DOI: 10.7641/CTA.2013.20815

### 移动机器人滑动参数定界及鲁棒镇定控制

周 波, 钱 堃, 马旭东, 戴先中

(东南大学 自动化学院; 复杂工程系统测量与控制教育部重点实验室, 江苏 南京 210096)

摘要:本文针对带运动学参数不确定性的野外轮式移动机器人模型的在线辨识、定界和点镇定控制问题展开了研究.考虑了移动机器人二维平面运动过程中所存在的滑动效应和自身几何参数未知等不确定性,并将其建模为运动学模型中所包含的未知时变参数.通过引入基于有界误差假设的非线性集员滤波方法,对移动机器人运动学模型中存在的不确定性参数进行了辨识和定界.在此基础上结合backstepping控制思想和Lyapunov分析方法解决了移动机器人的鲁棒镇定问题,在存在滑动参数干扰的情况下实现了移动机器人的全局指数收敛点镇定控制,提高了整体控制系统的稳定性和鲁棒性.仿真结果证明了本方法的有效性和鲁棒性.

关键词: 移动机器人; 参数不确定性; 集员定界; backstepping; 镇定

中图分类号: TP13 文献标识码: A

# Slipping parameters bounding and robust stabilization control for mobile robots

ZHOU Bo<sup>†</sup>, QIAN Kun, MA Xu-dong, DAI Xian-zhong

(Key Laboratory of Measurement and Control of Complex Systems of Engineering of Ministry of Education; School of Automation, Southeast University, Nanjing Jiangsu 210096, China)

Abstract: The online model identification, bounding and point stabilization control problems for wheeled mobile robots in outdoor environments with kinematic parameter uncertainties are studied. The uncertainties from slipping efficiency and unknown geometric parameters of the mobile robot in two-dimensional planar motion are considered and modeled as unknown time-varying parameters in the kinematic model. The bounded-error based nonlinear set-membership filter is introduced to identify and bound uncertain parameters in the kinematic model of the mobile robot. On the basis of this, the backstepping technology integrated with Lyapunov analysis approach is used to solve the robust stabilization problem of the mobile robot. Globally exponential convergent point stabilization control of the mobile robot is achieved under the existing of slipping parameter disturbances, while the stability and robustness of the entire control system are both enhanced. Simulation results are given to demonstrate the effectiveness and robustness of our proposed method.

Key words: mobile robots; parametric uncertainties; set-membership bounding; backstepping; stabilization

#### 1 引言(Introduction)

近年来,具有自主性或半自主性的野外移动机器人已成为机器人研究领域的热点问题,诸如环境探测、反恐防暴、城市救援和极地科考等相关应用领域的研究对野外机器人的导航和控制任务提出了挑战[1-2].与室内机器人相比,野外移动机器人的工作环境更为复杂和恶劣,尤其是存在着多种不确定性干扰,包括环境自身变化引起的不确定性、传感器测量误差引起的不确定性、机器人自身状态变化引起的不确定性(例如滑动效应或机器人形变)等等.此类不确定性的存在无疑会加剧机器人的控制难度,相应鲁棒控制策略的研究对构建具有高度自主

性的野外移动机器人系统来说至关重要.

就控制目的而言,移动机器人的控制可大体分为跟踪和镇定两类.对于点镇定问题,由于系统不满足Brockett反馈镇定的必要条件<sup>[3]</sup>,因而不能通过光滑时不变静态反馈达到控制目的.目前的研究主要采取不连续时不变控制律、时变控制律或混合控制律等方法<sup>[4-6]</sup>来绕开Brockett必要条件,以实现点镇定控制.然而,由于多源不确定性的存在,限制了上述基于精确模型的镇定控制律的实用性.常用的解决方法是对机器人模型的不确定性进行在线辨识,并将得到的模型不确定性信息用于后继的控制方法设计,以实现机器人的鲁棒镇定控制.其中机器人的

收稿日期: 2012-07-23; 收修改稿日期: 2013-01-21.

<sup>&</sup>lt;sup>†</sup>通信作者. E-mail: zhoubo@seu.edu.cn.

模型辨识大多采用概率化估计方法,例如Kalman滤波<sup>[7]</sup>及其变体<sup>[8]</sup>,以及粒子滤波<sup>[9]</sup>等等.而已知模型不确定性下的鲁棒控制律设计则可采取诸如鲁棒自适应控制方法<sup>[10]</sup>、变结构控制方法<sup>[11]</sup>以及基于backstepping的控制方法<sup>[12-13]</sup>等来完成.上述控制方法的主要缺陷在于没有同时考虑不确定性的辨识和控制问题,所采用的概率化不确定性假设条件在现实中一般难于得到满足,且无法给出鲁棒控制方法所需的严格参数不确定性边界,因而无法通过将估计和控制相结合以保证机器人控制系统的整体鲁棒性,其应用范围受到限制.

本文针对带几何尺寸和滑动效应等混合不确定性运动学参数的轮式移动机器人的镇定控制问题展开研究,通过引入集员估计方法<sup>[14-15]</sup>,对移动机器人建模过程中存在的多源不确定性作出未知但有界假设,以获得未知参数的保证有界估计结果.在此基础上,通过结合backstepping控制方法和Lyapunov分析理论<sup>[16]</sup>实现了机器人的鲁棒镇定控制设计,保证了移动机器人系统的稳定性和鲁棒性.

# 2 运动学建模和辨识(Kinematic modeling and identification)

## 2.1 带混合不确定性的运动学建模(Kinematic modeling with hybrid uncertainties)

如图1所示为一个典型的轮式机器人执行二维平面运动的示意图. 图中给出了Cartesian坐标系、相对坐标系的定义及车体的基本几何结构(俯视). 其中: r表示左右驱动轮半径; b表示车体两驱动轮中心的间距;  $O_{\rm w}X_{\rm w}Y_{\rm w}$ 表示全局Cartesian坐标系;  $O_{\rm m}X_{\rm m}Y_{\rm m}$ 表示附着在车身上的相对坐标系, 其原点 $O_{\rm m}$ 为两轮中心连线的中点. 为了简单起见, 这里假设车体质心位于 $O_{\rm m}$ . 移动机器人在Cartesian坐标系中的位姿可表示为 $\mathbf{q}=(x,y,\psi)^{\rm T}$ , 其中: x和y为机器人的全局位置坐标,  $\psi$ 为机器人相对于 $O_{\rm w}X_{\rm w}$ 轴的方位角. 此外, 移动机器人的线速度和角速度分别定义为v和 $\omega$ .

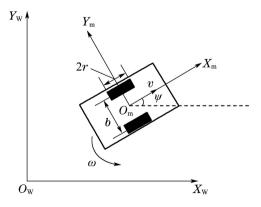


图 1 移动机器人平面运动示意图 Fig. 1 Planar motion of mobile robot

根据上述定义, 可获得理想情况下的移动机器人

运动学模型[17]为

$$\dot{q} = \begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \psi & 0 \\ \sin \psi & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v \\ \omega \end{pmatrix}. \tag{1}$$

对于控制变量v和 $\omega$ , 可进一步将其表示为

$$v = \frac{r(\omega_{\rm L} + \omega_{\rm R})}{2}, \ \omega = \frac{r(-\omega_{\rm L} + \omega_{\rm R})}{h},$$
 (2)

其中 $\omega_L$ 和 $\omega_R$ 分别为左右驱动轮的角速度, 可视为机器人的实际输入.

移动机器人的理想运动学模型(1)在实际应用中存在一定的困难,主要体现在该式没有充分考虑各种不确定性干扰,例如地面起伏对机器人的影响、轮地之间的滑动效应以及机器人自身几何参数r和b的不确定性或形变等等,因而往往并不能精确地表示出移动机器人的实际运动特性,从而给后继的鲁棒控制任务带来困难.为了解决这个问题,本文将针对移动机器人与地面之间的滑动效应以及机器人几何参数等不确定性进行建模.首先,考虑滑动效应,可采用如下简单的参数化表达方式:

$$\dot{\boldsymbol{q}} = \begin{pmatrix} \cos \psi & 0 \\ \sin \psi & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} s_1 v \\ s_2 \omega \end{pmatrix}, \tag{3}$$

其中 $s_1$ 和 $s_2$ 表示直接作用在速度v和 $\omega$ 上的滑动参数,其物理意义为机器人实际速度与输入控制变量的比率. 进一步考虑模型的几何参数r, b未知或者运动过程中可能存在的形变,并将滑动参数不确定性和系统模型几何参数不确定性结合在一起,同时还考虑其他可能存在的建模不确定性,可得如下的带不确定性的移动机器人运动学模型:

$$\dot{\boldsymbol{q}} = \begin{pmatrix} \cos \psi & 0 \\ \sin \psi & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} p_1 & 0 \\ 0 & p_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \end{pmatrix} + \boldsymbol{w}, \quad (4)$$

其中:  $v_1 = \omega_L + \omega_R$ ,  $v_2 = -\omega_L + \omega_R$ 为辅助控制 变量;  $p_1 = rs_1/2$ ,  $p_2 = rs_2/b$ 为同时考虑了滑动效 应和几何参数不确定性的未知时变的混合运动学参数;  $\mathbf{w} \in \mathbb{R}^3$ 为其他非参数化的模型不确定性, 这里 建模为对运动学模型的噪声干扰. 则机器人的实际 控制输入可表示为

$$\eta = \begin{pmatrix} \omega_{\rm L} \\ \omega_{\rm R} \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} v_1 - v_2 \\ v_1 + v_2 \end{pmatrix}.$$
(5)

## **2.2** 未知参数的集员定界(Set-membership bounding of unknown parameters)

为了提高移动机器人控制系统的稳定性和鲁棒性,需要考虑式(4)不确定性运动学参数的影响,根据传感器信息对其进行在线估计.然而,常用的概率估计方法只能够获取参数的概率分布估计,无法提供

鲁棒控制方法通常所需的参数边界约束条件.为了解决这个问题,本文引入一种基于有界误差假设的集员滤波方法用于参数的在线辨识和定界,该方法无需任何不确定性的先验概率知识,只要求其有界即可,在此前提下能够获得状态和参数的可行解集,从而提供相应的不确定性边界约束用于后继鲁棒控制设计过程,实现估计和控制方法的结合.

本文将采用针对非线性系统的扩展集员滤波算法<sup>[14]</sup>对不确定运动学参数进行估计和定界. 考虑如下的离散非线性系统:

$$\begin{cases} \boldsymbol{x}_{k+1} = \boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}_k) + \boldsymbol{w}_k, \\ \boldsymbol{y}_{k+1} = \boldsymbol{h}(\boldsymbol{x}_{k+1}) + \boldsymbol{v}_{k+1}, \end{cases}$$
(6)

其中:  $\mathbf{x}_k \in \mathbb{R}^n \mathbf{n} \mathbf{y}_k \in \mathbb{R}^m$ 分别为系统的状态矢量和观测矢量;  $\mathbf{f}(\cdot) \mathbf{n} \mathbf{h}(\cdot)$ 为非线性方程, 且假设其二阶可导;  $\mathbf{w}_k \in \mathbb{R}^n \mathbf{n} \mathbf{v}_k \in \mathbb{R}^m$ 分别为过程噪声和测量噪声, 满足如下的有界误差假设:

$$w_k \in E(\mathbf{0}, Q_k), v_{k+1} \in E(\mathbf{0}, R_{k+1}).$$
 (7)

这里记号E(a, P)表示椭球集

$$\{\boldsymbol{x} \in \mathbb{R}^n | (\boldsymbol{x} - \boldsymbol{a})^{\mathrm{T}} P^{-1} (\boldsymbol{x} - \boldsymbol{a}) \leqslant 1\},$$
 (8)

其中a和P分别为椭球的中心和包络矩阵,且P满足正定对称性.

设系统的初始状态椭球集为 $x_0 \in E(\hat{x}_0, P_0)$ , 且 k时刻估计得到的状态椭球集为 $x_k \in E(\hat{x}_k, P_k)$ , 则  $k+1, k=0,1,\cdots$  时刻迭代算法为

1) 计算k时刻状态的不确定性区间

$$X_k = [\hat{\boldsymbol{x}}_k - \sqrt{P_k}, \hat{\boldsymbol{x}}_k + \sqrt{P_k}]; \tag{9}$$

2) 对非线性状态方程泰勒展开线性化, 得

$$\boldsymbol{x}_{k+1} = \boldsymbol{f}(\hat{\boldsymbol{x}}_k) + J_k(\boldsymbol{x} - \hat{\boldsymbol{x}}_k) + \frac{1}{2}(\boldsymbol{x} - \hat{\boldsymbol{x}}_k)^{\mathrm{T}} H_k(\boldsymbol{x} - \hat{\boldsymbol{x}}_k) + \text{h.o.t, (10)}$$

其中 $J_k$ 和 $H_k$ 分别为f在 $\hat{x}_k$ 处的Jacobean 矩阵和 Hessian矩阵. 采用椭球 $E(\mathbf{0},\bar{Q}_k)$ 对线性化误差进行 外包定界得到

$$X_{R_k}^n = \operatorname{diag}\{X_k^{\mathrm{T}}, \cdots, X_k^{\mathrm{T}}\} H_k(X_k) X_k, \quad (11)$$

$$[\bar{Q}_k]_{R_k}^{i,i} = n(X_{R_k}^n)^2, \ [\bar{Q}_k]_{R_k}^{i,j} = 0, \ i \neq j;$$
 (12)

3) 计算虚拟过程误差椭球 $\hat{w}_k \in E(\mathbf{0}, \hat{Q}_k)$ . 这里的虚拟误差 $\hat{w}_k$ 为线性化误差和过程噪声的叠加. 通过椭球直和计算可得到

$$\hat{Q}_k = \frac{\bar{Q}_k}{1 - \beta_{Q_k}} + \frac{Q_k}{\beta_{Q_k}}, \ \beta_{Q_k} \in (0, 1).$$
 (13)

对观测方程作相似处理可得到虚拟观测噪声椭 球 $\hat{\boldsymbol{v}}_{k+1} \in E(\boldsymbol{0}, \hat{R}_{k+1})$ , 实现对原系统的线性化;

4) 使用椭球直和技术计算预测状态椭球

$$\hat{\boldsymbol{x}}_{k+1,k} = \boldsymbol{f}(\hat{\boldsymbol{x}}_k),\tag{14}$$

$$P_{k+1,k} = J_k \frac{P_k}{1 - \beta_k} J_k^{\mathrm{T}} + \frac{\hat{Q}_k}{\beta_k}, \ \beta_k \in (0,1);$$
(15)

5) 使用椭球交集技术计算更新状态椭球为

$$W_k = H_k \frac{P_{k+1,k}}{1 - \rho_k} H_k^{\mathrm{T}} + \frac{\hat{R}_{k+1}}{\rho_k}, \ \rho_k \in (0,1), \ \ (16)$$

$$e_k = y_{k+1} - h(\hat{x}_{k+1,k}),$$
 (17)

$$\hat{\boldsymbol{x}}_{k+1} = \hat{\boldsymbol{x}}_{k+1,k} + \frac{P_{k+1,k}}{1 - \rho_k} H_k^{\mathrm{T}} W_k^{-1} \boldsymbol{e}_k, \tag{18}$$

$$\bar{P}_{k+1} = \frac{P_{k+1,k}}{1 - \rho_k} (I - H_k^{\mathrm{T}} W_k^{-1} H_k \frac{P_{k+1,k}}{1 - \rho_k}), \quad (19)$$

$$\delta_k = 1 - \boldsymbol{e}_k^{\mathrm{T}} W_k^{-1} \boldsymbol{e}_k, \tag{20}$$

$$P_{k+1} = \delta_k \bar{P}_{k+1}. \tag{21}$$

上述算法中值得注意两点: 一是滤波器参数  $\beta_{Q_k}$ ,  $\beta_k$ ,  $\rho_k$ 的选取不是唯一的, 可通过优化获得某指标下最优的椭球<sup>[18]</sup>; 二是当 $\delta_k \leq 0$ 时椭球不存在, 表明初始估计不准确或系统变化违背了初始边界假设, 可用来指示算法的健康性.

对于移动机器人模型中存在的两个待估计参数  $p_1$ 和 $p_2$ ,由于其动态特性未知且时变,可将过程模型 处理为如下的噪声驱动形式:

$$\boldsymbol{p}_{k+1} = \boldsymbol{p}_k + \boldsymbol{w}_{p,k}, \tag{22}$$

其中:  $p_k = (p_{1,k}, p_{2,k})^{\mathrm{T}}$ 为参数矢量;  $w_{p,k}$ 为可加性噪声,同样将其假设为未知但有界噪声

$$|w_{nk}^i| \leqslant \epsilon_k^i, \ i = 1, 2, \tag{23}$$

其中 $\epsilon_k^i \ge 0$ (i = 1, 2)为常数. 由此可采用上述集员滤波方法获得参数的估计和定界结果.

# 3 鲁棒镇定控制设计(Robust stabilization control design)

#### 3.1 控制目标(Control target)

移动机器人的点镇定控制目标一般可描述为: 给定一个目标参考点 $\mathbf{q}_{\mathrm{r}}=(x_{\mathrm{r}},y_{\mathrm{r}},\psi_{\mathrm{r}})^{\mathrm{T}}$ , 以及移动机器人的运动学特性式(4), 设计控制律使得

$$\lim_{t \to 0} (\boldsymbol{q}(t) - \boldsymbol{q}_{r}) = \mathbf{0}. \tag{24}$$

通常可将目标点设定为原点,从而简化得到

$$\lim_{t \to 0} \mathbf{q}(t) = \mathbf{0}.\tag{25}$$

Brockett条件<sup>[4]</sup>指出系统式(4)不存在光滑时不变 反馈. 本文将针对具有混合不确定性参数的机器人运动学模型, 采用backstepping方法<sup>[12]</sup>设计鲁棒控制 律以完成点镇定控制目标.

### 3.2 Backstepping 控制律(Backstepping control law)

设模型中的两个未知运动学参数满足如下的边 界约束条件:  $p_{1 \min} \leqslant p_1 \leqslant p_{1 \max}, \ p_{2 \min} \leqslant p_2 \leqslant p_{2 \max}.$  (26)

为了达到控制目的,首先对运动学模型式(4)作如下的可逆链式变换:

$$\begin{cases} x_0 = \psi, \\ x_1 = x \sin \psi - y \cos \psi, \\ x_2 = x \cos \psi + y \sin \psi. \end{cases}$$
 (27)

并对输入进行变换

$$u_0 = v_2, \ u = v_1.$$
 (28)

从而将原控制系统转化为如下的链式系统:

$$\dot{x}_0 = p_2 u_0, \ \dot{x}_1 = p_2 x_2 u_0, \ \dot{x}_2 = p_1 u - p_2 x_1 u_0.$$
 (29)

对上述链式系统的控制分为如下3步:

1) 对 $\dot{x}_0 = p_2 u_0$ 子系统, 取比例控制律

$$u_0 = -\lambda_0 x_0, \tag{30}$$

可使系统指数镇定(注意 $p_1, p_2 > 0$ );

2) State scaling: 当1)中子系统镇定时,  $x_0 \to 0$ ,  $u_0 \to 0$ 使得剩下的子系统不可控. 为了解决这个问题, 采用状态比例不连续变换

$$z_1 = x_1/x_0, \ z_2 = x_2,$$
 (31)

得到

$$\dot{z}_1 = -\lambda_0 p_2 (z_2 - z_1), \ \dot{z}_2 = p_1 u + \lambda_0 p_2 z_1 x_0^2.$$
 (32)

由式(29)和式(30)得 $x_0(t) = x_0(t_0)e^{-\lambda_0 p_2(t-t_0)}$ ,可知 $x_0(t)$ 当且仅当 $x_0(t_0) = 0$ .

3) Backstepping步骤: 对 $z_1$ , 定义 $\xi_1 = z_1$ , 取Lyapunov函数 $V_1 = \xi_1^2/2$ , 得

$$\dot{V}_1 = \xi_1 \dot{\xi}_1 = -\lambda_0 p_2 \xi_1 (z_2 - \xi_1). \tag{33}$$

取 $z_2 = \alpha_1 = (\lambda_1 + 1)z_1$ , 代入上式, 得

$$\dot{V}_1 = -\lambda_0 \lambda_1 p_2 \xi_1^2. \tag{34}$$

由此取 $\xi_2 = z_2 - \alpha_1$ 得

$$\dot{V}_1 = -\lambda_0 \lambda_1 p_2 \xi_1^2 - \lambda_0 p_2 \xi_1 \xi_2. \tag{35}$$

取 $V_2 = V_1 + \xi_2^2/2$ , 对其求导得到

$$\dot{V}_2 = -\lambda_0 p_2 \xi_1 (\lambda_1 \xi_1 + \xi_2 - \xi_2 x_0^2) + \xi_2 p_1 u - \lambda_0 p_2 (\lambda_1 + 1) (-z_2 + z_1) \xi_2.$$
(36)

将 $z_2 = \xi_2 + \alpha_1$ 代入上式, 并设 $\gamma = x_0^2 - 1 + (\lambda_1 + 1)^2 - (\lambda_1 + 1)$ , 得

$$\dot{V}_2 = -\lambda_0 \lambda_1 p_2 \xi_1^2 + \xi_2 p_1 u + \xi_2^2 \lambda_0 p_2 (\lambda_1 + 1) + \xi_1 \xi_2 \lambda_0 p_2 \gamma.$$
 (37)

将 $\xi_1\xi_2\gamma \leqslant \xi_1^2/4 + \xi_2^2\gamma^2$ 代入上式并化简得到

$$\dot{V}_2 \leqslant -\lambda_0 p_2(\lambda_1 - 1) + \xi_2 p_1 u +$$

$$\frac{\xi_2^2 \lambda_0 p_2(\lambda_1 + 1) + \frac{\lambda_0 p_2}{4} \gamma^2 \xi_2^2.}{(38)}$$

故而可取输入为

$$u = -\lambda_2 \xi_2 - \frac{\lambda_0 (\lambda_1 + 1) p_{2 \max}}{p_{1 \min}} \xi_2 - \frac{\lambda_0 p_{2 \max}}{4 p_{1 \min}} (x_0^2 - 1 + \lambda_1 + \lambda_1^2)^2 \xi_2.$$
 (39)

将式(39)代入式(38),得

$$\dot{V}_2 \leqslant -\lambda_0 p_2 (\lambda_1 - 1) \xi_1^2 - \lambda_2 p_1 \xi_2^2. \tag{40}$$

从而得到辅助控制律为

$$v_{1} = u = -\lambda_{2}\xi_{2} - \frac{\lambda_{0}(\lambda_{1} + 1)p_{2\max}}{p_{1\min}}\xi_{2} - \frac{\lambda_{0}p_{2\max}}{4p_{1\min}}(x_{0}^{2} - 1 + \lambda_{1} + \lambda_{1}^{2})^{2}\xi_{2}, (41)$$

$$v_{2} = u_{0} = -\lambda_{0}x_{0}. (42)$$

实际的机器人左右轮角速度控制输入 $\eta$ 可通过式(5)计算得到.

#### 3.3 稳定性分析(Stability analysis)

取Lyapunov函数为

$$V = (x_0^2 + \xi_1^2 + \xi_2^2)/2 = ||\boldsymbol{\xi}||_2^2/2,$$

其中:  $\boldsymbol{\xi} = (x_0, \xi_1, \xi_2)^{\mathrm{T}}, \|\cdot\|_2$ 表示二阶范数. 由上面的控制律求取过程可知

$$\dot{V} = -\lambda_0 x_0^2 - \lambda_0 \lambda_1 \xi_1^2 - \lambda_2 \xi_2^2 \leqslant$$

$$-2\lambda \|\boldsymbol{\xi}\|^2 = -2\lambda V, \tag{43}$$

其中

$$\lambda = \min\{\lambda_0, \lambda_0 \lambda_1, \lambda_2\}. \tag{44}$$

从而有

$$V(t) \leqslant V(0)e^{-2\lambda t},\tag{45}$$

即

$$\|\boldsymbol{\xi}(t)\| \le \|\xi(0)\| e^{-2\lambda t}.$$
 (46)

因此 $\xi(t)$ 各分量随时间全局指数收敛. 由 $x_0(t)$   $\neq 0$ 和 $\xi$ 与 $x_0$ ,  $x_1$ ,  $x_2$ 之间存在的可逆变换关系, 知 $x_0$ ,  $x_1$ ,  $x_2$ 全局指数镇定. 而链式变换式(27)可逆, 从而该点镇定控制律的设计可达到原系统(4)全局指数收敛稳定的目的.

上述控制律设计中需注意以下3个问题:

- 1) 当 $x_0(t_0) = 0$ 时,  $z_1 = x_1/x_0$ 无意义. 针对这种 奇异情况, 可通过任意选取某个控制量 $u_0 = u_0^* \neq 0$ , 则经过一段时间 $t_s$ 后,  $x_0(t_s) \neq 0$ , 此后可回到原来的控制设计方法;
- 2) 参数 $\lambda_0$ ,  $\lambda_1$ 和 $\lambda_2$ 的选取. 由稳定性分析可知,  $\lambda_0$ 关系到 $x_0$ 的收敛速度,  $\lambda_0\lambda_1$ 关系到 $\xi_1$ 的收敛速度, 而 $\lambda_2$ 则关系到 $\xi_2$ 的收敛速度, 因此3个控制参数的选取均需满足 $\lambda_i > 0$ , i = 0, 1, 2. 实际应用中可通过

实验方式试凑来选取合适的控制参数,以获得满意的指数收敛效果:

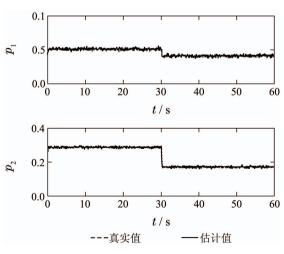
3) 上述控制律无需知道参数 $p_1$ 和 $p_2$ 的具体值,只需其边界约束条件即可,此类边界条件可通过上述的集员估计方法进行辨识定界.

#### 4 仿真实验(Simulation experiments)

针对带未知运动学参数的轮式移动机器人的在线参数定界以及鲁棒点镇定控制进行了仿真研究. 总的仿真条件设置如下: 仿真时间为 $T=60\,\mathrm{s}$ ; 采样时间间隔为 $\Delta T=0.1\,\mathrm{s}$ ; 机器人驱动轮半径为 $r=0.1\,\mathrm{m}$ ; 两驱动轮中心距离为 $b=0.35\,\mathrm{m}$ . 当 $t<30\,\mathrm{s}$ 时移动机器人的参数 $p_1$ 和 $p_2$ 均无任何干扰(滑动或几何形变), 即有 $p_1=r/2,\,p_2=r/b$ ; 当 $t=30\,\mathrm{s}$ 时假设两个参数均发生阶跃变化,  $p_1=0.8r/2,\,p_2=0.6r/b$ . 仿真所用处理器为Intel Core2 E8200 2.66 GHz, 内存为2 GB, 采用的仿真环境为MATLAB 2006a.

图2为采用非线性集员滤波算法进行运动学参数的在线估计和定界的仿真结果. 仿真中参数设置为: 设全状态可观测, 则观测噪声边界设置为Q= diag $\{0.001^2,0.001^2,0.002^2\}$ , R= diag $\{0.02^2,0.02^2\}$ ; 参数模型驱动噪声边界为 $\epsilon_k^1=0.1$ ,  $\epsilon_k^2=0.2$ . 图2中虚线为仿真真实值, 实线为集员滤波的估计值.

从图2(a)可以看出集员算法能够快速地跟踪参数的阶跃变化. 图2(b)为集员算法的参数定界结果,从图2中可知参数的实际值(虚线)始终包含在估计得到的上下边界(实线)之内,表明了集员估计方法的保证有界估计效果. 图2(c)则给出了性能指标 $\delta_k$ 的变化情况,可以看出 $\delta_k > 0$ 始终成立,表明了集员滤波方法定界结果的有效性. 其中t = 30 s时性能指标的突然变化则与参数在此时刻的阶跃变化相一致,从而实现了对阶跃变化情况下的滑动效应的快速鲁棒跟踪和定界.



(a) 参数估计

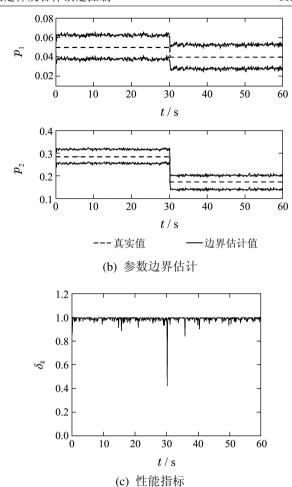


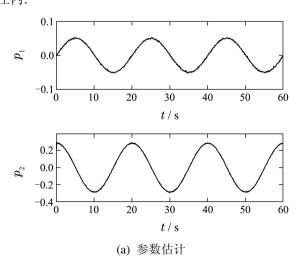
图 2 阶跃变化参数定界

Fig. 2 Step changed parameters bounding

为了进一步验证集员滤波方法的鲁棒定界效果, 本文还对滑动参数的正弦变化进行了相应的仿真 (如图3所示). 其中滑动参数的变化为

$$p_1 = r/2 \cdot \sin(6\pi t/T), \ p_2 = r/b\cos(6\pi t/T),$$

其他条件与阶跃变化仿真设定相同. 从图3中可看出集员滤波方法对于正弦变化的滑动参数能够实现快速有效的跟踪, 其边界估计能够保证将真实值包含在内.



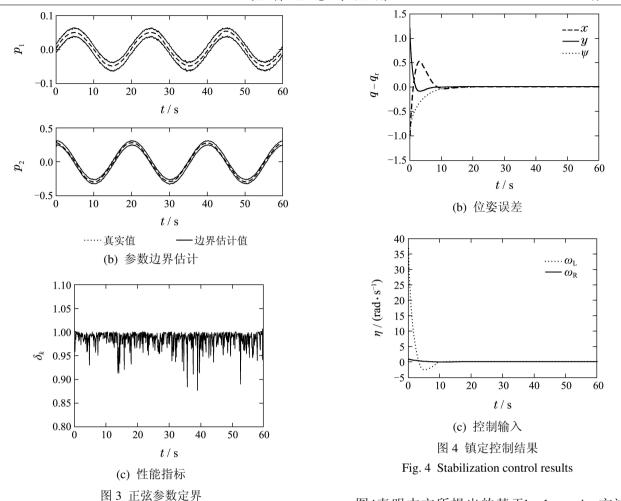
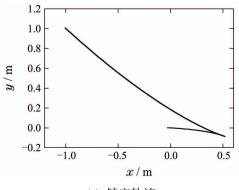


Fig. 3 Sinusoidal changed parameters bounding

此外,从计算复杂度而言,两种滑动参数的单步 迭代时间均控制在1.38 ms(20次平均结果),表明了 本跟踪定界方法具有很好的实时性.

图4为移动机器人的鲁棒点镇定控制结果. 其中系统的初始状态点(初始位姿)设为 $\mathbf{q}_0 = (-1, 1, -\pi/4)^{\mathrm{T}}$ , 目标状态点(目标位姿)设为 $\mathbf{q}_{\mathrm{r}} = (0, 0, 0)^{\mathrm{T}}$ ; 增益参数取为:  $\lambda_0 = 1$ ,  $\lambda_1 = 1$   $\pi \lambda_2 = 1$ .

图4(a)为系统的轨迹图, 从图中可见移动机器人的轨迹最终将趋于原点. 图4(b)为系统的位姿与目标点即原点的误差, 由图可见3个误差都能够随时间而逐渐变小直至收敛于0. 图4(c)则给出了控制律产生的输入量的变化规律.



(a) 镇定轨迹

图4表明本文所提出的基于backstepping方法的控制律可以在参数 $p_1$ ,  $p_2$ 未知但有界的情况下将系统镇定到原点, 从而完成全局指数收敛点镇定的任务.

### 5 结论(Conclusions)

移动机器人的控制问题由于其非完整性特点而被视为机器人应用的一个难点问题,而野外移动机器人在运行过程中所存在的多源不确定性干扰则进一步加剧了问题的复杂程度.本文针对野外机器人中应用中常见的一类带几何参数不确定性和滑动效应干扰的轮式移动机器人的点镇定控制问题进行了研究,提出了一种基于backstepping思想的鲁棒控制律设计方法以获得全局指数收敛镇定结果.此外,针对一般鲁棒控制方法需要不确定性参数边界约束条件的问题,本文引入了一种基于有界误差的集员滤波方法对未知动力学参数进行估计和定界,从而为控制方法提供所需的严格参数边界,以实现估计方法和控制方法的结合,保证控制系统具有更好的稳定性和鲁棒性.

#### 参考文献(References):

 JAULIN L. A nonlinear set membership approach for the localization and map building of underwater robots [J]. *IEEE Transactions* on *Robotics*, 2009, 25(2): 88 – 98.

- [2] TISDALE J, KIM Z, HEDRICK J. Autonomous UAV path planning and estimation [J]. IEEE Robotics and Automation Magazine, 2009, 16(2): 35 – 42.
- [3] BYRNES C I. On Brockett's necessary condition for stability and the topology of Lyapunov functions on R<sup>n</sup> [J]. Communication Information Systems, 2008, 8(4): 333 – 352.
- [4] KOLMANOVSKY I, MCCLAMROCH N H. Development in nonholonomic control problems [J]. *IEEE Control System Magazine*, 1995, 15(6): 20 – 36.
- [5] M'CLOSKY R, MURRAY R. Exponential stabilization of driftless nonlinear control systems using homogeneous feedback [J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 1997, 42(5): 614 – 628.
- [6] GODHAVEN J, EGELAND O. A Lyapunov approach to exponential stabilization of nonholonomic systems in power form [J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 1997, 42(7): 1028 1032.
- [7] BAR-SHALOM Y, LI X R, KIRUBARAJAN T. Estimation with Applications to Tracking and Navigation [M]. New York: Willey, 2002.
- [8] JULIER S, UHLMANN J. Unscented filtering and nonlinear estimation [J]. *Proceedings of the IEEE*, 2004, 92(3): 401 – 422.
- [9] ARULAMPALAM M S, MASKELL S, GORDON N, et al. A tutorial on particle filters for online nonlinear/non-Gaussian Bayesian tracking [J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2002, 50(2): 174 – 188.
- [10] DIXON W E, DAWSON D M, ZERGEROGLU E. Tracking and regulation control of a mobile robot system with kinematic disturbances: a variable structure like approach [J]. *Transaction of ASME*, 2000, 122(4): 616 – 623.
- [11] WANG H, FUKAO T, ADACHI N. Adaptive tracking control for nonholonomic systems with unknown parameters [J]. Advanced Robotics, 2002, 16(2): 175 – 190.
- [12] JIANG Z P. Robust exponential regulation of nonholonomic systems with uncertainties [J]. *Automatica*, 2000, 36(2): 189 – 209.

- [13] JIANG Z P. Robust controller design for uncertain nonholonomic systems [C] //Proceedings of the American Control Conference. New York: IEEE, 1999: 3525 – 3529.
- [14] ZHOU B, HAN J D, LIU G J. A UD factorization-based nonlinear adaptive set-membership filter for ellipsoidal estimation [J]. *Internal Journal of Robust and Nonlinear Control*, 2008, 18(16): 1513 – 1531.
- [15] 周波, 戴先中. 自适应噪声定界的改进集员辨识算法 [J]. 控制理论与应用, 2012, 29(2): 167 171.
  (ZHOU Bo, DAI Xianzhong. Improved set-membership identification algorithm with adaptive noise bounding [J]. Control Theory & Applications, 2012, 29(2): 167 171.)
- [16] SLOTINE J E, LI W P. Applied Nonlinear Control [M]. Beijing: China Machine Press, 2006.
- [17] MAKSAROV D G, NORTON J P. Computationally efficient algorithms for state estimation with ellipsoidal approximations [J]. *Inter*national Journal of Adaptive Control and Signal Processing, 2002, 16(6): 411 – 434.
- [18] LUCA R D, VENDITTELLI M. Control of Wheeled Mobile Robots: an Experimental Overview [M]. Berlin: Springer-Verlag, 2001.

#### 作者简介:

**周 波** (1981-), 男, 讲师, 博士, 主要研究方向为非线性辨识和估计、机器人技术等, E-mail: zhoubo@seu.edu.cn;

**钱 堃** (1982–), 男, 讲师, 博士, 主要研究方向为智能机器人系统和机器人视觉, E-mail: kqian@seu.edu.cn;

**马旭东** (1962-), 男, 教授, 主要研究方向为计算机控制系统、机器人智能控制及嵌入式系统开发等, E-mail: xdma@seu.edu.cn;

戴先中 (1954-), 男, 教授, 博士生导师, 主要研究方向为复杂非线性系统控制、电力系统控制和机器人技术等, E-mail: xz-dai@seu.edu.cn.