

DOI: 10.7641/CTA.2013.20794

## 率相关超磁致伸缩作动器的建模与 $H_\infty$ 鲁棒控制

柳萍<sup>1†</sup>, 毛剑琴<sup>1</sup>, 刘青松<sup>1</sup>, 周克敏<sup>2</sup>

(1. 北京航空航天大学自动化科学与电气工程学院, 北京 100191; 2. 路易斯安那州立大学电气工程与计算机系, 美国巴屯鲁日市 70803)

**摘要:** 超磁致伸缩作动器(GMA)的率相关迟滞非线性成为其在工程应用中的一大阻碍因素. 文中通过使用特殊的建模激励信号, 基于最小二乘支持向量机(LS-SVM)建立了一定频率范围内的一个统一率相关Hammerstein-like迟滞非线性模型, 该模型能够保证其建模频率范围内单频和复合频率的模型泛化性. 在此模型基础上, 设计了针对一定频率范围内输入信号的 $H_\infty$ 鲁棒跟踪控制器, 针对该频率范围内的所有单频和复合频率的输入信号, 该控制器都能够保证其跟踪控制效果, 最后通过实验实时跟踪控制结果来进一步验证了所设计控制器的有效性.

**关键词:** 超磁致伸缩作动器; 率相关迟滞; Hammerstein-like模型; 最小二乘支持向量机; 建模;  $H_\infty$ 鲁棒控制  
**中图分类号:** TP18 **文献标识码:** A

## Modeling and H-infinity robust control for giant magnetostrictive actuators with rate-dependent hysteresis

LIU Ping<sup>1†</sup>, MAO Jian-qin<sup>1</sup>, LIU Qing-song<sup>1</sup>, ZHOU Ke-min<sup>2</sup>

(1. School of Automation Science and Electrical Engineering, Beihang University, Beijing 100191, China;  
2. Department of Electrical and Computer Engineering, Louisiana State University, Baton Rouge LA 70803, USA)

**Abstract:** The rate-dependent hysteresis in giant magnetostrictive materials is a major impediment to the application of such material in actuators. In this paper, a Hammerstein-like model based on the least-squares support vector machines (LS-SVM) is proposed to model the rate-dependent hysteresis system. We show that it is possible to construct a unique dynamic model in a given frequency range for a rate-dependent hysteresis system using the sinusoidal scanning signals as the training set of signals for the linear dynamic subsystem of the Hammerstein-like model, which guarantees an outstanding generalization ability of frequency. Subsequently, a robust controller based on the Hammerstein-like model is implemented to a magnetostrictive smart structure for real-time precise trajectory tracking. Simulations and experiments on a giant magnetostrictive actuator (GMA) verify both the effectiveness and the practicality of the proposed modeling and control methods.

**Key words:** giant magnetostrictive actuator; rate-dependent hysteresis; Hammerstein-like model; least-squares support vector machines (LS-SVM); modeling; H-infinity robust control

### 1 引言(Introduction)

迟滞非线性系统是工程中广泛存在的一类系统. 土木工程、电力工程、控制工程领域中都会遇到这类系统. 例如, 当系统中有弹性构件或者存在干摩擦时, 力与位移或者力与应变的关系不再是可逆的, 从而形成滞后回线<sup>[1]</sup>. 当系统的输入信号的频率发生变化时, 滞后回线的形状也随之改变, 即表现出率相关性, 这样的一类系统称为率相关迟滞非线性系统.

超磁致伸缩作动器(GMA)是一类典型的率相关迟滞非线性系统(图1). 尽管其以高能量密度、快响应速度等优势在微位移与微定位系统控制中得到了

广泛关注, 但其中固有的率相关迟滞非线性较压电等智能材料更为显著, 从而使得系统控制中会遇到难以获得精确控制模型、系统稳定性变差等难题.

GMA是利用TbDyFe芯棒对外部磁场的变化, 材料发生相应伸缩变形而设计制作的, 由图2中的原理机构可知, 当改变激励线圈中的电流时, 其芯棒所处的磁场大小就会发生变化, 从而导致GMA输出材料的变形. 所以, 通过控制激励线圈中的电流就可以控制GMA的输出位移和力.

目前有关率相关迟滞系统建模的方法大致可分为3类: 一类是以改进的Preisach模型<sup>[2]</sup>、改进的PI模型<sup>[3]</sup>、广义PI模型<sup>[4]</sup>为代表的唯象模型, 这类模型

收稿日期: 2012-07-17; 收修改稿日期: 2012-09-10.

<sup>†</sup>通信作者. Tel.: +86 13488855446.

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(91016006, 91116002); 中央高校基本科研业务费专项资金及路易斯安那州立大学董事会部分资金资助项目.

参数没有明确的物理意义, 只是根据系统的输入输出数据进行建模; 一类是以J-A模型、Duhem模型<sup>[5-6]</sup>为代表的物理建模方法, 这类方法是基于不同的迟滞对象的物理机制, 采用连续系统力学等方法描述智能材料和结构的迟滞行为; 第3类是基于智能计算各种智能方法的使用, 如人工神经网络<sup>[7-8]</sup>、模糊树<sup>[9]</sup>等. 有关迟滞非线性的控制方法的研究也引起很多人的关注, 一种比较有效的处理迟滞行为的方法就是先建立其精确的非线性模型, 然后再通过其逆模型进而抵消非线性迟滞环<sup>[10]</sup>, 另外还有学者也进行了反馈控制策略的研究, 如自适应控制<sup>[11]</sup>、鲁棒控制<sup>[12]</sup>以及最优控制<sup>[13]</sup>等.

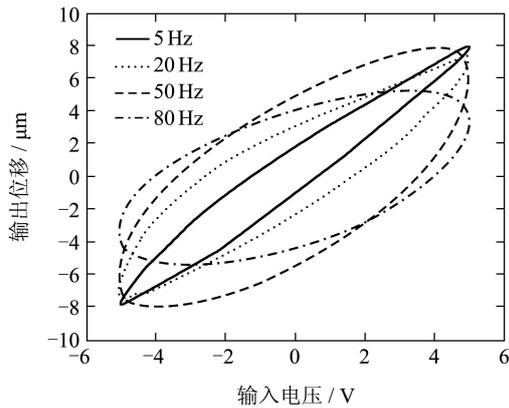


图 1 GMA的率相关迟滞非线性

Fig. 1 Rate-dependent hysteresis of GMA

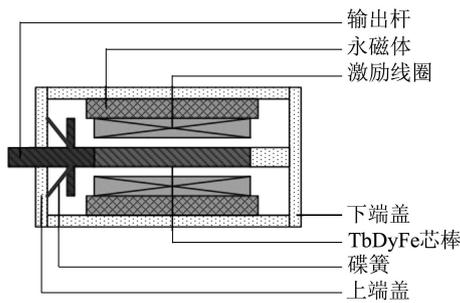


图 2 GMA结构图

Fig. 2 The structure of GMA

本文针对具有率相关迟滞非线性特性的超磁致伸缩作动器, 对其在不同频率输入信号下所形成的迟滞环进行了建模和控制方法研究. 通过使用正弦扫描信号来作为建立率相关Hammerstein-like模型的建模激励信号, 建立了一定频率范围内的统一模型. 由于Hammerstein-like模型是由前面非线性动态部分和后面的线性动态部分两部分组成, 所以文中采用最小二乘支持向量机(LS-SVM)对非线性部分进行辨识, 且应用了智能优化方法微粒群算法(PSO)对LS-SVM关键的参数进行寻优确定, 而后面的线性动态部分则采用了ARX模型进行辨识. 对GMA的率相关迟滞非线性的跟踪控制, 文中设计了针对一定频率范围内输入信号的 $H_\infty$ 鲁棒控制器, 不仅是通

过仿真进行验证, 而且最终通过实验的实时跟踪结果对所设计的控制器进行了验证, 针对不同输入频率的信号, 实时跟踪结果都显示了鲁棒控制器设计的有效性.

## 2 率相关迟滞非线性模型(Rate-dependent hysteresis nonlinear model)

### 2.1 Hammerstein-like 模型(Hammerstein-like model)

通常实际工业过程都具有强烈的复杂非线性特征, 然而找到一个模型能够对这个非线性过程进行准确描述不是很容易的, 因此, 基于对非线性模型的控制, 如何辨识和建立非线性动态模型是个亟待解决的问题. 由于目前尚缺少描述各种非线性系统特性的统一的数学理论, 非线性系统辨识往往是和特定的非线性系统描述相对应的. 然而, 在实际应用中, 往往许多非线性系统都可用静态非线性环节与线性子系统内连来模型化. 因此Narendra和Gallman提出了Hammerstein模型<sup>[14]</sup>.

Hammerstein模型是一种非线性系统的模块模型, 它由一个静态无记忆非线性环节和一个动态线性环节串联而成<sup>[15]</sup>. 到目前为止, 在Hammerstein模型的辨识上已有很多学者做了大量的研究工作, 如超参数化方法<sup>[16]</sup>、子空间法<sup>[17]</sup>、分离最小二乘方法<sup>[18-19]</sup>、Blind方法<sup>[20-21]</sup>、迭代法<sup>[22]</sup>等等.

对于工业过程中的某些复杂非线性, 标准的Hammerstein模型已经不能够描述其特征. 基于此, 就有了Hammerstein-like模型, 它与Hammerstein模型有着相同的模块结构, 其差别就在于前面的非线性部分由原来的静态变为了动态, 这样的结构能够描述更为广泛的复杂非线性行为<sup>[23]</sup>, 如通过建立Hammerstein-like预失真模型来预补偿宽带射频功率放大器的动态非线性环节<sup>[24]</sup>. 针对率相关迟滞非线性模型, 如果非线性部分仍保持静态的话, 整个模型的特征就不能得到很好地描述, 所以本文中采用了Hammerstein-like模型, 图3给出了本文所使用的模型构造.

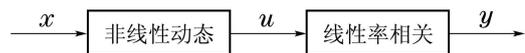


图 3 率相关Hammerstein-like模型的结构图

Fig. 3 The structure of a rate-dependent Hammerstein-like hysteresis model

Hammerstein-like模型的辨识可以把前后两个非线性部分和线性部分分别进行辨识<sup>[25]</sup>. 本文中非线性部分采用LS-SVM方法进行辨识获得, 而线性部分就采用ARX模型, 其形式可以写成

$$y_t = \sum_{i=1}^q a_i y_{t-i} + \sum_{j=0}^p b_j u_{t-j} + e_t, \quad \forall t \in z, \quad (1)$$

其中:  $e_t$  为白噪声信号,  $p$  和  $q$  为阶数, 则整个模型参数可表示为  $\theta = (a_1, \dots, a_q, b_0, \dots, b_p)^T \in \mathbb{R}^{p+q+1}$ .

## 2.2 用于辨识的LS-SVM(Identification based on LS-SVM)

最小二乘支持向量机(LS-SVM)是支持向量机(SVM)的一种改进算法. 它使用二次损失函数代替SVM中的 $\varepsilon$ 不敏感损失函数, 并且将SVM算法中的不等式约束转化为等式约束, 最终将凸二次规划问题转化为求解线性方程组的问题, 从而简化了算法, 进而加快了求解速度<sup>[26]</sup>.

给定一组数据集  $\{x_k, y_k\}_{k=1}^N$ , 其中输入数据  $x_k \in \mathbb{R}^n$ , 输出数据  $y_k \in \mathbb{R}$ . 在原始权重空间模型为

$$y(x) = \omega^T \varphi(x) + b, \quad (2)$$

其中: 非线性映射  $\varphi(\cdot): \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^{n_h}$  是将训练数据集映射到高维特征空间中, 这样原空间中的非线性回归问题就可以转化为特征空间中的线性回归问题;  $\omega \in \mathbb{R}^{n_h}$  是权重向量;  $b \in \mathbb{R}$  为偏差. 这样就可以在原始权重空间中得到下面的最优问题:

$$\begin{cases} \min_{\omega, b, e} J(\omega, e) = \frac{1}{2} \omega^T \omega + \gamma \frac{1}{2} \sum_{k=1}^N e_k^2, \\ \text{s.t. } y_k = \omega^T \varphi(x_k) + b + e_k, \quad k = 1, \dots, N, \end{cases} \quad (3)$$

其中常数  $\gamma \in \mathbb{R}^+$  是在模型泛化能力和精度之间的一个折中参数. 因为式(3)对应着特征空间中的一个岭回归问题, 所以要构建上述优化问题的拉格朗日函数:

$$\begin{aligned} L(\omega, b, e; \alpha) = \\ J(\omega, e) - \sum_{k=1}^N \alpha_k \{ \omega^T \varphi(x_k) + b + e_k - y_k \}, \end{aligned} \quad (4)$$

其中  $\alpha_k$  为拉格朗日因子. 根据最优性条件, 分别求取偏微分, 整理方程组, 消去变量  $\omega$  和  $e$ , 可以得到以下矩阵形式:

$$\begin{bmatrix} 0 & \mathbf{1}_N^T \\ \mathbf{1}_N & \Omega + \gamma^{-1} I_N \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b \\ \alpha \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ y \end{bmatrix}, \quad (5)$$

其中:  $\alpha = (\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_N)^T$  称为支持向量(SV),  $\mathbf{1}_N = (1, 1, \dots, 1)^T$ ,  $y = (y_1, y_2, \dots, y_N)^T$ . 另外, 核之积可以写成

$$\Omega_{kl} = \varphi(x_k)^T \varphi(x_l) = K(x_k, x_l), \quad (6)$$

其中:  $K$  称为核函数,  $k, l = 1, 2, \dots, N$ . 引入核函数的目的是为了避开非线性映射  $\varphi(\cdot)$  的大量乘积运算. 在核函数的选择上, 径向基(RBF)核函数因其有很好的性能而被大多数人采用,

$$K(x, x_k) = \exp(-\|x - x_k\|^2 / \sigma^2), \quad (7)$$

其中:  $\sigma$  代表核宽度,  $\|\cdot\|$  代表欧氏距离. 这样整个LS-SVM模型就可以写成如下形式:

$$y(x) = \sum_{k=1}^N \alpha_k K(x, x_k) + b, \quad (8)$$

其中  $\alpha_k$  和  $b$  就是线性系统(5)的解. 需要注意的是, 在以上过程中并没有给出参数  $\gamma$  和  $\sigma$  的求解过程, 也就是说, 这两个比较重要的参数是需要人为确定的, 本文中采用了智能化优化方法微粒群算法进行寻优找到其最优值.

## 2.3 参数辨识(Parameters identification)

由于微粒群算法(PSO)具有概念简单、实现容易等突出优点, 因此, 本文就采用此算法来确定LS-SVM中的两个重要参数  $\gamma$  和  $\sigma$ .

PSO是由Kennedy和Eberhart等于1995年开发的一种演化计算技术, 其基本思想来源于对鸟群简化社会模型的研究及行为模拟. 它利用群体中的个体对信息的共享, 使整个群体的运动在问题解空间中产生从无序到有序的演化过程, 从而获得最优解<sup>[27]</sup>.

在PSO算法中, LS-SVM的两个参数就变成了两个微粒, 其寻优过程如图4所示.

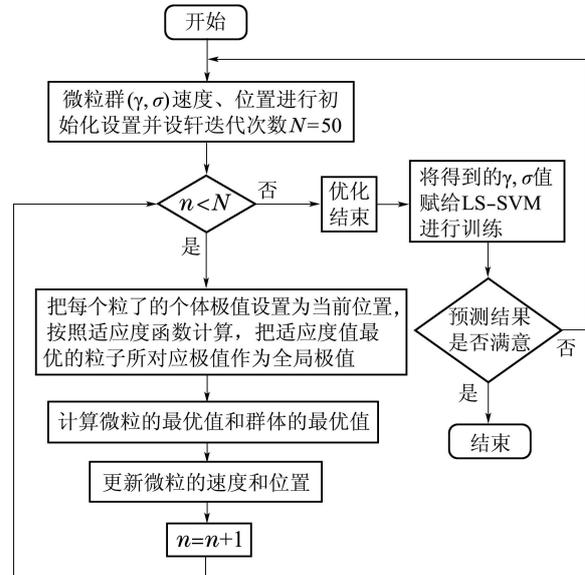


图4 应用PSO调节LS-SVM参数的流程图

Fig. 4 The flowchart of optimizing the LS-SVM parameters with PSO

## 2.4 建模(Modeling)

率相关Hammerstein-like模型的辨识可分为两部分: 第1部分是基于LS-SVM方法来辨识Hammerstein-like模型的前面非线性部分, 第2部分是用ARX方法来辨识Hammerstein-like模型的后面动态线性部分. 值得注意的是, 本文中所建立的Hammerstein-like模型不仅对单频输入信号迟滞环适用, 也对复合频率输入信号的迟滞环适用.

为了把非线性迟滞环中的多值映射转化为单值映射, 这里引入了动态离散的单输入单输出非线性模型<sup>[28]</sup>

$$\begin{aligned} \hat{y}(k+1) = f(x(k), x(k-1), \dots, x(k-m); \\ y(k), y(k-1), \dots, y(k-n)), \end{aligned} \quad (9)$$

其中:  $x(k)$ 和 $y(k)$ 分别为系统在 $k$ 时刻的输入输出,  $\hat{y}(k+1)$ 为模型在 $k+1$ 时刻的预测输出,  $m$ 和 $n$ 为输入输出的动态阶数. 式(9)表示的动态模型的输入向量由于包含了历史时刻的输入输出, 所以实际上隐含了作动器输入从一个状态到达另一个状态的过程信息, 因而可以唯一地确定出当前时刻的输出.

Hammerstein-like模型的动态线性部分可表示为

$$L(z) = B(z)/A(z), \quad (10)$$

其中:  $A(z)$ 与 $B(z)$ 为滞后算子 $z$ 的多项式,  $z^{-1}y(t) = y(t-1)$ ,

$$\begin{cases} A(z) = 1 + a_1z^{-1} + a_2z^{-2} + \dots + a_qz^{-q}, \\ B(z) = b_0 + b_1z^{-1} + b_2z^{-2} + \dots + b_pz^{-p}, \end{cases} \quad (11)$$

其中 $q$ 和 $p$ 分别为多项式 $A(z)$ 和 $B(z)$ 的阶数. 而 $p$ 和 $q$ 的值是基于一种实用的判定模型阶次的AIC(akaike information criterion)准则来确定的<sup>[29]</sup>.

应用以上模型参数辨识方法, 可以得到整个Hammerstein-like模型的几个关键参数为

$$\begin{cases} \gamma = 3278612.52, \sigma = 632.41, \\ m = n = 4, p = q = 2. \end{cases} \quad (12)$$

首先基于LS-SVM应用1 Hz变幅值单频输入信号的数据去建Hammerstein-like模型的前面非线性部分, 然后再用1 Hz到100 Hz的扫描信号基于ARX方法去建后面线性动态部分的模型, 最后使用1 Hz到100 Hz的单频信号和复合频率信号的迟滞环数据去检验整个Hammerstein-like模型.

基于从1 Hz到100 Hz扫描信号所激励的建模数据, 可辨识出Hammerstein-like模型的后面线性动态部分为

$$L(z) = \frac{0.9382z - 0.3306}{z^2 - 0.9633z + 0.5830}. \quad (13)$$

本文实验中使用的GMA是由北京航空航天大学材料科学与工程学院研制的<sup>[30]</sup>. 实验采集数据的采样频率是10 kHz. 每组频率都取500组数据作为检验数据,  $(x_i, y_i), i = 1, \dots, 500$ . 检验效果可以通过均方根误差(RMSE)和相对误差(RE)来进行评价, 其定义为

$$\text{RMSE} = \sqrt{\sum_{i=1}^N |y_i - y'_i|^2 / N}, \quad (14)$$

$$\text{RE} = \sqrt{\sum_{i=1}^N |y_i - y'_i|^2 / \sum_{i=1}^N |y_i|^2}, \quad (15)$$

其中:  $N$ 为数据个数,  $y_i$ 为实验采集的GMA的实际输出,  $y'_i$ 为模型计算的输出.

图5给出了几组单频和复合频率的迟滞环的实验采集的迟滞环曲线和通过Hammerstein-like模型计算出的迟滞环曲线的对比情况, 表1更清晰明了地给出了各个频率Hammerstein-like模型建模的均方根误差和相对误差.

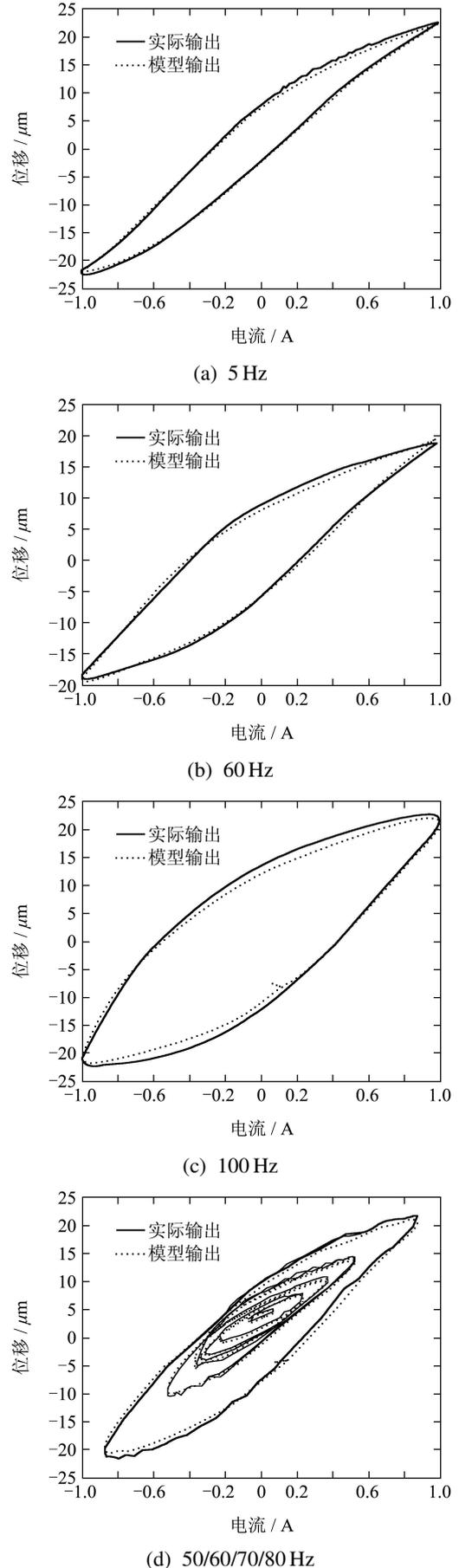


图5 Hammerstein-like模型建模效果

Fig. 5 The results of Hammerstein-like modeling

表1 建模误差  
Table 1 Modeling errors

频率/Hz	RMSE/ $\mu\text{m}$	RE
1	0.4692	0.0236
5	0.4816	0.0278
10	0.4533	0.0269
20	0.4800	0.0287
30	0.5044	0.0303
40	0.5471	0.0335
50	0.5651	0.0357
60	0.5939	0.0408
70	1.0315	0.0554
80	0.7087	0.0463
90	1.3635	0.0736
100	1.3056	0.0774
10/20/40	1.5642	0.0819
50/60/70/80	1.6895	0.0876

通过图5和表1的结果可以看出, 所建的Hammerstein-like模型的模型泛化性很好, 不仅对单频迟滞环的检验效果好, 而且还能够适用于复合频率的迟滞环.

### 3 $H_\infty$ 鲁棒控制器设计( $H_\infty$ robust controller design)

为了提高跟踪控制精度, 本文采用了二自由度控制结构, 这种结构既包含回路补偿又包含前馈补偿(图6). 回路补偿的作用是保证闭环系统稳定且具有较强的抗干扰性能, 而前馈补偿的作用是提高系统对输入参考信号的渐近跟踪性能. 在此种结构基础上, 欲设计鲁棒控制器. 因为前面所建立的Hammerstein-like模型中的线性动态部分包含了GMA的诸多频率信息, 所以只需要把前面的非线性部分补偿掉, 这样率相关迟滞非线性系统的控制问题就可以通过线性系统的鲁棒控制方法来解决.

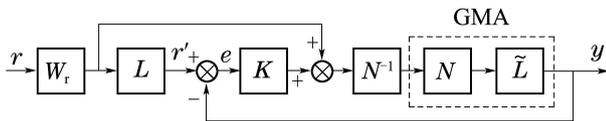


图6 二自由度控制结构  
Fig. 6 2DOF control scheme

图6中:  $K$ 为所要设计的 $H_\infty$ 鲁棒控制器,  $N$ 代表基于LS-SVM所建立的Hammerstein-like模型的前面非线性部分,  $N^{-1}$ 代表非线性部分的逆模型,  $L$ 代表基于ARX所建立的Hammerstein-like模型的后面线性动态部分, 在 $H_\infty$ 鲁棒控制器设计中作为标称模型,  $\tilde{L}$ 代表实际GMA的线性部分, 为了后面控制器设计的方便, 把 $\tilde{L}$ 定义为

$$\tilde{L} = L(1 + \Delta), \quad (16)$$

其中 $\Delta$ 为标称模型的乘法不确定性, 满足

$$|\Delta(j\omega)| \leq |W_\Delta(j\omega)|, \forall \omega \in \mathbb{R}. \quad (17)$$

这里的 $W_\Delta$ 是通过实验方法求取的, 其为

$$W_\Delta = \frac{0.023881(s + 1.638)(s + 54.76)}{(s + 83.4)(s + 3.191)}. \quad (18)$$

假设 $N^{-1}$ 与 $N$ 能够补偿掉, 或把未补偿掉的部分看成是包含在模型不确定性中, 这样就可以把图6改为带有乘法不确定性的形式(如图7).

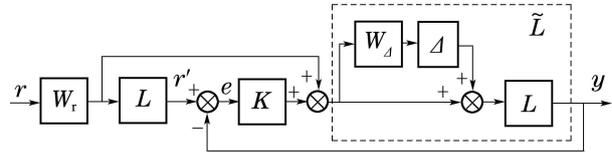


图7 带有乘法不确定性的二自由度控制结构  
Fig. 7 2DOF control scheme with multiplicative uncertainties

为保证 $y$ 能够跟踪上 $r$ , 只需要令 $LW_r \approx 1$ 即可. 因为前面辨识出的模型 $L$ 是离散时间的, 并且前馈控制器 $W_r$ 和 $L$ 及反馈控制器 $K$ 都是由数字控制器实现的, 则可以令 $W_r = \frac{z^2 - 0.9633z + 0.5830}{0.9382z^2 - 0.3306z}$ . 但是在后面的鲁棒设计控制器的过程中需要把此传递函数转化成连续状态形式.

设计控制器 $K$ 要实现两个目标: 1) 是抑制模型不确定性对输出的影响; 2) 是保证对乘法不确定性 $\Delta$ 的鲁棒稳定性. 为了达到上述两个目的, 可把图7中的前馈部分抽出, 改成图8中标准 $H_\infty$ 控制的形式.

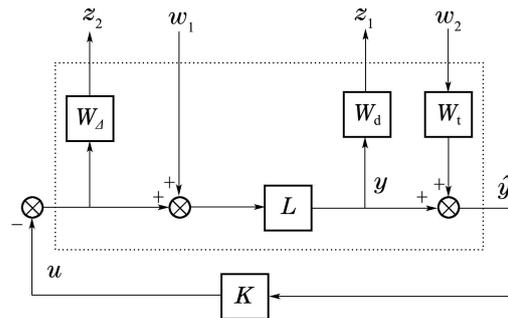


图8  $H_\infty$ 鲁棒控制的标准形式

Fig. 8 The standard form of  $H_\infty$  robust control

要实现前面说到的两个目标:

1) 图8中的 $w_1$ 是不确定性输出, 所以抑制 $w_1$ 在输出 $y$ 处的影响可以通过使

$$G_{z_1 w_1} = W_d R, R = L(1 + KL)^{-1} \quad (19)$$

的 $H_\infty$ 范数小于1来实现.

2) 保证对乘法不确定性 $\Delta$ 的鲁棒稳定性可以通过使

$$G_{z_2 w_1} = -W_\Delta T, T = KL(1 + KL)^{-1} \quad (20)$$

的 $H_\infty$ 范数小于1来实现.

但是, 仍然存在两个问题:

1) 由于从 $w_1$ 到 $\hat{y}$ 只经过 $L$ , 而 $L$ 又为严格正则的, 所以从 $w_1$ 到 $\hat{y}$ 的直流增益为0, 因而不能直接转化为标准 $H_\infty$ 控制问题来求解控制器. 这时就要考

考虑测量噪声 $w_2$ 及对应的加权函数 $W_t$ , 此时, 由 $w_2$ 到 $z_1$ 的闭环传递函数为

$$G_{z_1 w_2} = W_d(1+LK)^{-1}LKW_t,$$

由 $w_2$ 到 $z_2$ 的闭环传递函数为

$$G_{z_2 w_2} = -W_\Delta K(1+LK)^{-1}W_t.$$

2) 由于 $w_1$ 本身在某种意义上可以看作扰动, 如果控制器 $K$ 不含有积分器的话, 那么控制一定会存在稳态误差. 解决这个问题的方法就可以令加权函数 $W_d$ 上含有积分, 从而迫使 $K$ 含有积分以达到 $G_{z_1 w_1}$ 稳定. 为了避免造成 $G_{z_1 w_2}$ 不稳定, 只要让 $W_t$ 在原点上有零点即可.

综上4个方面考虑, 整个控制问题就转变为寻找满足

$$\|G_{zw}\|_\infty < 1, G_{zw} = \begin{bmatrix} G_{z_1 w_1} & G_{z_1 w_2} \\ G_{z_2 w_1} & G_{z_2 w_2} \end{bmatrix} \quad (21)$$

的稳定化控制器的问题, 就可以应用标准H<sub>∞</sub>鲁棒控制器的求解方法来解决.

经过多次试验选择, 最终选定

$$W_d = \frac{500(s+20\pi)}{s(s+\pi)}, W_t = \frac{20s}{s+10000\pi}.$$

应用MATLAB鲁棒控制工具箱中的hinfsyn函数求取控制器, 所求解出的控制器是一个7阶控制器, 为了试验的方便, 要对其进行降阶近似, 本文中使用了基于Routh算法的降阶方法, 降阶后的控制器为4阶. 降阶前后的开环回路 $KL$ 的频率响应曲线如图9所示.

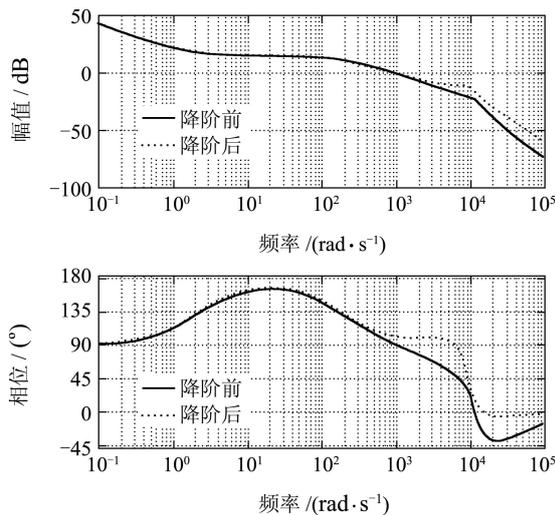


图 9 控制器降阶前后的开环回路 $KL$ 的频率响应

Fig. 9 Open loop bode diagram with the full controller and the reduced one

#### 4 跟踪控制实验(Tracking control experiment)

根据所设计的H<sub>∞</sub>鲁棒控制器, 按照图6的控制结构做实时跟踪控制实验. 图10中给出了做跟踪控制实验的设备图, 其中的GMA是由北京航空航天大学材料科学与工程学院研制的<sup>[30]</sup>, 其外

形规格为50 mm×200 mm, GF-20型功率放大器以为GMA提供放大能源, 控制程序下载于dSPACE(DS1103)控制卡中, 并同时实现输入输出信号的采集功能, GMA的输出位移由电涡流传感器测出的.

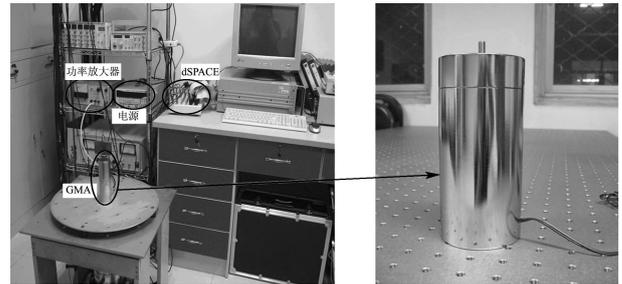


图 10 实验设备图

Fig. 10 Experiment equipment

需要指出的是, 本文所设计H<sub>∞</sub>鲁棒控制器不仅对所设计的频率范围的单频输入信号有效, 对复合频率的输入信号跟踪控制效果也很好, 所以可以说, 本文所设计的控制器对单频和复合频率具有通用性. 图11中给出了几组单频和复合频率的跟踪效果对比图, 为了显示的更加清楚些, 在频率较高时就给出了较短时间的效果图. 跟踪控制的采样频率和建模频率是一致的. 表2中给出了跟踪控制的均方根误差和相对误差.

从图11和表2的数据可以看出, 所设计的H<sub>∞</sub>鲁棒控制器的控制效果是很好的, 对单频和复合频率的输入信号均有效, 保证了相对误差都在12%以内, 达到了工程上的要求.

**注 1** 由于GMA的输出受到功放的限制, 所以导致输入参考信号的幅值也要有限制, 而这个限制范围就需要在建模的时候预测出.

表 2 跟踪控制误差

Table 2 Tracking control errors

幅值/ $\mu\text{m}$	频率/Hz	RMSE/ $\mu\text{m}$	RE
15	1	0.2777	0.0262
15	5	0.2684	0.0253
15	10	0.2883	0.0272
15	20	0.3320	0.0313
15	30	0.3874	0.0365
15	40	0.4333	0.0409
15	50	0.5801	0.0547
15	60	0.7432	0.0701
15	70	1.0187	0.0926
15	80	1.0429	0.0996
15	90	1.0346	0.0975
15	100	0.9889	0.0932
15	10/20/40	0.3233	0.0528
15	30/60/100	0.7629	0.1046
15	15/35/55/75	0.5385	0.1015
15	20/40/60/80/100	0.6697	0.1120

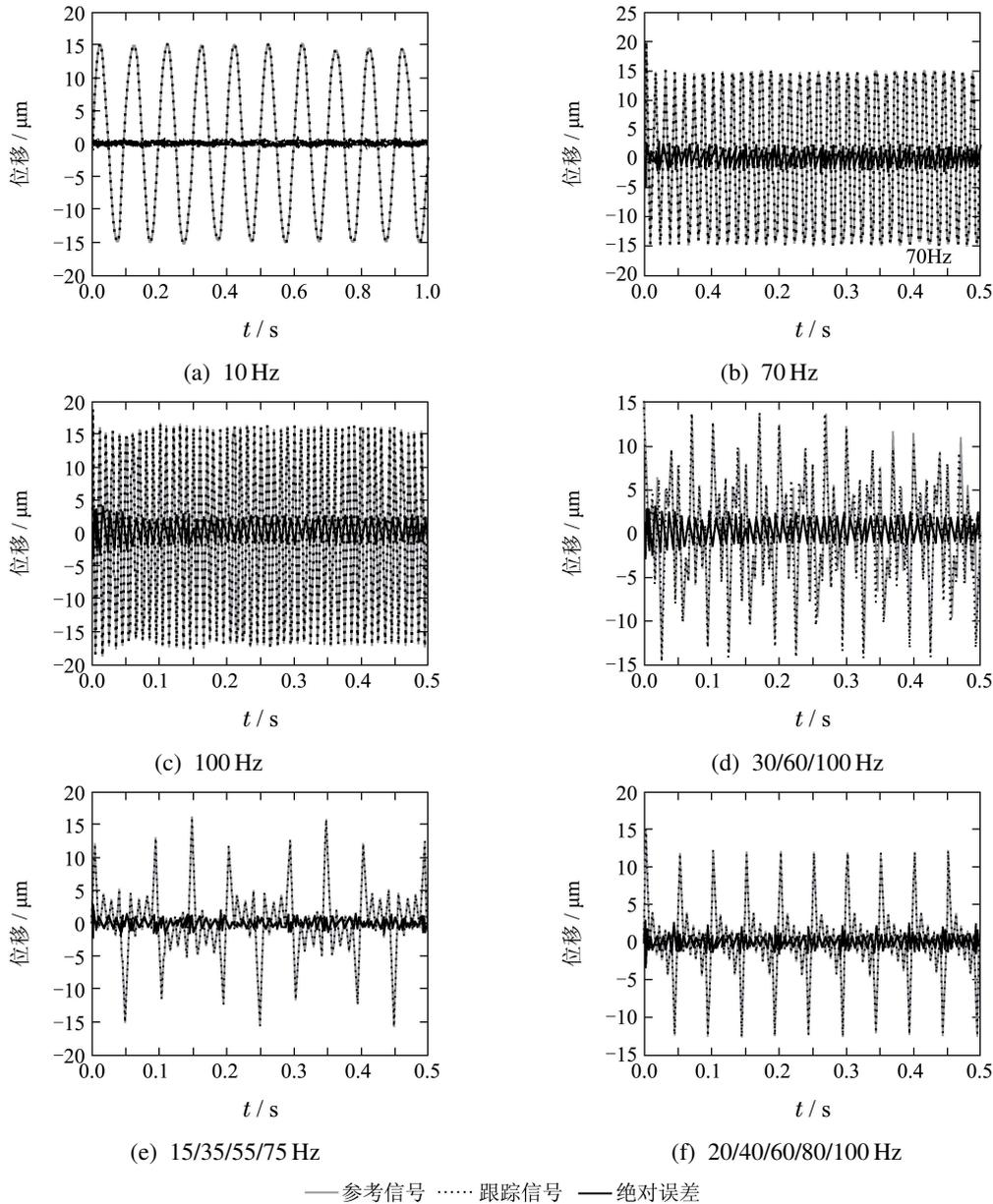


图 11 跟踪控制结果

Fig. 11 Results of  $H_\infty$  robust tracking control

## 5 结论(Conclusions)

超磁致伸缩作动器中的率相关迟滞非线性已成为阻碍其广泛应用的主要因素. 本文针对率相关迟滞非线性, 基于Hammerstein-like模型, 建立了一定频率范围内具有一定频率泛化性的统一模型, 该模型不仅对单频迟滞环适用, 而且对复合频率的迟滞环建模效果也很好. 另外, 在所建Hammerstein-like模型的基础上, 经过某个固定频率的非线性逆补偿之后, 应用线性系统的 $H_\infty$ 鲁棒控制理论, 设计了一定频率范围内的率相关迟滞非线性系统的 $H_\infty$ 鲁棒控制器, 通过实时跟踪实验结果, 验证了所设计控制器不仅对单频输入信号的跟踪效果比较好, 且对复合频率的输入信号的控制作用也

很好, 这样就能够满足工程上的多种需求, 从而更能说明所建模型和所设计控制器的有效性.

## 参考文献(References):

- [1] 杨绍善, 申永军. 滞后非线性系统的分岔与奇异性 [M]. 北京: 科学出版社, 2003.  
(YANG Shaoshan, SHEN Yongjun. *Bifurcation and Singularity of the Nonlinear System with Delay* [M]. Beijing: Science Press, 2003.)
- [2] YU Y, XIAO Z, NAGANATHAN N G, et al. Dynamic Preisach modeling of hysteresis for the piezoceramic actuator system [J]. *Mechanism and Machine Theory*, 2002, 37(1): 75 – 89.
- [3] TAN U X, WIN T L, SHEE C Y, et al. Rate-dependent hysteresis model of piezoelectric using singularity free Prandtl-Ishlinskii model [C] // *Proceedings of the 2007 IEEE International Symposium on Computational Intelligence in Robotics and Automation*. Jacksonville, FL, USA: IEEE, 2007: 356 – 361.

- [4] JANAIDEH M A, RAKHEJA S, SU C Y. Experimental characterization and modeling of rate-dependent hysteresis of a piezoceramic actuator [J]. *Mechatronics*, 2009, 19(5): 656 – 670.
- [5] OH J, BERNSTEIN D S. Identification of rate-dependent hysteresis using the semilinear Duhem model [C] // *American Control Conference*. Piscataway, NJ: IEEE, 2004: 4776 – 4781.
- [6] OH J, BERNSTEIN D S. Piecewise linear identification for the rate-independent and rate-dependent Duhem hysteresis models [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2005, 52(3): 576 – 582.
- [7] DONG R, TAN Y, CHEN H, et al. A neural networks based model for rate-dependent hysteresis for piezoelectric actuators [J]. *Sensors and Actuators A*, 2008, 143(2): 370 – 376.
- [8] LIEN J P, YORK A, FANG T, et al. Modeling piezoelectric actuators with hysteretic recurrent neural networks [J]. *Sensors and Actuators A: Physical*, 2010, 163(2): 516 – 525.
- [9] 毛剑琴, 丁海山. 率相关迟滞非线性系统的智能化建模与控制 [J]. 中国科学, F辑: 信息科学, 2009, 39(3): 289 – 304. (MAO Jianqin, DING Haishan. Intelligent modeling and control for rate-dependent hysteresis system [J]. *Science in China (Series F: Information Sciences)*, 2009, 39(3): 289 – 304.)
- [10] SMITH R C. Inverse compensation of hysteresis in magnetostrictive transducers [J]. *Mathematical and Computer Modeling*, 2001, 33(1/2/3): 285 – 298.
- [11] CHEN X K, HISAYAMA T, SU C Y. Pseudo-inverse-based adaptive control for uncertain discrete time systems preceded by hysteresis [J]. *Automatica*, 2009, 45(2): 469 – 476.
- [12] FENG Y, RABBATH C A, HONG H, et al. Robust control for shape memory alloy micro-actuators based flap positioning system [C] // *Proceedings of the American Control Conference*. New York: IEEE, 2010: 4181 – 4186.
- [13] OATES W S, SMITH R C. Nonlinear optimal control techniques for vibration attenuation using magnetostrictive actuators [J]. *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, 2008, 19(2): 193 – 209.
- [14] NARENDRA K, GALLMAN P. An iterative method for the identification of nonlinear systems using a Hammerstein model [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1966, 11(3): 546 – 550.
- [15] ESKINAT E, JOHNSON S H, LUYBEN W L. Use of Hammerstein models in identification of nonlinear systems [J]. *AIChE Journal*, 1991, 37(2): 255 – 268.
- [16] CHANG F, LUUS R. A noniterative method for identification using Hammerstein model [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1971, 16(5): 464 – 468.
- [17] VERHAEGEN M, WESTWICH D. Identifying MIMO Hammerstein systems in the context of subspace model identification methods [J]. *International Journal of Control*, 1996, 63(2): 331 – 349.
- [18] GOLUB G, PEREYRA V. Separable nonlinear least squares: the variable projection method and its applications [J]. *Inverse Problems*, 2003, 19(2): R1 – R26.
- [19] WESTWICK D, KEARNEY R. Separable least squares identification of nonlinear Hammerstein models: application to stretch reflex dynamic [J]. *Annals of Biomedical Engineering*, 2001, 29(8): 707 – 718.
- [20] BAI E W, FU M. A blind approach to Hammerstein model identification [J]. *IEEE Transactions on Signal Process*, 2002, 50(7): 1610 – 1619.
- [21] BAI E W. A blind approach to the Hammerstein-Wiener model identification [J]. *Automatica*, 2002, 38(6): 967 – 979.
- [22] DING F, CHEN T. Gradient based iterative algorithms for solving a class of matrix equations [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2005, 50(8): 1216 – 1221.
- [23] ROCHDI Y, GIRI F, GNING J B, et al. Identification of block-oriented systems in the presence of nonparametric input nonlinearities of switch and backlash types [J]. *Automatica*, 2010, 46(5): 864 – 877.
- [24] LIU T J, YE Y, BOUMAIZA S. Hammerstein-like predistortion techniques for wideband wireless power amplifier linearization [C] // *IEEE 2007 International Symposium on Microwave, Antenna, Propagation, and EMC Technologies for Wireless Communications*. New York: IEEE, 2007: 415 – 418.
- [25] DU J J, SONG C Y, LI P. Multilinear model control of Hammerstein-like systems based on an included angle dividing method and the MLD-MPC strategy [J]. *Industrial & Engineering Chemistry Research*, 2009, 48(8): 3934 – 3943.
- [26] SUYKENS J A K, GESTEL T V, BRABANTOR J D, et al. *Least Squares Support Vector Machines* [M]. Beijing: World Scientific, 2002.
- [27] SHI Y H, EBERHART R C. Empirical study of particle swarm optimization [C] // *Proceedings of Congress on Evolutionary Computation*. Piscataway, NJ: IEEE, 1999: 1945 – 1950.
- [28] 马连伟, 谭永红, 邹涛. 基于神经网络的迟滞逆模型 [J]. 控制理论与应用, 2008, 25(5): 823 – 826. (MA Lianwei, TAN Yonghong, ZOU Tao. A neural-network-based inverse hysteresis model [J]. *Control Theory & Applications*, 2008, 25(5): 823 – 826.)
- [29] LJUNG L. *System Identification-Theory for the User* [M]. 2nd ed. Upper Saddle River, NJ: PTR Prentice Hall, 1999.
- [30] ZHANG H B, JIANG C B, WANG Z B, et al. Effect of compressive stress on magnetostriction hysteresis of  $\langle 110 \rangle$  oriented  $\text{Tb}_{0.29}\text{Dy}_{0.48}\text{Ho}_{0.23}\text{Fe}_2$  crystal [J]. *Journal of Alloys and Compounds*, 2009, 475(1/2): 35 – 37.

### 作者简介:

柳萍 (1981-), 女, 博士研究生, 目前研究方向为动态迟滞非线性系统建模与控制, E-mail: llpp0203@163.com;

毛剑琴 (1940-), 女, 教授, 博士生导师, 目前研究方向为动态迟滞非线性系统建模与控制、智能结构动力学与控制, E-mail: jq-mao@buaa.edu.cn;

刘青松 (1987-), 男, 硕士研究生, 目前研究方向为动态迟滞非线性系统建模与控制, E-mail: tianxiang42@126.com;

周克敏 (1962-), 男, 教授, 博士生导师, 目前研究方向为鲁棒控制、多目标优化、动态迟滞非线性控制、系统和控制器降阶、故障诊断与容错控制、市场预测, E-mail: kmzhou@gmail.com.