

一类具有参数不确定 n 阶多输入多输出非线性系统的 Terminal滑模控制

郭益深[†], 孙富春

(清华大学 计算机科学与技术系, 北京 100084; 清华大学 智能技术与系统国家重点实验室, 北京 100084)

摘要: 针对一类具有参数不确定的 n 阶MIMO非线性系统, 提出了一种Terminal滑模控制方案. 该方案通过对滑模超平面的选取和Terminal滑模控制律的设计, 不但确保了闭环系统滑模阶段的存在性, 而且还保证了系统状态误差在有限时间内的收敛性. 由于无论何种情况下系统的初始状态均在Terminal滑模面上, 从而消除了其他滑模控制方法常有的到达阶段, 使得闭环系统具有全局鲁棒性和稳定性. 除此之外, 重点克服了控制输入的系数函数矩阵与不确定参数的关联问题. 仿真结果表明, 该控制方案可消除外部扰动及参数不确定的影响, 控制系统各状态变量有效地跟踪期望状态.

关键词: n 阶MIMO非线性系统; Terminal; 滑模控制; 有限时间; 全局鲁棒性

中图分类号: TP241 **文献标识码:** A

Terminal sliding-mode control for a class of n th-order multi-input multi-output nonlinear system with uncertain parameters

GUO Yi-shen[†], SUN Fu-chun

(Department of Computer Science and Technology, Tsinghua University, Beijing 100084, China;
State Key Lab of Intelligent Technology and Systems, Tsinghua University, Beijing 100084, China)

Abstract: A terminal sliding-mode control scheme is proposed for a class of n th-order MIMO nonlinear systems with uncertain parameters. Through the sliding hyperplane selection and the terminal sliding-mode control law design, the proposed control scheme not only guarantees that the sliding phase of the closed-loop system always exists, but also ensures that the output tracking error converges to zero in finite time. Meanwhile, since the initial state of system is always on the terminal sliding surface, the control scheme can eliminate the reaching phase of the other sliding-mode control and guarantee the global robustness and stability of the closed-loop system. In addition, it also solves the coupling problem between the coefficient function matrix of the control input and the uncertain parameters. Simulation results indicate that the proposed control scheme can eliminate the effect of the external disturbances and uncertain parameters on the system and control the state variables to track the desired states efficiently.

Key words: n th-order MIMO nonlinear system; Terminal; sliding-mode control; finite time; global robustness

1 引言(Introduction)

滑模控制被认为是作为控制不确定系统的一种强有力理论, 如电机和电力系统控制^[1]、飞行器控制^[2]、倒立摆控制^[3]和机器人轨迹跟踪控制^[4-5]等. 该控制理论的主要优点在于对参数不确定和外部扰动均具有良好的鲁棒性. 总的来说, 滑模控制技术包括两个阶段: i) 确定切换函数作为滑模面; ii) 设计滑模控制策略保证系统到达滑模面. 在普通的滑模控制中, 一般选取线性函数作为滑动超平面, 使系统到达滑动模态后, 跟踪误差渐近地收敛到零, 其中渐近收敛的速度可以通过选择滑模面参数矩阵来任意调节. 尽管如此, 无论何种状态下系统的收敛时间均很

难得以确定.

然而在实际的工程应用中, 更需要系统控制跟踪误差能够在有限时间内收敛到零. 因此为了获得更好的跟踪性能, 一些学者在滑模超平面的选择中引入了非线性函数来代替线性滑模面, 设计了一种Terminal滑模控制算法^[6-7], 保证了系统的跟踪误差能在有限时间内收敛到零. Venkataraman和Gulati^[8]首次以非线性函数作为滑模超平面, 探讨了Terminal滑模控制问题. 在此基础上, 更多具有高性能的Terminal滑模控制算法^[9-10]被提出且成功地应用于各种控制领域. 文献[11]针对一个2阶不确定非线性系统, 提出了相应的Terminal滑模控制策略, 但其滑

模面的导数是不连续的,导致控制系统的抖动较大,因此不适用于高阶系统.为了克服滑模面导数不连续的缺陷,庄开宇等^[12-13]设计了适用于带有参数摄动和外部扰动等不确定因素的高阶非线性系统的Terminal滑模、自适应Terminal滑模两种控制方案.虽然这些控制方案可消除滑模控制的到达阶段,同时确保了系统的全局鲁棒性和稳定性,但是该高阶非线性系统中与不确定参数相关项均被归结到参数摄动项中,而且要求控制输入的系数函数矩阵与不确定参数无关,即被认为是已知的系统状态非线性函数矩阵.

在许多工程应用的高阶非线性系统中,不确定参数往往是系统动力学或运动学参数,这些参数一般与控制输入的系数函数矩阵是相关的,也即控制输入的系数函数矩阵中包含有系统不确定参数,从而导致文献[12-13]的控制算法不能直接应用于这些系统的控制中.为此,本文基于非线性滑模超平面,设计了一类具有参数不确定和外部扰动的 n 阶MIMO非线性系统的Terminal滑模控制方案.该控制方案保留了Terminal滑模控制的优点(即消除一般滑模控制的到达阶段,确保了系统的全局鲁棒性和稳定性,保证了跟踪误差在有限时间内的收敛性),而且克服了控制输入的系数函数矩阵与不确定参数的关联问题.最后,以作平面运动漂浮基空间机械臂模型代表的2阶MIMO非线性系统为例进行系统数值仿真,结果证实了所提出Terminal滑模控制方案的有效性和可行性.

2 问题描述(Problem statement)

考虑如下一类 n 阶MIMO的非线性系统:

$$y^{(n)}(t) = N(y^{(n-1)}(t), \dots, \dot{y}(t), y(t), d(t)) + G(y^{(n-1)}(t), \dots, \dot{y}(t), y(t))u(t), \quad (1)$$

式中: $y(t) \in \mathbb{R}^{m \times 1}$ 和 $u(t) \in \mathbb{R}^{m \times 1}$ 为系统状态和控制输入; $d(t) \in \mathbb{R}^{m \times 1}$ 为外部干扰向量; $N(y^{(n-1)}(t), \dots, \dot{y}(t), y(t), d(t)) \in \mathbb{R}^{m \times 1}$ 为包含外部扰动和不确定参数的非线性函数项; $G(y^{(n-1)}(t), \dots, \dot{y}(t), y(t)) \in \mathbb{R}^{m \times m}$ 为含不确定参数的可逆输入系数函数矩阵.

令 $x_1 = y, x_2 = \dot{y}, \dots, x_n = y^{(n-1)}$, 则系统(1)可写成如下形式:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2, \\ \dot{x}_2 = x_3, \\ \vdots \\ \dot{x}_n = N(X(t), d(t)) + G(X(t))u(t), \end{cases} \quad (2)$$

其中

$$X(t) = [x_1^T \ x_2^T \ \dots \ x_n^T]^T = [x_1^T \ \dot{x}_1^T \ \dots \ \dot{x}_1^{(n-1)T}]^T.$$

为后续控制器设计的需要,式(2)表示的MIMO的非线性系统要求满足如下假设.

假设 1 函数列阵 $N(X(t), d(t))$ 可分块写为

$$N(X(t), d(t)) \equiv \hat{N}(X(t)) + \Delta N(X(t), d(t)), \quad (3)$$

式中 $\hat{N}(X(t))$ 和 $\Delta N(X(t), d(t))$ 分别为 $N(X(t), d(t))$ 的估计项和不确定项,且不确定项 $\Delta N(X(t), d(t))$ 满足

$$\|\Delta N_i(X(t), d(t))\|_\infty \leq \varpi_i(X(t)), \quad (4)$$

其中 $\varpi_i(X(t))$ 为一已知的正函数.同时,估计项 $\hat{N}(X(t))$ 对于任意 $X(t) \in \Omega$ 满足局部Lipschitz条件并满足以下不等式^[14]:

$$S^T[\hat{N}(X(t)) - \hat{N}(X_d(t))] \leq \sum_{p=0}^{\sigma} \rho_p \|E\|^{2p} \|S\|^2, \quad (5)$$

式中: $\sigma \geq 0$ 和 $\rho_p \geq 0$ 为由非线性函数列阵 $\hat{N}(X(t))$ 决定的常系数;

$$E(t) = X(t) - X_d(t) = (e^T, \dot{e}^T, \dots, e^{(n-1)T})^T \quad (6)$$

为系统状态误差向量,其中: $X_d(t) = (x_{1d}^T, x_{2d}^T, \dots, x_{nd}^T)^T$ 为系统期望状态; $e = x_1 - x_{1d} = (e_1, e_2, \dots, e_m)^T \in \mathbb{R}^{m \times 1}$; $S \in \mathbb{R}^{m \times 1}$ 为误差向量 $E(t)$ 的函数列阵,其具体表达式将在3.1节中描述.

假设 2 控制输入的系数函数矩阵 $G(X(t))$ 也可分块写为

$$G(X(t)) \equiv \hat{G}(X(t)) + \Delta G(X(t)), \quad (7)$$

其中: $\hat{G}(X(t))$ 和 $\Delta G(X(t))$ 分别为 $G(X(t))$ 的估计项和不确定项, $G(X(t))$ 和 $\hat{G}(X(t))$ 为非奇异方阵,且满足如下关系式^[15]:

$$\delta^{-1}I \leq G\hat{G}_d^{-1} \leq \delta I, \quad (8)$$

其中: $\delta > 1, \hat{G}_d \equiv \hat{G}(X_d(t))$.

3 Terminal滑模控制器设计(Terminal sliding-mode controller design)

Terminal滑模控制就是在滑动超平面的设计中引入了非线性函数,构造Terminal滑模面,使得在滑模面上跟踪误差能够在有限时间内收敛到零,也即使系统状态在指定的有限时间内达到对期望状态的完全跟踪.为了充分利用该滑模控制方法的优点,本文将基于Terminal滑模技术,对式(2)表达的一类具有外部扰动和不确定参数的MIMO非线性系统进行控制算法设计,保证系统状态 $X(t)$ 有效地跟踪期望状态 $X_d(t)$.

3.1 Terminal滑模切换面(Design of terminal sliding-mode)

利用式(6)定义的系统误差向量,Terminal滑模面方程设计为

$$S(X, t) = WE(t) - WZ(t), \quad (9)$$

式中: $W = [W_1 \ W_2 \ \dots \ W_n] \in \mathbb{R}^{m \times nm}$ 为常值矩阵, $W_i = \text{diag}\{w_{i1}, w_{i2}, \dots, w_{im}\} \in \mathbb{R}^{m \times m}$, $w_{ij} (i = 1, 2, \dots, n, j = 1, 2, \dots, m)$ 是正常数; $Z(t) = [z^T(t) \ z^T(t) \ \dots \ z^{(n-1)T}(t)]^T$. 令 $z(t) = [z_1(t) \ z_2(t) \ \dots \ z_m(t)]^T$, 且 $z_i(t)$ 满足假设3.

假设3^[16] $z_i(t) : \mathbb{R}_+ \mapsto \mathbb{R}$, $z_i(t) \in \mathbb{C}^n[0, \infty)$, $\dot{z}_i(t), \dots, z_i^{(n)} \in L^\infty$. 对于某个正常数 T , $z_i(t)$ 在时间段 $[0, T]$ 上是有界的, 且 $z_i(0) = e_i(0)$, $\dot{z}_i(0) = \dot{e}_i(0)$, $\dots, z_i^{(n)} = e_i^{(n)}(0)$, 其中: $\mathbb{C}^n[0, \infty)$ 定义为在区间 $[0, \infty)$ 内所有 n 阶可微的连续函数, $i = 1, 2, \dots, m$.

为了满足系统输出误差在有限时间内的收敛性要求, Terminal滑模面(9)中的函数 $z_i(t)$ 选为如下形式:

$$z_i(t) = \begin{cases} a_{0i} + \sum_{j=1}^{2n+1} \frac{a_{ji}}{T^{j-1}} t^j, & 0 \leq t \leq T, \\ 0, & t > T, \end{cases} \quad (10)$$

其中参数 $a_{ji} (j = 0, 1, \dots, 2n+1; i = 1, 2, \dots, m)$ 可通过假设3中的条件求得.

3.2 Terminal滑模控制器(Terminal sliding-mode controller)

在滑模控制中, 控制输入律的设计目标就是迫使系统的所有状态在有限时间内到达并保持在 $S(X, t) = 0$ 的滑模面上, 即控制输入律应该保证系统状态误差从任意初始状态收敛到零.

为此, 设计如下系统Terminal滑模控制输入律:

$$u(t) = \hat{G}_d^{-1} [x_d^{(n)} - \hat{N}_d - K \frac{S}{\|S\|} - \beta W_n^{-1} \frac{S}{\|S\|} + z^{(n)} - \delta \lambda_M \sum_{p=0}^{\sigma} \rho_p \|E\|^{2p} \|S\|^2], \quad (11)$$

其中控制参数 K 选为

$$K = \delta \{ \eta I + \text{diag}\{\varpi_1, \varpi_2, \dots, \varpi_m\} + \delta(\delta - 1) \|x_d^{(n)} + z^{(n)} - \hat{N}_d\| I \}, \quad (12)$$

可保证闭环系统的全局鲁棒性和稳定性, 而且系统状态跟踪误差 $E(t)$ 可以在有限时间 T 内收敛到零. 式(11)和(12)中: $\beta = \delta \|\sum_{k=1}^{n-1} W_k [e^{(k)} - z^{(k)}]\|$; λ_M 为 W_n 的最大特征值; η 为一正常数; $I \in \mathbb{R}^{m \times m}$ 为一单位矩阵.

稳定性分析. 选择如下Lyapunov函数:

$$V = \frac{1}{2} S^T S. \quad (13)$$

对 V 求时间 t 的导数, 并利用式(2)和(9), 得

$$\dot{V} = S^T \dot{S} = S^T [W \dot{E} - W \dot{Z}(t)] = S^T \{ W [\dot{e}^T \ \ddot{e}^T \ \dots \ e^{(n)T}]^T -$$

$$W [z^T \ \dot{z}^T \ \dots \ z^{(n)T}]^T \} = S^T \{ W_n [e^{(n)} - z^{(n)}] + \sum_{k=1}^{n-1} W_k [e^{(k)} - z^{(k)}] \} = S^T \{ \sum_{k=1}^{n-1} W_k [e^{(k)} - z^{(k)}] + W_n [x^{(n)} - x_d^{(n)} - z^{(n)}] \} = S^T \{ \sum_{k=1}^{n-1} W_k [e^{(k)} - z^{(k)}] + W_n [N + Gu - x_d^{(n)} - z^{(n)}] \}.$$

将Terminal滑模控制输入律(11)代入上式, 有

$$\begin{aligned} \dot{V} = & S^T W_n \{ G \hat{G}_d^{-1} [x_d^{(n)} + z^{(n)} - \hat{N}_d - K \frac{S}{\|S\|} - \beta W_n^{-1} \frac{S}{\|S\|} - \delta \lambda_M \sum_{p=0}^{\sigma} \rho_p \|E\|^{2p} S] + \hat{N} + \Delta N - x_d^{(n)} - z^{(n)} \} + S^T \sum_{k=1}^{n-1} W_k [e^{(k)} - z^{(k)}] = \\ & S^T W_n (\hat{N} - \hat{N}_d) + S^T W_n \Delta N - \frac{\delta}{2} \lambda_M \sum_{p=0}^{\sigma} \rho_p \|E\|^{2p} S^T W_n [(G \hat{G}_d^{-1})^T + G \hat{G}_d^{-1}] S + S^T W_n (G \hat{G}_d^{-1} - I) (x_d^{(n)} + z^{(n)} - \hat{N}_d) - \frac{\beta}{2} S^T [(G \hat{G}_d^{-1})^T + G \hat{G}_d^{-1}] \frac{S}{\|S\|} - S^T W_n G \hat{G}_d^{-1} K \frac{S}{\|S\|} + S^T \sum_{k=1}^{n-1} W_k [e^{(k)} - z^{(k)}]. \end{aligned} \quad (14)$$

由假设1和2, 可知

$$S^T W_n (\hat{N} - \hat{N}_d) \leq \lambda_M \sum_{p=0}^{\sigma} \rho_p \|E\|^{2p} \|S\|^2 \leq \frac{\delta}{2} \lambda_M \sum_{p=0}^{\sigma} \rho_p \|E\|^{2p} S^T [(G \hat{G}_d^{-1})^T + G \hat{G}_d^{-1}] S,$$

那么, 根据式(8)和变量 β 的定义, 式(14)可变为

$$\begin{aligned} \dot{V} \leq & S^T \sum_{k=1}^{n-1} W_k [e^{(k)} - z^{(k)}] + S^T W_n \Delta N + S^T W_n (G \hat{G}_d^{-1} - I) (x_d^{(n)} + z^{(n)} - \hat{N}_d) - S^T W_n G \hat{G}_d^{-1} K \frac{S}{\|S\|} - \frac{\beta}{2} S^T [(G \hat{G}_d^{-1})^T + G \hat{G}_d^{-1}] \frac{S}{\|S\|} \leq \\ & S^T W_n \Delta N + S^T W_n (G \hat{G}_d^{-1} - I) (x_d^{(n)} + z^{(n)} - \hat{N}_d) - S^T W_n G \hat{G}_d^{-1} K \frac{S}{\|S\|} \leq \\ & -\delta^{-1} \|S^T W_n\| \{ \|K\| - \delta \|\Delta N\|_\infty - \delta(\delta - 1) \|x_d^{(n)} + z^{(n)} - \hat{N}_d\| - \delta \eta \} - \eta \|S^T W_n\|. \end{aligned} \quad (15)$$

将式(12)代入式(15), 并利用式(4), 可得

$$\dot{V} \leq -\eta \|S^T W_n\| < 0, \quad |S| \neq 0.$$

根据假设3和Terminal滑模面方程(9)可知

$$S(X, 0) = W[E(0) - Z(0)] = W\{[e^T(0) \ \dot{e}^T(0) \ \dots \ e^{(n-1)T}(0)]^T - [z^T(0) \ \dot{z}^T(0) \ \dots \ z^{(n-1)T}(0)]^T\} = 0. \quad (16)$$

上式说明了系统的初始状态已在 $S(X, 0) = 0$ 的滑模面上, 因此消除了滑模控制的到达阶段, 也就是说系统在初始时刻即进入了滑动阶段. 因 $S(X, 0) = 0$, 则由式(13)可得 $V(0) = 0$. 同时因 $\dot{V} \leq -\eta \|S^T W_n\|$, 可知 $V(t) = 0$, 即有 $S(X, t) \equiv 0$, 从而保证了闭环系统的全局鲁棒性和稳定性.

由于 $S(X, t) \equiv 0$, 那么根据式(9)可得 $WE(t) - WZ(t) = 0$, 即有 $E(t) = Z(t)$. 故通过选取Terminal滑模面中的函数 $Z(T) = 0$, 即可实现 $E(T) = 0$, 而且当 $t > T$ 时, $Z(t) = 0$, 也即有 $E(t) = 0$, 从而保证状态跟踪误差 $E(t)$ 在有限时间 T 内收敛到零.

为了减低控制过程中系统的抖振, 采用如下连续函数 σ 来代替 $\frac{S}{\|S\|}$:

$$\sigma = \frac{S}{\|S\| + \delta_0 + \delta_1 \|e\|}, \quad (17)$$

式中 δ_0 和 δ_1 均为正常数.

注1 上述Terminal滑模的控制结果能够保证系统全局鲁棒性和稳定性的前提条件是: a) 控制输入的系数函数矩阵 $G(X(t))$ 是可逆的; b) 不等式(4)在整个状态空间中均需得到满足. 而控制系统的收敛时间则可轻易地通过调节式(10)中的参数 T 来得以实现.

4 仿真算例(Simulation examples)

为了验证本文提出的Terminal滑模控制方案的有效性和可行性, 不失一般性, 以作平面运动的两杆漂浮基空间机械臂系统为例(如图1所示)进行系统数值仿真.

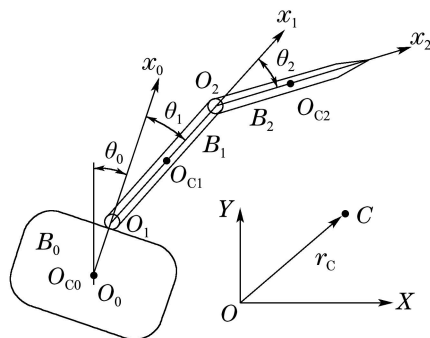


图1 平面两杆漂浮基空间机械臂系统
Fig. 1 A planar free-floating space manipulator system with two links

不考虑太空微重力梯度的影响及外力的作用, 载体位置无控的空间机械臂系统满足动量守恒关系. 不失一般性, 设系统的初始动量为零. 那么以载体相

对于惯性坐标系 Y 轴的姿态角 θ_0 、臂杆的相对转角 $\theta_i (i = 1, 2)$ 为系统广义坐标 $q = (\theta_0, \theta_1, \theta_2)^T$, 采用拉格朗日第2类方程可得漂浮基空间机械臂系统如下形式的2阶系统动力学方程:

$$D(q)\ddot{q} + h(q, \dot{q})\dot{q} = (\tau_0, \tau^T)^T + f(t), \quad (18)$$

式中: $D(q) \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ 为系统的对称、正定质量矩阵; $h(q, \dot{q}) \in \mathbb{R}^{3 \times 1}$ 为包含科氏力、离心力的列阵; τ_0 为载体姿态控制力矩; $\tau = (\tau_1, \tau_2)^T$ 为机械臂各关节铰的控制力矩; $f(t) \in \mathbb{R}^{3 \times 1}$ 为如关节间摩擦力矩、噪声、姿态控制燃料的质量变化等因素引起的外部干扰信号.

式(18)可改写为2阶MIMO的非线性系统

$$\ddot{q} = D^{-1}(q)[-h(q, \dot{q})\dot{q} + f(t)] + D^{-1}(q)(\tau_0, \tau^T)^T. \quad (19)$$

上式可简写为式(1)的形式, 那么式中:

$$n = 2, \quad N = D^{-1}(q)[-h(q, \dot{q})\dot{q} + f(t)], \\ G = D^{-1}(q), \quad u(t) = (\tau_0, \tau^T)^T.$$

根据图1的系统结构, 设定系统的模型参数^[17]分别为

$$m_0 = 40.0 \text{ kg}, \quad m_1 = 2.0 \text{ kg}, \quad m_2 = 1.0 \text{ kg}; \\ d_0 = 1.5 \text{ m}, \quad d_1 = 1.5 \text{ m}, \quad d_2 = 1.5 \text{ m}; \\ l_1 = 3.0 \text{ m}, \quad l_2 = 3.0 \text{ m}; \\ J_0 = 34.2 \text{ kg} \cdot \text{m}^2, \quad J_1 = 1.5 \text{ kg} \cdot \text{m}^2, \quad J_2 = 1.5 \text{ kg} \cdot \text{m}^2.$$

由于本文考虑的是系统参数不确定的情况, 因此设系统模型的估计惯性参数分别为

$$\hat{m}_0 = 38.0 \text{ kg}, \quad \hat{m}_1 = 1.8 \text{ kg}, \quad \hat{m}_2 = 0.8 \text{ kg}, \\ \hat{J}_0 = 30.0 \text{ kg} \cdot \text{m}^2, \quad \hat{J}_1 = 1.2 \text{ kg} \cdot \text{m}^2, \quad \hat{J}_2 = 1.2 \text{ kg} \cdot \text{m}^2,$$

其他系统参数不变.

仿真过程中, 设载体姿态的期望运动规律为 $\theta_{0d} = \pi/2 + 1.5 \sin(\pi t/4)$, 单位: rad; 同时, 机械臂各关节铰的期望运动轨迹为 $\theta_{1d} = 1.5 \cos(\pi t/4)$, $\theta_{2d} = \pi/4 + 1.5 \sin(\pi t/4)$, 单位: rad; 系统的外部扰动设为 $f(t) = 3.0[\sin(\pi t) \ \cos(\pi t) \ \sin(\pi t)]^T$, 单位: N · m; 系统运动的初始值为 $\theta_0(0) = 0.51\pi$, $\theta_1(0) = 1.55\pi$, $\theta_2(0) = 19\pi/80$, 单位: rad.

由于漂浮基空间机械臂系统为2阶系统, 因此式(10)中的参数 $a_{ji} (j = 0, 1, \dots, 5; i = 1, 2, 3)$ 可根据假设3, 并由系统初始条件和参数 T 计算得

$$a_{0i} = e_i(0), \quad a_{1i} = \dot{e}_i(0), \quad a_{2i} = 0.5T\ddot{e}_i(0), \\ a_{3i} = -10e_i(0)/T - 6\dot{e}_i(0) - 1.5T\ddot{e}_i(0), \\ a_{4i} = 15e_i(0)/T + 8\dot{e}_i(0) + 1.5T\ddot{e}_i(0), \\ a_{5i} = -6e_i(0)/T - 3\dot{e}_i(0) - 0.5T\ddot{e}_i(0).$$

为保证系统的控制跟踪精度, 控制器的其他相应

参数选为

$$\delta = 5.0, \rho_0 = 8.0, \rho_1 = 8.0, \eta = 2.0,$$

$$W_1 = \text{diag}\{1.6, 2.0, 2.0\},$$

$$W_2 = \text{diag}\{0.2, 0.05, 0.05\},$$

$$\varpi_i = 6.0(i = 1, 2, 3), \delta_0 = 0.03, \delta_1 = 5.0.$$

仿真过程全部耗时 $t = 10.0 \text{ s}$.

图2和图4分别为采用上述Terminal滑模控制输入律(11)得到的漂浮基空间机械臂载体姿态角及各关节在参数 $T = 0.2$ 和 $T = 2.0$ 时的位置及速度跟踪误差图; 图3和图5分别为相应的系统控制输入力矩变化曲线图.

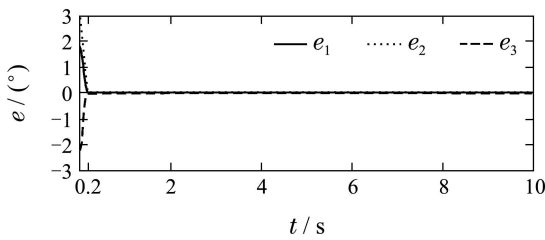


图2 跟踪误差图($T = 0.2$)
Fig. 2 Tracking error($T = 0.2$)

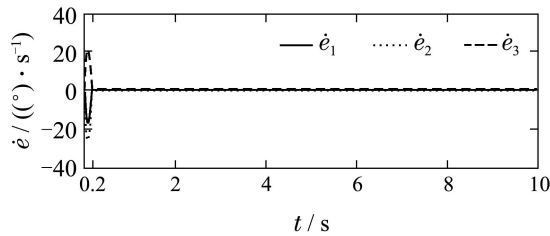


图4 跟踪误差图($T = 2.0$)

Fig. 4 Tracking error($T = 2.0$)

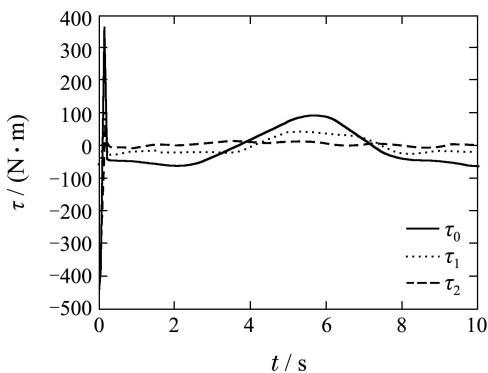


图3 控制输入力矩变化曲线图($T = 0.2$)
Fig. 3 Control input torque curve($T = 0.2$)

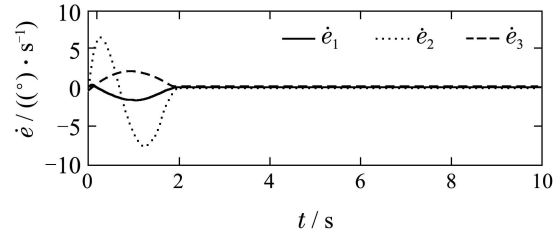


图5 控制输入力矩变化曲线图($T = 2.0$)

Fig. 5 Control input torque curve($T = 2.0$)

分析 从仿真结果可知,空间机械臂载体姿态与各关节的位置及速度跟踪误差均可在式(10)中的设定参数 T 值时刻收敛至零. 同时可以看出,若参数 T 的取值较小,则系统的收敛速度较快,反之亦然. 但是,随着 T 值逐步变小,则要求载体姿态控制反应轮与机械臂各关节控制电机的反应速度更快且额定输出力矩值更大. 因此,需根据空间机械臂系统完成空间任务的实际需要,通过适当设定参数 T 值来调整系统的收敛速度,进而提高空间机械臂系统完成空间作业的工作效率. 仿真结果表明,本文所提出的Terminal滑模控制算法可有效地消除外部扰动及参数不确定的影响,控制系统跟踪误差在有限的时间内收敛至零.

5 结语(Conclusions)

本文讨论了具有外部扰动与参数不确定情况,一类高阶MIMO非线性系统的控制问题. 在该系统满足一定的假设条件下,通过适当地选取滑模函数,设计了一种Terminal滑模控制方案. 该控制方案保留了文献[12-13]介绍的Terminal滑模控制算法的优点,同时克服了控制输入的系数函数矩阵与不确定参数的关联问题. 为证实该Terminal滑模控制方案的有效性,以作平面运动的两杆漂浮基空间机械臂系统为例,进行了数值仿真. 仿真结果证实了该控制方案可消除外部扰动及参数不确定的影响,控制系统各状态变量有效地跟踪期望状态.

参考文献(References):

- [1] CHI S, ZHANG Z, XU L. Sliding-mode sensorless control of direct-drive PM synchronous motors for washing machine applications [J]. *IEEE Transactions on Industry Applications*, 2009, 45(2): 582 – 590.
- [2] YEH F K, CHIEN H H, FU L C. Design of optimal midcourse guidance sliding-mode control for missiles with TVC [J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2003, 39(3): 824 – 837.
- [3] 张克勤, 苏宏业, 庄开宇, 等. 三级倒立摆系统基于滑模的控制 [J]. 浙江大学学报, 2002, 36(4): 404 – 409.
(ZHANG Keqin, SU Hongye, ZHUANG Kaiyu, et al. Robust control based on sliding mode for a triple inverted pendulum [J]. *Journal of Zhejiang University*, 2002, 36(4): 404 – 409.)
- [4] YU X H, XU J X. *Advances in Variable Structure Systems* [M]. Singapore: World Scientific, 2000.
- [5] HUANG C I, LIAN K Y, CHIU C S, et al. Smooth sliding mode control for constrained manipulator with joint flexibility [C] // *Proceedings of the 16th IFAC World Congress*. Prague, Czech Republic: Elsevier, 2005: 91 – 96.
- [6] WU Y, YU X H, MAN Z H. Terminal sliding mode control design for uncertain dynamic systems [J]. *Systems & Control Letters*, 1993, 34(5): 281 – 288.
- [7] SAIF M, EBRAHIMI B, VALI M. Terminal sliding mode control of Z-axis MEMS gyroscope with observer based rotation rate estimation [C] // *Proceedings of the 2011 American Control Conference*. San Francisco, CA: IEEE, 2011: 3483 – 3489.
- [8] VENKATARAMAN S T, GULATI S. Control of nonlinear systems using terminal sliding modes [C] // *Proceedings of the 1992 American Control Conference*. Chicago, CA: IEEE, 1992: 891 – 893.
- [9] MAN Z, YU X H. Terminal sliding mode control of MIMO linear systems [J]. *IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Fundamental Theory and Applications*, 1997, 44(11): 1065 – 1070.
- [10] FENG Y, YU X H, MAN Z H. Non-singular terminal sliding mode control of rigid manipulators [J]. *Automatica*, 2002, 38(12): 2159 – 2167.
- [11] PARK K B, TERUO T. Terminal sliding mode control of second-order nonlinear uncertain systems [J]. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 1999, 9(11): 769 – 780.
- [12] 庄开宇, 张克勤, 苏宏业, 等. 高阶非线性系统的Terminal滑模控制 [J]. 浙江大学学报, 2002, 6(5): 482 – 485.
(ZHUANG Kaiyu, ZHANG Keqin, SU Hongye, et al. Terminal sliding mode control for high-order nonlinear dynamic systems [J]. *Journal of Zhejiang University*, 2002, 6(5): 482 – 485.)
- [13] ZHUANG K Y, SU H Y, ZHANG K Q, et al. Adaptive terminal sliding mode control for high-order nonlinear dynamic systems [J]. *Journal of Zhejiang University Science*, 2003, 4(1): 58 – 63.
- [14] CHIU C S. Mixed feedforward/feedback based adaptive fuzzy control for a class of MIMO nonlinear systems [J]. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 2006, 14(6): 716 – 727.
- [15] CHIU C S. Derivative and integral terminal sliding mode control for a class of MIMO nonlinear systems [J]. *Automatica*, 2012, 48(2): 316 – 326.
- [16] 刘金琨. 滑模变结构控制MATLAB仿真 [M]. 北京: 清华大学出版社, 2005.
(LIU Jinkun. *MATLAB Simulation for Sliding Mode Control* [M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2005.)
- [17] 陈力. 参数不确定空间机械臂系统的鲁棒自适应混合控制 [J]. 控制理论与应用, 2004, 21(4): 512 – 516.
(CHEN Li. Robust and adaptive composite control of space manipulator system with uncertain parameters [J]. *Control Theory & Applications*, 2004, 21(4): 512 – 516.)

作者简介:

郭益深 (1978–), 男, 博士, 研究方向为空间机器人系统运动学、动力学与控制, E-mail: gsyguoyishen@sina.com;

孙富春 (1964–), 博士, 教授, 博士生导师, 研究方向为智能控制与机器人控制, E-mail: fcsun@mail.tsinghua.edu.cn.