

具有未建模动态的自适应神经网络动态面控制

张天平[†], 施泉铖, 沈启坤, 鲁瑶

(扬州大学 信息工程学院 自动化专业部, 江苏 扬州 225127)

摘要: 对一类具有未建模动态的严格反馈非线性系统, 提出一种自适应神经网络动态面控制方案. 该方案将动态面控制方法扩展到具有未建模动态的严格反馈非线性系统的控制器设计中, 拓展了动态面控制方法的应用范围. 利用动态面控制方法引入的紧集来处理未建模动态对于系统的影响. 利用Young's不等式, 提出两种自适应参数调节方案. 与现有研究结果相比, 有效地减少了可调参数的数目, 放宽了动态不确定性的假设, 无需虚拟控制增益系数导数的信息. 通过理论分析, 证明了闭环控制系统是半全局一致最终有界的, 且跟踪误差收敛到原点的一个小邻域内.

关键词: 未建模动态; 自适应控制; 动态面控制; 严格反馈非线性系统; 神经网络控制

中图分类号: TP13 **文献标识码:** A

Adaptive neural-network dynamic surface-control with unmodeled dynamics

ZHANG Tian-ping[†], SHI Xiao-cheng, SHEN Qi-kun, LU Yao

(Department of Automation, College of Information Engineering, Yangzhou University, Yangzhou Jiangsu 225127, China)

Abstract: The adaptive neural-network dynamic surface-control is presented for a class of nonlinear systems in a strict-feedback form with unmodeled dynamics. This scheme extends the routine method of dynamic surface-control to the strict-feedback nonlinear systems with unmodeled dynamics, thus broadens the application of the dynamic surface-control. The effects of unmodeled dynamics are reduced by introducing the defined compact set to dynamic surface-control design. Using Young's inequality, we developed two adaptive parameter-tuning schemes. Compared with the existing results, the proposed approach reduces the number of adjustable parameters effectively, relaxes constrain on dynamic uncertainties and eliminates the requirements of the derivatives of virtual control coefficients. By theoretical analysis, the closed-loop control system is shown to be semi-globally uniformly ultimately bounded, with the tracking error converging to a small neighborhood of the origin.

Key words: unmodeled dynamics; adaptive control; dynamic surface-control; strict-feedback nonlinear systems; neural-network control

1 引言(Introduction)

作为非线性系统控制中重要的设计方法, 后推设计受到了国内外学者的广泛关注, 近年来已取得了许多重要的研究成果. 利用后推进行控制器设计时, 由于后推的每一步都需要对虚拟控制求导, 从而产生了“参数膨胀”问题, 导致了控制器设计更为复杂. 文献[1]首次在后推设计的每一步引入一阶滤波器, 提出了一种动态面控制方法, 克服了后推设计中的缺点. 文献[2]结合自适应控制与动态面控制方法, 对一类虚拟控制系数为1的严格反馈非线性系统, 提出了一种自适应神经网络控制方法. 文献[3-6]基于动态面控制方法, 对一类增益为未知函数的严格反馈非线性系统, 提出了基于神经网络逼近的自适应动态面控制方法. 动态面控制技术现在已被应用到

解决纯反馈系统, 时滞系统和多输入多输出等系统的控制器设计中^[7-9]. 文献[10]用鲁棒自适应后推方法, 解决了一类带有未建模动态的非线性系统的稳定性问题. 文献[11-16]利用小增益定理、后推及模糊逼近等方法, 对具有动态扰动的非线性系统, 提出几种自适应控制方案. 文献[17]将小增益定理和输出反馈控制方法有机结合, 对带有未建模动态的非线性系统, 提出了一种自适应控制方案. 文献[18]利用Young's不等式和积分型李雅普诺夫函数, 对一类具有不确定性扰动的严格反馈非线性, 提出仅仅估计模糊系统可调参数向量内积的直接自适应模糊跟踪控制方案. 文献[19-20]利用径向基函数神经网络逼近系统未知连续函数, 并采用文献[10]中对未建模动态的描述, 对一类具有未建模动态的严格反馈

和纯反馈非线性系统, 提出两种自适应动态面控制方案, 然而对动态扰动的假设需要其上界中的两个函数已知.

本文在文献[10]基础上, 对一类具有未建模动态和动态扰动的严格反馈非线性系统, 提出一种自适应神经网络动态面控制策略. 相对于已有文献[10-17], 该方案将动态面方法扩展到带有未建模动态和动态不确定性的严格反馈系统的跟踪控制中, 拓宽了动态面方法的应用范围. 本文讨论了虚拟控制增益和控制增益均为未知函数的情况, 对于参数的估计采用了对权向量内积的估计算法^[18], 实现了后推设计的每一步只有一个参数需要调节以及整个控制器设计只有一个参数需要调节的两种自适应控制算法, 减少了估计参数的数量, 取消了已有文献[6-7]对于控制增益偏导数的假设, 降低了设计的复杂性; 设计过程中, 利用动态面控制方法引入的紧集有效地处理了未对消掉的未建模动态部分, 简化了设计并且无需假设3中动态不确定性上界中的两个函数已知以及假设4中常数已知^[10, 19-20]. 与文献[19-20]的另外一个区别是本文利用径向基函数逼近采用Young's不等式推理后获得的黑箱函数, 而文献[19-20]直接利用径向基函数逼近系统未知函数.

2 问题描述及基本假设(Problem statement and basic assumptions)

考虑如下一类单输入单输出非线性系统:

$$\begin{cases} \dot{z} = q(t, z, x_1), \\ \dot{x}_i = f_i(\bar{x}_i) + g_i(\bar{x}_i)x_{i+1} + \Delta_i(t, z, x), \\ \quad 1 \leq i \leq n-1, \\ \dot{x}_n = f_n(x) + g_n(x)u + \Delta_n(t, z, x), \\ y = x_1, \end{cases} \quad (1)$$

其中: $\bar{x}_i = [x_1 \ x_2 \ \cdots \ x_i]^T \in \mathbb{R}^i, i = 1, 2, \dots, n$; $x = [x_1 \ \cdots \ x_n]^T \in \mathbb{R}^n$ 为系统状态向量; $u \in \mathbb{R}$ 为系统输入, $y \in \mathbb{R}$ 为系统输出; $g_i(\bar{x}_i) (i = 1, 2, \dots, n)$ 为未知光滑函数; $f_i(\cdot) (i = 1, 2, \dots, n)$ 为未知连续函数, 且满足 $f_i(0, \dots, 0) = 0$. $z \in \mathbb{R}^{n_0}$ 为不可测状态部分, 又称为未建模动态或动态不确定项. $\Delta_i(t, z, x) (i = 1, \dots, n)$ 为动态扰动, 且 $\Delta_i(t, z, x)$ 和 $q(t, z, x_1)$ 是满足Lipschitz条件的连续函数.

控制目标: 设计自适应控制器 u , 使系统输出 y 跟踪一个给定的期望轨迹 y_d , 闭环系统半全局一致终结有界, 跟踪误差收敛到一个小的残差集内.

假设 1 光滑非线性函数 $g_i(\bar{x}_i)$ 符号已知且满足 $0 < g_{i0} \leq |g_i(\bar{x}_i)| \leq g_{i1}$, 不失一般性, 令 $g_i(\bar{x}_i) \geq 0$.

假设 2 参考输入 $x_d = [y_d \ \dot{y}_d \ \ddot{y}_d]^T \in \Omega_d$ 光滑可测, 且 $\Omega_d = \{x_d : y_d^2 + \dot{y}_d^2 + \ddot{y}_d^2 \leq B_0\}$, B_0 为已知正常数.

假设 3 $|\Delta_i(t, z, x)| \leq p_i^* \rho_{i1}(\|\bar{x}_i\|) + p_i^* \|z\| \cdot \rho_{i2}(\bar{x}_i), i = 1, \dots, n, \forall (\bar{x}_i, t) \in \mathbb{R}^i \times \mathbb{R}_+, p_i^*$ 为未知常数, $\rho_{i1}(\|\bar{x}_i\|), \rho_{i2}(\bar{x}_i)$ 为未知非负连续函数.

假设 4 系统 $\dot{z} = q(t, z, 0) - q(t, 0, 0)$ 在 $z = 0$ 时是全局渐近稳定的, 即存在一个Lyapunov函数 W 满足下列不等式:

$$\begin{aligned} c_1 \|z\|^2 &\leq W(t, z) \leq c_2 \|z\|^2, \\ \frac{\partial W}{\partial t}(t, z) + \frac{\partial W}{\partial z}(t, z)(q(t, z, 0) - q(t, 0, 0)) &\leq -c_3 \|z\|^2, \\ \left| \frac{\partial W}{\partial z}(t, z) \right| &\leq c_4 \|z\|, \end{aligned}$$

其中: c_1, c_2, c_3, c_4 均为正常数, 并且存在 $c_5 \geq 0$, $\|q(t, 0, 0)\| \leq c_5, \forall t \geq 0$.

假设 5 存在未知正常数 p_0^* 及已知函数 $\psi_0 \in C^1$ 且 $\psi_0(0) = 0$ 满足下式:

$$\|q(t, z, x_1) - q(t, z, 0)\| \leq p_0^* \psi_0(|x_1|).$$

3 自适应动态面控制器设计(Design of adaptive dynamic surface controller)

在本节中, 本文结合动态面控制和后推设计, 对式(1)所描述的非线性系统提出自适应控制方案. 类似于传统的后推设计, 作坐标变换如下: $s_1 = x_1 - y_d, s_i = x_i - \beta_i, i = 2, \dots, n$, 其中: β_i 是以 α_i 为输入的一阶滤波器的输出, α_i 是后续子系统设计过程中的中间控制, 递推设计包含 n 步, 在前 $n-1$ 步中每一步都设计虚拟控制 $\alpha_i, i = 2, \dots, n$, 最后在第 n 步, 构造了控制律 u .

假设 $\Omega_{Z_i} \subset \mathbb{R}^{i+2}$ 是一个给定的紧集, 且根据文献[21-22]中的讨论, $W_i^{*T} S_i(Z_i)$ 是径向基函数神经网络在紧集 Ω_{Z_i} 上对未知连续函数 $h_i(Z_i)$ 的一个逼近, 而 $h_i(Z_i)$ 稍后在控制器设计中给出. 于是, 有

$$h_i(Z_i) = W_i^{*T} S_i(Z_i) + \varepsilon_i(Z_i), \quad (2)$$

其中:

$$Z_1 = [x_1 \ s_1 \ \dot{\beta}_1]^T, Z_i = [\bar{x}_i \ s_i \ \dot{\beta}_i]^T, \quad (3)$$

而 $\beta_1 = \dot{y}_d$, 基向量 $S_i(Z_i) = [s_{i1}(Z_i) \ \cdots \ s_{il_i}(Z_i)]^T \in \mathbb{R}^{l_i}$, 而 $s_{ij}(Z_i)$ 普遍采用高斯函数, 即

$$s_{ij}(Z_i) = \exp\left[-\frac{(Z_i - \mu_{ij})^T (Z_i - \mu_{ij})}{\phi_{ij}^2}\right], \quad (4)$$

$j = 1, \dots, l_i, i = 1, \dots, n, \mu_{ij} = [\mu_{ij1} \ \mu_{ij2} \ \cdots \ \mu_{ijq_{ij}}]^T$ 是高斯函数的中心, 即位移参数; $q_{ij} = i + 2, \phi_{ij}$ 是高斯函数的宽度, 即形状参数; $\varepsilon_i(Z_i)$ 为逼近误差; W_i^* 为理想的权值, 定义如下:

$$W_i^* = \arg \min_{W_i \in \mathbb{R}^{l_i}} \left[\sup_{Z_i \in \Omega_{Z_i}} |W_i^T S_i(Z_i) - h_i(Z_i)| \right]. \quad (5)$$

为了叙述方便, 给出如下一些记号, 并且定义记

号如下:

$$\beta_1 = y_d, \tag{6}$$

$$\bar{s}_i = [s_1 \ \cdots \ s_i]^T, \tag{7}$$

$$\lambda_i = \|W_i^*\|^2, \tag{8}$$

$$V_{si} = \frac{1}{2}s_i^2, \tag{9}$$

$$\bar{y}_j = [y_2 \ \cdots \ y_j]^T, \tag{10}$$

$$\tilde{\lambda}_i = [\hat{\lambda}_1 \ \cdots \ \hat{\lambda}_i]^T, \tag{11}$$

其中: $y_j = \beta_j - \alpha_j (j = 2, \dots, n)$, $\hat{\lambda}_i$ 是 $\lambda_i (i = 1, \dots, n)$ 在 t 时刻的估计值.

Step 1 考虑如下子系统:

$$\dot{x}_1 = f_1(x_1) + g_1(x_1)x_2 + \Delta_1(t, z, x). \tag{12}$$

令 $V_{sw} = \frac{1}{\lambda_0}W + V_{s1}$, 其中 $\lambda_0 > 0$ 是一个正常数, 而 W 在假设 4 中给出. 将 V_{sw} 关于时间 t 求导得

$$\dot{V}_{sw} = \frac{1}{\lambda_0} \frac{dW}{dt} + \dot{V}_{s1}. \tag{13}$$

由假设 3, 并利用 Young's 不等式, 可得

$$|s_1 \Delta_1| \leq s_1^2 \rho_{11}^2 (|x_1|) + \frac{c_3}{4\lambda_0} \|z\|^2 + s_1^4 \rho_{12}^4 (x_1) + \frac{p_1^{*2}}{4} + \frac{\lambda_0^2}{4c_3^2} p_1^{*4}. \tag{14}$$

将式(12)(14)代入式(13), 并利用假设 4-5, 可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_{sw} \leq & -\frac{c_3}{2\lambda_0} \|z\|^2 + \psi_0^4(|x_1|) + g_1(x_1)s_1x_2 + s_1h_1(Z_1) + D_1 \leq \\ & -\frac{c_3}{2\lambda_0} \|z\|^2 + \psi_0^4(|x_1|) + g_1(x_1)s_1x_2 + \frac{g_{10}}{2a_1^2} s_1^2 \lambda_1 \|S_1(Z_1)\|^2 + \\ & \frac{g_{10}^{-1}a_1^2}{2} + s_1\varepsilon_1(Z_1) + D_1, \end{aligned} \tag{15}$$

其中 $a_1 > 0$ 是一个设计常数,

$$\begin{aligned} h_1(Z_1) = & f_1(x_1) + s_1\rho_{11}^2(\|x_1\|) + s_1^3\rho_{12}^4(x_1) - \dot{\beta}_1, \\ D_1 = & \frac{2c_4^2c_5^2}{\lambda_0c_3} + \frac{c_4^4p_0^{*4}}{\lambda_0^2c_3^2} + \frac{p_1^{*2}}{4} + \frac{4\lambda_0^2}{c_3^2} p_1^{*4}. \end{aligned}$$

选取虚拟控制

$$\alpha_2 = -k_1s_1 - \frac{1}{2a_1^2} \hat{\lambda}_1 s_1 \|S_1(Z_1)\|^2. \tag{16}$$

选取 $\hat{\lambda}_1$ 的自适应律为

$$\dot{\hat{\lambda}}_1 = \frac{\gamma_1}{2a_1^2} s_1^2 \|S_1(Z_1)\|^2 - \gamma_1 \sigma_1 \hat{\lambda}_1, \tag{17}$$

其中: $\hat{\lambda}_1$ 为 λ_1 的估计值, $\tilde{\lambda}_1 = \lambda_1 - \hat{\lambda}_1$ 为估计误差. $a_1 > 0, \gamma_1 > 0, \sigma_1 > 0, k_1 > 0$ 为设计常数.

引入新变量 β_2 作为虚拟控制 α_2 通过一阶滤波器之后的输出, 并且 τ_2 为时间常数, 即

$$\tau_2 \dot{\beta}_2 + \beta_2 = \alpha_2, \beta_2(0) = \alpha_2(0). \tag{18}$$

由式(18)得 $\dot{\beta}_2 = -y_2/\tau_2$. 由于 $x_2 = s_2 + y_2 + \alpha_2 = s_2 + y_2 - k_1s_1 - s_1\hat{\lambda}_1\|S_1(Z_1)\|^2/(2a_1^2)$, 利用式(15)和 Young's 不等式, 可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_{sw} \leq & -\frac{c_3}{2\lambda_0} \|z\|^2 + \psi_0^4(|x_1|) + (-k_1g_{10} + 2)s_1^2 + \frac{g_{11}^2}{4}s_2^2 + \frac{g_{11}^2}{4}y_2^2 + \\ & \frac{g_{10}\tilde{\lambda}_1s_1^2\|S_1(Z_1)\|^2}{2a_1^2} + \frac{g_{10}^{-1}a_1^2}{2} + D_1 + |s_1|\eta_1(s_1, y_d, \dot{y}_d), \end{aligned} \tag{19}$$

其中连续函数 $\eta_1(s_1, y_d, \dot{y}_d)$ 满足

$$|\psi_0^4(|x_1|) + \varepsilon_1(Z_1)| \leq \eta_1(s_1, y_d, \dot{y}_d). \tag{20}$$

根据 Young's 不等式, 得 $|s_1|\eta_1 \leq s_1^2 + 1/4\eta_1^2$. 进一步简化得

$$\begin{aligned} \dot{V}_{sw} \leq & -\frac{c_3}{2\lambda_0} \|z\|^2 + (-k_1g_{10} + 3)s_1^2 + \frac{g_{11}^2}{4}s_2^2 + \frac{g_{11}^2}{4}y_2^2 + \frac{1}{4}\eta_1^2 + \\ & \frac{g_{10}\tilde{\lambda}_1s_1^2\|S_1(Z_1)\|^2}{2a_1^2} + \frac{g_{10}^{-1}a_1^2}{2} + D_1. \end{aligned} \tag{21}$$

根据假设 3 得

$$\begin{aligned} \dot{y}_2 = & -\frac{y_2}{\tau_2} + [k_1\dot{s}_1 + \frac{\dot{s}_1\hat{\lambda}_1\|S_1(Z_1)\|^2}{2a_1^2} + \\ & \frac{s_1\dot{\hat{\lambda}}_1\|S_1(Z_1)\|^2}{2a_1^2} + \frac{s_1\hat{\lambda}_1}{2a_1^2} \frac{d\|S_1(Z_1)\|^2}{dt}], \end{aligned} \tag{22}$$

$$|\dot{y}_2 + \frac{y_2}{\tau_2}| \leq \xi_2(\bar{s}_2, \bar{y}_2, \hat{\lambda}_1, \|z\|, y_d, \dot{y}_d, \ddot{y}_d), \tag{23}$$

其中 $\xi_2(\bar{s}_2, \bar{y}_2, \hat{\lambda}_1, \|z\|, y_d, \dot{y}_d, \ddot{y}_d)$ 是一个连续函数.

由式(22)和式(23), 可得

$$\begin{aligned} y_2\dot{y}_2 \leq & -\frac{y_2^2}{\tau_2} + |y_2|\xi_2(\bar{s}_2, y_2, \hat{\lambda}_1, \|z\|, y_d, \dot{y}_d, \ddot{y}_d) \leq \\ & -\frac{y_2^2}{\tau_2} + y_2^2 + \frac{1}{4}\xi_2^2. \end{aligned} \tag{24}$$

Step $i (2 \leq i \leq n-1)$ 由式(1)可知, s_i 的导数为

$$\dot{s}_i = f_i(\bar{x}_i) + g_i(\bar{x}_i)x_{i+1} + \Delta_i(t, z, \bar{x}_n) - \dot{\beta}_i. \tag{25}$$

将 V_{si} 关于时间 t 求导得

$$\dot{V}_{si} = s_i\dot{s}_i. \tag{26}$$

根据假设 3, 并利用 Young's 不等式, 可得

$$\begin{aligned} |s_i\Delta_i| \leq & s_i^2\rho_{i1}^2(\|\bar{x}_i\|) + \frac{c_3}{2^{i+1}\lambda_0} \|z\|^2 + s_i^4\rho_{i2}^4(\bar{x}_i) + \frac{p_i^{*2}}{4} + \frac{4^i\lambda_0^2}{c_3^2} p_i^{*4}. \end{aligned} \tag{27}$$

将式(25)(27)代入式(26), 整理得

$$\begin{aligned} \dot{V}_{si} \leq & g_i(\bar{x}_i)s_ix_{i+1} + s_ih_i(Z_i) + \frac{c_3}{2^{i+1}\lambda_0} \|z\|^2 + D_i, \end{aligned} \tag{28}$$

其中:

$$h_i(Z_i) = f_i(\bar{x}_i) + s_i \rho_{i1}^2(\|\bar{x}_i\|) + s_i^3 \rho_{i2}^4(\bar{x}_i) - \dot{\beta}_i,$$

$$D_i = \frac{p_i^{*2}}{4} + \frac{4^i \lambda_0^2}{c_3^2} p_i^{*4}.$$

选取虚拟控制 α_{i+1} 如下:

$$\alpha_{i+1} = -k_i s_i - \frac{1}{2a_i^2} s_i \hat{\lambda}_i \|S_i(Z_i)\|^2, \quad (29)$$

其中 $k_i > 0$, $a_i > 0$ 是两个设计常数.

选取 $\hat{\lambda}_i$ 的自适应律为

$$\dot{\hat{\lambda}}_i = \frac{\gamma_i}{2a_i^2} s_i^2 \|S_i(Z_i)\|^2 - \gamma_i \sigma_i \hat{\lambda}_i, \quad (30)$$

其中: $\hat{\lambda}_i$ 为 λ_i 的估计值, $\tilde{\lambda}_i = \lambda_i - \hat{\lambda}_i$ 为估计误差, $\gamma_i > 0$, $\sigma_i > 0$ 为设计常数.

定义 β_{i+1} 如下:

$$\tau_{i+1} \dot{\beta}_{i+1} + \beta_{i+1} = \alpha_{i+1}, \beta_{i+1}(0) = \alpha_{i+1}(0), \quad (31)$$

其中 $\tau_{i+1} > 0$ 是一个设计常数.

由式(31)可得 $\dot{\beta}_{i+1} = -y_{i+1}/\tau_{i+1}$. 由于

$$x_{i+1} = s_{i+1} + y_{i+1} + \alpha_{i+1} =$$

$$s_{i+1} + y_{i+1} - k_i s_i - \frac{1}{2a_i^2} s_i \hat{\lambda}_i \|S_i(Z_i)\|^2,$$

利用式(28)和Young's不等式, 易得

$$\dot{V}_{si} \leq (-k_i g_{i0} + 2) s_i^2 + \frac{g_{i1}^2}{4} s_{i+1}^2 + \frac{g_{i1}^2}{4} y_{i+1}^2 +$$

$$\frac{g_{i0} \tilde{\lambda}_i s_i^2 \|S_i(Z_i)\|^2}{2a_i^2} + \frac{g_{i0}^{-1} a_i^2}{2} + D_i +$$

$$|s_i \eta_i(\bar{s}_i, \bar{y}_i, \tilde{\lambda}_{i-1}, \|z\|, y_d, \dot{y}_d) +$$

$$\frac{c_3}{2^{i+1} \lambda_0} \|z\|^2, \quad (32)$$

其中连续函数 $\eta_i(\bar{s}_i, \bar{y}_i, \tilde{\lambda}_{i-1}, \|z\|, y_d, \dot{y}_d)$ 满足

$$|\varepsilon_i(Z_i)| \leq \eta_i(\bar{s}_i, \bar{y}_i, \tilde{\lambda}_{i-1}, \|z\|, y_d, \dot{y}_d). \quad (33)$$

根据Young's不等式, 可得 $|s_i \eta_i| \leq s_i^2 + 1/4 \eta_i^2$. 因此,

$$\dot{V}_{si} \leq$$

$$(-k_i g_{i0} + 3) s_i^2 + \frac{g_{i1}^2}{4} s_{i+1}^2 + \frac{g_{i1}^2}{4} y_{i+1}^2 + \frac{1}{4} \eta_i^2 +$$

$$\frac{g_{i0} \tilde{\lambda}_i s_i^2 \|S_i(Z_i)\|^2}{2a_i^2} + \frac{g_{i0}^{-1} a_i^2}{2} + D_i + \frac{c_3}{2^{i+1} \lambda_0} \|z\|^2. \quad (34)$$

根据假设3得

$$\dot{y}_{i+1} = -\frac{y_{i+1}}{\tau_{i+1}} + [k_i \dot{s}_i + \frac{\dot{s}_i \hat{\lambda}_i \|S_i(Z_i)\|^2}{2a_i^2} +$$

$$\frac{s_i \dot{\hat{\lambda}}_i \|S_i(Z_i)\|^2}{2a_i^2} + \frac{s_i \hat{\lambda}_i}{2a_i^2} \frac{d}{dt} \|S_i(Z_i)\|^2], \quad (35)$$

$$|\dot{y}_{i+1} + \frac{y_{i+1}}{\tau_{i+1}}| \leq \xi_{i+1}(\bar{s}_{i+1}, \bar{y}_{i+1}, \tilde{\lambda}_i, \|z\|, y_d, \dot{y}_d, \ddot{y}_d), \quad (36)$$

其中 $\xi_{i+1}(\bar{s}_{i+1}, \bar{y}_{i+1}, \tilde{\lambda}_i, \|z\|, y_d, \dot{y}_d, \ddot{y}_d)$ 是一个连续函数.

由式(35)-(36)可得

$$y_{i+1} \dot{y}_{i+1} \leq -\frac{y_{i+1}^2}{\tau_{i+1}} + y_{i+1}^2 + \frac{1}{4} \xi_{i+1}^2. \quad (37)$$

Step n 这一步将确定最终的控制量. 由于 $s_n = x_n - \beta_n$, s_n 的导数为

$$\dot{s}_n = f_n(\bar{x}_n) + g_n(\bar{x}_n)u - \dot{\beta}_n + \Delta_n(t, z, \bar{x}_n). \quad (38)$$

类似于第*i*步的讨论, 易得

$$\dot{V}_{sn} \leq g_n(\bar{x}_n) s_n u + s_n h_n(Z_n) + \frac{c_3}{2^{n+1} \lambda_0} \|z\|^2 + D_n, \quad (39)$$

其中

$$h_n(Z_n) = f_n(\bar{x}_n) + s_n \rho_{n1}^2(\|\bar{x}_n\|) + s_n^3 \rho_{i2}^4(\bar{x}_n) - \dot{\beta}_n,$$

$$D_n = \frac{p_n^{*2}}{4} + \frac{4^n \lambda_0^2}{c_3^2} p_n^{*4}.$$

采用如下控制律:

$$u = -k_n s_n - \frac{1}{2a_n^2} s_n \hat{\lambda}_n \|S_n(Z_n)\|^2, \quad (40)$$

其中 $k_n > 0$ 和 $a_n > 0$ 是两个设计常数.

选取 $\hat{\lambda}_n$ 的自适应律为

$$\dot{\hat{\lambda}}_n = \frac{\gamma_n}{2a_n^2} s_n^2 \|S_n(Z_n)\|^2 - \gamma_n \sigma_n \hat{\lambda}_n, \quad (41)$$

其中 γ_n 和 σ_n 是两个正常数.

类似于第*i*步中式(32)的推导, 可得

$$\dot{V}_{sn} \leq (-k_n g_{n0} + 1) s_n^2 + \frac{g_{n0} \tilde{\lambda}_n s_n^2 \|S_n(Z_n)\|^2}{2a_n^2} +$$

$$\frac{g_{n0}^{-1} a_n^2}{2} + \frac{c_3}{2^{n+1} \lambda_0} \|z\|^2 + D_n + \frac{1}{4} \eta_n^2, \quad (42)$$

其中连续函数 $\eta_n(\bar{s}_n, \bar{y}_n, \tilde{\lambda}_n, \|z\|, y_d, \dot{y}_d)$ 满足

$$|\varepsilon_n(Z_n)| \leq \eta_n(\bar{s}_n, \bar{y}_n, \tilde{\lambda}_n, \|z\|, y_d, \dot{y}_d).$$

注1 在上述设计方案中, 后推设计的每一步均有一个在线可调参数. 为了进一步减少可调参数的数目, 本文提出如下改进的自适应控制策略, 使得在整个控制系统设计中只有一个在线可调参数. 令

$$\lambda = \frac{\max\{\lambda_1, \dots, \lambda_n\}}{g_{\min}}, \quad (43)$$

其中 $g_{\min} = \min\{g_{10}, \dots, g_{n0}\}$.

选取虚拟控制 α_{i+1} ($i = 1, \dots, n-1$)如下:

$$\alpha_{i+1} = -k_i s_i - \frac{1}{2a_i^2} s_i \hat{\lambda} \|S_i(Z_i)\|^2. \quad (44)$$

选取控制律 u 如下:

$$u = -k_n s_n - \frac{1}{2a_n^2} s_n \hat{\lambda} \|S_n(Z_n)\|^2. \quad (45)$$

选取 $\hat{\lambda}$ 的自适应律如下:

$$\dot{\hat{\lambda}} = \gamma \left[\sum_{i=1}^n \frac{1}{2a_i^2} \|S_i(Z_i)\|^2 s_i^2 - \sigma \hat{\lambda} \right], \quad (46)$$

其中: $\hat{\lambda}$ 为 λ 的估计值, $\tilde{\lambda} = \lambda - \hat{\lambda}$ 为参数估计误差, $a_i > 0$, $\gamma > 0$, $\sigma > 0$, $k_i > 0$ 为设计常数. 分析中产生的未知连续函数 $\eta_1(s_1, y_d, \dot{y}_d)$, $\eta_i(\cdot) = \eta_i(\bar{s}_n, \bar{y}_n, \hat{\lambda}, \|z\|, y_d, \dot{y}_d)$, $\xi_i(\cdot) = \xi_i(\bar{s}_n, \bar{y}_n, \hat{\lambda}, \|z\|, y_d, \dot{y}_d, \ddot{y}_d)$, $i = 2, \dots, n$.

4 稳定性分析(Stability analysis)

令

$$V_1 = s_1^2 + \frac{\tilde{\lambda}_1^2}{\gamma_1} + \frac{c_3 \|z\|^2}{\lambda_0},$$

$$V_i = \sum_{j=1}^i s_j^2 + \sum_{j=2}^i y_j^2 + \sum_{j=1}^i \frac{\tilde{\lambda}_j^2}{\gamma_j} + \frac{c_3 \|z\|^2}{\lambda_0},$$

$$i = 2, \dots, n.$$

定义有界闭集:

$$\Omega_1 = \{[s_1, \|z\|, \hat{\lambda}_1]^T : V_1 \leq p\} \subset \mathbb{R}^{p_1},$$

$$\Omega_i = \{[s_1, \dots, s_i, y_2, \dots, y_i, \|z\|, \hat{\lambda}_1, \dots, \hat{\lambda}_{i-1}]^T : V_i \leq p\} \subset \mathbb{R}^{p_i}, i = 2, \dots, n-1,$$

$$\Omega_n = \{[s_1, \dots, s_n, y_2, \dots, y_n, \|z\|, \hat{\lambda}_1, \dots, \hat{\lambda}_n]^T : V_n \leq p\} \subset \mathbb{R}^{p_n},$$

其中: $p_i = 3i$, $i = 1, \dots, n$, p 为与任意给定的正常数 c 相关的一个常数.

易知 $\Omega_1 \times \mathbb{R}^{p_n-p_1} \supset \Omega_2 \times \mathbb{R}^{p_n-p_2} \supset \dots \supset \Omega_{n-1} \times \mathbb{R}^{p_n-p_{n-1}} \supset \Omega_n$. 令连续函数 ξ_i 在有界闭集 $\Omega_d \times \Omega_i$ 上的最大值为 M_i , $i = 2, \dots, n$. 连续函数 η_j 在有界闭集 $\Omega_d \times \Omega_j$ 上的最大值为 H_j , $j = 1, \dots, n$.

可得如下稳定性定理:

定理 1 考虑由系统(1)、控制律(40)及自适应律(17)(30)和式(41)组成的闭环系统, 若假设1-5成立, 则对于任意给定的正常数 c 及初始条件满足 $V(0) \leq c$, 满足式(47)的正常数 k_i, σ_i, τ_i 使得闭环系统半全局一致终结有界, 且跟踪误差收敛到一个小的残差内, 其中 k_i, τ_i 满足

$$\begin{cases} k_i \geq g_{i0}^{-1} [3 + \frac{g_{i-1,1}^2}{4} + \frac{\alpha_0}{2}], i = 1, \dots, n, \\ \frac{1}{\tau_i} \geq 1 + \frac{g_{i1}^2}{4} + \frac{\alpha_0}{2}, i = 2, \dots, n, \\ \alpha_0 = \min\{\gamma_1 \sigma_1, \dots, \gamma_n \sigma_n, \frac{c_3}{2c_2} + \frac{c_3}{2^{n+1}c_2}\}. \end{cases} \quad (47)$$

证 考虑如下Lyapunov函数:

$$V = V_{sw} + \sum_{i=2}^n V_{si} + \sum_{i=2}^n \frac{1}{2} y_i^2 + \sum_{i=1}^n \frac{g_{i0}}{2\gamma_i} \tilde{\lambda}_i^2. \quad (48)$$

将 V 对时间 t 求导, 则有

$$\dot{V} = \dot{V}_{sw} + \sum_{i=2}^n \dot{V}_{si} + \sum_{i=2}^n y_i \dot{y}_i - \sum_{i=1}^n \frac{g_{i0}}{\gamma_i} \tilde{\lambda}_i \dot{\lambda}_i. \quad (49)$$

将式(21)(24)(34)(37)(42)代入式(49), 并利用式(17)(30)及(41), 则上式可化简得

$$\dot{V} \leq \sum_{i=1}^n [(-k_i g_{i0} + 3 + \frac{g_{i-1,1}^2}{4}) s_i^2 +$$

$$\sum_{i=1}^{n-1} [-\frac{y_{i+1}^2}{\tau_{i+1}} + (1 + \frac{g_{i1}^2}{4}) y_{i+1}^2 + \frac{1}{4} \xi_{i+1}^2] + \sum_{i=1}^n [\frac{g_{i0}^{-1} a_i^2}{2} + D_i + \frac{1}{4} \eta_i^2] + \sum_{i=1}^n g_{i0} \sigma_i \tilde{\lambda}_i \dot{\lambda}_i - [\frac{c_3}{2\lambda_0} + \frac{c_3}{2^{n+1}\lambda_0}] \|z\|^2, \quad (50)$$

其中 $g_{0,1} = 0$. 利用Young's不等式得

$$\sigma_i \tilde{\lambda}_i \dot{\lambda}_i = \sigma_i \tilde{\lambda}_i (\lambda_i - \tilde{\lambda}_i) \leq \sigma_i [-\frac{\tilde{\lambda}_i^2}{2} + \frac{\lambda_i^2}{2}]. \quad (51)$$

对于任意给定的正常数 c , 若 $V = c$, 则

$$V_{sw} = \frac{1}{\lambda_0} W + \frac{1}{2} s_1^2 \leq V,$$

且 $V_{sw} \leq c$, 可知 $(1/\lambda_0)W \leq c$; 又由假设4有 $c_1 \|z\|^2 \leq W \leq \lambda_0 c$, 所以可知: $\|z\|^2 \leq \lambda_0 c / c_1$. 将式(48)转化为如下形式:

$$V = \frac{1}{\lambda_0} W + \frac{1}{2} V_n - \frac{c_3}{2\lambda_0} \|z\|^2.$$

由上式可知 $V_n \leq p$, 取 $p = (2 + c_3/c_1)c$, 则 $\eta_i^2 \leq H_i^2$, $\xi_{i+1}^2 \leq M_{i+1}^2$ 且在紧集 Ω_n 上, 有 $(c_3/\lambda_0) \|z\|^2 \leq p$. 令

$$\mu = \sum_{i=1}^n D_i + \frac{1}{4} \sum_{i=1}^n H_i^2 + \frac{1}{4} \sum_{i=1}^{n-1} M_{i+1}^2 + \sum_{i=1}^n \frac{g_{i0}^{-1} a_i^2}{2} + \sum_{i=1}^n \frac{g_{i0} \sigma_i \lambda_i^2}{2}.$$

于是, 将式(47)(51)代入式(50)可得

$$\dot{V} \leq -\alpha_0 V + \mu. \quad (52)$$

当 $V = c$, $\alpha_0 > \mu/c$, 则有 $\dot{V} \leq 0$, 由此可知当初始条件 $V(0) \leq c$ 时, $V(t) \leq c, \forall t \geq 0$. 由式(52)易得

$$0 \leq V(t) \leq \frac{\mu}{\alpha_0} + [V(0) - \frac{\mu}{\alpha_0}] e^{-\alpha_0 t}.$$

因此, 由式(48)可知闭环控制系统中的所有信号, $s_i, y_{i+1}, \tilde{\lambda}_i, \|z\|$ 都是一致终结有界的, 从而 $x_i, \alpha_{i+1}, \beta_i$ 也都是一致终结有界的. 证毕.

5 仿真结果(Simulation results)

例 1 考虑如下具有未建模动态的2阶不确定非线性系统:

$$\begin{cases} \dot{z} = -2z + 0.5x_1^2 \sin(x_1 t), \\ \dot{x}_1 = x_1 e^{-0.5x_1} + (1 + x_1^2)x_2 + \Delta_1, \\ \dot{x}_2 = x_1 x_2^2 + (3 - \cos(x_1 x_2))u + \Delta_2, \\ y = x_1, \end{cases}$$

其中: $\Delta_1 = 0.2zx_1 \sin(x_2 t)$, $\Delta_2 = 0.1z^2 \cos(0.5x_2 t)$. 期望轨迹 $y_d = 0.5 \sin t + 0.25 \sin(0.5t)$.

选取自适应神经网络控制器如下:

$$\dot{\hat{\lambda}}_1 = \gamma_1 [\frac{1}{2a_1^2} s_1^2 \|S_1(Z_1)\|^2 - \sigma_1 \hat{\lambda}_1],$$

$$\alpha_2 = -k_1 s_1 - \frac{1}{2a_1^2} s_1 \hat{\lambda}_1 \|S_1(Z_1)\|^2,$$

$$\begin{aligned} \tau_2 \dot{\beta}_2 &= -\beta_2 + \alpha_2, \\ \dot{\hat{\lambda}}_2 &= \gamma_2 \left[\frac{1}{2a_2^2} s_2^2 \|S_2(Z_2)\|^2 - \sigma_2 \hat{\lambda}_2 \right], \\ u &= -k_2 s_2 - \frac{1}{2a_2^2} s_2 \hat{\lambda}_2 \|S_2(Z_2)\|^2, \end{aligned}$$

其中: $s_1 = x_1 - y_d, s_2 = x_2 - \beta_2, Z_1 = [x_1 \ s_1 \ \dot{y}_d]^T, Z_2 = [\bar{x}_2 \ s_2 \ \dot{\beta}_2]^T$; 基函数向量 $S_i(Z_i) = [s_{i1}(Z_i) \dots s_{il_i}(Z_i)]^T$ 计算如下:

$$s_{ij}(Z_i) = \exp\left[-\frac{(Z_i - \mu_{ij})^T(Z_i - \mu_{ij})}{\phi_{ij}^2}\right],$$

其中: $\mu_{ij} = [\mu_{ij1} \ \mu_{ij2} \ \dots \ \mu_{ijq_{ij}}]^T, q_{ij} = i + 2, j = 1, \dots, l_i, i = 1, 2.$

控制器的设计参数分别为

$$\mu_{1j} = 0.1 \frac{j - l_1}{2} [1 \ 1 \ 1]^T, j = 1, \dots, l_1,$$

$$\mu_{2j} = 0.5 \frac{j - l_2}{2} [1 \ 1 \ 1 \ 1]^T, j = 1, \dots, l_2,$$

$$l_1 = l_2 = 20, \phi_{ij} = 1, i = 1, 2, j = 1, \dots, l_i,$$

$$k_1 = 10, k_2 = 5, \tau_2 = 0.01, \sigma_1 = 0.01,$$

$$\sigma_2 = 0.01, \gamma_1 = \gamma_2 = 25, a_1 = 15, a_2 = 22.5,$$

$$x(0) = [-0.1 \ 0.5]^T, z(0) = 0, \beta_2(0) = 0.1,$$

$$\hat{\lambda}_1(0) = 0.5, \hat{\lambda}_2(0) = 0.2.$$

仿真结果如图1-6所示. 采用修正的参数自适应调节算法, 易得类似的仿真曲线, 限于篇幅, 相应的仿真结果从略. 仿真结果表明, 本文提出的控制算法具有良好的跟踪性能, 同时能够保证闭环系统的所有信号是半全局一致终结有界的.

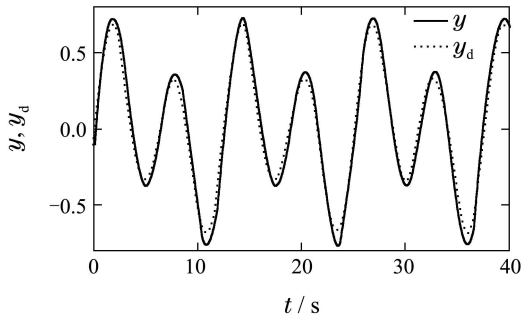


图1 输出y和跟踪轨迹y_d

Fig. 1 Output y and tracking trajectory y_d

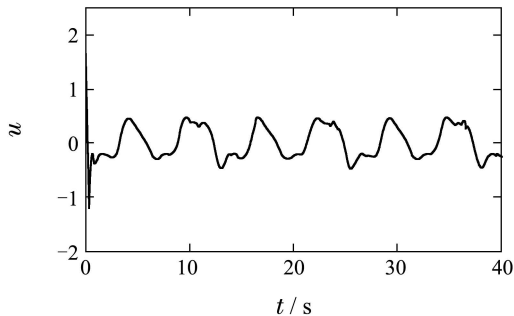


图2 控制信号u

Fig. 2 Control signal u

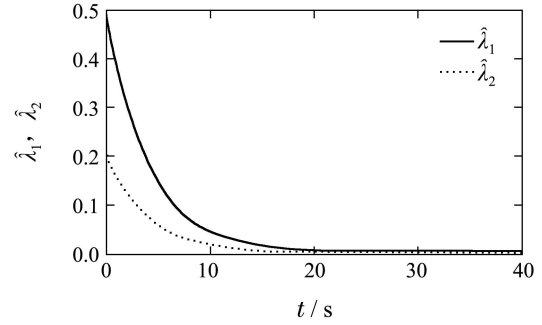


图3 估计参数 $\hat{\lambda}_1$ 和 $\hat{\lambda}_2$

Fig. 3 Estimated parameters $\hat{\lambda}_1$ and $\hat{\lambda}_2$

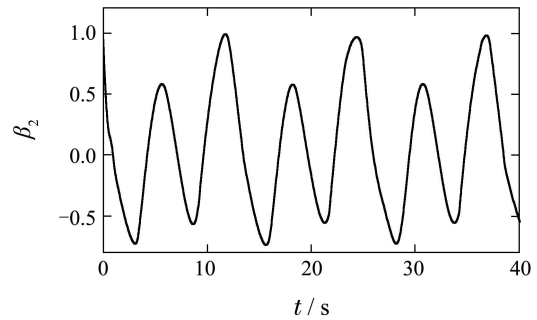


图4 一阶滤波器的状态 β_2

Fig. 4 State β_2 of first order filter

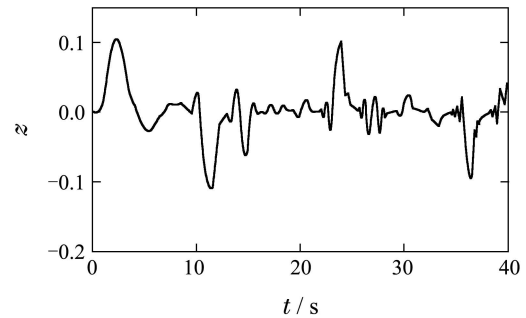


图5 未建模动态z

Fig. 5 Unmodeled dynamics z

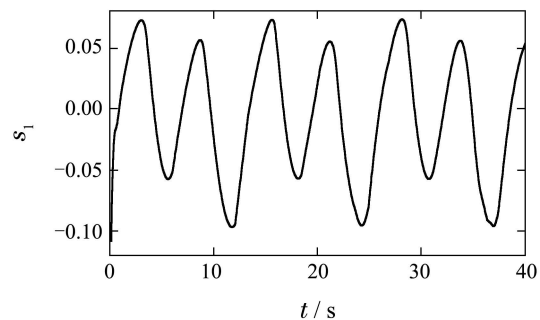


图6 跟踪误差 s_1

Fig. 6 Tracking error s_1

6 结论(Conclusions)

本文研究了一类具有未建模动态和动态扰动的严格反馈非线性系统的跟踪控制问题. 利用径向基函数神经网络逼近未知连续函数, 基于动态面控制方法, 提出了两种自适应神经网络动态面控制算法.

通过引入一阶滤波器, 避免了传统后推设计中由于需要反复对虚拟控制求导所导致的计算复杂性问题. 通过理论分析, 证明了闭环控制系统中的所有信号是半全局一致终结有界的.

参考文献(References):

- [1] SWARROOP D, HEDRICK J K, YIP P P, et al. Dynamic surface control for a class of nonlinear systems [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2000, 45(10): 1893 – 1899.
- [2] WANG D, HUANG J. Neural network-based adaptive dynamic surface control for a class of uncertain nonlinear systems in strict-feedback form [J]. *IEEE Transactions on Neural Networks*, 2005, 16(1): 195 – 202.
- [3] 李红春, 张天平, 孙研. 基于动态面控制的间接自适应神经网络块控制 [J]. *电机与控制学报*, 2007, 11(3): 275 – 281. (LI Hongchun, ZHANG Tianping, SUN Yan. Indirect adaptive neural network block control using dynamic surface control [J]. *Electric Machines and Control*, 2007, 11(3): 275 – 281.)
- [4] LI T S, WANG D, FENG G, et al. A DSC approach to robust adaptive NN tracking control for strict-feedback nonlinear systems [J]. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part B: Cybernetics*, 2010, 40(3): 915 – 927.
- [5] LI T S, WANG D, LI W. A novel adaptive NN control for a class of strict-feedback nonlinear systems [C] // *Proceedings of American Control Conference*. New York: IEEE, 2009: 2946 – 2951.
- [6] ZHANG T P, GE S S. Direct adaptive NN control of nonlinear systems in strict-feedback form using dynamic surface control [C] // *IEEE International Symposium on Intelligent Control*. New York: IEEE, 2007: 315 – 320.
- [7] ZHANG T P, GE S S. Adaptive surface control of nonlinear systems with unknown dead zone in pure feedback form [J]. *Automatica*, 2008, 44(7): 1895 – 1903.
- [8] SUNG J Y, JIN B P, YOON H C. Adaptive neural control for a class of strict-feedback nonlinear systems with state time delays [J]. *IEEE Transactions on Neural Networks*, 2009, 20(7): 1209 – 1215.
- [9] LI T S, TONG S C, FENG G. A novel robust adaptive fuzzy tracking control for a class of nonlinear multi input/multi-output systems [J]. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 2010, 18(1): 150 – 160.
- [10] JIANG Z P, HILL D J. A robust adaptive backstepping scheme for nonlinear systems with unmodeled dynamics [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1999, 44(9): 1705 – 1711.
- [11] WANG T, TONG S C. Adaptive fuzzy robust control for nonlinear system with dynamic uncertainties based on backstepping [J]. *Innovative Computing Information and Control, the 3rd International Conference*. New York: IEEE, 2008: 125 – 129.
- [12] 季海波, 陈作贤. 具有动态不确定的非线性系统的鲁棒自适应输出调节 [J]. *中国科学技术大学学报*, 2008, 38(7): 835 – 840. (JI Haibo, CHEN Zhuoxian. Robust adaptive output regulation for nonlinear systems with dynamic uncertainties [J]. *Journal of University of Science and Technology of China*, 2008, 38(7): 835 – 840.)
- [13] TONG S C, HE X L, LI Y M, et al. Adaptive fuzzy backstepping robust control for uncertain nonlinear systems based on small-gain approach [J]. *Fuzzy Set and Systems*, 2010, 161(6): 771 – 796.
- [14] 贺向雷, 佟绍成. 动态不确定非线性系统直接自适应模糊backstepping控制 [J]. *控制理论与应用*, 2009, 26(10): 1081 – 1086. (HE Xianglei, TONG Shaocheng. Direct adaptive fuzzy backstepping control of nonlinear systems with dynamic uncertainties [J]. *Control Theory & Applications*, 2009, 26(10): 1081 – 1086.)
- [15] CHEN T S, HUNG J. A small gain approach to global stabilization of nonlinear feedforward systems with input unmodeled dynamics [J]. *Automatica*, 2010, 46(6): 1028 – 1034.
- [16] 佟绍成, 李永明. 一类具有未建模动态的非线性系统模糊自适应鲁棒控制 [J]. *控制与决策*, 2009, 24(3): 417 – 422. (TONG Saocheng, LI Yongming. Fuzzy adaptive robust control with unmodeled dynamics for a class of nonlinear systems [J]. *Control and Decision*, 2009, 24(3): 417 – 422.)
- [17] TONG S C, HE X L, ZHANG H G. A combined backstepping and small-gain approach to robust adaptive fuzzy output feedback control [J]. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 2009, 17(5): 1059 – 1069.
- [18] WANG M, CHEN B, DAI S L. Direct adaptive fuzzy tracking control for a class of perturbed strict-feedback nonlinear systems [J]. *Fuzzy Sets and Systems*, 2007, 158(24): 2655 – 2670.
- [19] 张天平, 鲁瑶, 朱清, 等. 具有未建模动态的自适应动态面控制 [C] // 第31届中国控制会议论文集. 纽约: 电气与电子工程师协会, 2012: 2859 – 2864. (ZHANG Tianping, LU Yao, ZHU Qing, et al. Adaptive dynamic surface control with unmodeled dynamics [C] // *Proceedings of the 31th Chinese Control Conference*. New York: IEEE, 2012: 2859 – 2864.)
- [20] 张天平, 鲁瑶. 带有未建模动态的非线性系统的自适应动态面控制 [J]. *控制与决策*, 2012, 28(3): 335 – 342. (ZHANG Tianping, LU Yao. Adaptive dynamic surface control of nonlinear systems with unmodeled dynamics [J]. *Control and Decision*, 2012, 28(3): 335 – 342.)
- [21] SANNER R M, SLOTINE J E. Gaussian networks for direct adaptive control [J]. *IEEE Transactions on Neural Networks*, 1992, 3(6): 837 – 863.
- [22] GE S S, HANG C C, LEE T H, et al. *Stable Adaptive Neural Network Control* [M]. Boston: Kluwer Academic, 2001: 27 – 46.

作者简介:

张天平 (1964–), 男, 博士, 教授, 博士生导师, 目前主要从事自适应控制、模糊控制理论、智能控制及非线性控制等研究工作, E-mail: tpzhang@yzu.edu.cn;

施泉铖 (1988–), 女, 硕士研究生, 主要研究方向为自适应控制、非线性控制等, E-mail: xiaocheng_shi@163.com;

沈启坤 (1971–), 男, 博士研究生, 副教授, 硕士生导师, 目前主要从事故障诊断、非线性系统的自适应控制等研究工作, E-mail: qkshen@yzu.edu.cn;

鲁瑶 (1986–), 女, 硕士研究生, 主要研究方向为自适应控制、动态面控制等, E-mail: luyao2803@163.com.