

考虑推力器安装偏差的航天器姿态机动有限时间控制

胡庆雷[†], 李波, 张爱华, 张振霞

(哈尔滨工业大学 航天学院, 黑龙江 哈尔滨 150001)

摘要: 针对航天器快速姿态机动控制问题, 考虑存在参数不确定性、外部干扰、推力器安装偏差以及控制输入饱和和受限的多约束条件下, 提出了一类自适应终端滑模有限时间控制方法, 显式地引入推力器输出的饱和幅值, 确保闭环系统在有限时间内快速收敛到滑模面的邻域内; 同时, 通过引入参数自适应学习律, 使得控制器的设计不依赖于参数不确定性、外部干扰以及推力器安装偏差信息; 此外, 基于Lyapunov稳定性定理对所提出的控制器进行了理论分析, 并通过给定某型航天器参数进行了数值仿真, 结果表明在考虑多约束情况下, 系统具有较快的收敛速度, 且具有很好的动态性能, 从而验证了所设计方案的有效性、可行性。

关键词: 航天器; 有限时间; 控制饱和; 安装偏差; 终端滑模

中图分类号: V448.2 **文献标识码:** A

Finite-time attitude maneuver control of spacecraft under control saturation and misalignment

HU Qing-lei[†], LI Bo, ZHANG Ai-hua, ZHANG Zhen-xia

(School of Astronautics, Harbin Institute of Technology, Harbin Heilongjiang 150001, China)

Abstract: An adaptive terminal sliding-mode-based finite-time control scheme is proposed for the attitude maneuver control of a spacecraft, in which the parameters uncertainty, external disturbances, thruster misalignment and input saturation are taken into account simultaneously. By considering the saturation magnitude of the thruster output, this scheme ensures the closed-loop for a rapid convergence into the neighborhood of the sliding surface in a finite period of time. The self-adaptive law for the parameters makes the control design independent of the parameter uncertainty, the external disturbances and the thruster misalignment. The controller is analyzed by using Lyapunov stability theorem. Numerical simulation is performed on an aircraft model with given parameters. Experimental results show a rapid-convergence and desired performances when multiple constraints are considered, thus, validating the effectiveness and feasibility of the designed scheme.

Key words: spacecraft; finite-time; control saturation; misalignment; terminal sliding-mode

1 引言(Introduction)

航天器的挠性振动和燃料消耗等都会引起转动惯量的不确定性, 此外也不可避免的受到各种外干扰的影响, 并且执行机构总是存在一定的安装偏差, 因此, 设计使得系统具有较快的收敛性和较强鲁棒性的控制方案具有重要的理论意义和工程价值。

有限时间控制不仅具有快速收敛的特点, 且具有更好的鲁棒性和抗干扰性^[1-2], 近年来引起了广泛关注, 且在航天器控制上有了一定的应用^[3-5]. 文献[3]在不考虑外干扰情况下, 基于四元数反馈设计鲁棒控制器可以保证系统在有限时间跟踪目标状态. 文献[5]设计了终端滑模控制方法, 可以保证系统在外干扰的情况下有限时间收敛到包含平衡点的

稳定域内, 但是需要假设干扰的上界是已知的. 然而, 实际系统中的不确定性上界是不能精确获知的, 自适应控制方法的在线学习能力能够很好的解决上述问题^[6-7], 但这些已有的研究成果大都是保证渐进收敛到稳定平衡状态。

针对航天器饱和和受限问题, 一种方法是通过设计补偿器来削弱饱和和非线性对系统的影响^[8]; 另一种常用的方法是直接法, 即在控制器设计的同时考虑了系统的饱和特性^[9-10]. 文献[9]针对刚体航天器的姿态控制问题, 基于滑模变结构设计的控制器本身就满足输入约束条件, 即控制力矩始终是小于饱和幅值的. 文献[10]在上述基础上, 通过引入自适应控制方法提高了系统的鲁棒性. 但是上述控制器均是

收稿日期: 2012-06-25; 收修改稿日期: 2012-11-04.

[†]通信作者. Tel.: +86 0451-86413411-8606.

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(61004072, 61273175); 高校博士点专项科研基金资助项目(20102302110031); 2011年度教育部新世纪优秀人才支持计划资助项目(NCET-11-0801); 黑龙江省青年科学基金资助项目(QC2012C024).

在假设执行机构能够精确输出的前提下设计的,然而在实际中执行机构的安装总是不可避免的存在安装误差,且该误差往往对控制精度具有较大的影响^[11].文献[12]针对编队卫星姿态协同控制问题,在控制器设计时考虑了执行机构的安装误差对系统的影响,且通过引入自适应更新律对误差进行在线估计,进而有效的抑制了该误差对系统性能的影响.但是上述控制器的设计均是使系统的状态变量在无限时间内渐进稳定到平衡点.

为此,针对存在参数不确定性、外部干扰、推力器安装偏差以及控制输入饱和和受限等多种约束的姿态机动控制问题,本文提出了一类自适应终端滑模有限时间控制方法,并通过数值仿真验证了本文方案的有效性与可行性.

2 预备知识与航天器模型(The preliminaries and model of spacecraft)

2.1 有限时间定义与引理(Definitions and lemmas of finite-time stabilization)

首先,笔者给出有限时间稳定的相关定义和引理^[13-15].

定义 1 考虑如下非线性系统:

$$\dot{\boldsymbol{x}} = f(\boldsymbol{x}, u), \quad (1)$$

其中: $\boldsymbol{x} \in \mathbb{R}^n$ 为状态变量, u 为输入变量, $f(\boldsymbol{x})$ 为连续函数,且 $f(0) = 0$. 如果系统(1)是Lyapunov稳定的,且存在时间函数 $T(\boldsymbol{x})$,使得对于所有的 $t \geq T(\boldsymbol{x})$ 的 $\boldsymbol{x}(t) = 0$ 恒成立,则称系统(1)是有限时间稳定的. 如果对于任意 $\boldsymbol{x}(t_0) = \boldsymbol{x}_0$, 存在 $\varepsilon > 0$ 和 $T(\varepsilon, \boldsymbol{x}_0) < \infty$, 使得对于所有 $t \geq t_0 + T$, $\|\boldsymbol{x}(t)\| < \varepsilon$ 恒成立,则可以说这个非线性系统是实际有限时间稳定的.

引理 1 针对系统(1), 假设存在一个连续可微的正定函数 $V(\boldsymbol{x}) : D \rightarrow \mathbb{R}^n$, $\lambda > 0$ 和 $\alpha \in (0, 1)$, 以及一个包含平衡点的邻域 $D_0 \in D$ 使得 $\dot{V}(\boldsymbol{x}) + \lambda V^\alpha(\boldsymbol{x}) \leq 0$, $\boldsymbol{x} \in D_0 \setminus \{0\}$ 成立, 则可以认为上述自治系统是有限时间稳定的; 若 $D = D_0 = \mathbb{R}^n$, 则系统为全局有限时间稳定. 令 $V(\boldsymbol{x}_0)$ 为 $V(\boldsymbol{x})$ 的初值, T_{reach} 为达到时间, 则有 $T_{\text{reach}} \leq \frac{V^{1-\alpha}(\boldsymbol{x}_0)}{\lambda(1-\alpha)}$.

引理 2 针对系统(1), 假设存在一个连续可微的正定函数 $V(\boldsymbol{x}) : D \rightarrow \mathbb{R}^n$, $\lambda > 0$, $\alpha \in (0, 1)$, $0 < \eta < \infty$ 使得 $\dot{V}(\boldsymbol{x}) \leq -\lambda V^\alpha(\boldsymbol{x}) + \eta$ 成立, 则可以说系统(1)是实际有限时间稳定的, 且到达时间为 $T_{\text{reach}} \leq \frac{V^{1-\alpha}(\boldsymbol{x}_0)}{\lambda\theta_0(1-\alpha)}$, $0 < \theta_0 < 1$.

引理 3 对实数 $x_i, i = 1, 2, \dots, n$ 和 $0 < b < 1$, 如下不等式恒成立:

$$(|x_1| + \dots + |x_n|)^b \leq |x_1|^b + \dots + |x_n|^b.$$

2.2 挠性航天器模型(The mathematical model of flexible spacecraft)

采用四元数来描述航天器的运动学方程^[16]:

$$\dot{\boldsymbol{q}} = \frac{1}{2} \Xi(\boldsymbol{q}) \boldsymbol{\omega} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} -\boldsymbol{q}^T \\ q_0 I_3 + \boldsymbol{q}^\times \end{bmatrix} \boldsymbol{\omega}, \quad (2)$$

式中: $\boldsymbol{\omega}$ 表示航天器角速度, $\boldsymbol{q} = \{q_0, \boldsymbol{q}\} \in \mathbb{R} \times \mathbb{R}^3$ 表示单位四元数, 并且满足约束 $q_0^2 + \boldsymbol{q}^T \boldsymbol{q} = 1$, 其中 $\boldsymbol{q} = [q_1, q_2, q_3]^T$, 此处定义 \boldsymbol{q}^\times 为斜对称矩阵.

考虑挠性航天器动力学模型为

$$J \dot{\boldsymbol{\omega}} + \boldsymbol{\delta}^T \dot{\boldsymbol{\zeta}} = -\boldsymbol{\omega} \times (J \boldsymbol{\omega} + \boldsymbol{\delta}^T \dot{\boldsymbol{\zeta}}) + A \boldsymbol{F} + T_d, \quad (3)$$

$$\ddot{\boldsymbol{\zeta}} + C \dot{\boldsymbol{\zeta}} + K \boldsymbol{\zeta} + \boldsymbol{\delta} \boldsymbol{\omega} = 0, \quad (4)$$

其中: $J \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ 为航天器的正定对称的转动惯量矩阵, $\boldsymbol{\delta}$ 为耦合系数矩阵, $\boldsymbol{\zeta}$ 为挠性模态坐标, T_d 为外干扰力矩, \boldsymbol{F} 为推力器输出推力, $A \in \mathbb{R}^{3 \times n}$ 为安装矩阵, $C = \text{diag}\{2\xi_i \omega_{ni}\} (i = 1, 2, \dots, N)$ 为阻尼矩阵, $K = \text{diag}\{\omega_{ni}^2\}$ 为刚度矩阵, ω_{ni} 和 ξ_i 分别表示挠性模态自然频率和阻尼比, N 为挠性模态个数.

若定义 $\bar{T}_d = -\boldsymbol{\omega} \times \boldsymbol{\delta}^T \dot{\boldsymbol{\zeta}} - \boldsymbol{\delta}^T \ddot{\boldsymbol{\zeta}} + T_d$, 则式(3)可改写为

$$J \dot{\boldsymbol{\omega}} = -\boldsymbol{\omega} \times J \boldsymbol{\omega} + A \boldsymbol{F} + \bar{T}_d. \quad (5)$$

为了便于控制器的设计, 首先给出如下假设.

假设 1 航天器转动惯量矩阵满足不等式 $\|J\| \leq \lambda_J$, λ_J 为转动惯量范数的上界.

假设 2 对于如上定义的干扰力矩, 满足不等式 $\|\bar{T}_d\| \leq b_0 + b_1 \|\boldsymbol{\omega}\|^2$, $b_0 \geq 0$ 和 $b_1 \geq 0$ 为未知常数^[16].

3 自适应终端滑模控制器设计(Adaptive terminal sliding-mode controller design)

选取如下形式终端滑模面:

$$\boldsymbol{s} = \boldsymbol{\omega} + \boldsymbol{\sigma}_1 \text{sgn} \boldsymbol{q}^\beta, \quad (6)$$

式中: $\boldsymbol{\sigma}_1 = \text{diag}\{\sigma_{11}, \sigma_{12}, \sigma_{13}\}$, $0 < \beta < 1$, $\text{sgn} \boldsymbol{q}^\beta = [|q_1|^\beta \text{sgn} q_1 \quad |q_2|^\beta \text{sgn} q_2 \quad |q_3|^\beta \text{sgn} q_3]^T$.

选取如下Lyapunov函数:

$$V_0 = \boldsymbol{q}^T \boldsymbol{q} + (1 - q_0)^2. \quad (7)$$

对上式求导可得

$$\dot{V}_0 \leq -\left(\frac{1}{2}\right)^{(\beta+1)/2} \boldsymbol{\sigma}_1 (V_0)^{(\beta+1)/2}, \quad (8)$$

所以由引理1可知, 选取的滑模面是可以保证系统在滑模面上是有限时间收敛的.

对式(6)两边求导可得

$$J \dot{\boldsymbol{s}} = -\boldsymbol{\omega}^\times J \boldsymbol{\omega} + \bar{T}_d + A \boldsymbol{F} + \frac{\beta}{2} J \boldsymbol{\sigma}_1 \text{diag}\{|q_i|^{\beta-1}\} (q_0 I + \boldsymbol{q}^\times) \boldsymbol{\omega}. \quad (9)$$

定义

$$L(\cdot) = -\omega^\times J\omega + \bar{T}_d + \frac{\beta}{2} J\sigma_1 \text{diag}\{|q_i|^{\beta-1}\} \cdot (q_0 I + \mathbf{q}^\times)\omega,$$

则由假设1, 2可知 $\|L(\cdot)\| \leq b\Phi$, 其中: b 为未知常数, $\Phi = 1 + \|\omega\| + \|\omega\|^2$.

由此, 可得出如下定理:

定理 1 针对存在转动惯量不确定性和外界干扰的航天器姿态控制系统式(2)-(4), 设计如下控制器和自适应控制律:

$$F = -[k_0 + k(t)]A^T \text{sgn } \mathbf{s}^r, \quad (10)$$

$$\dot{\hat{b}} = \eta(\|\mathbf{s}\|\Phi - \varepsilon_0 \hat{b}), \quad (11)$$

则可以保证系统的状态在有限时间收敛到包含滑模面的域内. 其中 $k_0 > 0$, $k(t) = \frac{\hat{b}\Phi}{\lambda_{\min}\|\mathbf{s}\|^r}$, \hat{b} 为 b 的估计值, $\tilde{b} = b - \hat{b}$ 为估计误差.

证 选取Lyapunov函数如下:

$$V = \frac{1}{2}\mathbf{s}^T J\mathbf{s} + \frac{1}{2\eta}\tilde{b}^2. \quad (12)$$

结合式(10)-(11), 对上式求导可得

$$\dot{V} \leq -\lambda_{\min}k_0\left(\frac{\frac{1}{2}\mathbf{s}^T J\mathbf{s}}{\frac{1}{2}\lambda_{\max}(J)}\right)^{\frac{r+1}{2}} + \varepsilon_0\tilde{b}\hat{b}, \quad (13)$$

其中 λ_{\min} 为 A 的最小特征值. 对于任意的标量 $\delta_0 > \frac{1}{2}$, 下列不等式成立:

$$\varepsilon_0\tilde{b}\hat{b} \leq -\frac{\varepsilon_0(2\delta_0 - 1)}{2\delta_0}\tilde{b}^2 + \frac{\varepsilon_0\delta_0}{2}b^2, \quad (14)$$

则有

$$\dot{V} \leq -\gamma V^{\frac{r+1}{2}} + \left(\frac{\varepsilon_0(2\delta_0 - 1)}{2\delta_0}\tilde{b}^2\right)^{\frac{r+1}{2}} + \varepsilon_0\tilde{b}\hat{b}, \quad (15)$$

式中: $1 < \frac{r+1}{2} < 2$,

$$\gamma = \frac{\lambda_{\min}k_0}{\left(\frac{1}{2}\lambda_{\max}(J)\right)^{\frac{r+1}{2}}}, \quad \eta = \frac{\delta_0\gamma^{\frac{2}{r+1}}}{\varepsilon_0(2\delta_0 - 1)}.$$

如果 $\frac{\varepsilon_0(2\delta_0 - 1)}{2\delta_0}\tilde{b}^2 > 1$, 则有

$$\frac{\varepsilon_0(2\delta_0 - 1)}{2\delta_0}\tilde{b}^2 + \varepsilon_0\tilde{b}\hat{b} \leq \frac{\varepsilon_0\delta_0}{2}b^2, \quad (16)$$

则式(15)可变为 $\dot{V} \leq -\gamma V^{\frac{r+1}{2}} + \eta_1$, 其中: $\eta_1 = \frac{\varepsilon_0\delta_0}{2}b^2$.

如果 $\frac{\varepsilon_0(2\delta_0 - 1)}{2\delta_0}\tilde{b}^2 \leq 1$, 则有

$$\frac{\varepsilon_0(2\delta_0 - 1)}{2\delta_0}\tilde{b}^2 + \varepsilon_0\tilde{b}\hat{b} \leq 1 + \varepsilon_0\tilde{b}\hat{b}. \quad (17)$$

当取 ε_0 值任意小时, 可以保证 $1 + \varepsilon_0\tilde{b}\hat{b} \geq 0$, 则式(15)可写成 $\dot{V} \leq -\gamma V^{\frac{r+1}{2}} + \eta_2$, 其中 $\eta_2 = 1 + \varepsilon_0\tilde{b}\hat{b}$.

令 $\eta_0 = \max\{\eta_1, \eta_2\}$, 则式(15)写成下列形式:

$$\dot{V} \leq -\gamma V^{\frac{r+1}{2}} + \eta_0, \quad (18)$$

即滑模面的一个邻域内:

$$\lim_{t \rightarrow T_{\text{reach}}} \mathbf{s}(t) \in \left\{ \|\mathbf{s}\| \leq \sqrt{\frac{\lambda_{\max}(J)}{\lambda_{\min}(J)}} \left(1 - \frac{\eta_0}{(1 - \theta_0)\lambda_{\min}k_0}\right)^{\frac{1}{r+1}} \right\}. \quad (19)$$

证毕.

4 考虑安装偏差和输入饱和的自适应终端滑模控制器设计(Adaptive terminal sliding-mode controller design under actuator misalignment and input saturation)

有限时间控制器的设计一般要求系统的控制增益较大, 然而在实际的控制系统中, 由于自身物理结构和系统能量消耗的限制, 要求执行机构的输出幅值不能过大而是受限的, 即控制系统的输入受限. 此外, 执行机构在安装时或长期工作后中不可避免存在配置误差, 这将对系统的控制精度有很大的影响, 因而, 本部分在考虑执行机构安装误差和输入受限的情况下对上述控制器进行了改进. 本文采用了6个推力器作为航天器的执行机构, 且安装形式如图1所示, 其中 L_1, L_2, L_3 表示推力器安装距离. 如果考虑只有一个推力器存在安装误差的情形, 如图2所示.

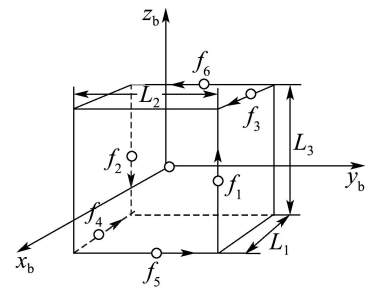


图1 6个推力器安装分配示意图

Fig. 1 Distribution schematics of the six thrusters

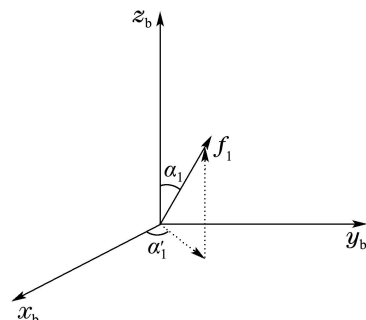


图2 单个推力器安装误差

Fig. 2 Misalignment deviation of one thruster

图2中,考虑到安装误差一般为小角度,假设其满足 $|\alpha_1| \leq \Delta$,常数 Δ 为误差角已知上界,则有 $\cos \alpha_1 \approx 1$, $\sin \alpha_1 \approx \alpha_1$, $\cos \alpha'_1 \approx 1$, $\alpha_1 \alpha'_1 \approx 0$.

由此,由推力器产生的在本体坐标系各轴的总的力矩可以表示为

$$AF = HF + GF\alpha_1, \quad (20)$$

上式中变量分别表示为

$$H = \begin{bmatrix} \frac{L_2}{2} & \frac{L_2}{2} & 0 & 0 & \frac{L_3}{2} & \frac{L_3}{2} \\ -\frac{L_1}{2} & -\frac{L_1}{2} & \frac{L_3}{2} & \frac{L_3}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{L_2}{2} & -\frac{L_2}{2} & \frac{L_1}{2} & \frac{L_1}{2} \end{bmatrix}, \quad (21)$$

$$G = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{L_2}{2} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (22)$$

由此考虑安装误差的航天器动力学方程可变为

$$J\dot{\omega} = -\omega^\times J\omega + HF + GF\alpha_1 + \bar{T}_d. \quad (23)$$

为了方便后续控制器的设计,给出如下假设:

假设3 推力器提供的力矩都是有限的,即不等式 $|F_i| \leq F_{\max}^i$ ($i = 1, 2, \dots, 6$)成立, F_{\max}^i 为第*i*个推力器能够允许提供的最大推力.

假设4 为了保证推力器在输入受限的情况下能够提供足够的力矩使得系统状态有限时间收敛到平衡点,对推力器推力的最大值进行约束,假设存在一个常数 $f_0 > 0$ 使得下列不等式成立:

$$\left(\frac{\lambda_{\min}}{\|H\|} + \|GI\|\Delta\right)F_{\max} \geq b\Phi + f_0, \quad (24)$$

其中

$$F_{\max} = \min\{F_{\max}^1, F_{\max}^2, \dots, F_{\max}^n\}.$$

定理2 针对考虑执行器安装偏差和输入受限的航天器姿态控制系统式(2)(23),设计如下控制器和自适应控制律:

$$F = -F_{\max} \frac{H^T}{\|H\|} \text{sat}([k_0 + k(t)]\text{sgn } s^r), \quad (25)$$

$$\dot{\hat{b}} = \eta(\|s\|\Phi - \varepsilon_1 \hat{b}), \quad (26)$$

$$\dot{\hat{\alpha}}_1 = \kappa(\|s\|\|GI\|F_{\max} - \varepsilon_2 \hat{\alpha}_1), \quad (27)$$

则航天器姿态控制系统在控制律式(25)–(27)作用下可以在有限时间内收敛到包含滑模面的一个稳定域内.其中:

$$k(t) = \frac{\|H\|}{\lambda_{\min}} \left(\frac{\hat{b}\Phi + \hat{\alpha}_1 \|GI\|F_{\max}}{\|s\|^r} \right), \quad (28)$$

$$\text{sat}([k_0 + k(t)]\text{sgn } s^r) =$$

$$\begin{cases} \frac{\text{sgn } s^r}{\|\text{sgn } s^r\|}, & \|\text{sgn } s^r\| \geq \frac{F_{\max}}{k_0 + k}, \\ \frac{[k_0 + k(t)]\text{sgn } s^r}{F_{\max}}, & \|\text{sgn } s^r\| \leq \frac{F_{\max}}{k_0 + k}. \end{cases} \quad (29)$$

证 情况1: 当 $\|\text{sgn } s^r\| \geq \frac{F_{\max}}{(k_0 + k)}$ 时,

$$F = -F_{\max} \frac{H^T}{\|H\|} \frac{\text{sgn } s^r}{\|\text{sgn } s^r\|}.$$

选取Lyapunov函数如下:

$$V_1 = \frac{1}{2} s^T J s. \quad (30)$$

对上式求导可得

$$\dot{V} \leq -\|s\| \left(\frac{\lambda_{\min} F_{\max}}{\|H\|} - b\Phi - \|GI\|F_{\max}\Delta \right) - f_0 \|s\| \leq -f_0 \sqrt{2/\lambda_{\max}(J)} V_1^{1/2}. \quad (31)$$

情况2: 当 $\|\text{sgn } s^r\| \leq \frac{F_{\max}}{k_0 + k}$ 时,

$$F = -\frac{H^T}{\|H\|} [k_0 + k(t)]\text{sgn } s^r.$$

选取Lyapunov函数如下:

$$V_2 = \frac{1}{2} s^T J s + \frac{1}{2\eta} \tilde{b}^2 + \frac{1}{2\kappa} \tilde{\alpha}_1^2. \quad (32)$$

对其求导可得

$$\dot{V}_2 \leq -k_0 \frac{\lambda_{\min}}{\|H\|} \left(\frac{1}{2} s^T J s \right)^{\frac{r+1}{2}} + \varepsilon_1 \tilde{b}\tilde{b} + \varepsilon_2 \tilde{\alpha}_1 \tilde{\alpha}_1. \quad (33)$$

上式中,对式 $\varepsilon_1 \tilde{b}\tilde{b}$ 和 $\varepsilon_2 \tilde{\alpha}_1 \tilde{\alpha}_1$ 的处理方法如同定理1,所以式(33)可变为

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 \leq & -\gamma_1 \left[\left(\frac{1}{2} s^T J s \right)^{\frac{r+1}{2}} + \left(\frac{1}{2\eta} \tilde{b}^2 \right)^{\frac{r+1}{2}} + \left(\frac{1}{2\kappa} \tilde{\alpha}_1^2 \right)^{\frac{r+1}{2}} \right] + \\ & \left(\frac{\varepsilon_1 (2\delta_1 - 1)}{2\delta_1} \tilde{b}^2 \right)^{\frac{r+1}{2}} + \left(\frac{\varepsilon_2 (2\delta_2 - 1)}{2\delta_2} \tilde{\alpha}_1^2 \right)^{\frac{r+1}{2}} + \\ & \varepsilon_1 \tilde{b}\tilde{b} + \varepsilon_2 \tilde{\alpha}_1 \tilde{\alpha}_1. \end{aligned} \quad (34)$$

上式中参数:

$$\gamma_1 = \frac{k_0 \lambda_{\min}}{\|H\| \left(\frac{1}{2} \lambda_{\max}(J) \right)^{\frac{r+1}{2}}}, \quad \eta = \frac{\delta_1 \gamma_1^{\frac{2}{r+1}}}{\varepsilon_1 (2\delta_1 - 1)},$$

$$\kappa = \frac{\delta_2 \gamma_1^{\frac{2}{r+1}}}{\varepsilon_2 (2\delta_2 - 1)}, \quad \delta_1 > \frac{1}{2}, \quad \delta_2 > \frac{1}{2}.$$

由引理3可知:

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 \leq & -\gamma_1 V_2^{\frac{r+1}{2}} + \left(\frac{\varepsilon_1 (2\delta_1 - 1)}{2\delta_1} \tilde{b}^2 \right)^{\frac{r+1}{2}} + \\ & \left(\frac{\varepsilon_2 (2\delta_2 - 1)}{2\delta_2} \tilde{\alpha}_1^2 \right)^{\frac{r+1}{2}} + \varepsilon_1 \tilde{b}\tilde{b} + \varepsilon_2 \tilde{\alpha}_1 \tilde{\alpha}_1. \end{aligned} \quad (35)$$

类似定理1证明过程中的分析方法, 可以得到

$$\dot{V}_2 \leq -\gamma_1 V_2^{\frac{r+1}{2}} + \kappa_0 + \eta_0, \quad (36)$$

式中: $\eta_1 = \frac{\varepsilon_1 \delta_1}{2} b^2$, $\eta_2 = 1 + \varepsilon_1 \hat{b} \tilde{b}$, $\eta_0 = \max(\eta_1, \eta_2)$,

$\kappa_1 = \frac{\varepsilon_2 \delta_2}{2} \alpha_1^2$, $\kappa_2 = 1 + \varepsilon_2 \hat{\alpha}_1 \tilde{\alpha}_1$, $\kappa_0 = \max(\kappa_1, \kappa_2)$.

由引理2可知, 系统状态会在有限时间稳定到如下稳定域内:

$$V_2^{\frac{r+1}{2}} \leq (\kappa_0 + \eta_0) / (1 - \theta_0) \gamma_1, \quad (37)$$

即包含滑模面的一个稳定域如下:

$$\lim_{t \rightarrow T_{\text{reach}}} \mathbf{s}(t) \in \left(\|\mathbf{s}\| \leq \sqrt{\frac{\lambda_{\max}(J)}{\lambda_{\min}(J)}} \left(1 - \frac{\eta_0 \|H\|}{(1 - \theta_0) \lambda_{\min} k_0}\right)^{\frac{1}{r+1}} \right). \quad (38)$$

证毕.

5 仿真结果与分析(Simulation results and analysis)

为了验证本文所设计的控制器的有效性, 通过MATLAB/Simulink将其应用到航天器模型进行数值仿真, 本文采用喷气推力器作为航天器的执行机构, 因为推力器提供的是开关式的离散控制力, 所以需要引入脉宽脉频调制解调器(PWPF)使得连续控制信号转化为等价的离散信号^[16].

在仿真中, 本文选取航天器的转动惯量矩阵为

$$J = \begin{bmatrix} 350 & 3 & 4 \\ 3 & 270 & 10 \\ 4 & 10 & 190 \end{bmatrix} \text{ (kg} \cdot \text{m}^2\text{)}.$$

初始四元数为 $\bar{\mathbf{q}}(0) = [0.46 \ -0.26 \ 0.79 \ -0.30]^T$.

初始角速度为 $\boldsymbol{\omega}(0) = [0 \ 0 \ 0]^T \text{ (rad} \cdot \text{s}^{-1}\text{)}$. 此外仿真过程中的控制器参数如表1所示. 表1中, ATSM为自适应终端滑模控制, MATSM为改进的自适应终端滑模控制.

表1 控制器仿真参数

Table 1 Controller simulation parameters

参数类型	参数值
推力器参数	$L_1 = 1.5 \text{ m}$, $L_2 = 2 \text{ m}$ $L_3 = 2.5 \text{ m}$, $F_{\max} = 5 \text{ N}$
ATSM参数	$\boldsymbol{\sigma}_1 = \text{diag}\{0.8, 0.8, 0.8\}$, $k_0 = 1$ $\varepsilon_0 = 0.0083$, $\beta = 0.3$, $r = 0.001$
MATSM参数	$\boldsymbol{\sigma}_1 = \text{diag}\{0.8, 0.8, 0.8\}$, $k_0 = 10$ $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = 0.01$, $\beta = 0.3$, $r = 0.001$

在仿真中, 针对是否考虑执行机构安装误差和输入饱和的情况分别做了两组对比分析.

工况1 在不考虑执行机构安装误差和输入饱和的情况下, 分别采用ATSM和文献[17]中提出的

基于线性滑模的自适应控制器(ALSM)完成上述机动控制任务. 从图3-4可看到两种控制器均能保证系统的稳定特性, ATSM在45s左右时稳定, 而ALSM的稳定时间在70s之后, 且ATSM的鲁棒性较好.

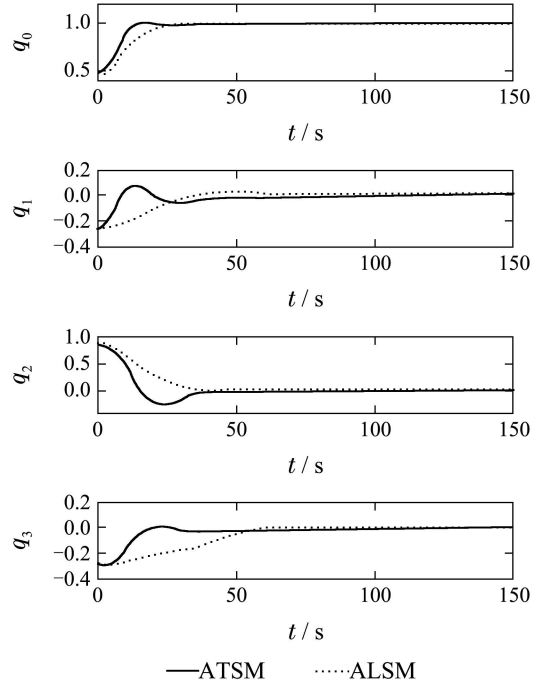
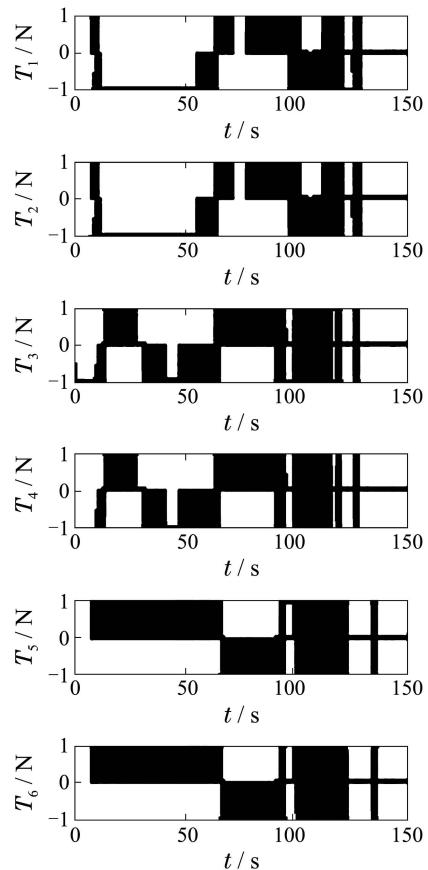
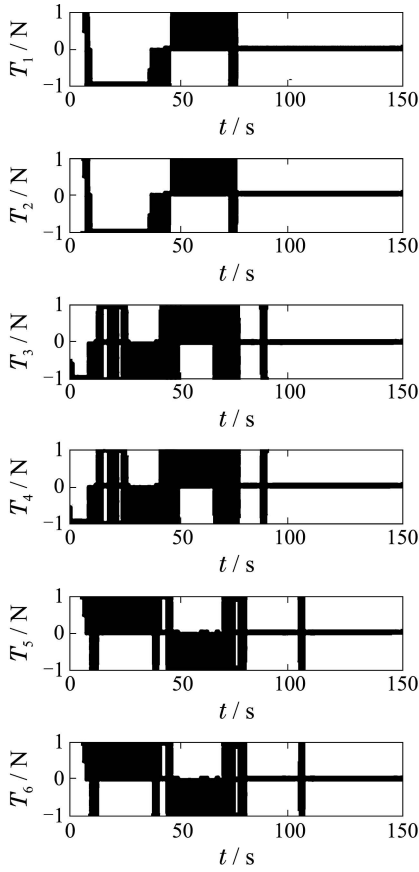


图3 工况1: 姿态四元数的时间响应

Fig. 3 Case 1: Time responses of attitude quaternion



(a) ATSM



(b) ALSM

图4 工况1: 推力器时间响应

Fig. 4 Case 1: Time responses of thruster forces

图5给出了6个推力器的能量消耗柱状图,可以看出有限时间控制器虽然具有较快的收敛性能,但是对执行机构提供的能量大小要求较高,即要求系统的输入力矩较大.

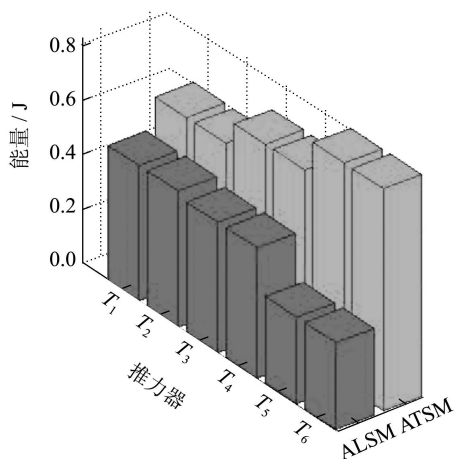


图5 工况1: 推力器能量消耗对比

Fig. 5 Case 1: Bar graphic of the energy consumption comparisons

工况2 在考虑执行机构安装误差和输入饱和的情况下,分别采用改进的自适应终端滑模控制(MATSM)和基于线性滑模的自适应控制器^[17](MALSM)完成上述机动控制任务.从图6-7可看出,

两种控制器都可以保证系统的最终收敛稳定的特性且具有较高的稳定精度.在给定相同的饱和输入幅值的情况下, MATSM的稳定时间大约为80 s,而后者的稳定时间大约为150 s,且MATSM较MALSM具有更好的鲁棒性.

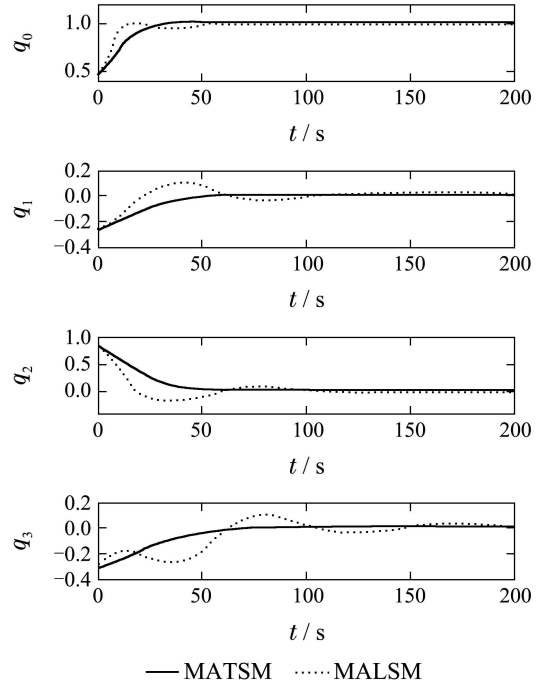
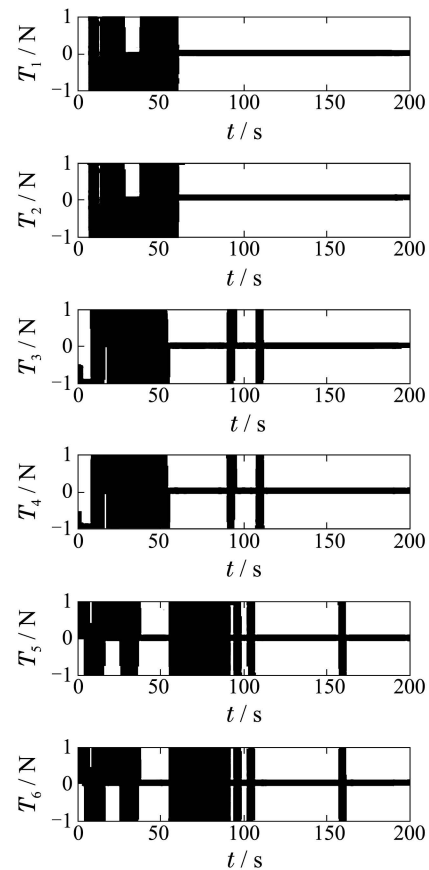
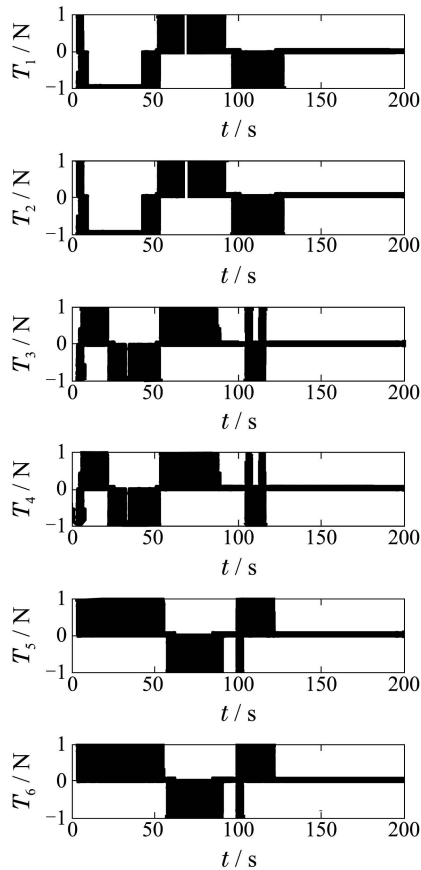


图6 工况2: 姿态四元数的时间响应

Fig. 6 Case 2: Time responses of attitude quaternion



(a) MATSM



(b) MALSM

图 7 工况2: 推力器时间响应

Fig. 7 Case 2: Time responses of thruster forces

从图8的能量仿真对比中可以看出, 本文设计的 MATSM控制器在相同的初始条件下, 在保证系统快速性、高稳定性、高精度的同时, 也有有效的减少了能量的消耗, 节约了资源。

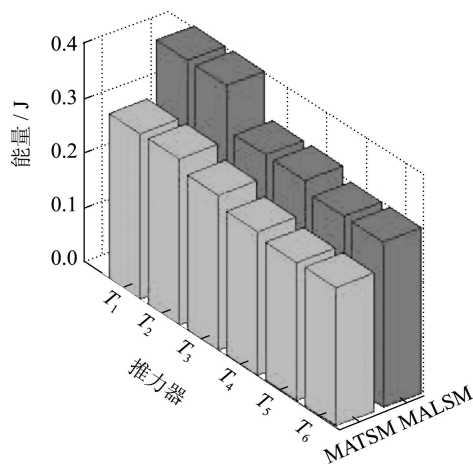


图 8 工况2: 推力器能量消耗对比

Fig. 8 Case 2: Bar graphic of the energy consumption comparisons

综上所述, 本文设计的两种有限时间控制器同等条件下在收敛性能和鲁棒性上有较明显的优越性. 在

考虑输入受限和执行机构安装误差时, MALSM和 MATSM两种控制方法与ALSM和ATSM相比较, 虽然在稳定时间和控制精度上有所降低, 但是能量消耗明显减少, 从而降低了对控制力的需求, 满足输入受限的约束条件。

6 结论(Conclusions)

针对航天器姿态控制问题, 考虑了多种约束情况下, 通过引入自适应方法对未知参数进行在线估计, 并结合有限时间收敛方法的优越性, 提出了将终端滑模控制方法和自适应相结合的控制器的设计方法. 此外, 考虑到实际系统中执行机构安装误差和输入饱和的影响, 设计了输入受限的自适应有限时间控制器, 且最终可以保证姿态在有限时间收敛到包含滑模面的一个控制域内. 本文设计的控制器具有较好的收敛性能和鲁棒性, 且在考虑输入饱和和非线性后, 系统对能量的需求明显降低, 即实现了输入受限的约束条件。

参考文献(References):

- [1] HONG Y, HUANG J, XU Y. On an output feedback finite-time stabilization problem [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2001, 46(2): 305 – 309.
- [2] 康宇, 奚宏生, 季海波. 有限时间快速收敛滑模变结构控制 [J]. *控制理论与应用*, 2004, 21(4): 623 – 626. (KANG Yu, XI Hongsheng, JI Haibo. Fast terminal sliding mode control of nonlinear systems [J]. *Control Theory & Applications*, 2004, 21(4): 623 – 626.)
- [3] JIN E, SUN Z. Robust controllers design with finite time convergence for rigid spacecraft attitude tracking control [J]. *Aerospace Science and Technology*, 2008, 12(4): 324 – 330.
- [4] WU S, RADICE G, GAO Y S. Quaternion-based finite time control for spacecraft attitude tracking [J]. *Acta Astronautica*, 2001, 69(2): 48 – 58.
- [5] DING S, LI S. Stabilization of the attitude of a rigid spacecraft with external disturbances using finite-time control techniques [J]. *Aerospace Science and Technology*, 2009, 13(4): 256 – 365.
- [6] HU Q L, ZANG Y M, HUO X, et al. Adaptive integral-type sliding mode control for spacecraft attitude maneuvering under actuator stuck failures [J]. *Chinese Journal of Aeronautics*, 2011, 24(1): 32 – 45.
- [7] ZHU Z, XIA Y Q, FU M Y. Adaptive sliding mode control for attitude stabilization with actuator saturation [J]. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2011, 58(10): 4898 – 4907.
- [8] TYAN F, BERNSTEIN D S. Anti-windup compensator synthesis for systems with saturation actuators [J]. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 1995, 5(5): 521 – 537.
- [9] BOSKOVIC J D, LI M S, MEHRA R K. Robust stabilization of spacecraft in the presence of control input saturation using sliding mode control [C] // *American Institute of Aeronautics and Astronautics Guidance, Navigation, and Control Conference and Exhibit*. Portland, Oregon: AIAA, 2006: 6040.
- [10] BOSKOVIC J D, LI M S, MEHRA R K. Robust adaptive variable structure control of spacecraft under control input saturation [J]. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 2001, 24(1): 14 – 22.
- [11] WOLFF P J, WILLIAMS B G, VAUGHAN R M. Navigation considerations for low-thrust planetary missions [J]. *Advances in the Astronautical Sciences*, 1998, 99(2): 1425 – 1438.

- [12] 吕跃勇, 胡庆雷, 马广富, 等. 考虑执行机构误差的编队卫星姿态分布式时延滑模自适应协同控制 [J]. 航空学报, 2011, 32(9): 1686 – 1695.
(LÜ Yueyong, HU Qinglei, MA Guangfu, et al. Decentralized time-delay adaptive sliding mode control for attitude coordination of satellite formation under actuator misalignment [J]. *Acta Aeronautica et Astronautica Sinica*, 2011, 32(9): 1686 – 1695.)
- [13] BHAT S P, BERNSTEIN D S. Finite-time stability of continuous autonomous systems [J]. *SIAM Journal on Control and Optimization*, 2000, 38(3): 751 – 766.
- [14] ZHU Z, XIA Y Q, FU M Y. Attitude stabilization of rigid spacecraft with finite-time convergence [J]. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 2011, 21(6): 686 – 702.
- [15] HARDY G H, LITTLEWOOD J E, POLYA G. *Inequalities* [M]. London: Cambridge University Press, 1952.
- [16] SIDI M J. *Spacecraft Dynamics and Control* [M]. London: Cambridge University Press, 1997.
- [17] CAI W C, LIAO X H, SONG Y D. Indirect robust adaptive fault-tolerant control for attitude tracking of spacecraft [J]. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 2008, 31(5): 1456 – 1463.

作者简介:

胡庆雷 (1979–), 男, 教授, 博士生导师, 目前研究方向为航天器故障诊断、容错控制、控制分配等, E-mail: huqinglei@hit.edu.cn;

李波 (1989–), 男, 博士研究生, 目前研究方向为航天器姿态控制与控制分配、容错控制等, E-mail: nemo127@163.com;

张爱华 (1977–), 女, 博士研究生, 目前研究方向为航天器故障诊断、容错控制等, E-mail: jsxinxi_zah@163.com;

张振霞 (1987–), 女, 硕士研究生, 目前研究方向为航天器控制、容错控制等, E-mail: weixia8788@126.com.