_2 \\ \bar{\beta}I & 0 & 0 \\ 0 & \bar{\alpha}I & 0 \end{bmatrix}, \\
 \Omega_{212} &= \begin{bmatrix} B_2K & -B_2K & -B_2 & 0 & 0 \\ -LC & 0 & 0 & L & 0 \\ K & -K & -I & 0 & 0 \\ C & 0 & 0 & -I & 0 \end{bmatrix}, \\
 \Omega_{321} &= \begin{bmatrix} (1 - \bar{\beta})K^T B_2^T & -(1 - \bar{\alpha})C^T L^T \\ -(1 - \bar{\beta})K^T B_2^T & 0 \\ (1 - \bar{\beta})K^T & (1 - \bar{\alpha})C^T \\ -(1 - \bar{\beta})K^T & 0 \end{bmatrix}, \\
 \Omega_{322} &= \begin{bmatrix} K^T B_2^T & -C^T L^T & K^T & C^T \\ -K^T B_2^T & 0 & -K^T & 0 \end{bmatrix}.
 \end{aligned}$$

证 取Lyapunov-Krasovskii泛函为

$$V_k = V_{1,k} + V_{2,k} + V_{3,k}, \quad (20)$$

其中:

$$\begin{aligned}
 V_{1,k} &= x_k^T P_1 x_k + e_k^T Q_1 e_k + u_{c,k-1}^T P_2 u_{c,k-1} + \\
 & y_{c,k-1}^T Q_2 y_{c,k-1}, \\
 V_{2,k} &= \sum_{i=k-d_k}^{k-1} x_i^T R x_i, \\
 V_{3,k} &= \sum_{j=k-d_2+1}^{k-d_1} \sum_{i=j}^{k-1} x_i^T R x_i,
 \end{aligned}$$

其中 P_1, Q_1, P_2, Q_2 和 R 是待求正定对称矩阵.

由于

$$\begin{aligned}
 E(\bar{\alpha} - \alpha_k)^2 &= \bar{\alpha}(1 - \bar{\alpha}), \\
 E(\bar{\beta} - \beta_k)^2 &= \bar{\beta}(1 - \bar{\beta}),
 \end{aligned}$$

当 $w_k = 0$, 对 V_k 沿系统(14)求取差分, 并且两端求数学期望, 可以得到

$$E\{\Delta V_k\} = \sum_{i=1}^3 E\{\Delta V_{i,k}\}, \quad (21)$$

其中

$$\begin{aligned}
 E\{\Delta V_{1,k}\} &= E\{V_{1,k+1}|V_{1,k} - V_{1,k}\} = \\
 & \Pi_{1,k}^T P_1 \Pi_{1,k} + \Pi_{2,k}^T Q_1 \Pi_{2,k} + \Pi_{3,k}^T P_2 \Pi_{3,k} + \\
 & \Pi_{4,k}^T Q_2 \Pi_{4,k} + \theta_2^2 \Pi_{5,k}^T P_1 \Pi_{5,k} + \\
 & \theta_1^2 \Pi_{6,k}^T Q_1 \Pi_{6,k} + \theta_2^2 \Pi_{7,k}^T P_2 \Pi_{7,k} + \\
 & \theta_1^2 \Pi_{8,k}^T Q_2 \Pi_{8,k} - x_k^T P_1 x_k - e_k^T Q_1 e_k - \\
 & u_{c,k-1}^T P_2 u_{c,k-1} - y_{c,k-1}^T Q_2 y_{c,k-1}, \quad (22)
 \end{aligned}$$

上式中:

$$\begin{aligned}
 \Pi_{1,k} &= [A_1 + (1 - \bar{\beta})(1 + \Delta_{2,k})B_2K]x_k + A_2x_{k-d_k} - \\
 & (1 - \bar{\beta})(1 + \Delta_{2,k})B_2K e_k + \bar{\beta}B_2u_{c,k-1}, \\
 \Pi_{2,k} &= (A_1 - LC)e_k - (1 - \bar{\alpha})(1 + \Delta_{1,k})LCx_k - \\
 & \bar{\alpha}Ly_{c,k-1} + LCx_k + A_2x_{k-d_k}, \\
 \Pi_{3,k} &= (1 - \bar{\beta})(1 + \Delta_{2,k})K(x_k - e_k) + \bar{\beta}u_{c,k-1}, \\
 \Pi_{4,k} &= (1 - \bar{\alpha})(1 + \Delta_{1,k})Cx_k + \bar{\alpha}y_{c,k-1}, \\
 \Pi_{5,k} &= (1 + \Delta_{2,k})B_2Kx_k - (1 + \Delta_{2,k})B_2K e_k - \\
 & B_2u_{c,k-1}, \\
 \Pi_{6,k} &= -(1 + \Delta_{1,k})LCx_k + Ly_{c,k-1}, \\
 \Pi_{7,k} &= (1 + \Delta_{2,k})Kx_k - (1 + \Delta_{2,k})K e_k - u_{c,k-1}, \\
 \Pi_{8,k} &= (1 + \Delta_{1,k})Cx_k - y_{c,k-1}.
 \end{aligned}$$

同样有

$$\begin{aligned}
 E\{\Delta V_{2,k}\} &= E\{V_{2,k+1}|V_{2,k} - V_{2,k}\} \leq \\
 & x_k^T R x_k - x_{k-d_k}^T R x_{k-d_k} + \sum_{i=k-d_2+1}^{k-d_1} x_i^T R x_i, \quad (23)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 E\{\Delta V_{3,k}\} &= E\{V_{3,k+1}|V_{3,k} - V_{3,k}\} = \\
 & (d_2 - d_1)x_k^T R x_k - \sum_{i=k-d_2+1}^{k-d_1} x_i^T R x_i. \quad (24)
 \end{aligned}$$

把式(22)-(24)代入式(21)中, 可以得到

$$E\{\Delta V_k\} \leq \eta_k^T \Theta \eta_k, \quad (25)$$

其中 $\eta_k = [\xi_k^T \ x_{k-d_k}^T]^T$, 且

$$\Theta = \Theta_{11} - \Theta_{21}^T \Theta_{22} \Theta_{21}, \quad (26)$$

其中:

$$\begin{aligned}
 \Theta_{11} &= \Omega_{11}, \Theta_{21} = [\Theta_{211} \ \Theta_{212}]^T, \\
 \Theta_{22} &= \text{diag}\{-P_1, -Q_1, -P_2, -Q_2, -\theta_1^2 P_1, \\
 & -\theta_2^2 Q_1, -\theta_1^2 P_2, -\theta_2^2 Q_2\}, \\
 \Theta_{211} &= \begin{bmatrix} A_1 + (1 - \bar{\beta})(1 + \Delta_{2,k})B_2K \\ (1 - (1 - \bar{\alpha})(1 + \Delta_{1,k}))LC \\ (1 - \bar{\beta})(1 + \Delta_{2,k})K \\ (1 - \bar{\alpha})(1 + \Delta_{1,k})C \\ -(1 - \bar{\beta})(1 + \Delta_{2,k})B_2K & \bar{\beta}B_2 & 0 & A_2 \\ A_1 - LC & 0 & -\bar{\alpha}L & A_2 \\ -(1 - \bar{\beta})(1 + \Delta_{2,k})K & \bar{\beta}I & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \bar{\alpha}I & 0 \end{bmatrix},
 \end{aligned}$$

$$\Theta_{212} = \begin{bmatrix} (1+\Delta_{2,k})B_2K & -(1+\Delta_{2,k})B_2K \\ -(1+\Delta_{1,k})LC & 0 \\ (1+\Delta_{2,k})K & -(1+\Delta_{2,k})K \\ (1+\Delta_{1,k})C & 0 \\ -B_2 & 0 & 0 \\ 0 & L & 0 \\ -I & 0 & 0 \\ 0 & -I & 0 \end{bmatrix}.$$

令 $\hat{\Theta}_{22} = \Theta_{22}^{-1}$, 由Schur补引理, $\Theta < 0$ 等价于

$$\begin{bmatrix} \Theta_{11} & * \\ \Theta_{21} & \hat{\Theta}_{22} \end{bmatrix} < 0. \quad (27)$$

式(27)可表示为

$$\begin{bmatrix} \Theta_{11} & * \\ \Omega_{21} & \hat{\Theta}_{22} \end{bmatrix} + HE + E^T H^T < 0, \quad (28)$$

其中:

$$H = \text{diag}\{\mathbf{0}_{1 \times 5}, \Delta_{2,k}, \Delta_{1,k}, \Delta_{2,k}, \Delta_{1,k}, \Delta_{2,k}, \Delta_{1,k}, \Delta_{2,k}, \Delta_{1,k}\},$$

$$E = [\mathbf{0}_{2 \times 5} \quad \Omega_{32}]^T,$$

利用 Schur 补引理和引理 1, 注意到 $\|\Delta_{1,k}\|^2 < \delta_1^2$, $\|\Delta_{2,k}\|^2 < \delta_2^2$, 可以得到不等式(19), 即 $\Theta < 0$. 因此, 由式(25)可以得到

$$E\{\Delta V_k\} \leq -\epsilon_0 E\{\|\eta_k\|^2\}. \quad (29)$$

利用定义1以及类似于文献[12]的证明方法, 可以得到系统(14)当 $w_k = 0$ 时是均方意义下指数稳定的.

证毕.

定理 2 给定 $\gamma > 0$, 量化密度 $\rho_1 > 0$, $\rho_2 > 0$, 已知正常数 $\bar{\alpha}$ 和 $\bar{\beta}$, 如果存在正定对称矩阵 $P_1, Q_1, P_2, Q_2, X_1, Y_1, X_2, Y_2, R$ 以及 $\epsilon > 0$, 满足不等式

$$\begin{bmatrix} \Psi_{11} & * & * & * & * \\ 0 & -\gamma^2 I & * & * & * \\ \Psi_{31} & \Psi_{32} & \Psi_{33} & * & * \\ 0 & 0 & \Psi_{43} & \Psi_{44} & * \\ \Psi_{51} & 0 & 0 & 0 & -I \end{bmatrix} < 0, \quad (30)$$

及约束条件

$$X_i P_i = I, Y_i Q_i = I, i = 1, 2, \quad (31)$$

则系统(14)是均方意义下指数稳定并满足给定的 H_∞ 性能指标. 并且通过求解不等式可以得到控制器参数 K 及观测器参数 L , 其中:

$$\Psi_{11} = \Omega_{11}, \Psi_{31} = \Omega_{21}, \Psi_{43} = \Omega_{32}, \Psi_{44} = \Omega_{33},$$

$$\Psi_{33} = \text{diag}\{-X_1 + \epsilon\delta_2^2, -Y_1 + \epsilon\delta_1^2, -X_2 + \epsilon\delta_2^2, -Y_2 + \epsilon\delta_1^2, -\theta_1^{-2}X_1 + \epsilon\delta_2^2, -\theta_2^{-2}Y + \epsilon\delta_1^2, -\theta_1^{-2}X_2 + \epsilon\delta_2^2, -\theta_2^{-2}Y_2 + \epsilon\delta_1^2\},$$

$$\Psi_{32} = [B_1^T \ B_1^T \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]^T, \Psi_{51} = [D \ 0 \ 0 \ 0 \ 0].$$

证 对于任意非零 w_k , 由式(14)(19)可以得到

$$E\{V_{k+1}|V_k\} - V_k + E\{z_k^T z_k\} - \gamma^2 E\{w_k^T w_k\} = E\left\{ \begin{bmatrix} \eta_k \\ w_k \end{bmatrix}^T \Omega \begin{bmatrix} \eta_k \\ w_k \end{bmatrix} \right\}, \quad (32)$$

其中:

$$\Omega = \begin{bmatrix} \Theta + \Psi_{51}^T \Psi_{51} & * \\ B_1^T P_1 B_3 + B_1^T Q_1 B_4 & B_1^T (P_1 + Q_1) B_1 - \gamma^2 I \end{bmatrix},$$

$$B_3 = [A_1 + (1 - \bar{\beta})B_2K \quad -(1 - \bar{\beta})B_2K \quad \bar{\beta}B_2 \quad 0 \quad A_2],$$

$$B_4 = [\bar{\alpha}LC \quad A_1 - LC \quad 0 \quad -\bar{\alpha}L \quad A_2].$$

利用Schur补引理, 定义 $X_1 = P_1^{-1}, X_2 = P_2^{-1}, Y_1 = Q_1^{-1}$ 和 $Y_2 = Q_2^{-1}$, 可得到式(30), 而式(30)等价于 $\Omega < 0$, 因此可以得到

$$E\{V_{k+1}|V_k\} - V_k + E\{z_k^T z_k\} - \gamma^2 E\{w_k^T w_k\} < 0. \quad (33)$$

在零初始条件下, 对式(33)的两端从 $k = 0$ 到 ∞ 求和, 可以得到

$$\sum_{k=0}^{\infty} E\|z_k\|^2 < \gamma^2 \sum_{k=0}^{\infty} E\|w_k\|^2 + E\{V(0)\} - E\{V(\infty)\}. \quad (34)$$

因此在零初始条件 $\eta_0 = 0$ 下, 有

$$\sum_{k=0}^{\infty} E\|z_k\|^2 < \gamma^2 \sum_{k=0}^{\infty} E\|w_k\|^2. \quad (35)$$

证毕.

因存在约束条件(31), 故定理不是标准的LMI, 不能直接通过MATLAB LMI工具箱求解. 本文采用文献[14]中的锥补线性化算法(CCL)求解, 式(31)可用下面的最优化方法求解:

$$\min \text{tr}(X_i P_i + Y_i Q_i), \quad i = 1, 2,$$

$$\text{s.t. 式(31)}$$

和下列不等式成立:

$$\begin{bmatrix} X_i & I \\ I & P_i \end{bmatrix} \geq 0, \quad \begin{bmatrix} Y_i & I \\ I & Q_i \end{bmatrix} \geq 0, \quad (36)$$

最优H_∞问题可通过求解如下的凸优化问题给出:

$$\min_{P_i, Q_i, X_i, Y_i, R, \epsilon, i=(1,2)} \gamma, \text{ s.t. 式(30)和式(36)}. \quad (37)$$

4 仿真例子(illustrative example)

考虑系统(1), 其系统参数如下:

$$A_1 = \begin{bmatrix} 0.5 & -0.7 \\ 0.8 & 0 \end{bmatrix}, A_2 = \begin{bmatrix} -0.1 & 0.2 \\ 0.3 & 0.1 \end{bmatrix},$$

$$B_1 = \begin{bmatrix} 0.2 \\ -0.5 \end{bmatrix}, B_2 = \begin{bmatrix} 0.1 & 0 \\ -0.1 & 0.2 \end{bmatrix},$$

$$C = \begin{bmatrix} 0.3 & 0.5 \\ -0.1 & -0.6 \end{bmatrix}, D = \begin{bmatrix} 0.1 \\ -0.2 \end{bmatrix},$$

$$d_k = 2 + \frac{1 + (-1)^k}{2}.$$

取 $\bar{\alpha} = 0.1, \bar{\beta} = 0.15$, 量化密度 $\rho_1 = 0.85, \rho_2 = 0.8$, 时变时滞 d_k 满足 $d_1 = 2, d_2 = 3$, 假定 $\gamma = 0.96$, 利用CCL算法求解式(30)(36), 可以得到

$$K = \begin{bmatrix} 0.1112 & 0.2024 \\ -0.2518 & -0.0911 \end{bmatrix}, L = \begin{bmatrix} 0.4657 & 1.3313 \\ 1.1703 & 0.9353 \end{bmatrix}.$$

假设扰动输入 $w_k = 1/(0.1 + k^2)$, 系统初始条件 $x_0 = [0.15 \ -0.3]^T, \hat{x}_0 = [-0.2 \ 0.25]^T$, 则状态响应如图2所示.

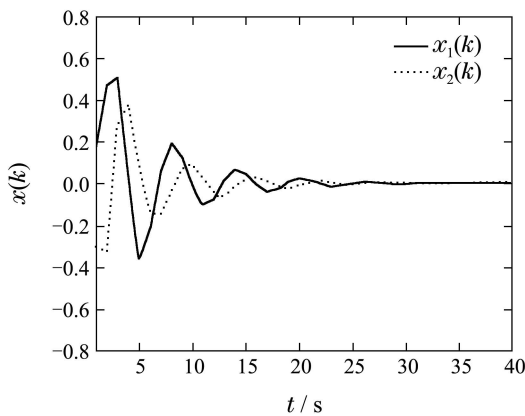


图2 $\gamma = 0.96$ 时状态响应

Fig. 2 The state response with $\gamma = 0.96$

利用LMI工具箱对优化问题(37)寻优, 得到最优性能指标 $\gamma_{\min} = 0.3104$, 并可计算 $\|z_k\|_2/\|w_k\|_2 = 0.1845 < \gamma_{\min}$, 说明本文方法是可行的, 且有

$$K = \begin{bmatrix} 0.1166 & 0.1952 \\ -0.1131 & -0.0382 \end{bmatrix}, L = \begin{bmatrix} 0.5121 & 1.4832 \\ 1.3468 & 1.1299 \end{bmatrix}.$$

最优性能指标 $\gamma_{\min} = 0.3104$ 时系统状态响应如图3所示.

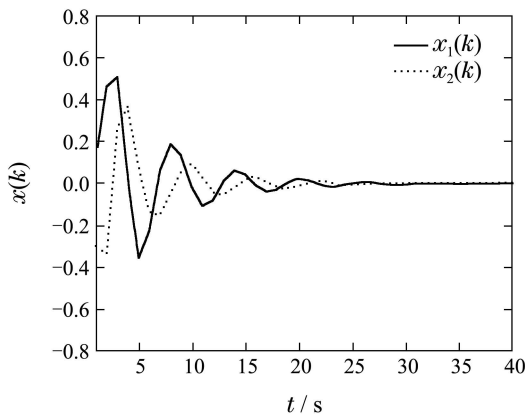


图3 $\gamma_{\min} = 0.3104$ 时状态响应

Fig. 3 The state response with $\gamma_{\min} = 0.3104$

5 结论(Conclusion)

本文研究了具有时变时滞与多包丢失的网络控制系统的量化 H_∞ 控制, 利用对数量化器来量化测量输出信号和控制输入信号, 同时考虑了时变时滞及传感器-控制器以及控制器-执行器网络通道中多包

丢失. 给出了系统均方指数稳定并满足一定 H_∞ 性能的条件. 设计了基于观测器的 H_∞ 控制器. 最后通过数字仿真证明了本文设计方法的有效性.

参考文献(References):

- [1] ZHANG W, BRANICKY M S, PHILLIPS S M. Stability of networked control systems [J]. *IEEE Control Systems Magazine*, 2001, 21(1): 84 – 140.
- [2] 邱丽, 胥布工, 黎善斌. 具有数据包丢失及转移概率部分未知的网络控制系统 H_∞ 控制 [J]. *控制理论与应用*, 2011, 28(8): 1105 – 1112.
(QIU Li, XU Bugong, LI Shanbin. H-infinity control for networked control systems with data packet dropouts and partly unknown transition probabilities [J]. *Control Theory & Applications*, 2012, 28(8): 1105 – 1112.)
- [3] ZHANG W A, YU L, FENG G. Optimal linear estimation for networked systems with communication constraints [J]. *Automatica*, 2011, 47(9): 1992 – 2000.
- [4] FU M Y, XIE L H. The sector bound to quantized feedback control [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2005, 50(11): 1698 – 1711.
- [5] DANIEL F C, FU M Y, DE SOUZA C E. Input and output quantized feedback linear systems [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2010, 55(3): 761 – 766.
- [6] YUE D, HAN Q L, JAMES L. Network-based robust H_∞ control of systems with uncertainty [J]. *Automatica*, 2005, 41(6): 999 – 1007.
- [7] YANG F W, WANG Z D, DANIEL W C H, et al. Robust H_∞ control with missing measurements and time delays [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2007, 52(9): 1666 – 1672.
- [8] NIU Y G, JIA T G, WANG X Y, et al. Output-feedback control design for NCSs subject to quantization and dropout [J]. *Information Sciences*, 2009, 179(21): 3804 – 3913.
- [9] GAO H J, CHEN T W. H_∞ estimation for uncertain systems with limited communication capacity [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2007, 52(2): 2070 – 2084.
- [10] YUE D, PENG C, TIAN E G. Guaranteed cost control of linear systems over networks with state and input quantisations [J]. *IEE Proceedings: Control Theory and Applications*, 2006, 153(6): 658 – 664.
- [11] XIE L H. Output feedback H_∞ control of systems with parameter uncertainty [J]. *International Journal of Control*, 1996, 63(4): 741 – 750.
- [12] WANG Z D, YANG F W, DANIEL W C H, et al. Robust H_∞ filtering for stochastic time-delay systems with missing measurements [J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2006, 54(7): 2579 – 2587.
- [13] YANG R N, SHI P, LIU G P, et al. Network-based feedback control for systems with mixed delays based on quantization and dropout compensation [J]. *Automatica*, 2011, 47(12): 2805 – 2809.
- [14] GHAOUI L E, OUSTRY F, AITRAMI M. A cone complementarity linearization algorithm for static output-feedback and related problems [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1997, 42(8): 1171 – 1176.

作者简介:

严怀成 (1977-), 男, 副教授, 目前研究方向为网络控制系统、时滞系统、鲁棒控制等, E-mail: hcyan@ecust.edu.cn;

苏阵阵 (1986-), 男, 硕士研究生, 目前研究方向为网络控制系统, E-mail: suzhenzhen1113@163.com;

张皓 (1979-), 女, 副教授, 目前研究方向为复杂网络、网络控制等, E-mail: zhang_hao@tongji.edu.cn;

杨富文 (1963-), 男, 教授, 目前研究方向为网络化控制、鲁棒控制, E-mail: fwyang@ecust.edu.cn.