DOI: 10.7641/CTA.2013.20804

### 具有屈膝行为的双足被动行走模型

安康, 陈启军†

(同济大学 机器人与智能系统实验室, 上海 201804)

摘要:参考人类下坡行走运动特点,提出一种具有屈膝行为的双足被动行走模型.采用5质点4杆被动行走模型,设计支撑腿在行走过程中弯曲,通过对支撑腿膝关节弯曲时刻的调整,求解得到模型在不同斜面上的稳定周期行走步态.仿真结果表明,模型实现了在坡度范围小于0.39 rad的斜面上稳定行走步态.与传统步态相比,稳定行走的坡度范围显著提高,在较大坡度上也具有很好的稳定性.

关键词: 屈膝行为: 被动动力学行走; 双足运动; 机器人学

中图分类号: TP242.6 文献标识码: A

#### Passive dynamic walking model with knee-bend behavior

AN Kang, CHEN Qi-jun<sup>†</sup>

(Robotics and Intelligent System Laboratory, Tongji University, Shanghai 201804, China)

**Abstract:** With the inspiration from human walking pattern during going down slope, we developed a passive dynamic walking model with particular knee-bend behavior. A five-mass-point and four-stick model is used, and the knee-bend mechanism is designed in the phase from knee-strike event to heel-strike event in one walking cycle. The stable periodic walking motion on the slope with different slope angle is found by means of adjusting the bending time of the stance knee. The simulation results show that the walking motion is stable on the slope of  $\gamma < 0.39\,\mathrm{rad}$ . Compared with conventional walking gait, the proposed gait can achieve stable walking motion with a much wider range of slope angle.

Key words: knee-bend behavior; passive dynamics walking; biped locomotion; robotics

#### 1 引言(Introduction)

基于被动动力学的机器人双足行走问题是近些年来该领域的热门问题. 20世纪80年代末McGeer设计了一种仅依靠重力和自身的动力学特性,即可稳定的走下斜面的被动行走器,奠定了被动行走动力学的基础<sup>[1]</sup>,随后,许多优秀的基于被动动力学的双足行走机器人被设计出来,包括荷兰Delft大学的机器人Leo<sup>[2]</sup>;美国密歇根大学的机器人MABEL<sup>[3]</sup>;英国斯特灵大学的机器人Runbot<sup>[4]</sup>等. 2011年5月,美国康奈尔大学的机器人Ranger在没有更换电池的情况下独自行走65公里,创造了该方面新的世界记录<sup>[5]</sup>.

与传统双足行走机器人相比, 基于被动动力学的双足机器人不需要对关节进行时时的控制和跟踪, 因此一方面具有固有的稳定性, 不需要任何控制就可以完成周期的行走; 另一方面行走的能量消耗非常小<sup>[6]</sup>. 例如机器人Ranger的行走能量效率(COT)为0.28, 已经与人类的行走COT非常接近.

然而,直到目前为止,传统被动动力学机器人仅

能在很小的坡面上稳定地行走,很难完成在较大坡度斜面上的行走<sup>[7-8]</sup>. 这主要是因为该类机器人的行走非常依赖于本体的机械结构特性<sup>[9]</sup>,在特定的行走环境中,对机器人的结构、步态规划等方面都需要有严格的要求.

通过对人类行走的观察和分析,发现人类在下坡行走时,支撑腿的屈膝行为能够提高行走对大坡度环境的适应能力,因此对双足机器人行走来说,引入人类膝关节的运动特点可能能够改进机器人在坡面上的行走能力.然而,以往提高双足行走的稳定性只是通常采用高级的控制算法来实现,利用屈膝行为的运动机理来改进被动行走机器人坡面上的行走能力的研究还未见报导[10-14].因此通过采用被动动力学的方法对这种屈膝行为的机理进行研究,将会提高双足机器人机构的固有稳定性,对行走机器人的机构设计提供新的思路.例如设计更加高效的控制器,并减少对关节力矩输入的严格要求[15].

本文借鉴人类在坡面上的行走中存在支撑腿屈膝过程的特点,对有膝双足行走进行分析,提出了一

收稿日期: 2012-07-20; 收修改稿日期: 2012-09-25.

<sup>†</sup>通信作者. Tel.: +86 021-69589338.

种具有屈膝行为的双足被动行走模型.首先,建立双足有膝行走的动力学模型,对具有屈膝行为的被动行走步态和其中关键问题进行了描述和推导;其次,通过求解得到在斜面上稳定的双足行走周期步态,并进行分析;最后,与传统步态进行了对比,验证本文提出步态的效果.

# 2 具有屈膝行为的被动行走步态(Passive dynamic walking gait with knee-bend behavior)

本文采用5质点4杆的行走模型来研究具有屈膝行为的被动行走步态,在行走过程中设计支撑腿的屈膝行为,通过分析步态的特性,研究行走步态的稳定性和适应能力.该周期行走步态的整个过程如图1所示:把摆动腿触地后刚刚转换为支撑腿的时刻作为新周期步态的开始(图1(a));新的摆动腿自由摆动(图1(b)),直到大腿与小腿具有相同的角度时,摆

动腿伸直且膝关节碰撞并锁死(图1(c));摆动腿随后继续自由摆动(图1(d)),在摆动腿膝关节发生碰撞后,支撑腿转过一定的角度时,支撑腿膝关节解锁并开始自由弯曲(图1(e)),直到当摆动足与地面发生碰撞时,周期行走步态完成(图1(f)).新一步步态的初始状态与上一步的初始状态相同.模型仅依靠重力提供的能量输入完成整个行走,而不需要关节力矩输入.在行走过程中,假设碰撞过程是瞬间完成的,并且坡面的摩擦系数足够大来避免相对的滑动.

本文提出的行走步态过程在膝关节碰撞前(图1(a)-(c)),与传统有膝关节被动行走步态过程相同<sup>[8]</sup>.而不同之处是:本文提出的行走步态在摆动腿膝关节发生碰撞并锁死后,支撑腿转过一定角度时,支撑腿膝关节解锁并开始弯曲(图1(e)).而传统的被动行走步态中,在摆动腿膝关节锁死后,两条腿仍旧保持锁死伸直的状态,直到摆动脚与地面发生碰撞.

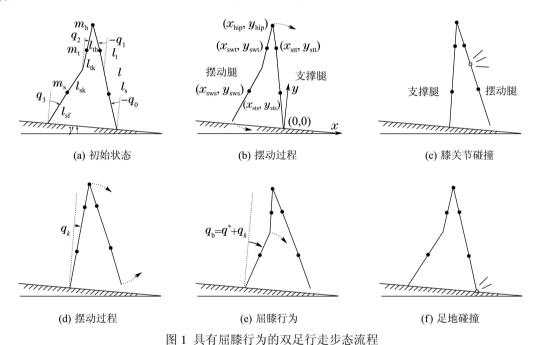


图 1 共有屈脉行为的双定行走少念抓住

Fig. 1 Process of the passive dynamic walking with knee-bend behavior in one step

#### 3 模型分析(Analysis of the model)

### 3.1 5质点4杆行走模型(Five-mass-point and four-stick model)

本文采用的5质点4杆行走模型(图1(a))由两条大腿和小腿铰接组成,5个质点分别分布在髋关节、大腿和小腿上,表征了模型的质量分布.模型的质量、长度参数定义如表1所示. $\gamma$ 为行走斜面的倾角.广义坐标 $q_0,q_1,q_2,q_3$ 分别为支撑腿小腿、支撑腿大腿、摆动腿大腿、摆动腿小腿相对于斜面法线的夹角. $q=(q_0,q_1,q_2,q_3)^{\mathrm{T}}$ 表征了模型的4个自由度,因此行走模型的状态可以由 $q_{\mathrm{s}}=(q_0,\dot{q_0},q_1,\dot{q_1},q_2,\dot{q_2},q_3,\dot{q_3})$ 来表示.

#### 表 1 模型质量、长度参数定义表

#### Table 1 Definitions of length and mass parameters

$m_{ m h}$	髋关节质量
$m_{ m t}$	大腿质量
$m_{ m s}$	小腿质量
l	腿长
$l_{ m t}$	大腿长度
$l_{ m s}$	小腿长度
$l_{ m th}$	大腿质心到髋关节距离
$l_{ m tk}$	大腿质心到膝关节距离
$l_{ m sk}$	小腿质心到膝关节距离
$l_{\rm sf}$	小腿质心到足的距离

### **3.2** 支撑腿的屈膝行为设计(Design of knee-bend behavior)

模型在行走过程中,设计在摆动腿膝关节发生碰撞并锁死后,支撑腿转过一定角度时,支撑腿膝关节解锁并开始弯曲.图1(d)所示摆动腿膝关节发生碰撞时,支撑腿的角度为 $q_k$ .通过在模型中设计参数 $q^*$ 来调整支撑腿膝关节解锁并弯曲的时刻 $q_b$ (图1(e)),从而得到式(1)关系.在摆动腿膝关节发生碰撞后,支撑腿继续以支撑脚为圆心向前摆动,当摆动 $q^*$ 角度后,支撑腿膝关节开始弯曲,直到足地碰撞,一个周期行走步态结束(图1(f)).

$$q_{\rm b} = q^* + q_k, \ q^* \in [0, q_{\rm b} - q_k],$$
 (1)

其中 $q_h$ 为直到足地碰撞发生,支撑腿仍没有弯曲情况下的角度.

通过调整 $q^*$ ,可以在膝关节碰撞和足地碰撞两个时刻之间选择不同的屈膝的时刻,如果 $q^* = 0$ ,摆动腿膝关节碰撞和支撑腿的屈膝行为将同时发生;如果 $q^* = q_h - q_k$ ,行走过程中支撑腿将一直是伸直的状态,即传统的被动行走步态.

### **3.3** 模型的动力学分析(Equations of motion of the model)

假设在步行周期中支撑脚的坐标为(0,0), 坐标轴 $O_x$ 沿步行方向平行于斜面,  $O_y$ 沿竖直方向向上(图1(b)). 定义

$$X = (x_{\text{sts}}, y_{\text{sts}}, x_{\text{stt}}, y_{\text{stt}}, x_{\text{hip}}, y_{\text{hip}}, x_{\text{swt}}, y_{\text{swt}}, x_{\text{sws}}, y_{\text{sws}})^{\text{T}}$$

为模型中各质点在笛卡尔直角坐标系中的坐标. 分析模型得到*X*与*q*之间的传递函数*F*:

根据牛顿-拉格朗日原理,

$$\begin{cases} \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{q}} \right) - \frac{\partial L}{\partial q} = 0, \\ L = T - V, \end{cases}$$
 (3)

其中: T为系统的动能, V为系统的势能,

通过式(2)可以得到

$$T = \frac{1}{2}\dot{X}^{\mathrm{T}}M_T\dot{X}, \ V = gM_VX, \tag{4}$$

其中: g为重力加速度, 质量矩阵为

$$\begin{cases}
M_T = \operatorname{diag}\{m_{s}, m_{s}, m_{t}, m_{t}, m_{h}, m_{h}, \\
m_{t}, m_{t}, m_{s}, m_{s}\}, \\
M_V = (0, m_{s}, 0, m_{t}, 0, m_{h}, 0, m_{t}, 0, m_{s}).
\end{cases}$$
(5)

因此,可以得到如下形式的行走模型摆动阶段 的动力学方程:

$$M(q)\ddot{q} + C(q,\dot{q})\dot{q} + G(q,\gamma) = -J^{\mathrm{T}}u,$$
(6)  
其中:  $M(q)$ 为 $\ddot{q}$ 的 $4 \times 4$ 系数矩阵;  $C(q,\dot{q})$ 为 $4 \times 4$ 矩

阵;  $G(q,\gamma)$ 为 $4 \times 1$ 矩阵;  $-J^{T}u$ 为各关节中的约束力矩

## 3.4 步行中的关节力矩约束(Constrained joint torques)

整个周期行走过程分为3个部分:在摆动腿伸直之前,支撑腿为锁死状态;而在摆动腿膝关节发生碰撞和支撑腿屈膝之间,两条腿都是伸直的状态;在支撑腿屈膝之后,支撑腿弯曲,但摆动腿仍保持伸直的状态,直到足地碰撞.在机器人模型的设计中,可以通过机械结构的设计来完成膝关节的锁死过程.而在本文的计算机模型中,通过在动力学模型中加入约束关节力矩来分别描述支撑腿和摆动腿在不同行走区间中伸直锁死的状态.

由行走步态过程的描述可知, 在摆动腿膝关节 发生碰撞之前, 摆动腿自由摆动, 且支撑腿是伸直 锁死的状态, 此时 $q_0 = q_1$ , 且满足

$$-J_{\rm st}\ddot{q} = 0, \ J_{\rm st} = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$
 (7)

当摆动腿发生碰撞后, 支撑腿屈膝前, 摆动腿和支撑腿都是伸直的状态, 此时 $q_0 = q_1, q_2 = q_3$ , 且满足

$$-J_{\rm ss}\ddot{q} = 0, \ J_{\rm ss} = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}. \tag{8}$$

在支撑腿屈膝后,摆动腿仍是伸直状态. 因此满足 $q_2 = q_3$ ,且

$$-J_{\text{sw}}\ddot{q} = 0, \ J_{\text{sw}} = [0 \ 0 \ -1 \ 1], \tag{9}$$

其中 $J_{\text{st}}, J_{\text{ss}}, J_{\text{sw}}$ 为关节力矩的系数矩阵.

由式(6)-(9)可以得到

$$J\ddot{q} = -JM(q)^{-1}(C(q,\dot{q})\dot{q} + G(q,\gamma) + J^{\mathrm{T}}u) = 0,$$
(10)

其中J在步行周期的3个阶段中分别表示 $J_{\rm st},J_{\rm ss},$  $J_{\rm sw}$ ,从而得到

$$u = -X^{-1}JM(q)^{-1}(C(q,\dot{q})\dot{q} + G(q,\gamma)), \tag{11}$$

其中

$$X = JM(q)^{-1}J^{\mathrm{T}}. (12)$$

通过式(11)—(12)可以计算得到模型在各个阶段的关节约束力矩— $J^Tu$ ,从而实现了对支撑腿和摆动腿的伸直锁死状态的描述,从而得到了对整个周期行走的动力学描述.

#### 3.5 足地碰撞(Heel-strike)

在一个步行周期结束时,摆动脚与地面发生碰撞,系统的状态将由于足地碰撞而发生改变.当满足如下约束时摆动脚与地面发生碰撞:

$$\begin{bmatrix} l_{\rm s} \ l_{\rm t} - l_{\rm t} - l_{\rm s} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos q_0 \\ \cos q_1 \\ \cos q_2 \\ \cos q_3 \end{bmatrix} = 0. \tag{13}$$

由于碰撞后瞬间模型的状态为一个周期步态 的开始,则当足地碰撞发生时,系统的状态将转换 为下一步的初始状态,根据步态角度关系得到

$$q^{+} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} q^{-} = J_{h}q^{-}, \qquad (14)$$

其中:  $q^-$ 为碰前系统的状态,  $q^+$ 为碰后系统的状态.

足地碰撞前后的系统的角速度关系可以通过 角动量守恒定律得到

$$Q_{\rm h}(q^+)\dot{q}^+ = Q_{\rm h}(q^-)\dot{q}^-,$$
 (15)

其中 $Q_h(q)$ 是分别在摆动脚触地点、髋关节和原支撑腿膝关节应用角动量守恒定律得到的系数矩阵.

通过式(15)得到足地碰撞后系统的角速度关系:

$$\dot{q}^+ = (Q_{\rm h}(q^+))^{-1}Q_{\rm h}(q^-)\dot{q}^- = V_{\rm h}\dot{q}^-,$$
 (16)

因此,由式(14)(16)可以得到碰撞后系统的状态

$$\begin{bmatrix} q^+ \\ \dot{q}^+ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J_{\rm h} & 0 \\ 0 & V_{\rm h} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q^- \\ \dot{q}^- \end{bmatrix}. \tag{17}$$

#### 3.6 摆动腿膝关节碰撞(Swing knee-strike)

在摆动腿摆动阶段,摆动腿将会由弯曲到伸直, 摆动腿小腿与大腿发生碰撞,同时膝关节锁死,摆 动腿保持伸直的状态继续摆动.

当满足如下关系时,摆动腿膝关节的碰撞发生:

$$q_2^- = q_3^-.$$
 (18)

同样,通过模型几何角度关系得到

$$q^{+} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} q^{-} = J_{k}q^{-}.$$
 (19)

膝关节的碰撞过程可以通过膝关节中产生的 瞬间等效力矩来描述. 得到如下关系:

$$M(q^+)\dot{q}^+ = M(q^-)\dot{q}^- - J_{\rm ks}^{\rm T}P,$$
 (20)

其中:  $J_{ks}^{T} = [0 \ 0 \ 1 \ -1]$ , P为瞬间等效力矩.

而膝关节碰撞后系统满足

$$J_{\rm ks}\dot{q}^+ = 0. \tag{21}$$

由式(19)-(21)推出如下关系:

$$J_{ks}\dot{q}^- - J_{ks}M(q^-)^{-1}J_{ks}^{\rm T}P = 0,$$
 (22)

从而得到瞬间等效力矩为

$$P = (J_{ks}M(q^{-})^{-1}J_{ks}^{T})^{-1}J_{ks}\dot{q}^{-}.$$
 (23)

通过式(20)(23)得到膝关节碰撞后系统的角速 度关系:

$$\dot{q}^{+} = (I - M(q^{-})^{-1} J_{ks}^{T} (J_{ks} M(q^{-})^{-1} J_{ks}^{T})^{-1} J_{ks}) \dot{q}^{-} = V_{k} \dot{q}^{-}, \tag{24}$$

因此. 系统在膝关节碰撞后的状态可以通过下式

计算得到:

$$\begin{bmatrix} q^+ \\ \dot{q}^+ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J_k & 0 \\ 0 & V_k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q^- \\ \dot{q}^- \end{bmatrix}. \tag{25}$$

### **3.7** 周期行走及稳定性(Periodic walking motion and stability)

给定模型初始状态,采用上述的方法,可以得到模型的行走过程.模型行走的初始状态 $q_n$ 映射到下一步的初始状态可以描述为

$$q_{n+1} = f(q_n), \tag{26}$$

而周期的被动行走过程中,下一步的初始状态与上一步相同,即

$$q_c = q_{c+1} = f(q_c),$$
 (27)

其中 $q_c$ 为模型被动行走初始状态的周期解. 模型以 $q_c$ 为初始状态开始行走, 后续步的初始状态仍为 $q_c$ .

如果模型以 $q_c + \Delta q_n$ 为初始状态行走,即在周期解附近的某初始状态,则模型的行走过程可以用如下线性化的方法进行描述:

$$q_c + \Delta q_{n+1} = q_{n+1} = f(q_n) =$$

$$f(q_c + \Delta q_n) \approx f(q_c) + J\Delta q_n, \tag{28}$$

其中

$$J = \frac{\partial f}{\partial a_n}.$$

因此, 行走的稳定性可以由雅克比矩阵J决定, 行走中的误差通过乘数J向下一步传递, 如果雅克比矩阵的最大特征值( $\lambda_{max}$ )小于1, 行走中的误差

在后续步中将越来越小,周期行走稳定;反之,行 走中的误差会被放大,模型最终翻到,周期行走不 稳定.

至此,本节提出了的5质点4杆模型,并对模型进行分析.对支撑腿的屈膝行为进行了设计,建立了模型的动力学方程,推导了步行中关节的约束力矩表达式,描述了行走过程中存在的足地碰撞,摆动腿膝关节碰撞的离散过程,分析了模型的周期行走及稳定性判定方法.

#### 4 实验与结果(Experiments and results)

#### 4.1 周期行走步态(Periodic walking gait)

本节设定表2所示模型参数值,并采用 MATLAB对模型的步行方式进行求解,寻找具有 屈膝行为的双足行走周期步态.

表 2 行走模型参数值 Table 2 Parameters of the walking model

$m_{ m h}$	10 kg	l	1 m
$m_{ m t}$	$0.7  \mathrm{kg}$	$l_{ m t}$	$0.4 \mathrm{m}$
$m_{ m s}$	$0.3  \mathrm{kg}$	$l_{ m s}$	$0.6\mathrm{m}$
$l_{ m th}$	0.25 m	$l_{ m tk}$	0.15 m
$l_{ m sk}$	0.25 m	$l_{ m sf}$	0.35 m
g	$9.8\mathrm{m/s^2}$		

通过对 $q^*$ 的调整,本文实现了在坡面上的周期行走步态. 例如图2所示,当设定 $q^*$ 为0.065时,机器人模型实现了在坡度为0.2 rad的下坡上的周期行走. 模型行走初始状态的周期解如表3所示. 本文的计算结果均为无量纲结果,其中表3的结果通过速度/ $\sqrt{g \times l}$ 得到.

## LILLLLLLLLLL

图 2 模型周期行走整个过程的棍状图(坡度 $\gamma = 0.2 \, \mathrm{rad}$ )

Fig. 2 Stick figure of the whole process of the periodic walking motion(slope angle  $\gamma=0.2\,\mathrm{rad}$ )

表 3 周期行走的初始状态(坡度 $\gamma = 0.2 \,\mathrm{rad}$ )
Table 3 Initial condition of the periodic walking motion( $\gamma = 0.2 \,\mathrm{rad}$ )

motion( / 0.2 rad)					
$q_0$	-0.305 rad	$\dot{q_0}$	0.177		
$q_1$	-0.305 rad	$\dot{q_1}$	0.177		
$q_2$	-0.344 rad	$\dot{q_2}$	-0.486		
$q_3$	0.276 rad	$\dot{q_3}$	-0.247		

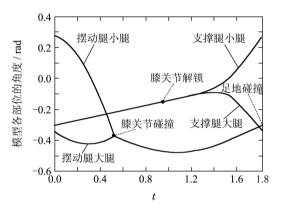
机器人模型从表3中初始状态开始行走, 当摆动腿伸直发生碰撞锁死后, 支撑腿在继续摆动一定角度后开始弯曲, 直到摆动足触地. 在足地碰撞

发生后,下一步的初始状态与上一步的相同.从而完成了斜面上稳定的周期行走步态.通过计算,该周期步态的雅可比矩阵最大特征值小于1,步态为稳定收敛的周期步态.

图3(a)所示机器人模型在0.2 rad坡度上的行走步态中各个部位的角度关于时间的变化关系. 模型从支撑腿伸直, 摆动腿弯曲的初始状态开始行走; 当t=0.52时, 支撑腿的角度为-0.220 rad, 此时摆动腿大腿和小腿的角度相同, 膝关节伸直并锁死; 摆动腿和支撑腿继续向前摆动; 当t=0.95时,

支撑腿的角度摆到-0.155 rad, 此时支撑腿开始弯曲; 直到t=1.83时, 发生足地碰撞, 一个步态周期完成, 此时模型的状态切换成为下一步的初始状态, 并与本周期的初始状态相同.

机器人模型在 $\gamma=0.2$  rad坡度上的行走步态中各个部位的角速度关于时间的变化关系如图3(b)所示. 可以看到, 摆动腿伸直发生碰撞后摆动腿大腿和小腿以相同的角速度继续摆动. 在支撑腿屈膝之前, 支撑腿摆动的角速度基本稳定在0.16; 当支撑腿屈膝发生后, 支撑腿大腿和小腿的角速度将不再一致. 当摆动脚与地面发生碰撞时, 模型的角速度状态又切换为行走周期的初始状态. 图3的结果通过时间/ $\sqrt{l/g}$ 、速度/ $\sqrt{g \times l}$ 得到.



(a) 角度关于时间变化的关系

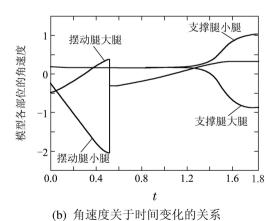


图 3 具有屈膝行为的双足被动行走周期步态( $\gamma=0.2\,\mathrm{rad}$ ) Fig. 3 Periodic walking motion with knee-bend behavior( $\gamma=0.2\,\mathrm{rad}$ )

周期行走过程中地面对支撑足的无量纲约束力,及摩擦力与约束力的比值如图4所示,其中约束力通过除以m×g来无量纲化,且约束力向上为正,摩擦力向前为正.可以看出由于支撑腿的屈膝行为,支撑腿小腿的摆动产生了向心力,在周期步行的最后阶段地面对支撑足的约束力迅速减小.

但该约束力是始终大于0,说明支撑足始终与地面接触,验证了该步态为行走步态,而不是奔跑步态.图4中摩擦力与约束力的比值曲线表示了行走过程中每个时刻坡面摩擦系数应当满足的最小情况.为了能够保证行走的整个过程无支撑足滑动,路面摩擦系数应当大于整个步态周期中摩擦力与约束力比值的最大绝对值.由图4可以看到,该比值的绝对值在周期步态的开始,即足地碰撞发生后瞬间时最大.因此当路面摩擦系数大于0.31时,即可满足行走过程中足地之间无相对滑动.由于行走模型质心相对于支撑足的向前摆动,摩擦力与约束力的比值在步态周期后期由负值变为大于0,但由于屈膝行为过程中支撑腿小腿的摆动产生了的向心力,该比值在步态周期的最后时刻又小于0.

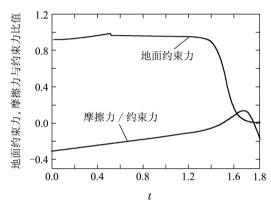


图 4 地面对支撑足的约束力,及摩擦力与约束力的 比值与时间的关系( $\gamma = 0.2 \, \mathrm{rad}$ )

Fig. 4 Normal force, and the ratio of friction and normal force at the stance foot( $\gamma = 0.2 \, \mathrm{rad}$ )

图5所示在行走过程中摆动足距离坡面的高度始终大于0,因此摆动足在行走过程中始终高于地面,没有触地的情况发生.图中的无量纲结果通过高度/1得到.

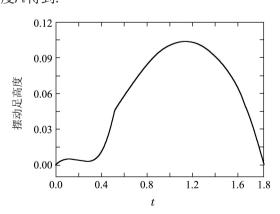


图 5 周期行走过程中摆动足相对坡面的高度与时间 的关系( $\gamma = 0.2 \, \mathrm{rad}$ )

Fig. 5 Stance foot height in one step of the periodic walking motion( $\gamma = 0.2 \, \mathrm{rad}$ )

### **4.2** 不同坡面上的行走步态(Walking gait with different slope angle)

通过调整q\*到稳定行走区域(图6),找到了在不同坡度斜面上( $\gamma < 0.39 \, \mathrm{rad}$ )有屈膝行为行走步态的周期解,实现了在斜面上的稳定行走.例如,当坡度为0.1 rad时,通过调整q\*到[0.068, 0.073]的范围内,给定初始状态后,模型可以稳定地行走.以往研究中支撑腿无弯曲的传统双足被动行走步态虽然在此坡度斜面上也能够稳定地行走,但对于坡度大于0.13 rad的斜面,传统周期步态将非常不稳定.而本文有屈膝行为的行走步态能够适应更大的坡度范围,例如当坡度为0.3 rad时,调整q\*在[0.046, 0.051]区间,可以找到模型在该坡度斜面上稳定行走的周期解.图6中:阴影区域为稳定行走区域,白色区域为不稳定区域.

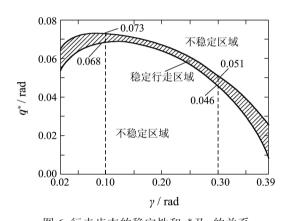


图 6 行走步态的稳定性和 $q^*$ 及 $\gamma$ 的关系 Fig. 6 Relationship between the stability of the walking motion and  $q^*$  versus slope angle  $\gamma$ 

通过图6也可以看出, 当斜面坡度较小时( $\gamma$  < 0.1 rad), 能够保证模型稳定行走的 $q^*$ 取值随着坡度的增大而增大; 当斜面坡度大于0.1 rad时, 随着坡度的增大, 保证行走稳定的 $q^*$ 的取值越来越小.而当斜面坡度大于0.39 rad时, 计算得到斜面对支撑足的约束力在行走过程中出现负值, 支撑足将离开斜面, 行走切换为奔跑步态. 因此, 对于坡度小于0.39 rad的斜面, 实现了具有屈膝行为的稳定被动行走步态.

在不同坡度斜面上模型的初始状态情况如图7所示,初始状态中摆动腿的弯曲角度随着坡面的增大而增大.并可见行走步态在姿态上相似于人类在楼梯上的行走步态,并随着斜面坡度的增大,相似程度越大.为了能够理解屈膝行为步态特点,且在较大坡度上找到步态的周期解,在本文计算搜索步态周期解时,允许在摆动过程中摆动足

短暂时间内低于斜面的发生. 而在以后的机器人模型设计当中, 该假设可以通过采用楼梯路面或者增加少量关节力矩输入的方法来避免.

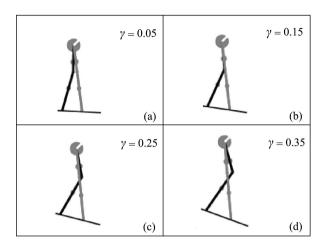
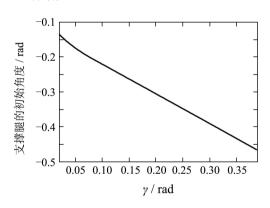
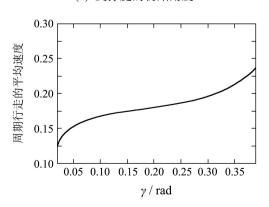


图 7 不同坡度斜面上模型的初始状态 Fig. 7 Initial condition of the model walking on the slope with different slope angle

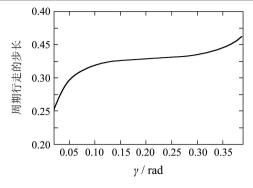
如图8所示不同坡度斜面上具有屈膝行为行走的步态特征,图中为模型周期步态的无量纲化后的结果.随着坡度的增大,模型能够完成稳定周期行走的支撑腿初始角度值随着坡度的增大基本保持线性增大,同时模型周期行走的平均速度和步长也逐渐增大.



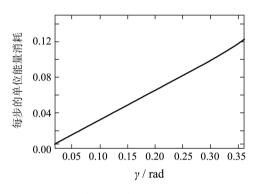
(a) 支撑腿的初始角度



(b) 周期行走的平均速度



#### (c) 周期行走的步长



(d) 每步的单位能量消耗

图 8 具有屈膝行为的行走步态与坡度的关系 Fig. 8 Features of the walking motion versus slope angle

由于模型的步态为周期的被动行走步态,因此重力是模型行走过程中唯一的能量输入,并且模型行走过程每步中的能量消耗与重力提供的能量相等.因此,行走过程中的单位能耗可以计算如下<sup>116,171</sup>:

$$COT = \frac{Energy per step}{Weight \times Step Length} = \sin \gamma \approx \gamma.$$
(29)

由式(29)可知,被动行走总的单位能耗仅与坡度的大小有关. 随着坡度的增大,重力提供给机器人的单位能量输入越大,所以单位能量消耗也越大. 而行走过程每步中单位重量的能耗可以通过式(29)得出

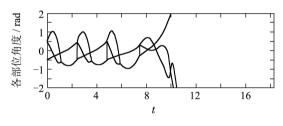
$$COT_{step} = COT \times Step Length = \sin \gamma * l_{step},$$
(30)

其中*l*<sub>step</sub>为步长. 图8(d)所示每步中的能量消耗与 坡度的关系, 说明了行走过程的每步中由于碰撞 所导致的能耗随着坡度增大而线性增大.

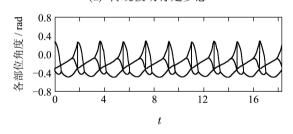
## **4.3** 与传统步态的比较(Comparison with conventional walking gait)

通过本文计算,在[0.09, 0.13]的坡度范围情况

下,找到了传统的被动行走步态的稳定周期解,但 传统步态在坡度大于0.13 rad时将不稳定,并且 当坡度大于0.27 rad时, 地面对支撑足的约束力小 于0, 支撑足将离开地面. 而本文提出的具有屈膝 行为模型的步态设计, 实现了在坡度小于0.39 rad 的坡面上的稳定行走,大大增加了模型能够稳定 行走的坡度范围. 图9所示当坡度为0.2 rad时, 两种 步态在与周期解有1%误差的初始状态开始的行 走发展过程. 虽然对于两种步态都存在周期解, 但 传统步态的λ<sub>max</sub>为4.4, 步态非常不稳定(图9(a)). 由于在被动行走过程中,  $\lambda_{max}$ 可以认为是误差的 乘数, 所以对于传统步态, 在3步行走后1%的误差 将被放大超过模型初始角度的数量级,模型翻到. 而图9(b)为本文提出的具有屈膝行为的行走步态 在相同条件下的行走发展过程,该步态在1%的误 差干扰下仍可以实现稳定的被动行走.



(a) 传统被动行走步态



(b) 具有屈膝行为行走步态

图 9 两种行走步态的发展过程的比较( $\gamma=0.2\,\mathrm{rad}$ ) Fig. 9 Comparison of the subsequent steps of the two walking gaits( $\gamma=0.2\,\mathrm{rad}$ )

#### 5 结论(Conclusions)

本文提出一种具有屈膝行为的双足被动行走模型.设计支撑腿在行走过程中弯曲,通过对支撑腿膝关节弯曲时刻的调整,实现了机器人模型在不同斜面上的稳定周期行走.与传统的有膝关节被动行走相比,模型能够稳定行走的坡度范围显著提高,在较大坡度上也具有较好的稳定性.本文的研究结果使我们对双足行走过程中的支撑腿屈膝过程有了新的理解,为复杂坡度环境下双足行走机器人机构特征的研究提供了新的分析和设计方法.

#### 参考文献(References):

- MCGEER T. Passive dynamic walking [J]. International Journal of Robotics Research, 1990, 9(2): 62 – 82.
- [2] SCHUITEMA E, WISSE M, RAMAKERS T, et al. The design of leo: a 2d bipedal walking robot for online autonomous reinforcement learning [C] //The 23rd IEEE/RSJ 2010 International Conference on Intelligent Robots and Systems. Taipei, Taiwan: IEEE Computer Society, 2010: 3238 3243.
- [3] GRIZZLE J W, HURST J, MORRIS B, et al. MABEL, a new robotic bipedal walker and runner [C] //Proceedings of the 2009 Conference on American Control Conference. St. Louis, MO: IEEE Inc, 2009: 2030 – 2036.
- [4] GENG T, PORR B, WORGOTTER F. Fast biped walking with a sensor-driven neuronal controller and real-time online learning [J]. International Journal of Robotics Research, 2006, 25(4): 243 – 259.
- [5] RUINA A. Cornell Ranger walks 65 km (1.5 marathons) [EB/OL]. Cornell University, 2011. http://ruina.tam.cornell.edu/research/topics/locomotion\_and\_robotics/ranger/Ranger2011/
- [6] WISSE M, SCHWAB A L, VAN DER HELM F C T. Passive dynamic walking model with upper body [J]. *Robotica*, 2004, 22(6): 681 688.
- [7] GARCIA M, CHATTERJEE A, RUINA A, et al. The simplest walking model: stability, complexity, and scaling [J]. ASME Journal of Biomechanical Engineering, 1998, 20(2): 281 – 288.
- [8] YAMAKITA M, ASANO F. Extended passive velocity field control with variable velocity fields for a kneed biped [J]. Advanced Robotics, 2001, 15(2): 139 – 168.
- [9] SCHWAB A L, WISSE M. Basin of attraction of the simplest walking model [C] //Proceedings of the ASME Design Engineering Technical Conference. Pittsburgh, Pennsylvania: American Society of Mechanical Engineers, 2001: 531 – 539.
- [10] OWAKI D, KOYAMA M, YAMAGUCHI S, et al. A two-dimensional passive dynamic running biped with knees [C] //2010 IEEE Inter-

- national Conference on Robotics and Automation. Piscataway, NJ: IEEE. 2010: 5237 5242.
- [11] OWAKI D, KOYAMA M, YAMAGUCHI S, et al. A 2-D Passive-dynamic-running biped with elastic elements [J]. *IEEE Transactions on Robotics*, 2011, 27(1): 156 162.
- [12] HONEYCUTT C, SUSHKO J, REED K. Asymmetric passive dynamic walker [C] //2011 IEEE International Conference on Rehabilitation Robotics. Zurich, Switzerland: IEEE Computer Society, 2011: 1 6
- [13] 刘振泽, 田彦涛, 张佩杰, 等. 无动力双足步行机器人控制策略与算法 [J]. 控制理论与应用, 2009, 26(2): 113 121. (LIU Zhenze, TIAN Yantao, ZHANG Peijie, et al. Control strategies and algorithms for passive compass-like biped robot [J]. Control Theory & Applications, 2009, 26(2): 113 121.)
- [14] FU C L, CHEN K, XIONG J, et al. Stability and control of dynamic walking for a five-link planar biped robot with feet [J]. *Journal of Control Theory and Applications*, 2007, 5(2): 113 – 120.
- [15] BORZOVA E, HURMUZLU Y. Passively walking five-link robot [J]. Automatica, 2004, 40(4): 621 – 629.
- [16] COLLINS S H, RUINA A, TEDRAKE R L, et al. Efficient bipedal robots based on passive-dynamic walkers [J]. Science, 2005, 307(5712): 1082 – 1085.
- [17] GARCIA M, CHATTERJEE A, RUINA A. Efficiency, speed, and scaling of two-dimensional passive-dynamic walking [J]. *Dynamics* and Stability of Systems, 2000, 15(2): 75 – 99.

#### 作者简介:

**安 康** (1981-), 男, 博士研究生, 研究方向为双足步行机器人, E-mail: ankang526@gmail.com;

**陈启军** (1966-), 男, 博士, 教授, 博士生导师, 研究方向为机器 人与智能系统, E-mail: qjchen@tongji.edu.cn.