

一类非线性系统的动态反馈有限时间饱和镇定

张恒俊¹, 王朝立^{1†}, 陈 华²

(1. 上海理工大学 控制科学与工程系, 上海 200093; 2. 河海大学常州校区 数理部, 江苏 常州 213022)

摘要: 本文针对一类非线性系统在输入饱和下的有限时间动态反馈镇定问题进行了讨论, 提出了一种切换控制策略. 通过有限次切换将复杂非线性系统分成不同的简单子系统, 使得在每一步切换控制中, 状态收敛到所给位置或平衡位置的时间是有限的, 且每步的控制器均满足饱和条件. 最后给出了一个例子并设计了其有限时间饱和镇定控制器, 仿真实验验证了所设计控制器的有效性.

关键词: 非线性控制; 有限时间控制; 有限时间稳定性; 饱和控制

中图分类号: TP273 **文献标识码:** A

Finite-time saturated stabilization for a class of nonlinear systems with dynamic feedback

ZHANG Heng-jun¹, WANG Chao-li^{1†}, CHEN Hua²

(1. Control Science and Engineering Department, University of Shanghai for Science and Technology, Shanghai 200093, China;
2. Mathematics and Physics Department, Hohai University, Changzhou Campus, Changzhou Jiangsu 213022, China)

Abstract: The finite-time dynamic feedback stabilization problem is considered for a class of nonlinear systems under the input saturation, and a switch control strategy is proposed. It can divide the complex nonlinear systems into different simple subsystems by a finite number of switching in order to make the states in every step converge to a prespecified point or the equilibrium point in a finite time, and the saturation property is satisfied in every step by the controllers as required as design. Finally, a specific example of the system and a finite-time saturated controller are given; and the effectiveness of the proposed control approach is validated by the simulation results.

Key words: nonlinear control; finite-time control; finite-time stability; saturated control

1 引言(Introduction)

随着自动化技术和计算机的快速发展, 非线性系统的理论不断得到完善, 但稳定性研究一直是非线性系统中一个重点和难点. 自从Brockett在1983年提出存在连续可微的镇定控制律使得非线性系统在平衡点渐近稳定的3个必要条件^[1], 并指出了以非完整系统为代表的非线性系统不满足所提出的必要条件. 为了解决这一类问题, 众多学者纷纷转移到非完整系统、欠驱动系统等非线性系统的镇定控制律设计问题上. 随着镇定问题的深入研究, 为了使系统具有更好的收敛速度和稳态精度, 有大量学者发表关于有限时间镇定控制律设计的文献^[2-11], 而有限时间控制问题也成了最近的研究热点之一.

文献[2]针对一类二阶非线性系统, 给出了3种有限时间控制器设计方法: 齐次系统方法、基于Backstepping的有限时间Lyapunov函数法和终端滑模控

制方法. 这3种方法都已得到了广泛的应用, 也是解决有限时间控制的一般方法. 文献[3]利用系统的齐次性以及反步构造法, 给出一类高阶非线性系统的有限时间控制器; 文献[4-5]考虑了齐次系统的有限时间镇定, 并给出了有限时间的Lyapunov稳定性定理; 文献[6-8]基于反步构造法设计有限时间控制器; 对于滑模控制法, 文献[9, 12-13]均给出了该方法的应用. 文献[10]探讨了一类扩展链式系统的有限时间跟踪控制问题, 而文献[11]则对一类非完整链式系统给出了有限时间局部镇定控制律.

虽然有限时间收敛使得系统具有更好的性能, 但在设计控制器时利用不等式缩放, 导致控制器增益偏大, 也即控制量的幅值偏大, 所以设计饱和的控制器是具有重要理论和实际意义的. 针对有限时间的饱和控制, 国内外的相关文献并不多, 文献[14]提出了一种在输入饱和下的半全局镇定控制器. 文

收稿日期: 2012-06-02; 收修稿日期: 2012-10-24.

[†]通信作者. Tel.: +86 13764620431.

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(60874002); 上海市教委重点科技创新项目(13ZZ115); 上海市重点学科项目(S30501); 河海大学中央高校基本科研业务费资助项目(2010B23514).

献[15]考虑了一种饱和控制的多积分系统的全局镇定. 此外, 文献[16]对链式系统在输入饱和下给出了控制器设计方法. 而在文献[17]中, 给出了双积分系统的有限时间全局饱和控制律. 文献[18]针对一类非线性积分系统, 给出了全局有限时间饱和控制器设计方法.

但文献[18]只考虑了系统的运动学控制问题, 对实际应用来说, 动力学的控制更实际. 为此, 本文针对文献[18]的动态反馈问题, 考虑了系统在输入饱和和下使得系统各状态能从任意初始状态在有限时间内收敛到平衡点的镇定控制器设计问题, 通过一种基于切换控制的方法给出该非线性系统的全局有限时间饱和控制器.

2 问题描述(Problem formulation)

考虑文献[18]中的运动学模型增加动态反馈后的一类非线性系统:

$$\begin{cases} \dot{x}_0 = u_1, \\ \dot{x}_1 = x_2^{r_1} u_1, \\ \vdots \\ \dot{x}_{n-2} = x_{n-1}^{r_{n-2}} u_1, \\ \dot{x}_{n-1} = u_2^{r_{n-1}}, \\ \dot{u}_1 = \tau_1, \\ \dot{u}_2 = \tau_2, \end{cases} \quad (1)$$

其中: $r_i = \frac{p_{1i}}{p_{2i}} > 0, i = 1, \dots, n-1, p_{1i}$ 和 p_{2i} 为互质奇数, $x_i (i = 0, 1, \dots, n-1)$ 为系统状态, u_1 和 u_2 可视为速度; τ_1 和 τ_2 为控制输入, 如果在系统动力学参数已知的情况下, 其相当于广义力或力矩的控制输入^[19].

为了描述方便, 首先给出如下一些记号:

$$\text{sig}^\alpha(x) = |x|^\alpha \text{sgn} x,$$

其中: $\alpha > 0, \text{sgn}(\cdot)$ 为符号函数.

$$\text{sat}_\varepsilon(x) = \begin{cases} x, & |x| \leq \varepsilon, \\ \varepsilon \cdot \text{sgn} x, & |x| > \varepsilon, \end{cases}$$

其中: $\varepsilon > 0$ 为任意常数, 显然对任意 $x \in \mathbb{R}$, 记号 $|\text{sat}_\varepsilon(x)| \leq \varepsilon$ 均成立.

为了方便证明, 给出一些假设和引理. 对系统(1)作如下假设:

假设 1 存在常数 $q_i (i = 1, \dots, n+1)$ 和 λ 满足以下关系^[18]:

$$q_1 = 1, 1 + \frac{r_i}{q_{i+1}} = \lambda + \frac{1}{q_i}, \quad (2)$$

其中: $q_i = \frac{p_{3i}}{p_{4i}} \geq 1, \lambda = \frac{p_{5i}}{p_{6i}} \in (0, 1), p_{3i}$ 和 p_{4i}, p_{5i} 和 p_{6i} 分别为互质奇数.

注 1 并不是所有具有式(1)形式的系统都满足假设1, 在文献[18]中给出了一个满足假设1的充分条件, 并指出了 λ 的取值范围. 下面给出一个具体例子, 取 $r_1 = 1, r_2 = 3/5, r_3 = 1/3, r_4 = 1$, 由假设1的条件, 可得到 $2/3 < \lambda < 9/13$, 选取 $\lambda = 13/19$, 根据式(2)可以得到 $q_1 = 1, q_2 = 19/13, q_3 = 57/35, q_4 = 19/17$, 以及 $q_5 = 19/11$.

引理 1 对于下列非线性积分系统^[18]:

$$\begin{cases} \dot{x}_i = x_{i+1}^{r_i}, i = 1, 2, \dots, n-1, \\ \dot{x}_n = u^{r_n}, \end{cases} \quad (3)$$

其中 $r_i > 0 (i = 1, \dots, n)$ 为互质奇数的相除形式. 在假设1的条件下, 系统(3)可由如下的饱和控制器全局有限时间镇定:

$$u = u_n(X_n(t)) = -\beta_n \text{sat}_\varepsilon^{\frac{1}{q_{n+1}}} [x_n^{q_n} - u_{n-1}^{q_n}(X_{n-1})], \quad (4)$$

其中: $u_i(X_i(t)) = -\beta_i \text{sat}_\varepsilon^{\frac{1}{q_{i+1}}} [x_i^{q_i} - u_{i-1}^{q_i}(X_{i-1})], i = 1, \dots, n-1, u_0 = 0$; 增益 β_i 满足 $\beta_1 > \max\{\beta_1^*, 2^{\frac{1}{q_2 + r_1}}\}, \beta_i > \max\{\beta_i^*, 2^{\frac{1}{q_{i+1}}} [4(1 + \beta_{i-1})\phi_{i-1}(\beta_1, \dots, \beta_{i-1}) + 2]^{\frac{1}{r_i}}\}$, 其中: $\beta_i^* > (n-i+1)^{1/r_i} (i = 1, \dots, n)$; $\phi_i(\cdot)$ 满足以下式子:

$$\begin{aligned} \phi_1(\beta_1) &= \beta_1^{q_2} (1 + \beta_1)^{r_1}, \\ \phi_j(\beta_1, \dots, \beta_j) &= \beta_j^{q_{j+1}} q_j (1 + \beta_{j-1})^{q_j - 1} (1 + \beta_j)^{r_j} + \beta_j^{q_{j+1}} \phi_{j-1}(\beta_1, \dots, \beta_{j-1}), \end{aligned}$$

其中 $j = 2, \dots, n-1$.

引理 2 考虑如下双积分系统^[17]:

$$\dot{x} = y, \dot{y} = u. \quad (5)$$

在有界反馈控制律 $u = \psi_{\text{sat}}(x, y)$ 下,

$$\psi_{\text{sat}}(x, y) = -\text{sat}_\varepsilon\{\text{sig}^\alpha(y)\} - \text{sat}_\varepsilon\{\text{sig}^{\frac{\alpha}{2-\alpha}}(\phi_\alpha(x, y))\},$$

且 $\phi_\alpha(x, y) = x + \frac{1}{2-\alpha} \text{sig}^{2-\alpha}(y), \alpha \in (0, 1)$, 系统(5)的原点是有限时间稳定的平衡点.

引理 3 假设存在一个定义在原点的邻域 U 上的 C^1 正定函数 $V: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$, 若存在实数 $k > 0$ 和 $\alpha \in (0, 1)$, 使得 $\dot{V} + kV^\alpha$ 沿系统 $\dot{y}(t) = f(y(t))$ 在 U 上半负定, 则系统 $\dot{y}(t) = f(y(t))$ 的零解是有限时间稳定的. 若 $U = \mathbb{R}^n$, 则系统的零解是全局有限时间稳定的平衡点^[4].

假设 2 控制输入的饱和约束满足

$$\tau_{1 \max} > \max\{kM^{\alpha_1}, 2\varepsilon\}, \quad (6a)$$

$$\tau_{2 \max} > \frac{\varepsilon\beta_n}{A}, \quad (6b)$$

其中: $k > 0, \alpha_1 \in (0, 1), \varepsilon > 0$ 为饱和函数 $\text{sat}_\varepsilon(\cdot)$ 的上界. 对任意给定的 $M > 0$, 系统(1)中状态 u_1 的

初始值满足 $D_0 = \{u_1(0) | |u_1(0)| \leq M\}$, $\beta_n > 0$ 为引理1中所给控制器的增益参数, $A = c^{\frac{1}{r_1 \cdots r_{n-1}}} \cdots c^{\frac{1}{r_{n-2} r_{n-1}}}$, $c > 0$ 为任意给定的常数.

注2 在实际问题中, 速度和加速度都是有界的, 所以设计满足假设2的饱和镇定器是具有非常重要的现实意义. 对于任意给定的 $\tau_{1 \max}$ 和 $\tau_{2 \max}$, 总能找到合适的参数 k 和 ε 满足假设2中的约束, 其中 M 是依赖于 u_1 的初始值, β_n 是所给控制器的增益参数, 因此假设2的条件是合理的.

3 饱和有限时间控制器(Saturated finite-time controller)

本节将给出主要结论, 基于切换控制策略, 设计饱和控制器 τ_1 和 τ_2 满足 $|\tau_1| \leq \tau_{1 \max}$, $|\tau_2| \leq \tau_{2 \max}$, 使得非线性系统(1)的各状态在有限时间内收敛到平衡点. 结合上述假设和引理, 给出如下定理:

定理1 在假设1的条件下, 对任意给定满足假设2的正数 $\tau_{1 \max}$ 和 $\tau_{2 \max}$, 非线性系统(1)在饱和控制器 τ_1 和 τ_2 下是全局有限时间镇定的, 如果存在合适参数 $k > 0$, $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \lambda \in (0, 1)$ 以及 $q_i, \beta_i (i = 1, 2, \dots, n)$, 设计如下多步切换控制律:

步骤1 取

$$\tau_1 = -k \operatorname{sig}^{\alpha_1}(u_1 - c), \tau_2 = 0. \quad (7)$$

步骤2 取

$$\tau_1 = 0, \tau_2 = \frac{u^{r_n}}{A}. \quad (8)$$

步骤3 取

$$\begin{cases} \tau_1 = -\operatorname{sat}_\varepsilon\{\operatorname{sig}^{\alpha_2}(u_1)\} - \\ \operatorname{sat}_\varepsilon\{\operatorname{sig}^{\alpha_2 \alpha_3}(\phi_\alpha(x_0, u_1))\}, \\ \tau_2 = 0. \end{cases} \quad (9)$$

其中:

$$A = c^{1/r_1 \cdots r_{n-1}} \cdots c^{1/r_{n-2} r_{n-1}},$$

$$u = u_n(\tilde{X}_n) = -\beta_n \operatorname{sat}_\varepsilon^{\frac{1}{q_n+1}}(\tilde{x}_n^{q_n} - u_{n-1}^{q_n}(\tilde{X}_{n-1})),$$

$$u_i(\tilde{X}_i(t)) = -\beta_i \operatorname{sat}_\varepsilon^{\frac{1}{q_i+1}}[\tilde{x}_i^{q_i} - u_{i-1}^{q_i}(\tilde{X}_{i-1})],$$

c 为任意正常数, 记 $\tilde{X}_i = (\tilde{x}_1, \dots, \tilde{x}_i)$, $i = 1, \dots, n-1$, 且 \tilde{x}_i 与 x_i 之间存在一一对应关系, 满足如下关系式:

$$\begin{cases} \tilde{x}_1 = x_1, \\ \tilde{x}_i = c^{\frac{1}{r_1 \cdots r_{i-1}}} \cdots c^{\frac{1}{r_{i-1}}} x_i, \quad i = 2, \dots, n-1, \\ \tilde{x}_n = Au_2. \end{cases} \quad (10)$$

定义 $\phi_\alpha(x_0, u_1) \triangleq x_0 + \alpha_3 \operatorname{sig}^{\frac{1}{\alpha_3}}(u_1)$, 且 $\alpha_3 = \frac{1}{2 - \alpha_2}$. 当 u_1 收敛到 c 时, 跳到步骤2; 当 x_1, \dots, x_{n-1} 和 u_2 都收敛至0时, 跳到步骤3; 当 x_0 和 u_1 收敛到0时, 则停止切换.

证 控制器的每一步切换都要满足两个条件: 其

一是控制器必须是饱和的; 其二是每一步切换时间必须是有限时间.

在步骤1中, 为了使 u_1 收敛到 c , 只需考虑系统(1)中的子系统

$$\dot{u}_1 = \tau_1. \quad (11)$$

为了使子系统(11)在有限时间内镇定到正常数 c , 可以作变换 $z = u_1 - c$, 则子系统可以表示为

$$\dot{z} = \tau_1. \quad (12)$$

取Lyapunov函数

$$V(z) = \frac{1}{2} z^2, \quad (13)$$

对其求导后有

$$\dot{V}(z) = -kz \operatorname{sig}^{\alpha_1}(z) = -k|z|^{1+\alpha_1} = -k(2V)^{\frac{1+\alpha_1}{2}}.$$

根据引理3知, 子系统(12)是全局有限时间稳定的, 即当 $t \rightarrow T_1$ 时, $z(t) \rightarrow 0$, 也即 u_1 收敛到 c . 又由于

$$\frac{d\tau_1}{du_1} = -k\alpha_1 |u_1 - c|^{\alpha_1 - 1} < 0,$$

则说明切换控制器(7)中的 τ_1 关于 u_1 是单调递减的, 则有

$$\begin{aligned} |\tau_1| &= k|z(t)|^{\alpha_1} \leq k|u_1(0) - c|^{\alpha_1} \leq \\ k(|u_1(0)| + c)^{\alpha_1} &\leq k(|u_1(0)|^{\alpha_1} + c^{\alpha_1}) \leq \\ k(M^{\alpha_1} + c^{\alpha_1}) &< \tau_{1 \max}, \end{aligned}$$

其中: $\alpha_1 \in (0, 1)$, $\tau_{1 \max} > 0$ 为任意给定的常数, 选取 $0 < k < \frac{\tau_{1 \max}}{(M^{\alpha_1} + c^{\alpha_1})}$ 能满足假设2中约束条件(6a), 所以控制器 τ_1 是饱和的. 在有限时间 T_1 内, u_1 收敛到 c , 切换到步骤2.

在步骤2中, 由于 $t \geq T_1$, $u_1 \equiv c$, 则系统的状态方程可表示为如下子系统:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2^{r_1} c, \\ \vdots \\ \dot{x}_{n-1} = u_2^{r_{n-1}}, \\ \dot{u}_2 = \tau_2. \end{cases} \quad (14)$$

由式(10)知, 考虑如下坐标变换:

$$\begin{cases} \tilde{x}_1 = x_1, \\ \tilde{x}_2 = c^{\frac{1}{r_1}} x_2, \\ \tilde{x}_3 = c^{\frac{1}{r_1 r_2}} c^{\frac{1}{r_2}} x_3, \\ \vdots \\ \tilde{x}_n = c^{\frac{1}{r_1 \cdots r_{n-1}}} \cdots c^{\frac{1}{r_{n-2} r_{n-1}}} u_2, \\ u^{r_n} = c^{\frac{1}{r_1 \cdots r_{n-1}}} \cdots c^{\frac{1}{r_{n-2} r_{n-1}}} \tau_2, \end{cases} \quad (15)$$

其中 \tilde{x}_i 与 $x_i (i = 1, \dots, n-1)$, x_n 与 u_2 , u 与 τ_2 之间都

存在一一对应关系.

子系统(14)经过坐标变换(15)可以由如下形式描述:

$$\begin{cases} \dot{\tilde{x}}_1 = \tilde{x}_2^{r_1}, \\ \vdots \\ \dot{\tilde{x}}_{n-1} = \tilde{x}_n^{r_{n-1}}, \\ \dot{\tilde{x}}_n = u^{r_n}. \end{cases} \quad (16)$$

由引理1可知,子系统(16)在控制器

$$u = u_n(\tilde{X}_n(t)) = -\beta_n \text{sat}_\varepsilon^{\frac{1}{q_n+1}} [\tilde{x}_n^{q_n} - u_{n-1}^{q_n}(\tilde{X}_{n-1})] \quad (17)$$

的作用下是全局有限时间稳定的,控制器中各参数满足引理1中式(4)的各条件,将坐标变换(15)代入控制器(17)中可知,子系统(14)在控制器(8)的作用下,各状态 x_1, \dots, x_{n-1} 和 u_2 能在有限时间 T_2 内收敛到平衡点,又由式(8)和(17)可知

$$|\tau_2| \leq \frac{\beta_n \varepsilon^{\frac{1}{q_n+1}}}{A} < \frac{\varepsilon \beta_n}{A} < \tau_{2 \max},$$

其中: $A = c^{\frac{1}{r_1 \dots r_{n-1}}} \dots c^{\frac{1}{r_{n-2} r_{n-1}}}$, $c > 0$ 为步骤1中所给任意常数, $\varepsilon > 0$ 为饱和函数 $\text{sat}_\varepsilon(\cdot)$ 的上界,对于任意给定的正数 $\tau_{2 \max}$,选取 $\varepsilon < \frac{A \tau_{2 \max}}{\beta_n}$ 能满足假设2中的约束条件(6b),即可知切换控制器(8)中的 τ_2 是饱和的.

由于当 $t \geq T_2$ 时,状态 x_1, \dots, x_{n-1} 和 u_2 达到平衡位置后,控制器切换到步骤3,此时状态 $x_i = 0$ ($i = 1, \dots, n-1$)和 $u_2 = 0$,保持在平衡位置处不变,非线性系统(1)变为双积分系统

$$\begin{cases} \dot{x}_0 = u_1, \\ \dot{u}_1 = \tau_1. \end{cases} \quad (18)$$

根据引理2,可知子系统(18)在切换控制律(9)的作用下,在有限时间 T_3 内镇定到平衡点.并且由控制器(9)的形式,可知

$$|\tau_1| = |\text{sat}_\varepsilon(\cdot) + \text{sat}_\varepsilon(\cdot)| \leq 2\varepsilon < \tau_{1 \max}, \quad (19)$$

其中: $\varepsilon > 0$ 为饱和函数 $\text{sat}_\varepsilon(\cdot)$ 的上界, $\tau_{2 \max} > 0$ 为任意给定的常数,选取 $\varepsilon < \frac{\tau_{1 \max}}{2}$ 能满足假设2中的约束条件(6a),由式(19)可知,切换控制器(9)中的 τ_1 是饱和的.

当 $t \geq T_3$ 时, x_0, x_1, \dots, x_{n-1} 和 u_1, u_2 均收敛至平衡位置.定理得证.

4 仿真与实例(Simulation and example)

考虑如下非线性系统:

$$\begin{cases} \dot{x}_0 = u_1, \dot{x}_1 = x_2 u_1, \dot{x}_2 = u_2^{\frac{3}{5}}, \\ u_1 = \tau_1, u_2 = \tau_2, \end{cases} \quad (20)$$

可以得知, $r_1 = 1, r_2 = \frac{3}{5}, r_3 = 1$. 根据假设1可以求出 λ 的范围为 $(\frac{8}{13}, \frac{4}{5})$, 选取 $\lambda = \frac{7}{9}$, 由式(2)求出

$q_1 = 1, q_2 = \frac{9}{7}, q_3 = \frac{27}{25}, q_4 = \frac{27}{19}$. 任意选取 $\tau_{1 \max} = 5$ 和 $\tau_{2 \max} = 23$, 假定系统(20)的初始值为

$$(x_0(0), x_1(0), x_2(0), u_1(0), u_2(0)) = (-7, -2.3, 2, 3, -1).$$

根据假设2的两个约束条件, 选取常数 $c = 1.8, k = 2, \alpha_1 = 0.5$. 根据定理1, 步骤1中的有限时间饱和控制器(7)可以设计为

$$\begin{cases} \tau_1 = -k \text{sig}^{\frac{1}{2}}(u_1 - 1.8), \\ \tau_2 = 0. \end{cases} \quad (21)$$

又假定饱和函数 $\text{sat}_\varepsilon(\cdot)$ 中的 $\varepsilon = 2$, 取 $\beta_1 = 3, \beta_2 = 5, \beta_3 = 20$, 则步骤2中的有限时间饱和控制器(8)为如下形式:

$$\begin{cases} \tau_1 = 0, \\ \tau_2 = \frac{u}{c^{\frac{5}{3}}}, \end{cases} \quad (22)$$

其中 u 为如下形式:

$$u = -\beta_3 \text{sat}_\varepsilon^{\frac{19}{27}} [(c^{\frac{5}{3}} u_2)^{\frac{27}{25}} + \beta_2^{\frac{27}{25}} \text{sat}_\varepsilon((c x_2)^{\frac{9}{7}} + \beta_1^{\frac{9}{7}} \text{sat}_\varepsilon(x_1))].$$

取步骤3中的饱和控制器(9)的参数为 $\alpha_2 = \frac{1}{3}$ 和 $\alpha_3 = \frac{3}{5}$, 则其形式为

$$\begin{cases} \tau_1 = -\text{sat}_\varepsilon\{u_1^{\frac{1}{3}}\} - \text{sat}_\varepsilon\{(x_0 + \frac{3}{5} u_1^{\frac{5}{3}})^{\frac{1}{5}}\}, \\ \tau_2 = 0. \end{cases} \quad (23)$$

系统各状态变化曲线如图1所示, 控制输入曲线 τ_1 和 τ_2 分别如图2和图3所示. 从图1中可以看出系统各个状态在有限时间内收敛到平衡位置, 而图2和图3分别显示出输入 $|\tau_1|$ 和 $|\tau_2|$ 在任何时间都是满足饱和约束 $\tau_{1 \max} = 5$ 和 $\tau_{2 \max} = 23$ 的.

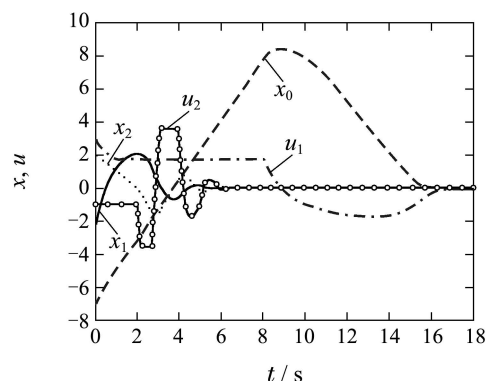
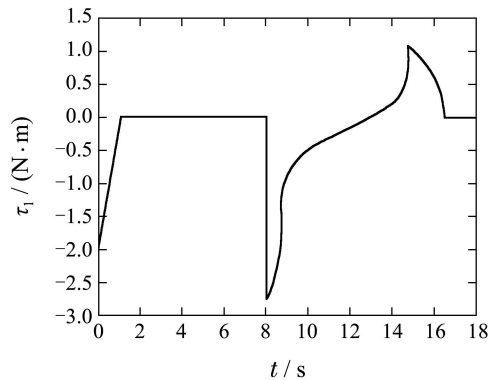
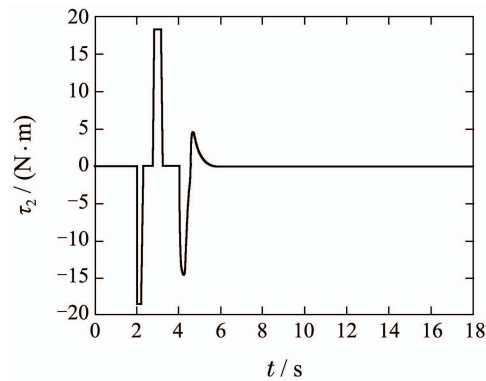


图1 系统(20)的状态响应曲线
Fig. 1 The state response of system(20)

图2 控制器 τ_1 的状态响应曲线Fig. 2 The response of controller τ_1 图3 控制器 τ_2 的状态响应曲线Fig. 3 The response of controller τ_2

5 结论(Conclusions)

本文的主要工作是针对一类非线性系统动态反馈的全局饱和有限时间镇定问题, 利用有限时间控制理论和切换控制方法, 将一个复杂的系统分成不同的子系统, 运用不同的方法给出每步的控制器, 并且所设计的控制器是饱和的, 使得系统各状态在有限时间内能收敛到平衡位置. 最后通过仿真例子, 验证了所设计的控制器是有效的. 在未来的工作中, 将会考虑设计无扰动切换控制器和进一步放松假设1中的条件.

参考文献(References):

- [1] BROCKETT R W. Asymptotic stability and feedback stabilization [M] // *Differential Geometric Control Theory*. Boston: Birkhauser, 1983: 181 – 208.
- [2] 李世华, 丁世宏, 田玉平. 一类二阶非线性系统的有限时间状态反馈镇定方法 [J]. *自动化学报*, 2004, 33(1): 101 – 104. (LI Shihua, DING Shihong, TIAN Yuping. A finite-time state feedback stabilization method for a class of second order nonlinear systems [J]. *Acta Automatica Sinica*, 2004, 33(1): 101 – 104.)
- [3] HONG Y G. Finite-time stabilization and stabilizability of a class of controllable systems [J]. *Systems & Control Letters*, 2001, 46(4): 231 – 236.
- [4] BHAT S P, BERNSTEIN D S. Finite-time stability of homogeneous systems [C] // *Proceedings of the 1997 American Control Conference*. Albuquerque, New Mexico: American Automatic Control Council, 1997: 2513 – 2514.
- [5] BHAT S P, BERMSTEIN D S. Finite-time stability of continuous autonomous systems [J]. *SIAM Journal on Control and Optimization*, 2000, 38(3): 751 – 766.
- [6] BHAT S P, BERNSTEIN D S. Lyapunov analysis of finite-time differential equations [C] // *Proceedings of the 1995 American Control Conference*. Seattle, Washington: American Automatic Control Council, 1995: 1831 – 1832.
- [7] HONG Y G, WANG J K. Non-smooth finite-time stabilization of a class for nonlinear systems [J]. *Science in China Series F*, 2006, 49(1): 80 – 89.
- [8] HUANG X Q, LIN W, YANG B. Global finite-time stabilization of a class uncertain nonlinear systems [J]. *Automatica*, 2005, 41(5): 881 – 888.
- [9] HONG Y G, YANG G W, CHENG D Z, et al. Finite-time convergent control using terminal sliding mode [J]. *Journal of Control Theory and Applications*, 2004, 2(1): 69 – 74.
- [10] WU Y Q, WANG B, ZONG G D. Finite-time tracking controller design for nonholonomic systems with extended chained form [J]. *IEEE Transactions on Circuits and Systems, II: Express Briefs*, 2005, 52(11): 798 – 802.
- [11] CHAKER J. Finite-time partial stabilizability of chained systems [J]. *Comptes Rendus Mathematique*, 2008, 136(17/18): 975 – 980.
- [12] FENG Y, YU X H, MAN Z H. Non-singular terminal sliding mode control of rigid manipulators [J]. *Automatica*, 2002, 38(12): 2159 – 2167.
- [13] BARTOLINI G, FERRARA A, PUNTA E. Multi-input second order sliding mode hybrid control of constrained manipulators [J]. *Dynamics and Control*, 2000, 10(3): 277 – 296.
- [14] WANG C L. Semiglobal practical stabilization of nonholonomic wheeled mobile robots with saturated inputs [J]. *Automatica*, 2008, 44(3): 816 – 822.
- [15] ZHOU B, DUAN G R. Global stabilization of multiple integrators via saturated controls [J]. *IET, Control Theory & Applications*, 2007, 1(6): 1586 – 1593.
- [16] LUO J, TSIOTRAS P. Control design for chained-form systems with bounded inputs [J]. *Systems & Control Letters*, 2000, 39(2): 123 – 131.
- [17] BHAT S P, BERNSTEIN D S. Continuous finite-time stabilization of the translational and rotational double integrators [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1998, 43(5): 679 – 682.
- [18] 丁世宏, 李世华. 输入饱和下的非线性积分系统的全局有限时间镇定 [J]. *自动化学报*, 2011, 37(10): 1222 – 1231. (DING Shihong, LI Shihua. Global finite-time stabilization of nonlinear integrator systems subject to input saturation [J]. *Acta Automatica Sinica*, 2011, 37(10): 1222 – 1231.)
- [19] 霍伟. 机器人动力学与控制 [M]. 北京: 高等教育出版社, 2005: 51 – 60. (HUO Wei. *Robot Dynamics and Control* [M]. Beijing: Higher Education Press, 2005: 51 – 60.)

作者简介:

张恒俊 (1988–), 男, 硕士研究生, 主要研究方向为非线性控制、机器人视觉反馈控制, E-mail: rory110@163.com;

王朝立 (1965–), 男, 教授, 博士生导师, 主要研究方向为非线性控制、鲁棒控制、智能控制、视觉伺服反馈控制、机器人动力学与控制、多机器人系统控制, E-mail: clclwang@126.com;

陈华 (1978–), 男, 博士, 主要研究方向为鲁棒控制、饱和镇定、非完整系统控制, E-mail: chenhuail12@163.com.