

多通道网络化系统跟踪性能极限

詹习生^{1,2}, 关治洪^{2†}, 吴杰¹, 张先鹤¹, 吴博¹

(1. 湖北师范学院机电与控制工程学院, 湖北黄石 435002; 2. 华中科技大学控制科学与工程系, 湖北武汉 430074)

摘要: 本文基于白噪声和编码影响研究多通道网络化系统跟踪性能极限. 网络化系统的跟踪性能指标是通过跟踪误差的能量来定义的, 采用谱分解技术和范数矩阵理论得到多通道网络化系统跟踪性能极限的下界表达式. 研究结果显示了对象的固有特性(非最小相位零点、零点方向、不稳定极点和极点方向)和多通道的编码器及白噪声决定网络化系统跟踪性能极限; 同时也说明了多通道网络是如何影响系统跟踪性能极限. 仿真结果验证了该结论的正确性.

关键词: 多通道; 网络化系统; 性能极限; 非最小相位零点; 不稳定极点

中图分类号: TP273 **文献标识码:** A

Tracking performance limitation of multi-channel networked systems

ZHAN Xi-sheng^{1,2}, GUAN Zhi-hong^{2†}, WU Jie¹, ZHANG Xian-he¹, WU Bo¹

(1. College of Mechatronics and Control Engineering, Hubei Normal University, Huangshi Hubei 435002, China;

2. Department of Control Science and Engineering, Huazhong University of Science and Technology, Wuhan Hubei 430074, China)

Abstract: The performance limitation for multi-channel networked system with white noise and coding constraints is studied. The tracking performance is measured by the energy of the tracking error. The tracking performance limitation of multi-channel networked system is obtained by applying spectral factorization technique and norm matrix theory. It is shown that the performance limitation for a multi-channel networked system is depending on the intrinsic properties of a given plant such as nonminimum phase zeros, zero direction, unstable poles, pole direction, code and white noise. The result also shows how the multi-channel network may fundamentally constrain the tracking capability of a control system. A typical example is given to illustrate the theoretical results.

Key words: multi-channel; networked systems; performance limitation; nonminimum phase zeros; unstable poles

1 引言(Introduction)

性能极限是控制理论中一个非常重要的研究领域, 特别是在控制系统的设计方面尤为突出. 目前国内外很多学者从事这方面的研究^[1-2]. 文献[1]研究了不确定系统跟踪性能极限问题, 结果表明跟踪性能极限由给定对象的非最小相位零点、时延和不确定性决定; 文献[2]研究多输入多输出线性时不变系统跟踪阶跃信号性能极限问题, 研究结果表明给定对象的不稳定极点、非最小相位零点、极点方向、零点方向和参考输入信号方向决定控制系统的性能极限, 同时也指出二自由度控制器结构能够提高跟踪性能.

近几年来, 对性能极限的研究已经由经典控制理论发展到网络化系统. 网络化系统是在经典控制系统中引入网络环节, 而信息在网络中传输就不可避免受到噪声和网络的带宽影响, 这给控制系统分

析和设计带来许多新的挑战; 而且许多经典控制理论的分析方法在网络化系统中已经不在适用, 网络带宽的限制使得网络化系统的性能下降, 甚至不稳定. 因此基于噪声和网络参数影响研究网络化系统的性能极限具有十分重要意义. 目前国内外关于网络化系统研究已经取得一些成果^[3-9]. 文献[3]基于量化影响研究线性时不变控制系统最优跟踪性能; 研究表明量化会降低控制系统的跟踪性能; 文献[4]基于反馈通道高斯白噪声影响研究线性时不变控制系统最优跟踪性能, 研究表明高斯白噪声会降低控制系统的跟踪性能; 文献[5]提出使不稳定的系统达到稳定所需的网络数据传输速率下确界; 文献[6]基于网络时延影响研究网络控制系统最优跟踪性能; 文献[7]基于网络丢包的影响研究线性时不变系统的最优跟踪性能问题; 文献[8]基于网络带宽影响研究网络控制系统最优跟踪性能, 研究结果表

明带宽影响控制系统的跟踪性能;但是目前仅仅研究网络在反馈通道中,而且也没有涉及到网络通道编码问题。

本文主要基于多通道编码和白噪声的影响研究多变量网络化系统的跟踪性能极限问题.这里主要考虑编码和白噪声同时存在前向通道和反馈通道中.跟踪性能指标以对象的输出和给定输入之间的误差信号的能量来度量.研究表明跟踪性能极限下界由两部分组成,其中一部分取决于给定对象的非最小相位的零点和极点方向以及参考输入的方向,另一部分取决于给定对象的非最小相位的零点、不稳定的极点、极点方向、多通道编码和白噪声.前部分是不考虑网络的影响线性时不变系统跟踪性能极限,后部分是网络因素破坏了网络化系统的跟踪性能极限.研究结果揭示了多通道网络化系统的跟踪性能极限与控制系统的固有特征和网络通道的编码器以及白噪声的关系,这为网络化系统的设计包括通信网络的设计提供了理论指导.

2 问题描述(Problem formulations)

本文所涉及到的符号都是标准符号. $x(t)$ 定义连续时间信号,其拉氏变换为 $\tilde{x}(s)$. 对于任意的向量 u , 用 u^H 表示其复共轭转置. 对于任意随机变量 N , 用 $E\{N\}$ 表示其期望. A^H 定义矩阵 A 的复共轭转置. $\angle(u, v) = |u^H v|$ 定义任意两个单位向量 u 和 v 的夹角. $\mathbb{C}_+ := \{s : \text{Re}(s) > 0\}$ 和 $\mathbb{C}_- := \{s : \text{Re}(s) < 0\}$ 分别表示左半平面和右半平面. \mathcal{H}_2 和 \mathcal{H}_2^+ 是在 \mathbb{C}_+ 和 \mathbb{C}_- 解析的函数的子空间. $\|\cdot\|$ 表示欧几里得向量范数和 \mathcal{L}_2 空间中的 $\|\cdot\|_2$ 范数, $\|\cdot\|_F$ 表示 Frobenius 范数, $\|F\|_F = \text{tr}(F^H F)$. \mathcal{L}_2 空间是有内积的希尔伯特空间,

$$\langle f, g \rangle := \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \text{tr}[(f^H(j\omega)g(j\omega))]d\omega.$$

如果 $\langle f, g \rangle = 0$, 那么对于任意的 $f, g \in \mathcal{L}_2$, 它们都是正交的. 根据文献[10], 可以将 \mathcal{L}_2 分成两个正交的子空间 \mathcal{H}_2 和 \mathcal{H}_2^+ . $R\mathcal{H}_\infty$ 定义所有稳定的、正则的传递函数矩阵的集合.

基于多通道编码和白噪声影响研究网络化系统的性能极限问题. 为了分析问题的简单, 多通道网络化系统的模型如图1所示.

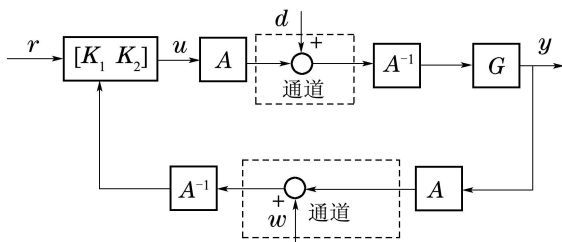


图1 网络化系统结构图

Fig. 1 The physical architecture of networked system

在图1中: G 表示被控对象, $[K_1 \ K_2]$ 表示双自由度控制器, $G(s)$ 和 $[K_1(s) \ K_2(s)]$ 分别表示它们的传递函数矩阵, A 和 A^{-1} 分别表示多通道编码和解码, d 和 w 分别表示前向多通道和反馈多通道白噪声. 信号 r, y, u 和 e 分别表示参考输入、系统输出、前向通道输入信号和网络化系统的跟踪误差信号, 信号 $\tilde{r}, \tilde{y}, \tilde{u}, \tilde{w}, \tilde{d}$ 和 \tilde{e} 分别表示信号 r, y, u, w, d 和 e 的拉氏变换. 对于任意给定参考输入信号 r , 多通道网络化系统的跟踪误差定义为 $e = r - y$. 很容易可以看出

$$\tilde{u} = K_1 \tilde{r} + K_2(\tilde{y} + A^{-1}\tilde{w}), \quad \tilde{y} = G\tilde{u} + GA^{-1}\tilde{d}. \quad (1)$$

根据式(1), 可以得到

$$\tilde{y} = (I - GK_2)^{-1}(GK_1\tilde{r} + GK_2A^{-1}\tilde{w} + GA^{-1}\tilde{d}). \quad (2)$$

根据式(2), 可以得到

$$\tilde{e} = \tilde{r} - \tilde{y} = T_1\tilde{r} + T_2\tilde{d} + T_3\tilde{w}, \quad (3)$$

其中:

$$\begin{aligned} T_1 &= I - (I - GK_2)^{-1}GK_1, \\ T_2 &= (I - GK_2)^{-1}GA^{-1}, \\ T_3 &= (I - GK_2)^{-1}GK_2A^{-1}. \end{aligned} \quad (4)$$

多通道网络化系统的跟踪性能指标定义

$$J := E\|\tilde{e}\|_2^2 = E\|\tilde{r} - \tilde{y}\|_2^2. \quad (5)$$

定义多通道网络化系统性能极限 J^* , 即从所有可能的稳定线性控制器集合中选择一个控制器使多通道网络化系统跟踪性能达到极限.

$$J^* = \inf_{K \in \mathcal{K}} J. \quad (6)$$

考虑的参考输入信号是单位阶跃信号^[3]:

$$r(t) = \begin{cases} r_0\nu, & t \geq 0, \\ 0, & t < 0. \end{cases} \quad (7)$$

参考输入信号 $r(t)$ 的幅值 r_0 是一个均值为0且方差为1的随机变量, ν 是参考输入信号的方向.

假设这里考虑的多通道白噪声 d 和 w 都是均值为零, 方差为 γ_i^2 和 σ_i^2 的随机变量, 并且各个通道中噪声是相互独立.

对于任意左可逆和右可逆有理传递函数矩阵 G , 考虑 G 互质分解成以下形式:

$$G = NM^{-1} = \tilde{M}^{-1}\tilde{N}, \quad (8)$$

其中: $N, \tilde{N}, M, \tilde{M} \in R\mathcal{H}_\infty$, 并且满足双Bezout恒等式

$$\begin{bmatrix} \tilde{X} & -\tilde{Y} \\ -\tilde{N} & \tilde{M} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} M & Y \\ N & X \end{bmatrix} = I, \quad (9)$$

其中: $X, \tilde{X}, M, \tilde{M} \in R\mathcal{H}_\infty$. 根据文献[11]很容易

知道所有使控制系统稳定的补偿器集合都可以用 Youla 参数化表示 \mathcal{K} :

$$\mathcal{K} := \{K : K = [K_1 \ K_2] = (X - RN)^{-1} \cdot [QY - RM], Q \in R\mathcal{H}_\infty, R \in R\mathcal{H}_\infty\}. \quad (10)$$

一个非最小相位传递函数矩阵可以分解为一个最小相位部分和一个全通因子部分, 即

$$N = L_z N_m. \quad (11)$$

其中: L_z 是全通因子, N_m 是最小相位部分, L_z 包含对象的所有非最小相位零点 $z_i \in \mathbb{C}_+, i = 1, \dots, n$, 根据文献[11], 把 L_z 分解成

$$L_z(s) = \prod_{i=1}^n L_i(s), \quad (12)$$

其中:

$$L_i(s) = I - \frac{\bar{z}_i z_i - s}{z_i s + \bar{z}_i} \eta_i \eta_i^H,$$

η_i 表示零点方向的单位向量.

假设参考输入信号 r 、前向多通道白噪声 d 和反馈多通道白噪声 w 互不相关, 则多通道网络化系统跟踪性能指标可以表示为

$$J = \|T_1 \frac{\nu}{s}\|_2^2 + \|T_2 \phi\|_2^2 + \|T_3 V\|_2^2. \quad (13)$$

3 网络化系统跟踪性能极限(Tracking performance limitation of networked systems)

根据式(4)(8)–(10), 可以得到

$$\begin{cases} T_1 = I - NQ, T_2 = N(\tilde{X} - R\tilde{N})A^{-1}, \\ T_3 = N(\tilde{Y} - R\tilde{M})A^{-1}V, \end{cases} \quad (14)$$

根据式(5)(13)–(14), 网络化系统跟踪性能指标 J 可以表示为

$$J = \left\| \frac{(I - NQ)\nu}{s} \right\|_2^2 + \|N(\tilde{X} - R\tilde{N})A^{-1}\phi\|_2^2 + \|N(\tilde{Y} - R\tilde{M})A^{-1}V\|_2^2. \quad (15)$$

根据式(6)(15), J^* 可以表示为

$$J = \left\| \frac{(I - NQ)\nu}{s} \right\|_2^2 + \|N(\tilde{X} - R\tilde{N})A^{-1}\phi\|_2^2 + \|N(\tilde{Y} - R\tilde{M})A^{-1}V\|_2^2. \quad (16)$$

定义

$$\begin{cases} J_1^* = \inf_{Q \in R\mathcal{H}_\infty} \left\| \frac{(I - NQ)\nu}{s} \right\|_2^2, \\ J_2^* = \inf_{R \in R\mathcal{H}_\infty} \left\| \begin{bmatrix} N(\tilde{X} - R\tilde{N})A^{-1}\phi \\ N(\tilde{Y} - R\tilde{M})A^{-1}V \end{bmatrix} \right\|_2^2. \end{cases} \quad (17)$$

为了获得 J^* , 可以任意选择合适的 Q 和 R .

定理 1 如果 G 可以分解式(8)和式(11), 那么多通道网络化系统跟踪性能极限

$$J^* \geq \sum_{i=1}^n \frac{2\text{Re}(z_i)}{|z_i|^2} \cos^2 \angle(\eta_i, \nu) + J_{21}^*,$$

其中:

$$J_{21}^* = \sum_{i,j=1}^n \frac{4\text{Re}(z_i)\text{Re}(\bar{z}_j)}{z_i + \bar{z}_j} [\zeta_i^H E_i^H A^{-1}(z_i)^H \phi \cdot \gamma_i^H \gamma_j A^{-1}(z_i) \phi E_j \zeta_j \zeta_j^H H_j H_i^H \zeta_i] + \sum_{k,j=1}^m \frac{4\text{Re}(p_j)\text{Re}(p_k)}{p_j + \bar{p}_k} [\omega_j^H F_j^H V A^{-1}(p_j)^H \lambda_j^H \lambda_k A^{-1}(p_j) V F_k \omega_k \omega_k^H O_k O_j^H \omega_j].$$

$$E_i = \left(\prod_{k=1}^{i-1} D_{\Lambda k}(z_i) \right)^{-1}, H_i = \left(\prod_{k=i+1}^n D_{\Lambda k}(z_i) \right)^{-1},$$

$$\gamma_i = N_m(z_i) M^{-1}(z_i), F_j = \left(\prod_{k=1}^{j-1} T_{\Lambda k}(p_j) \right)^{-1},$$

$$O_j = \left(\prod_{k=j+1}^m T_{\Lambda k}(p_j) \right)^{-1}, \lambda_j = -L_z^{-1}(p_j),$$

$$\phi = \text{diag}\{\gamma_1, \gamma_2, \dots, \gamma_n\}, V = \text{diag}\{\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_n\}.$$

证 根据式(11)(17), 可以得到

$$J_2^* = \inf_{R \in R\mathcal{H}_\infty} \left\| N_m \begin{bmatrix} (\tilde{X} - R\tilde{N})A^{-1}\phi \\ (\tilde{Y} - R\tilde{M})A^{-1}V \end{bmatrix} \right\|_2^2.$$

通过一个简单的计算, 可以得到

$$J_2^* = \inf_{R \in R\mathcal{H}_\infty} \left\| N_m \begin{bmatrix} \tilde{X}A^{-1}\phi \\ \tilde{Y}A^{-1}V \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} N_m R \tilde{N} A^{-1} \phi \\ N_m R \tilde{M} A^{-1} V \end{bmatrix} \right\|_2^2. \quad (18)$$

同时, 进一步定义

$$\tilde{N}A^{-1}\phi = \tilde{N}_\Lambda L_{\Lambda p}, \tilde{M}A^{-1}V = \tilde{M}_\Lambda B_{\Lambda p}. \quad (19)$$

类似文献[12]有

$$L_{\Lambda p}(s) = \prod_{i=1}^n D_{\Lambda i}(s), B_{\Lambda p}(s) = \prod_{j=1}^m T_{\Lambda j}(s),$$

其中:

$$D_{\Lambda i}(s) = I - \frac{2\text{Re}(z_i)}{s + \bar{z}_i} \zeta_i \zeta_i^H,$$

$$T_{\Lambda j}(s) = I - \frac{2\text{Re}(p_j)}{s + \bar{p}_j} \omega_j \omega_j^H,$$

ζ_i 和 ω_j 都是单位向量.

根据式(18)–(19)有

$$J_2^* = \inf_{R \in R\mathcal{H}_\infty} \left\| N_m \begin{bmatrix} \tilde{X}A^{-1}\phi \\ \tilde{Y}A^{-1}V \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} N_m R \tilde{N}_\Lambda L_{\Lambda p} \\ N_m R \tilde{M}_\Lambda B_{\Lambda p} \end{bmatrix} \right\|_2^2.$$

因为 $L_{\Lambda p}$ 和 $B_{\Lambda p}$ 都是全通因子, 所以

$$J_2^* = \inf_{R \in R\mathcal{H}_\infty} \left\| \begin{bmatrix} N_m \tilde{X}A^{-1}\phi L_{\Lambda p}^{-1} \\ N_m \tilde{Y}A^{-1}V B_{\Lambda p}^{-1} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} N_m R \tilde{N}_\Lambda \\ N_m R \tilde{M}_\Lambda \end{bmatrix} \right\|_2^2.$$

基于部分分式展开形式, 可以得到

$$\sum_{i=1}^n N_m(z_i) \tilde{X}(z_i) A^{-1}(z_i) \phi E_i (D_{\Lambda j}^{-1} - I) H_i + R_1 =$$

$$N_m \tilde{X} A^{-1} \phi L_{\Lambda p}^{-1},$$

其中: $R_1 \in R\mathcal{H}_\infty$,

$$E_i = \left(\prod_{k=1}^{i-1} D_{\Lambda k}(z_i) \right)^{-1}, H_i = \left(\prod_{k=i+1}^n D_{\Lambda k}(z_i) \right)^{-1}.$$

同样可以得到

$$\sum_{j=1}^m N_m(p_j) \tilde{Y}(p_j) A^{-1}(p_j) V F_j (T_{\Lambda j}^{-1} - I) O_j + R_2 =$$

$$N_m \tilde{Y} A^{-1} V B_{\Lambda p}^{-1},$$

其中: $R_2 \in R\mathcal{H}_\infty$,

$$F_j = \left(\prod_{k=1}^{j-1} T_{\Lambda k}(p_j) \right)^{-1}, O_j = \left(\prod_{k=j+1}^m T_{\Lambda k}(p_j) \right)^{-1}.$$

则 J_2^* 能重新被表示为

$$J_2^* = \inf_{R \in R\mathcal{H}_\infty} \left\| \begin{bmatrix} R_1 - N_m R \tilde{N}_\Lambda \\ R_2 - N_m R \tilde{M}_\Lambda \end{bmatrix} \right\| + \left\| \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^n N_m(z_i) \tilde{X}(z_i) A^{-1}(z_i) \phi E_i (D_{\Lambda j}^{-1} - I) H_i \\ \sum_{j=1}^m N_m(p_j) \tilde{Y}(p_j) A^{-1}(p_j) V F_j (T_{\Lambda j}^{-1} - I) O_j \end{bmatrix} \right\|_2.$$

因为 $\sum_{i=1}^n N_m(z_i) \tilde{X}(z_i) A^{-1}(z_i) \phi E_i (D_{\Lambda j}^{-1} - I) H_i$ 属于 \mathcal{H}_2^\perp , $(R_1 - N_m R \tilde{N}_\Lambda)$ 和 $(R_2 - N_m R \tilde{M}_\Lambda)$ 都属于 \mathcal{H}_2 , 因此 J_2^* 可以化为

$$J_2^* = \inf_{R \in R\mathcal{H}_\infty} \left\| \begin{bmatrix} R_1 - N_m R \tilde{N}_\Lambda \\ R_2 - N_m R \tilde{M}_\Lambda \end{bmatrix} \right\|_2 + \left\| \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^n N_m(z_i) \tilde{X}(z_i) A^{-1}(z_i) \phi E_i (D_{\Lambda j}^{-1} - I) H_i \\ \sum_{j=1}^m N_m(p_j) \tilde{Y}(p_j) A^{-1}(p_j) V F_j (T_{\Lambda j}^{-1} - I) O_j \end{bmatrix} \right\|_2.$$

定义 J_{21}^* 和 J_{22}^* 表示为

$$J_{21}^* = \left\| \sum_{i=1}^n N_m(z_i) \tilde{X}(z_i) A^{-1}(z_i) \phi E_i (D_{\Lambda j}^{-1} - I) H_i \right\|_2 +$$

$$\left\| \sum_{j=1}^m N_m(p_j) \tilde{Y}(p_j) A^{-1}(p_j) V F_j (T_{\Lambda j}^{-1} - I) O_j \right\|_2$$

$$J_{22}^* = \inf_{R \in R\mathcal{H}_\infty} \{ \|R_1 - N_m R \tilde{N}_\Lambda\|_2^2 + \|R_2 - N_m R \tilde{M}_\Lambda\|_2^2 \}.$$

通过一个直接的计算, 可以得到:

$$\left\| \sum_{i=1}^n N_m(z_i) \tilde{X}(z_i) A^{-1}(z_i) \phi E_i (D_{\Lambda j}^{-1} - I) H_i \right\|_2^2 = \sum_{i,j=1}^n \frac{4 \operatorname{Re}(z_i) \operatorname{Re}(\bar{z}_j)}{z_i + \bar{z}_j} [\zeta_i^H E_i^H A^{-1}(z_i)^H \phi \gamma_i^H.$$

$$\gamma_j A^{-1}(z_i) \phi E_j \zeta_j^H H_j H_i^H \zeta_i],$$

其中 $\gamma_i = N_m(z_i) \tilde{X}(z_i)$.

同时, 根据式(9)和 $N(z_i) = 0$, 可以得到 $\gamma_i = N_m(z_i) M^{-1}(z_i)$.

同样可以得到:

$$\left\| \sum_{j=1}^m N_m(p_j) \tilde{Y}(p_j) A^{-1}(p_j) V F_j (T_{\Lambda j}^{-1} - I) O_j \right\|_2^2 =$$

$$\sum_{k,j=1}^m \frac{4 \operatorname{Re}(p_j) \operatorname{Re}(p_k)}{p_j + \bar{p}_k} [\omega_j^H F_j^H V A^{-1}(p_j)^H \lambda_j^H.$$

$$\lambda_k A^{-1}(p_j) V F_k \omega_k \omega_k^H O_k O_j^H \omega_j],$$

其中 $\lambda_j = -L_z^{-1}(p_j)$, 所以

$$J_{21}^* = \sum_{i,j=1}^n \frac{4 \operatorname{Re}(z_i) \operatorname{Re}(\bar{z}_j)}{z_i + \bar{z}_j} [\zeta_i^H E_i^H A^{-1}(z_i)^H \phi.$$

$$\gamma_i^H \gamma_j A^{-1}(z_i) \phi E_j \zeta_j^H H_j H_i^H \zeta_i] +$$

$$\sum_{k,j=1}^m \frac{4 \operatorname{Re}(p_j) \operatorname{Re}(p_k)}{p_j + \bar{p}_k} [\omega_j^H F_j^H V A^{-1}(p_j)^H.$$

$$\lambda_j^H \lambda_k A^{-1}(p_j) V F_k \omega_k \omega_k^H O_k O_j^H \omega_j].$$

因为 N_n, \tilde{N}_Λ 和 \tilde{M}_Λ 是最小相位函数矩阵, 并且可以任意选择合适的 R , 因此

$$\inf_{R \in R\mathcal{H}_\infty} \|R_1 - N_m R \tilde{N}_\Lambda\|_2^2 = 0,$$

$$\inf_{R \in R\mathcal{H}_\infty} \|R_2 - N_m R \tilde{M}_\Lambda\|_2^2 = 0,$$

则 $J_{22}^* \geq 0$.

根据文献[2]中相关结论, 可以得到

$$J_1^* = \sum_{i=1}^n \frac{2 \operatorname{Re}(z_i)}{|z_i|^2} \cos^2 \angle(\eta_i, \nu).$$

证毕.

根据定理1可以看出: 基于编码影响的多通道网络化系统的跟踪性能极限不仅由给定的被控对象的固有特性(非最小相位零点、零点方向、不稳定极点和极点方向)决定, 而且由多通道的编码和白噪声决定; 同时也说明了多通道网络是如何影响系统跟踪性能极限的.

推论 1 在定理1中, 如果不考虑多通道网络影响时, 则控制系统跟踪性能极限为

$$J^* = \sum_{i=1}^n \frac{2 \operatorname{Re}(z_i)}{|z_i|^2} \cos^2 \angle(\eta_i, \nu).$$

推论1显示了多输入多输出系统跟踪性能极限仅由给定对象的非最小相位零点、零点方向和输入信号方向决定, 这个结论与文献[2]相同.

4 数值仿真(Numerical example)

考虑不稳定系统的传递函数为

$$G(s) = \frac{s-1}{s(s-k)(s+1)}.$$

其中: $z = 1$ 是非最小相位零点, k 是不稳定极点, $k \in [2, 20]$.

假设前向通道和反馈通道白噪声方差: $\gamma^2 = 0.1$, $\sigma^2 = 0.5$. 根据定理可以得到网络化系统的跟踪性能极限 $J^* \geq 2 + 4(0.1 + k)/a^2(1 - k)^2$, 其中 a 是网络通道编码.

基于不同的不稳定极点和不同的编码网络化系统跟踪性能极限如图2所示. 当编码为二进制($a = a^1$)的时候, 网络化跟踪性能极限如图2中实线所示, 当编码为4进制($a = a^2$)的时候, 网络化系统跟踪性能极限如图2中带圈的实线所示, 同时说明编码的位数越高, 网络化系统跟踪性能极限越好. 当不考虑通道网络时, 网络化系统跟踪性能极限如图2中带叉实线所示. 进一步说明了采用二自由度控制器控制时, 控制系统的跟踪性能极限与不稳定极点无关, 这与文献[2]中结果相同.

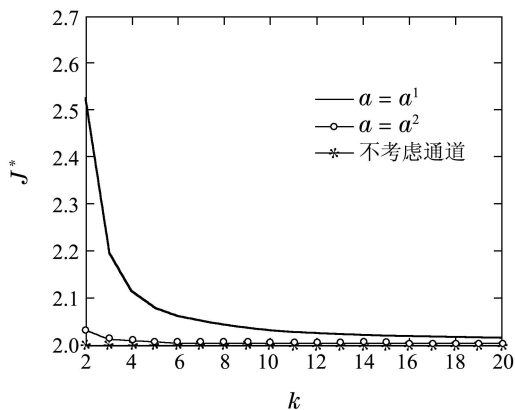


图2 多通道网络化系统跟踪性能极限

Fig. 2 Tracking performance limitation of networked systems

5 结论(Conclusions)

基于编码影响研究多通道网络化系统跟踪阶跃信号的性能极限. 这里考虑白噪声同时存在于前向多通道和反馈多通道. 采用谱分解技术和矩阵范数理论得到多通道网络化系统跟踪性能极限的下界. 研究表明多通道网络化系统跟踪性能极限仅仅由给定对象的非最小相位零点、零点方向、不稳定极点、极点方向、参考信号方向和多通道白噪声以及编码决定; 同时也显示了多通道网络是如何影响跟踪性能的. 仿真结果进一步说明了当编码的位数越高, 跟踪性能越好.

参考文献(References):

[1] GOODWIN G, SALGADO M, YUZ J. Performance limitations for linear feedback systems in the presence of plant uncertainty [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2003, 48(8): 1312 – 1319.

[2] CHEN J, QIU L, TOKER O. Limitations on maximal tracking accuracy [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2000, 45(2): 326 – 331.

[3] 祁恬, 刘寅, 苏为洲. 基于量化控制信号的线性系统的跟踪性能极限. 控制理论与应用, 2009, 26(7): 745 – 750.
(QI Tian, LIU Yin, SU Weizhou. The performance limit in tracking of a linear system with a quantized control signal [J]. *Control Theory & Applications*, 2009, 26(7): 745 – 750.)

[4] DING L, WANG H N, GUAN Z H. Tracking under additive white gaussian noise effect [J]. *IET Control Theory and Application*, 2010, 4 (11): 1312 – 1319.

[5] NAIR G, EVANS R. Exponential stabilizability of finite-dimensional linear systems with limited data rates [J]. *Automatica*, 2003, 39(4): 1632 – 1637.

[6] 詹习生, 关治洪, 吴博. 网络化控制系统最优跟踪性能 [J]. 华中科技大学学报, 2010, 38 (12): 48 – 51.
(ZHAN Xisheng, GUAN Zhihong, WU Bo. Optimal tracking performance of networked control systems [J]. *Journal of Huazhong University of Science and Technology (Natural Science Edition)*, 2010, 38(12): 48 – 51.)

[7] WU J, ZHAN X S, ZHANGX H, et al. Best tracking of discrete-time systems based on packet dropout constraint [J]. *ICIC Express Letters, Part B: Applications*, 2012, 3(2): 389 – 394.

[8] GUAN Z H, ZHAN X S, FENG G. Optimal tracking performance of MIMO discrete-time systems with communication constraints [J]. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 2012, 22(13): 1429 – 1439.

[9] 杨春曦, 关治洪, 黄剑, 等. 时延加权融合技术的无线传感器网络控制 [J]. 控制理论与应用, 2011, 28 (2): 157 – 165.
(YANG Chunxi, GUAN Zhihong, HUANG Jian, et al. Stabilization of networked control systems with wireless sensors based on time-delay weighted fusion [J]. *Control Theory & Applications*, 2011, 28 (2): 157 – 165.)

[10] FRANCIS B A. *A Course in Control Theory* [M]. Berlin.: Springer-Verlag, 1987.

[11] ZHOU K M, DOYLE J C. *Robust and Optimal Control* [M]. New York: Prentice Hall, Inc, 1995.

[12] LI Y, TUNCEL E, CHEN J. Optimal tracking performance of discrete-time systems over an additive white noise channel [C] // *The 48th IEEE Conference on Decision and Control and the 28th Chinese Control Conference*. Shanghai: IEEE, 2009: 2070 – 2075.

作者简介:

詹习生 (1979–), 男, 博士, 讲师, 目前研究方向为网络化控制系统、复杂网络和迭代学习控制, E-mail: xisheng519@126.com;

关治洪 (1955–), 男, 教授, 博士生导师, 目前研究方向为复杂网络系统与控制、脉冲切换混杂系统、群集智能系统、非线性混沌分叉动力学等, E-mail: zhguan@mail.hust.edu.cn;

吴杰 (1980–), 女, 硕士, 讲师, 目前研究方向为复杂网络与工业过程控制;

张先鹤 (1963–), 男, 教授, 硕士生导师, 目前研究方向为复杂网络与最优控制;

吴博 (1985–), 男, 硕士, 讲师, 目前研究方向为无线传感器网络与最优控制.