

考虑齿隙伺服系统的反步自适应模糊控制

杜仁慧[†], 吴益飞, 陈威, 陈庆伟

(南京理工大学 自动化学院, 江苏 南京 210094)

摘要: 针对具有未知参数和齿隙非线性的机电伺服系统, 引入一种近似死区函数建立了系统的数学模型, 给出了死区函数中参数的选取方法. 用两个自适应模糊逻辑系统在线逼近机电伺服系统中的未知参数和非线性环节, 从而避免了对每个未知参数推导自适应律. 基于反步法设计了自适应模糊控制器, 可抑制未知参数和齿隙非线性对系统性能的影响. 采用Lyapunov方法证明了位置跟踪误差的指数收敛性. 与PID控制方法对比的仿真实验表明, 本文方法能够显著减小齿轮间传递力矩的振荡, 并具有很好的控制精度和鲁棒性.

关键词: 齿隙; 近似死区模型; 伺服系统; 模糊逼近系统; 反步自适应控制

中图分类号: TP13 **文献标识码:** A

Adaptive backstepping fuzzy control for servo systems with backlash

DU Ren-hui[†], WU Yi-fei, CHEN Wei, CHEN Qing-wei

(School of Automation, Nanjing University of Science and Technology, Nanjing Jiangsu 210094, China)

Abstract: An approximate dead-zone function is introduced to build the model of the electromechanical servo system with unknown parameters and nonlinear backlash; the method for selecting parameters of the approximate dead-zone function is also given. Two adaptive fuzzy logic systems are employed to approximate unknown parameters and the nonlinear part of the servo system online, to avoid the derivation of adaptive law for each unknown parameter. Adaptive fuzzy controller is also developed based on backstepping method, which effectively inhibits the influence of parameter uncertainties and backlash nonlinearity. It is theoretically shown by using Lyapunov function that the position tracking error converges exponentially. Finally simulations show that the adaptive backstepping fuzzy controller not only reduces gear transmitting torque oscillation significantly, but also have higher accuracy and robustness in performances than PID controller.

Key words: backlash; approximate dead-zone model; servo system; fuzzy approximation system; adaptive backstepping control

1 引言(Introduction)

齿隙作为机械传动系统中一种主要的非线性特征, 广泛地存在于火炮转台、雷达、机床以及机器人等系统中. 齿隙非线性是机械传动系统正常运行必不可少的环节, 但也影响了系统的动态性能和稳态精度^[1], 而且齿轮的刚性碰撞会产生严重的振荡和噪音^[2]. 因此对系统中存在的齿隙非线性进行深入地研究, 具有重要的理论意义和工程实用价值.

齿隙具有动态、非平滑和不可微等非线性特性, 所以对它的补偿比较困难, 引起了国内外学者的广泛关注^[3], 提出了许多描述齿隙非线性特性的数学模型, 主要包括迟滞模型^[4]、死区模型^[5]、“振-冲”模型^[6]等. 其中死区模型的输入是系统驱动和从动部分的相对位移, 输出是它们之间的传递力矩, 比迟滞模型符合实际情况, 比“振-冲”模型结构简单^[1], 所以死区模型被广泛应用于齿隙非线性的补偿^[7-9].

文献[10]引入光滑的齿隙死区逆模型设计了自适应补偿控制器, 削弱了齿隙非线性的影响, 大大改善了系统的控制性能. 文献[11]提出了一种连续的齿隙近似死区模型, 解决了非线性死区函数不可微的问题, 并设计了一个二阶滑模观测器补偿齿隙非线性的影响. 文献[12-13]基于这种近似死区模型应用反步法设计了自适应控制器, 并对齿隙模型中未知参数进行在线估计, 但需要推导每个参数的自适应律, 设计过程比较繁琐, 而且也没有考虑引入近似死区模型带来的建模误差以及系统中其他参数未知的情况.

本文以典型的机电位置伺服系统为研究对象, 引入齿隙近似死区模型建立了系统的动力学方程, 给出了近似死区模型中参数的选取方法. 并且考虑了引入近似死区模型时产生的建模误差, 设计鲁棒控制项抑制其影响. 在利用反步法推导系统控制器的

过程中引入自适应模糊逼近系统, 不仅能够自适应齿隙模型中的刚度系数和系统中难以获得真实值的转动惯量和粘性摩擦系数, 而且不需要逐个推导每个未知参数的自适应律, 也避免了反推过程中多次求导的问题, 大大削弱了控制器设计的复杂性. 所设计的控制器具有结构简单、易于工程实现等特点. 采用Lyapunov方法证明了闭环系统误差的指数收敛性, 通过仿真验证了该控制器能够高精度地跟踪给定的位置信号, 并能够有效地补偿系统中齿隙非线性的影响.

2 系统建模(System models)

图1为一种典型的机电位置伺服系统的结构示意图.

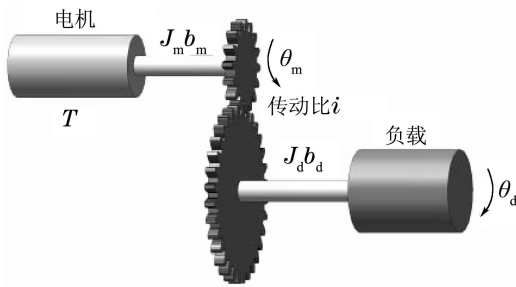


图1 一种典型机电位置伺服系统

Fig. 1 A typical electromechanical servo system

本文只研究齿隙补偿问题, 所以不考虑电机的电压平衡方程. 系统的动力学方程可表示为^[12]

$$\begin{cases} J_m \ddot{\theta}_m + b_m \dot{\theta}_m = T - \tau, \\ J_d \ddot{\theta}_d + b_d \dot{\theta}_d = i\tau, \end{cases} \quad (1)$$

式(1)中: $\theta_m, \theta_d, \dot{\theta}_m, \dot{\theta}_d, J_m, J_d, b_m, b_d$ 分别表示主、从动轴的角位移、角速度、转动惯量和粘性摩擦系数, T 为系统的输入转矩, i 为传动比, τ 为主、从动轮之间的传递力矩, 可表示为^[3]

$$\tau = kf(z), \quad (2)$$

式(2)中: k 为主、从动轮结合处的刚度系数, $f(z)$ 为死区函数:

$$f(z) = \begin{cases} z + \alpha, & z < -\alpha, \\ 0, & |z| \leq \alpha, \\ z - \alpha, & z > \alpha, \end{cases} \quad (3)$$

式(3)中: 2α 为齿隙宽度, z 为主、从动轮的相对角位移:

$$z = \theta_m - i\theta_d. \quad (4)$$

由于死区函数具有不可微的特性, 不便于控制器的设计, 所以引入连续的近似死区函数^[11]

$$f^*(z) = z - a\alpha \left(\frac{2}{1 + e^{-rz}} - 1 \right), \quad (5)$$

式(5)中: $a > 0, r > 0$ 为待定参数, 为了分析其逼近死区函数的程度, 定义两者的差值为 $\Delta f(z)$:

$$\Delta f(z) = \begin{cases} -a\alpha \left(\frac{2}{1 + e^{-rz}} - 1 \right) - \alpha, & z < -\alpha, \\ z - a\alpha \left(\frac{2}{1 + e^{-rz}} - 1 \right), & |z| \leq \alpha, \\ -a\alpha \left(\frac{2}{1 + e^{-rz}} - 1 \right) + \alpha, & z > \alpha, \end{cases} \quad (6)$$

定理 1 当参数 $a = 1, r = 2/\alpha$ 时, 可以得到以下结论: 1) $\lim_{z \rightarrow \infty} \Delta f(z) = 0$; 2) $f^*(z)$ 为单调递增函数; 3) $f^*(z)$ 和 $f(z)$ 围成的面积最小; 4) $|\Delta f(z)| \leq \frac{2\alpha e^{-r\alpha}}{1 + e^{-r\alpha}}$.

证 易知 $\Delta f(z), f^*(z), f(z)$ 是关于原点对称的奇函数, 所以只要分析 $z \geq 0$ 的部分即可.

1) $a = 1$ 时, $\lim_{z \rightarrow +\infty} \Delta f(z) = -a\alpha + \alpha = 0$.

2) 对 $f^*(z)$ 求导可得:

$$f^{*'}(z) = \frac{[(e^{-rz})^2 + (2 - 2r\alpha)e^{-rz} + 1]}{(1 + e^{-rz})^2}, \quad (7)$$

$0 < r\alpha \leq 2$ 时, 根的判别式 $\Delta = (2 - 2r\alpha)^2 - 4 \leq 0$, 则有 $f^{*'}(z) \geq 0$ 恒成立, 所以 $f^*(z)$ 为单调递增函数.

3) 对 $\Delta f(z)$ 求积分可得 $f^*(z)$ 和 $f(z)$ 围成的面积

$$\begin{aligned} S &= \int_0^{+\infty} \Delta f(z) dz = \\ &= \int_0^\alpha [z - \alpha \left(\frac{2e^{-rz}}{1 + e^{-rz}} + 1 \right)] dz + \int_\alpha^{+\infty} 2\alpha \frac{e^{-rz}}{1 + e^{-rz}} dz = \\ &= \frac{1}{2} z^2 - \alpha z - \frac{2\alpha}{r} \ln(e^{-rz} + 1) \Big|_0^\alpha - \\ &= \frac{2\alpha}{r} \ln(e^{-r\alpha} + 1) \Big|_\alpha^{+\infty} = \\ &= \frac{1}{2} \alpha^2 - \alpha^2 - \frac{2\alpha}{r} \ln(e^{-r\alpha} + 1) \Big|_0^{+\infty} = \\ &= \frac{2\alpha}{r} \ln 2 - \frac{1}{2} \alpha^2, \end{aligned} \quad (8)$$

可以得出面积 S 与参数 r 成反比, 又由 $0 < r\alpha \leq 2$ 可知 $r = 2/\alpha$ 时, 面积最小值为 $S = \alpha^2(\ln 2 - 1/2)$. 所以参数 $a = 1, r = 2/\alpha$ 时, 近似死区函数最逼近死区函数. 而参数 r 的取值反映了两者的逼近程度, 随着 r 的减小, 逼近程度渐渐变差(如图2所示).

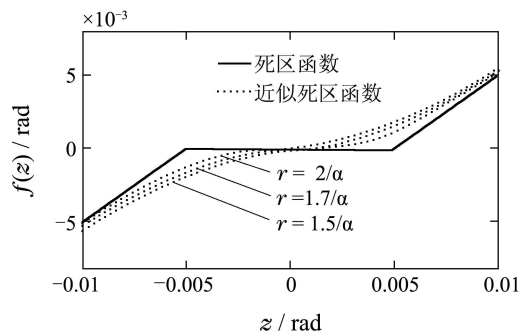


图2 死区函数和近似死区函数

Fig. 2 Dead zone and approximate dead-zone function

4) 由式(6)分析易得 $\Delta f(z)$ 在 $[0, \alpha]$ 上为单调递增

函数,在 $[\alpha, +\infty]$ 上为单调递减函数,所以 $\Delta f(z)$ 的最大值为 $\Delta f(\alpha) = \frac{2\alpha e^{-r\alpha}}{1 + e^{-r\alpha}}$,即有

$$|\Delta f(z)| \leq \frac{2\alpha e^{-r\alpha}}{1 + e^{-r\alpha}}.$$

齿轮之间的传递力矩可以重新表示为

$$\tau = k[z - \alpha(\frac{2}{1 + e^{-rz}} - 1)] + k\Delta f(z). \quad (9)$$

定义系统的状态变量为

$$x_1 = \theta_d, x_2 = \dot{\theta}_d, x_3 = f^*(z) = z - \alpha(\frac{2}{1 + e^{-rz}} - 1),$$

$$x_4 = \dot{x}_3 = \dot{z}[1 - 2r\alpha\frac{e^{-rz}}{(1 + e^{-rz})^2}],$$

则系统的状态方程可以表示为

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2, \\ \dot{x}_2 = \frac{k}{J_d}ix_3 - \frac{b_d}{J_d}x_2 + \frac{ik}{J_d}\Delta f(z), \\ \dot{x}_3 = x_4, \\ \dot{x}_4 = \frac{\rho T}{J_m} - \frac{b_m}{J_m}x_4 - (\frac{1}{J_m} + \frac{i^2}{J_d})\rho kx_3 + 2r^2\alpha\dot{z}^2\beta + (\frac{b_d}{J_d} - \frac{b_m}{J_m})i\rho x_2 - (\frac{1}{J_m} + \frac{i^2}{J_d})\rho k\Delta f(z), \end{cases} \quad (10)$$

$$\text{式(10)中: } \rho = 1 - \frac{2r\alpha e^{-rz}}{(1 + e^{-rz})^2}, \beta = \frac{e^{-rz}(1 - e^{-rz})}{(1 + e^{-rz})^3}.$$

在实际应用中, J_m, J_d, b_m, b_d, k 会因温度、润滑、材料磨损以及其他运行状态的改变而变化,所以在控制器设计过程中都认为是未知参数.

3 反步自适应模糊控制器设计(Adaptive backstepping fuzzy control design)

控制的目的是在参数 J_m, J_d, b_m, b_d, k 未知的情况下设计控制输入 T ,使得机电伺服系统的位置输出 $\theta_d(t)$ 能够高精度地跟踪期望值 $\theta_d^*(t)$.为此,本节基于反步法逐层递推各个子系统的控制量,并采用模糊系统逼近伺服系统中包含未知参数的非线性环节,设计了反步自适应模糊控制器.为了方便控制器的设计,先做以下合理的假设.

假设 1 伺服系统主、从动轴的角位移和角速度 $\theta_m, \theta_d, \dot{\theta}_m, \dot{\theta}_d$ 可测,期望位置输出 $\theta_d^*(t)$ 及其导数 $\dot{\theta}_d^*(t)$ 已知且有界.

假设 2 系统参数 J_m, J_d, b_m, b_d, k 未知,但其中 J_m, J_d, k 的界已知: $0 < J_{m\min} \leq J_m \leq J_{m\max}, 0 < J_{d\min} \leq J_d \leq J_{d\max}, 0 < k_{\min} \leq k \leq k_{\max}$.

3.1 模糊逼近系统概述(Fuzzy approximation systems overview)

本文采用两个自适应模糊系统逼近系统中的非线性环节,不仅能够自适应未知参数,保证了系统的跟踪精度,而且不需要分别推导各个参数的自适应

律,避免了反推过程中复杂的计算过程,简化了控制器的结构.

采用的是基于单值模糊产生器、乘积推理规则和中心平均模糊消除器的多输入单输出自适应模糊逼近系统,其表达式为^[14]

$$g(\mathbf{x}) = \sum_{j=1}^M \xi_j(\mathbf{x})\theta_j = \boldsymbol{\theta}^T \boldsymbol{\xi}(\mathbf{x}), \quad (11)$$

式(11)中: M 为模糊规则总数, $\mathbf{x}^T = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T$ 和 $g(\mathbf{x})$ 为模糊系统的输入和输出, $\boldsymbol{\theta}^T = (\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_n)^T$ 为自适应参数向量, $\boldsymbol{\xi}^T(\mathbf{x}) = (\xi_1(\mathbf{x}), \xi_2(\mathbf{x}), \dots, \xi_n(\mathbf{x}))^T$ 为模糊基函数向量,定义为

$$\xi_j(\mathbf{x}) = \frac{\prod_{i=1}^n \mu_A^j(x_i)}{\sum_{j=1}^M [\prod_{i=1}^n \mu_A^j(x_i)]}, \quad (12)$$

式(12)中: $\mu_A^j(x_i)$ 为系统输入的隶属度函数.根据万能逼近定理^[15],该自适应模糊系统能够以任意精度逼近致密集上的任意连续函数.

3.2 控制器设计(Controller design)

步骤 1 定义系统的位置误差为

$$e_1 = x_1 - x_d, \quad (13)$$

式(13)中: $x_d = \theta_d^*(t)$ 为期望位置输出,选取Lyapunov函数

$$V_1 = \frac{1}{2}e_1^2. \quad (14)$$

对式(14)求导可得

$$\dot{V}_1 = e_1\dot{e}_1 = e_1(x_2 - \dot{x}_d). \quad (15)$$

将 x_2 视为虚拟控制量,令其期望值为 α_1 ,并定义误差变量

$$e_2 = x_2 - \alpha_1, \quad (16)$$

可得

$$\alpha_1 = -k_1 e_1 + \dot{x}_d, \quad (17)$$

式(17)中 $k_1 > 0$ 为可调参数.将式(16)和式(17)代入式(15)可得

$$\dot{V}_1 = -k_1 e_1^2 + e_1 e_2. \quad (18)$$

步骤 2 选取Lyapunov函数

$$V_2 = V_1 + \frac{J_d}{2k}e_2^2. \quad (19)$$

对式(19)求导可得

$$\dot{V}_2 = -k_1 e_1^2 + e_2[ix_3 - G_1 + i\Delta f(z)]. \quad (20)$$

由定理1可知 $i\Delta f(z) \leq \frac{2i\alpha e^{-r\alpha}}{1 + e^{-r\alpha}} = d_1$,其中 $d_1 > 0$ 为常数.式(20)中非线性函数 G_1 为

$$G_1 = \frac{b_d}{k}x_2 + \frac{J_d}{k}\dot{\alpha}_1 - e_1. \quad (21)$$

其包含了未知参数 J_d, b_d 和 k ,可用自适应模糊系统

进行逼近:

$$G_1 = \theta_1^{*T} \xi(\bar{e}_1) + \varepsilon_1, \quad (22)$$

式(22)中: θ_1^* 为理想逼近参数, ε_1 为最小逼近误差. $\bar{e}_1 = (e_1, e_2)^T$ 为模糊系统的输入误差向量.

将 ix_3 视为虚拟控制量, 令其期望值为 α_2 , 并定义误差变量

$$e_3 = ix_3 - \alpha_2, \quad (23)$$

可得

$$\alpha_2 = \hat{\theta}_1^T \xi(\bar{e}_1) - k_2 e_2 - \frac{d_1^2}{4\varepsilon_{d1}} e_2, \quad (24)$$

式(24)中: $\hat{\theta}_1$ 为模糊估计参数, $k_2' = k_2 + \frac{d_1^2}{4\varepsilon_{d1}} > 0$ 为可调参数. $-\frac{d_1^2}{4\varepsilon_{d1}} e_2$ 为鲁棒控制项, 其中 $\varepsilon_{d1} > 0$, 则有

$$e_2 \left[-\frac{d_1^2 e_2}{4\varepsilon_{d1}} + i\Delta f(z) \right] \leq -\frac{d_1^2 e_2^2}{4\varepsilon_{d1}} + |e_2| d_1 \leq \varepsilon_{d1}. \quad (25)$$

将式(22)–(25)代入式(20)可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 \leq & -k_1 e_1^2 - k_2 e_2^2 + \varepsilon_{d1} + \\ & e_2 [\hat{\theta}_1^T \xi(\bar{e}_1) - \varepsilon_1] + e_2 e_3, \end{aligned} \quad (26)$$

式(26)中 $\tilde{\theta}_1^T = \hat{\theta}_1^T - \theta_1^{*T}$ 为参数估计误差.

步骤3 选取Lyapunov函数

$$V_3 = V_2 + \frac{1}{2} e_3^2. \quad (27)$$

对式(27)求导可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_3 \leq & -k_1 e_1^2 - k_2 e_2^2 + e_2 \tilde{\theta}_1^T \xi(\bar{e}_1) - e_2 \varepsilon_1 + \\ & \varepsilon_{d1} + e_3 (e_2 + ix_4 - \dot{\alpha}_2). \end{aligned} \quad (28)$$

将 ix_4 视为虚拟控制量, 令其期望值为 α_3 , 并定义误差变量

$$e_4 = ix_4 - \alpha_3, \quad (29)$$

可得

$$\alpha_3 = -e_2 - k_3 e_3 + \dot{\alpha}_2, \quad (30)$$

式(30)中 $k_3 > 0$ 为可调参数, 则将式(29)和式(30)代入式(28)可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_3 \leq & -k_1 e_1^2 - k_2 e_2^2 - k_3 e_3^2 + e_2 \tilde{\theta}_1^T \xi(\bar{e}_1) - \\ & e_2 \varepsilon_1 + \varepsilon_{d1} + e_3 e_4. \end{aligned} \quad (31)$$

步骤4 选取Lyapunov函数

$$V_4 = V_3 + \frac{J_m}{2} e_4^2. \quad (32)$$

对式(32)求导可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_4 \leq & -k_1 e_1^2 - k_2 e_2^2 - k_3 e_3^2 + e_2 \tilde{\theta}_1^T \xi(\bar{e}_1) - e_2 \varepsilon_1 + \\ & \varepsilon_{d1} + e_4 [i\rho T - G_2 - i(1 + \frac{J_m i^2}{J_d}) \rho k \Delta f(z)]. \end{aligned} \quad (33)$$

由定理1和假设2可知 $i(1 + \frac{J_m i^2}{J_d}) \rho k \Delta f(z) \leq i(1 + \frac{J_{m\max} i^2}{J_{d\min}}) k_{\max} \frac{2\alpha e^{-r\alpha}}{1 + e^{-r\alpha}} = d_2$, 其中: $|\rho| < 1$ 易知, $d_2 > 0$ 为常数. 式(33)中非线性函数 G_2 为

$$\begin{aligned} G_2 = & J_m \dot{\alpha}_3 - e_3 - iJ_m \left[-\frac{b_m}{J_m} x_4 + 2r^2 \alpha \dot{z}^2 \beta - \right. \\ & \left. \left(\frac{1}{J_m} + \frac{i^2}{J_d} \right) \rho k x_3 + \left(\frac{b_d}{J_d} - \frac{b_m}{J_m} \right) i \rho x_2 \right]. \end{aligned} \quad (34)$$

其包含了未知参数 J_m, J_d, b_m, b_d 和 k , 可用自适应模糊系统进行逼近:

$$G_2 = \theta_2^{*T} \xi(\bar{e}_2) + \varepsilon_2, \quad (35)$$

式(35)中: θ_2^* 为理想逼近参数, ε_2 为最小逼近误差, $\bar{e}_2 = (e_3, e_4)^T$ 为模糊系统的输入误差向量.

取系统控制量

$$T = \frac{1}{i\rho} [\hat{\theta}_2^T \xi(\bar{e}_2) - k_4 e_4 - \frac{d_2^2}{4\varepsilon_{d2}} e_4], \quad (36)$$

式(36)中: $\hat{\theta}_2$ 为模糊估计参数, $k_4' = k_4 + \frac{d_2^2}{4\varepsilon_{d2}} > 0$ 为可调参数, $-\frac{d_2^2}{4\varepsilon_{d2}} e_4$ 为鲁棒控制项, 其中 $\varepsilon_{d2} > 0$, 则与式(25)同理有

$$e_4 \left[-\frac{d_2^2}{4\varepsilon_{d2}} e_4 - i(1 + \frac{J_m i^2}{J_d}) \rho k \Delta f(z) \right] \leq \varepsilon_{d2}. \quad (37)$$

将式(35)–(37)代入式(33)中可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_4 \leq & -k_1 e_1^2 - k_2 e_2^2 - k_3 e_3^2 - k_4 e_4^2 + \varepsilon_{d1} + \varepsilon_{d2} + \\ & e_2 [\tilde{\theta}_1^T \xi(\bar{e}_1) - \varepsilon_1] + e_4 [\tilde{\theta}_2^T \xi(\bar{e}_2) - \varepsilon_2], \end{aligned} \quad (38)$$

式(38)中 $\tilde{\theta}_2^T = \hat{\theta}_2^T - \theta_2^{*T}$ 为参数估计误差.

考虑到 ρ 不能等于零, 所以参数 r 不能取 $2/\alpha$, 根据定理1, 为了保证近似死区函数的逼近程度, r 可以取略小于 $2/\alpha$ 的值.

对机电位置伺服系统(10), 基于反步法设计了自适应模糊控制器(36), 分别用两个自适应模糊系统逼近非线性函数 G_1 和 G_2 , 不仅可以自适应未知参数, 简化控制器的设计过程, 而且能够抑制齿隙非线性函数的影响, 提高系统的控制精度.

3.3 稳定性分析(Stability analysis)

定理2 由系统(10), 控制器(36)组成的自适应模糊闭环系统的误差变量 $e = (e_1, e_2, e_3, e_4)$ 有界, 且按指数收敛到原点的一个充分小的邻域内, 只要模糊估计参数 $\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2$ 的自适应律取为

$$\dot{\hat{\theta}}_1 = -\Gamma_1 \xi(\bar{e}_1) e_2 - \sigma_1 \hat{\theta}_1, \quad (39)$$

$$\dot{\hat{\theta}}_2 = -\Gamma_2 \xi(\bar{e}_2) e_4 - \sigma_2 \hat{\theta}_2, \quad (40)$$

且满足 $k_2 > \frac{1}{2\lambda_1}, k_4 > \frac{1}{2\lambda_2}$, 其中: $\lambda_1 > 0, \lambda_2 > 0$, Γ_1, Γ_2 为正定对角阵, $\sigma_1 > 0, \sigma_2 > 0$ 为可调参数.

证 选取Lyapunov函数

$$V = V_4 + \frac{1}{2}\tilde{\theta}_1^T \Gamma_1^{-1} \tilde{\theta}_1 + \frac{1}{2}\tilde{\theta}_2^T \Gamma_2^{-1} \tilde{\theta}_2. \quad (41)$$

对式(41)求导并将式(38)–(40)代入可得

$$\begin{aligned} \dot{V} \leq & -\sum_{i=1}^4 k_i e_i^2 + \varepsilon_{d1} + \varepsilon_{d2} - e_2 \varepsilon_1 - \\ & e_4 \varepsilon_2 - \sigma_1 \tilde{\theta}_1^T \Gamma_1^{-1} \hat{\theta}_1 - \sigma_2 \tilde{\theta}_2^T \Gamma_2^{-1} \hat{\theta}_2 \leq \\ & -k_1 e_1^2 - (k_2 - \frac{1}{2\lambda_1}) e_2^2 - k_3 e_3^2 - (k_4 - \frac{1}{2\lambda_2}) e_4^2 + \\ & \varepsilon_{d1} + \varepsilon_{d2} + \frac{1}{2} \varepsilon_1^2 \lambda_1 + \frac{1}{2} \varepsilon_2^2 \lambda_2 - \frac{\sigma_1}{2} \tilde{\theta}_1^T \Gamma_1^{-1} \tilde{\theta}_1 + \\ & \frac{\sigma_1}{2} \theta_1^{*T} \Gamma_1^{-1} \theta_1^* - \frac{\sigma_2}{2} \tilde{\theta}_2^T \Gamma_2^{-1} \tilde{\theta}_2 + \frac{\sigma_2}{2} \theta_2^{*T} \Gamma_2^{-1} \theta_2^* \leq \\ & -b_0 V + \varepsilon_0, \end{aligned} \quad (42)$$

式(42)中:

$$\begin{aligned} b_0 = \min\{ & 2k_1, \frac{k(2k_2 - 1/\lambda_1)}{J_d}, 2k_3, \\ & \frac{2k_4 - 1/\lambda_2}{J_m}, \sigma_1, \sigma_2\}, \\ \varepsilon_0 = & \varepsilon_{d1} + \varepsilon_{d2} + \frac{1}{2} \varepsilon_1^2 \lambda_1 + \frac{1}{2} \varepsilon_2^2 \lambda_2 + \\ & \frac{\sigma_1}{2} \theta_1^{*T} \Gamma_1^{-1} \theta_1^* + \frac{\sigma_2}{2} \theta_2^{*T} \Gamma_2^{-1} \theta_2^*, \end{aligned}$$

其中 $k_2 > \frac{1}{2\lambda_1}$, $k_4 > \frac{1}{2\lambda_2}$ 可以保证 $b_0 > 0$. 对式(42)两边求积分可得

$$V(t) \leq e^{-b_0 t} V(0) + \frac{\varepsilon_0}{b_0} (1 - e^{-b_0 t}). \quad (43)$$

再根据式(41)易得

$$e_1^2(t) \leq 2V(t), \quad \lim_{t \rightarrow \infty} e_1(t) \leq \sqrt{\frac{2\varepsilon_0}{b_0}}, \quad (44)$$

$$e_2^2(t) \leq \frac{2k}{J_d} V(t), \quad \lim_{t \rightarrow \infty} e_2(t) \leq \sqrt{\frac{2k\varepsilon_0}{J_d b_0}}, \quad (45)$$

$$e_3^2(t) \leq 2V(t), \quad \lim_{t \rightarrow \infty} e_3(t) \leq \sqrt{\frac{2\varepsilon_0}{b_0}}, \quad (46)$$

$$e_4^2(t) \leq \frac{2}{J_m} V(t), \quad \lim_{t \rightarrow \infty} e_4(t) \leq \sqrt{\frac{2\varepsilon_0}{J_m b_0}}. \quad (47)$$

由万能逼近定理可假设 $|\varepsilon_1| \leq \varepsilon_1^*$, $|\varepsilon_2| \leq \varepsilon_2^*$, 其中 ε_1^* , ε_2^* 为充分小的正常数, 在可调参数 $k_1, k_2, k_3, k_4, \sigma_1, \sigma_2$ 选定的情况下, 可通过选择充分小的 $\varepsilon_{d1}, \varepsilon_{d2}, \lambda_1, \lambda_2, \Gamma_1^{-1}, \Gamma_2^{-1}$ 来保证 ε_0 充分小, 从而保证了误差变量 $e = (e_1, e_2, e_3, e_4)$ 按指数收敛到原点的一个充分小的邻域内. 证毕.

4 仿真实验(Simulation)

为了验证所提出的反步自适应模糊控制方法的有效性, 并分析齿隙非线性对系统性能的影响, 本节采用MATLAB进行仿真实验, 并与PID控制方法进行对比. 机电伺服系统的参数主要参考文献[12]:

$$J_m = 0.05 \text{ kg} \cdot \text{m}^2, \quad b_m = 1.5 \text{ N} \cdot \text{m} \cdot \text{s}/\text{rad},$$

$$J_d = 0.16 \text{ kg} \cdot \text{m}^2, \quad b_d = 1.6 \text{ N} \cdot \text{m} \cdot \text{s}/\text{rad},$$

$$i = 5, \quad k = 70 \text{ N} \cdot \text{m}/\text{rad}, \quad \alpha = 0.005 \text{ rad}.$$

期望位置信号为

$$x_d(t) = \sin(0.2\pi t).$$

系统的初始条件为

$$x(0) = [0 \ 0 \ 0 \ 0]^T, \quad T(0) = 0.$$

考虑到电机的实际情况, 对输入转矩进行限幅

$$|T| \leq 10 \text{ N} \cdot \text{m}.$$

反步自适应模糊控制器参数调整方法为: 参数 k_1 显著影响跟踪稳态误差的峰值, 应取较大的值; 参数 k_2 显著影响过齿隙时传递力矩的振荡情况, 应取较小的值; 参数 k_3 和 k_4 对稳态误差和传递力矩的影响不是特别明显, 取适中的值; 为了使模糊逼近系统有较高的自适应精度, 应该取较大的 Γ_1, Γ_2 和较小的 σ_1, σ_2 . 具体数值取为

$$k_1 = 15, \quad k_2' = 0.1, \quad k_3 = 20, \quad k_4' = 20,$$

$$\sigma_1 = \sigma_2 = 0.1, \quad \Gamma_1 = \text{diag}\{2, 2, 2, 2, 2, 2\},$$

$$\Gamma_2 = \text{diag}\{10^3, 10^3, 10^3, 10^3, 10^3, 10^3, 10^3\}.$$

PID控制器的参数为: $k_p = 150, k_i = 5, k_d = 0.1$.

4.1 模糊系统逼近性能(Fuzzy system approximate performance)

为了便于分析自适应模糊系统的逼近性能, 以包含齿隙近似死区模型的机电伺服系统为被控对象进行仿真实验. 取参数 $r = 1.9/\alpha$.

从仿真结果可以看出, 所设计的自适应模糊系统能够快速高精度的逼近非线性函数 G_1 和 G_2 (图3), 表明所设计的控制器具有很好的自适应性能.

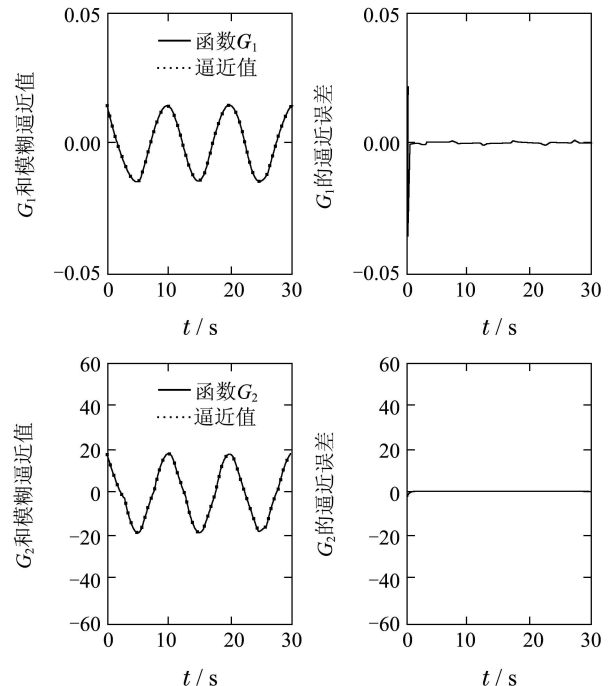


图3 自适应模糊系统的逼近性能

Fig. 3 Adaptive fuzzy system approximation performance

为了进一步验证所设计的控制器的性能, 下面用更贴近实际情况的包含齿隙死区模型的机电伺服系统为被控对象进行仿真实验.

4.2 参数 r 的影响(The effect of parameter r)

由定理1可知参数 r 的取值越接近 $2/\alpha$, 近似死区函数逼近死区函数的误差越小. 从仿真结果可以看出, 随着参数 r 取值的增大, 齿隙死区非线性引起的跟踪误差的跳变值逐渐减小(图4(a)); 传递力矩的跳变值也逐渐减小(图4(b)); 但是输入转矩的跳变值急剧增大(图4(c)). 由于跟踪误差和传递力矩跳变值变化不明显, 所以为了避免输入转矩的突变, 取参数 $r = 1.7/\alpha$. 而 $r = 1.7/\alpha$ 时近似死区模型函数逼近死区函数的误差在可接受的范围内(图2).

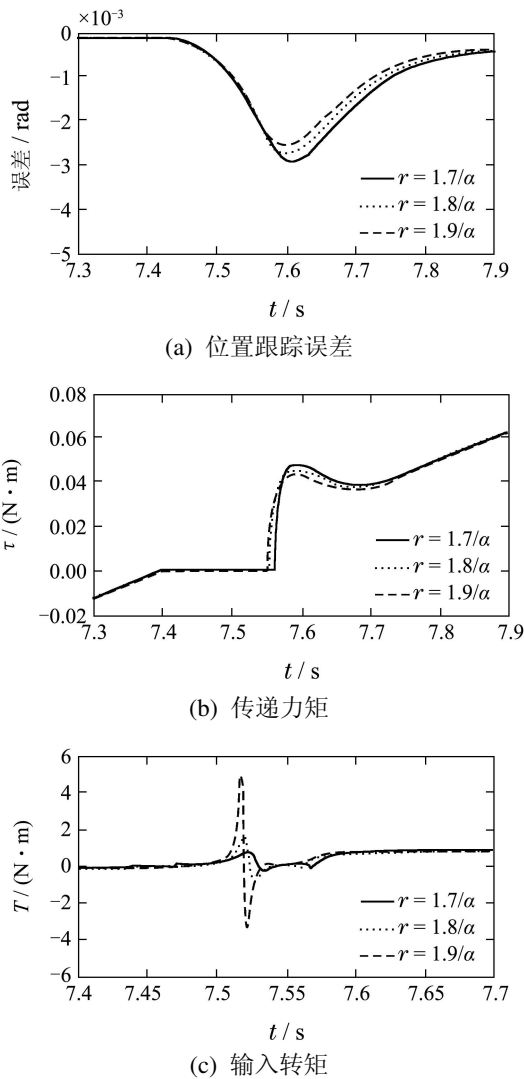


图 4 参数 r 的影响
Fig. 4 The effect of parameter r

4.3 与PID控制比较(Compared with PID)

调节PID控制器参数时发现增大 k_p 和 k_i 能够减小跟踪误差, 但是会增大过齿隙时传递力矩的震荡峰值; 而 k_d 取较小的值能够减小传递力矩的震荡峰值; 改变参数对传递力矩震荡次数的影响不明显. 最后

PID控制参数的确定综合考虑了跟踪精度和传递力矩的震荡.

图5中AFC表示自适应模糊控制方法, 从仿真结果可以看出, 由于齿隙死区非线性的影响, AFC的跟踪误差出现了小的跳变, 但是其跟踪精度远高于PID控制方法, 误差峰值在0.005 rad以内(图5(a)); PID控制下的传递力矩产生了剧烈的震荡, 而AFC的传递力矩在跨越齿隙时连续平滑, 避免了强烈的反复碰撞(图5(b)).

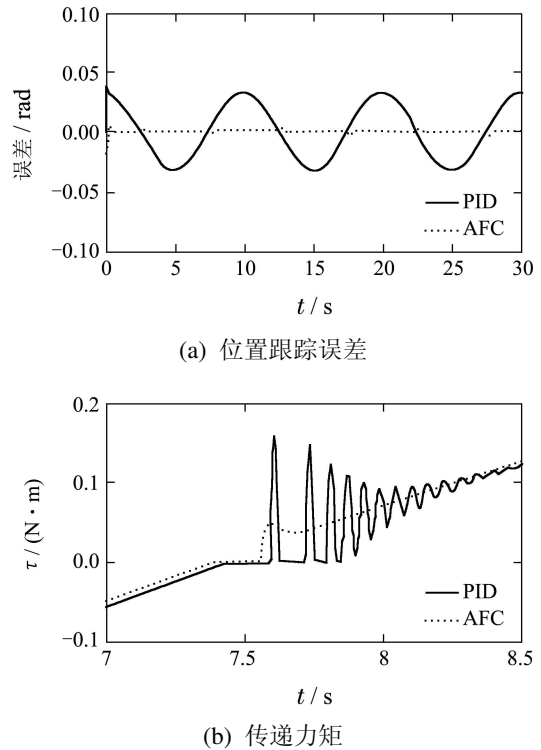


图 5 与PID控制比较

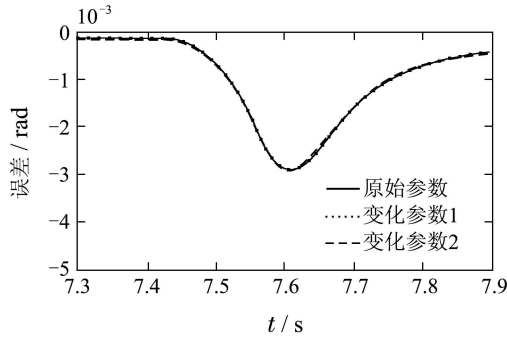
Fig. 5 Compared with PID

4.4 鲁棒性分析(Robustness analysis)

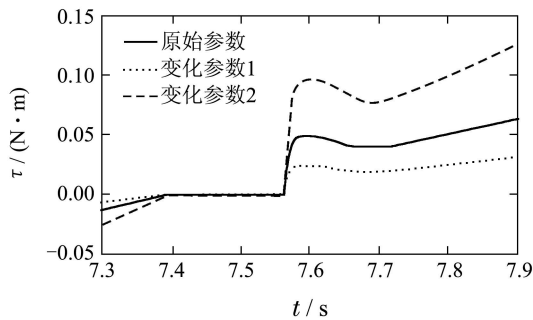
在实际应用中, 系统参数 J_m , J_d , b_m , b_d 和 k 可能会变化, 为了验证系统的鲁棒性, 将负载侧的转动惯量和粘性摩擦系数以及齿隙的刚度系数分别变为原来的50%和200%. 变化参数1: $J_d = 0.08 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$, $b_d = 0.8 \text{ N} \cdot \text{m} \cdot \text{s}/\text{rad}$, $k = 35 \text{ N} \cdot \text{m}/\text{rad}$; 变化参数2: $J_d = 0.32 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$, $b_d = 3.2 \text{ N} \cdot \text{m} \cdot \text{s}/\text{rad}$, $k = 140 \text{ N} \cdot \text{m}/\text{rad}$. 而AFC的控制参数不变.

从仿真结果可以看出, 随着系统参数的改变, 传递力矩发生相应的变化, 但是没有震荡(图6(a)), 而位置跟踪误差几乎没有变化(图6(b)). 说明AFC能够自适应系统参数的变化, 具有较强的鲁棒性.

以上仿真实验表明, 本文提出的反步自适应模糊控制器能够在机电位置伺服系统存在未知参数和齿隙死区非线性的情况下, 高精度地跟踪期望的位置信号, 且齿轮的传递力矩连续平稳, 具有良好的稳定性和鲁棒性.



(a) 位置跟踪误差



(b) 传递力矩

图6 鲁棒性分析

Fig. 6 Robustness analysis

5 结论(Conclusion)

本文以包含齿隙非线性的机电位置伺服系统为研究对象,设计了反步自适应模糊控制器.采用Lyapunov方法证明了系统的误差状态变量按指数收敛到原点的一个充分小的邻域内.仿真结果表明模糊自适应系统能够快速高精度地逼近包含转动惯量、粘性摩擦系数和齿隙刚度系数这些未知参数的非线性函数,且在不同的系统参数下,所设计的控制器都具有较高的跟踪精度,齿轮的传递力矩连续平稳,有效地抑制了参数未知和齿隙非线性对系统性能的影响,具有较强的鲁棒性.本文主要进行了详细的理论及仿真研究,以后主要研究其在实际系统中的应用.

参考文献(References):

- [1] 赵国峰,樊卫华,陈庆伟,等.齿隙非线性研究进展[J].兵工学报,2006,27(6):1072-1080.
(ZHAO Guofeng, FAN Weihua, CHEN Qingwei, et al. A survey on backlash nonlinearity [J]. *Acta Armamentarii*, 2006, 27(6): 1072-1080.)
- [2] HAMED M, HASSAN S. Analysis of nonlinear oscillations in spur gear pairs with approximated modelling of backlash nonlinearity [J]. *Mechanism and Machine Theory*, 2012, 51(5): 14-31.
- [3] MATTIAS N, PER-OLOF G. Controlling mechanical systems with backlash—a survey [J]. *Automatica*, 2002, 38(10): 1633-1649.
- [4] ZHOU J, ZHANG C J, WEN C Y. Robust adaptive output control of uncertain nonlinear plants with unknown backlash nonlinearity [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2007, 52(3): 503-509.
- [5] TAO G, MA XL, LING Y. Optimal and nonlinear decoupling control of systems with sandwiched backlash [J]. *Automatica*, 2001, 37(2): 165-176.
- [6] MATA-JIMENEZ M T, BROGLIATO B, GOSWAMI A. On the control of mechanical systems with dynamic backlash [C] // *Proceedings of the 36th Conference on Decision and Control*. Washington D. C., USA: IEEE, 1997: 1990-1995.
- [7] TAO G. A two-step adaptive controller for a two-body system [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2000, 45(5): 1011-1016.
- [8] ADAM L, BO E. Backlash estimation with application to automotive powertrains [J]. *IEEE Transactions on Systems Technology*, 2007, 15(3): 483-493.
- [9] AGUILAR L T, ORLOV Y, CADIOU J C, et al. Nonlinear H-output regulation of a nonminimum phase servomechanism with backlash [J]. *Transactions of the ASME*, 2007, 129(4): 544-549.
- [10] ZHOU J, WEN C, ZHANG Y. Adaptive output control of nonlinear systems with uncertain dead-zone nonlinearity [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2006, 51(3): 504-511.
- [11] MEZOUKI R, DAVILA J A, FRIDMAN L. Backlash phenomenon observation and identification in electromechanical systems [J]. *Control Engineering Practice*, 2007, 15(4): 447-457.
- [12] 马艳玲,黄进,张丹.基于反步自适应控制的伺服系统齿隙补偿[J].控制理论与应用,2008,25(6):1090-1094.
(MA Yanling, HUANG Jin, ZHANG Dan. Adaptive compensation of backlash nonlinearity for servo systems [J]. *Control Theory & Applications*, 2009, 21(5): 1498-1504.)
- [13] 赵海波,周向红.双电机驱动伺服系统的反推自适应控制[J].控制理论与应用,2011,28(5):745-751.
(ZHAO Haibo, ZHOU Xianghong. Backstepping adaptive control of dual-motor driving servo system [J]. *Control Theory & Applications*, 2011, 28(5): 745-751.)
- [14] 过希文,王群京,李国丽,等.基于摩擦补偿的永磁球形电机自适应模糊控制[J].中国电机工程学报,2011,31(15):75-81.
(GUO Xiwen, WANG Qunjing, LI Guoli, et al. Adaptive fuzzy control for permanent magnet spherical motor based on friction compensation [J]. *Proceedings of the CSEE*, 2011, 31(15): 75-81.)
- [15] WANG L X, MENDEL J M. Fuzzy basis functions, universal approximation, and orthogonal least squares learning [J]. *IEEE Transactions on Neural Networks*, 1992, 3(5): 807-814.

作者简介:

杜仁慧 (1985-),男,博士研究生,目前研究方向为伺服系统高精度控制,E-mail: durenhui1985@hotmail.com;

吴益飞 (1979-),男,讲师,目前研究方向为伺服系统高精度控制,E-mail: wuyifei0911@163.com;

陈威 (1986-),男,博士研究生,目前研究方向为伺服系统高精度控制,E-mail: supercw86@163.com;

陈庆伟 (1963-),男,教授,博士生导师,目前研究方向为智能控制、运动体高精度跟踪控制系统,E-mail: cqwnjust@hotmail.com.