第 30 卷第 8 期
2013 年 8 月

控制理论与应用
Control Theory & Applications

Vol. 30 No. 8
Aug. 2013

DOI: 10.7641/CTA.2013.21056

可逆冷带轧机速度张力系统的动态滑模解耦控制

刘　乐[1], 方一鸣[1,2†], 李建雄[1], 常　茹[1]

(1. 燕山大学 电气工程学院 工业计算机控制工程河北省重点实验室, 河北 秦皇岛 066004;

2. 国家冷轧板带装备及工艺工程技术研究中心, 河北 秦皇岛 066004)

摘要: 为削弱可逆冷带轧机速度张力系统中各变量间的非线性耦合影响, 本文提出了一种基于幂指数趋近律的微分几何动态滑模解耦控制方法. 首先, 应用微分几何理论, 通过非线性状态反馈和坐标变换, 实现了可逆冷带轧机速度张力非线性耦合系统的输入/输出动态解耦和线性化. 其次, 针对解耦后得到的各独立线性子系统, 综合考虑可逆冷带轧机速度张力系统的负载扰动、参数摄动和未建模动态等不确定部分的影响, 基于幂指数趋近律设计了动态滑模控制器. 理论分析表明, 所提出的控制方法能够保证闭环系统渐近稳定, 并能有效削弱系统抖振. 最后, 对某1422 mm可逆冷带轧机速度张力非线性耦合系统进行仿真, 并同其他解耦控制方法相比较, 结果验证了所提出方法的有效性.

关键词: 可逆冷带轧机; 速度张力; 解耦; 微分几何; 滑模控制

中图分类号: TP273　　　**文献标识码**: A

Dynamic sliding mode decoupling control for speed and tension system of reversible cold strip mill

LIU Le[1], FANG Yi-ming[1,2†], LI Jian-xiong[1], CHANG Ru[1]

(1. Key Lab of Industrial Computer Control Engineering of Hebei Province, College of Electrical Engineering, Yanshan University, Qinhuangdao Hebei 066004, China;

2. National Engineering Research Center for Equipment and Technology of Cold Strip Rolling, Qinhuangdao Hebei 066004, China)

Abstract: In order to reduce the nonlinear coupling influences among the variables in the speed and tension system of reversible cold strip mill, we propose a decoupling control strategy of differential geometry dynamic sliding mode based on the power exponential reaching law. Firstly, through nonlinear state feedback and coordinate transformation, a differential geometry theory is used to realize the input/output dynamic decoupling and linearization. Then, synthetically considering the load disturbance, parameter perturbation, unmodeled dynamics and other uncertainties, we design a dynamic sliding mode controller based on the power exponent reaching law for each of the independent linear subsystem. Theoretical analysis shows that the resulting closed-loop system is asymptotically stable, and the chattering is reduced effectively. A simulation is carried out on the speed and tension system of a 1422 mm reversible cold strip mill. Results show the superiority of the proposed strategy in comparison with other decoupling control strategies.

Key words: reversible cold strip mill; speed and tension; decoupling; differential geometry; sliding mode control

1　引言(Introduction)

在可逆冷带轧机的轧制过程中, 左、右卷取机张力与主轧机速度之间存在着复杂而强烈的相互耦合关系[1–2]. 一直以来, 可逆冷带轧机的速度和张力控制系统被粗略认为是相互独立的, 即主观上忽略速度和张力间的相互耦合关系, 采用单变量控制原则来分别设计速度和张力控制系统, 然而这种原理上的缺陷制约着控制精度的进一步提高[3–4].

近年来, 不断有学者将冷带轧机的速度张力系统作为一个多变量综合系统进行研究, 并有针对性地设计出各种解耦控制算法[5–8]. 文献[5]设计的变增益混合灵敏度鲁棒控制器和线性参数变化鲁棒控制器, 弱化了系统的耦合, 增强了系统的干扰抑制能力; 文献[6]提出了一种基于极点配置的输出反馈解耦控制策略, 将闭环系统的极点配置在期望的位置上, 在实现系统解耦的同时使系统具有良好的动、静态性能; 文献[7]从张力闭环干扰抑制的角度提出了自抗扰控制方法, 有效地削弱了速度张力间的耦合; 文献[8]提出一种分散重叠控制方法, 实现了主轧机速度与左、右卷取机张力间的解耦和协调控制.

微分几何理论通过精确反馈线性化来实现非线性耦合系统的解耦和线性化, 它的发展推动了非线性系

收稿日期: 2012−10−15; 收修改稿日期: 2013−03−10.

†通信作者. E-mail: fyming@ysu.edu.cn.

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(61074099); 燕山大学博士基金资助项目(B705).

统的研究[9], 并成功地解决了一些实际控制问题[10–11]. 对此, 本文应用微分几何理论, 对可逆冷带轧机速度张力非线性耦合系统进行输入/输出动态解耦和线性化, 将相互关联的多变量耦合系统转化为无耦合或弱耦合的单变量子系统, 以此来提高系统的动态响应速度, 改善系统的稳态精度; 综合考虑系统的负载扰动、参数摄动和未建模动态等不确定因素, 本文基于幂指数趋近律设计解耦后各独立线性子系统的动态滑模控制器, 以此来削弱系统抖振, 提高系统的动、静态性能和鲁棒性; 最后以某1422 mm可逆冷带轧机速度张力非线性耦合系统为例进行仿真, 并同微分几何PID控制方法和文献[8]提出的分散重叠控制方法相比较, 验证所设计方法能够对可逆冷带轧机速度张力非线性耦合系统实现有效的动态解耦和协调控制, 且对系统的不确定性具有较好的抗干扰性能.

2 系统描述与问题提出(System description and problem posing)

可逆冷带轧机主要由左卷取机、主轧机、右卷取机和左、右导向辊组成, 其中导向辊是依靠其与带钢之间的摩擦力而旋转, 其他设备都是由直流电机驱动. 可逆冷带轧机结构示意图如图1所示.

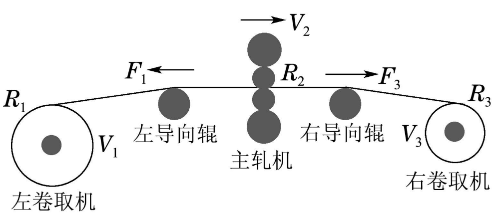


图 1 可逆冷带轧机结构示意图

Fig. 1 Structure diagram of the reversible cold strip mill

左、右卷取机的卷径和转动惯量是慢时变参数, 根据相关轧制理论并结合直流电机动力学方程可以得出可逆冷带轧机速度张力非线性耦合系统的数学模型:

左卷取机张力子系统sys_1:

$$\begin{cases} \dot F_1 = \dfrac{EA_1}{L}[V_2(1-\chi_0(1+K_\chi F_1)) - V_1], \\ \dot V_1 = \dfrac{K_1R_1}{J_1\eta_1}u_1 + \dfrac{R_1^2}{J_1\eta_1^2}F_1 - \dfrac{(B_{\mathrm{u}1}+\dot J_1)}{J_1}V_1, \\ \dot J_1 = \dfrac{2\pi\rho B}{\eta_1^2}R_1^3\dot R_1, \\ \dot R_1 = -\dfrac{H}{2\pi R_1}V_1. \end{cases} \tag{1a}$$

主轧机速度子系统sys_2:

$$\dot V_2 = \frac{K_2R_2}{J_2\eta_2}u_2 + \frac{R_2^2}{J_2\eta_2^2}(F_3-F_1) - \frac{B_{\mathrm{u}2}}{J_2}V_2 - \frac{M_{\mathrm{z}}R_2}{J_2\eta_2^2}. \tag{1b}$$

右卷取机张力子系统sys_3:

$$\begin{cases} \dot F_3 = \dfrac{EA_2}{L}[V_3 - V_2(1+\delta_0(1+K_\delta F_3))], \\ \dot V_3 = \dfrac{K_3R_3}{J_3\eta_3}u_3 - \dfrac{R_3^2}{J_3\eta_3^2}F_3 - \dfrac{(B_{\mathrm{u}3}+\dot J_3)}{J_3}V_3, \\ \dot J_3 = \dfrac{2\pi\rho B}{\eta_3^2}R_3^3\dot R_3, \\ \dot R_3 = \dfrac{h}{2\pi R_3}V_3, \end{cases} \tag{1c}$$

式中: u_i为直流电机晶闸管触发–整流装置的控制电压, J_i为折算到电机轴上的转动惯量, V_i为线速度, K_i为额定磁通下的转矩电压比, η_i为减速比, $B_{\mathrm{u}i}$为摩擦系数, 下脚标$i=1,2,3$分别为左卷取机、主轧机和右卷取机的相关参数; R_1, R_3分别为左、右卷取机钢卷的半径, R_2为主轧机工作辊的半径; B, ρ, H和h分别为带钢的宽度、密度以及入口和出口厚度; F_1, F_3分别为主轧机两侧的带钢张力(后张力和前张力); M_{z}为主轧机的轧制力矩; δ_0, χ_0分别为无张力时的前、后滑系数; K_δ, K_χ分别为张力对前、后滑系数的影响因子; A_1, A_2分别为带钢轧制前后的截面积.

将式(1)在工作点(V_0, F_0)上进行局部线性化, 同时将左、右卷取机钢卷的半径(R_1, R_3)和转动惯量(J_1, J_3)取为标称值($\bar R_1, \bar R_3, \bar J_1$和$\bar J_3$)形式, 则式(1)变为

$$\mathrm{sys}_1': \begin{cases} \dot F_1 = \dfrac{EA_1}{L}[V_2(1-\chi_0(1+K_\chi F_0)) - \\ \qquad V_1] - \dfrac{EA_1\chi_0K_\chi V_0}{L}F_1, \\ \dot V_1 = \dfrac{K_1\bar R_1}{\bar J_1\eta_1}u_1 + \dfrac{\bar R_1^2}{\bar J_1\eta_1^2}F_1 - \dfrac{B_{\mathrm{u}1}}{\bar J_1}V_1, \end{cases} \tag{2a}$$

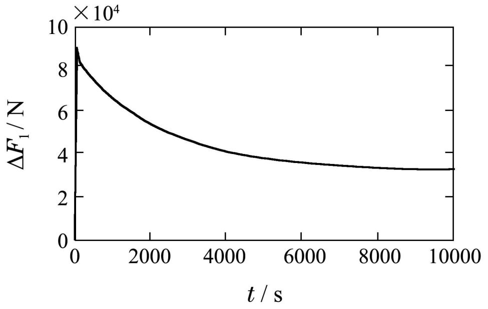
$$\mathrm{sys}_2': \dot V_2 = \frac{K_2R_2}{J_2\eta_2}u_2 + \frac{R_2^2}{J_2\eta_2^2}(F_3-F_1) - \frac{B_{\mathrm{u}2}}{J_2}V_2 - \frac{M_{\mathrm{z}}R_2}{J_2\eta_2^2}, \tag{2b}$$

$$\mathrm{sys}_3': \begin{cases} \dot F_3 = \dfrac{EA_2}{L}[-V_2(1+\delta_0(1+K_\delta F_0)) + \\ \qquad V_3] - \dfrac{EA_2\delta_0K_\delta V_0}{L}F_3, \\ \dot V_3 = \dfrac{K_3\bar R_3}{\bar J_3\eta_3}u_3 - \dfrac{\bar R_3^2}{\bar J_3\eta_3^2}F_3 - \dfrac{B_{\mathrm{u}3}}{\bar J_3}V_3. \end{cases} \tag{2c}$$

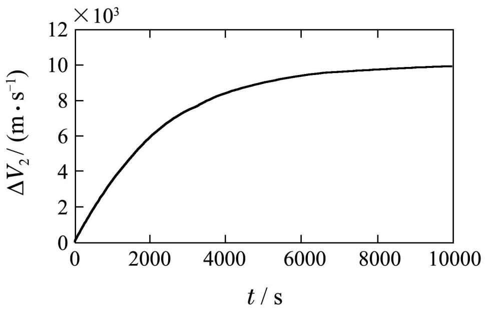
根据某1422 mm四辊单机架可逆冷带轧机的实际轧制参数, 对主轧机速度子系统施加0.1 V的阶跃调节控制量Δu_2, 且在调节过程中, 左、右卷取机张力子系统的控制量(u_1, u_3)保持不变. 可逆冷带轧机速度张力系统的开环耦合响应曲线如图2所示.

从图2可以看出, 可逆冷带轧机速度张力系统在未加入控制器和未进行解耦控制时, 对主轧机速度子系统的控制电压进行调节, 则在主轧机速度变化的同时, 会对左、右卷取机张力子系统产生较强的耦合影响,

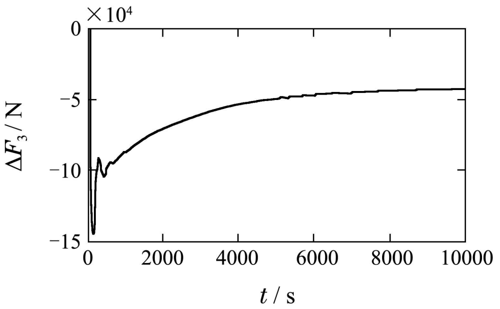
这表明可逆冷带轧机的速度和张力之间存在着较强的耦合关系. 同理, 对左卷取机张力子系统或右卷取机张力子系统的控制电压进行调节, 也会产生类似的耦合响应曲线.



(a) 左卷取机张力耦合响应曲线



(b) 主轧机速度变化曲线



(c) 右卷取机张力耦合响应曲线

图 2 调节主轧机速度子系统控制电压时的耦合响应曲线

Fig. 2 Coupling response curves when regulating the control voltage of the main rolling mill speed subsystem

因此, 为了提高可逆冷带轧机速度和张力的控制精度, 应以可逆冷带轧机速度张力多变量耦合模型为基础, 选择合适的解耦控制方案进行设计, 进而实现系统的有效解耦和协调控制.

3 速度张力系统的微分几何动态滑模解耦控制(Differential geometry dynamic sliding mode decoupling control for the speed and tension system)

3.1 速度张力系统的输入/输出动态解耦和线性化(Input/output dynamic decoupling and linearization for the speed and tension system)

为便于应用, 将系统(1)写成如下仿射非线性系统形式:

$$\begin{cases}\dot{\boldsymbol{x}} = f(\boldsymbol{x}) + g(\boldsymbol{x})\boldsymbol{u},\\ \boldsymbol{y} = \boldsymbol{h}(\boldsymbol{x}),\end{cases}\tag{3}$$

式中: 状态向量

$$\boldsymbol{x} = (x_1, x_2, x_3, x_4, x_5)^{\mathrm{T}} = (F_1, V_1, V_2, F_3, V_3)^{\mathrm{T}},\tag{4}$$

输入向量

$$\boldsymbol{u} = (u_1, u_2, u_3)^{\mathrm{T}},\tag{5}$$

输出向量

$$\boldsymbol{h}(x) = (h_1(\boldsymbol{x}), h_2(\boldsymbol{x}), h_3(\boldsymbol{x}))^{\mathrm{T}} = (F_1, V_2, F_3)^{\mathrm{T}},\tag{6}$$

光滑的非线性函数

$$f(\boldsymbol{x}) = [f_1(\boldsymbol{x})\ \ f_2(\boldsymbol{x})\ \ f_3(\boldsymbol{x})\ \ f_4(\boldsymbol{x})\ \ f_5(\boldsymbol{x})]^{\mathrm{T}} = \begin{bmatrix} -\dfrac{EA_1}{L}[x_2 + \chi_0 K_\chi x_1 x_3 - (1-\chi_0)x_3] \\ \dfrac{R_1^2}{J_1\eta_1^2}x_1 - \dfrac{(B_{\mathrm{u}1} + \dot{J}_1)}{J_1}x_2 \\ -\dfrac{R_2^2}{J_2\eta_2^2}x_1 - \dfrac{B_{\mathrm{u}2}}{J_2}x_3 + \dfrac{R_2^2}{J_2\eta_2^2}x_4 - \dfrac{M_{\mathrm{z}}R_2}{J_2\eta_2^2} \\ -\dfrac{EA_2}{L}[(1+\delta_0)x_3 + \delta_0 K_\delta x_3 x_4 - x_5] \\ -\dfrac{R_3^2}{J_3\eta_3^2}x_4 - \dfrac{(B_{\mathrm{u}3} + \dot{J}_3)}{J_3}x_5 \end{bmatrix},\tag{7}$$

$$g(\boldsymbol{x}) = [g_1(\boldsymbol{x})\ \ g_2(\boldsymbol{x})\ \ g_3(\boldsymbol{x})] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ \dfrac{K_1R_1}{J_1\eta_1} & 0 & 0 \\ 0 & \dfrac{K_2R_2}{J_2\eta_2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \dfrac{K_3R_3}{J_3\eta_3} \end{bmatrix}.\tag{8}$$

定义3×3维矩阵:

$$D(\boldsymbol{x}) = \begin{bmatrix} d_{11}(\boldsymbol{x}) & d_{12}(\boldsymbol{x}) & d_{13}(\boldsymbol{x}) \\ d_{21}(\boldsymbol{x}) & d_{22}(\boldsymbol{x}) & d_{23}(\boldsymbol{x}) \\ d_{31}(\boldsymbol{x}) & d_{32}(\boldsymbol{x}) & d_{33}(\boldsymbol{x}) \end{bmatrix},\tag{9}$$

式中$d_{ij} = L_{g_j}L_{\mathrm{f}}^{r_i-1}h_i(\boldsymbol{x})$, 其中: $L_{\mathrm{f}}^{r_i-1}h_i(\boldsymbol{x})$表示$h_i(\boldsymbol{x})$对$f(\boldsymbol{x})$的$r_i-1$阶李导数; $L_{g_j}L_{\mathrm{f}}^{r_i-1}h_i(\boldsymbol{x})$表示$L_{\mathrm{f}}^{r_i-1}h_i(\boldsymbol{x})$对$g_i(\boldsymbol{x})$的李导数; r_i为子系统sys_i的相对阶; $i = 1,2,3$, j=$1,2,3$, 下同.

根据文献[10]中的定理1, 可逆冷带轧机速度张力仿射非线性系统(3)可实现解耦的充分必要条件是: 矩阵$D(\boldsymbol{x})$满足非奇异性.

由相对阶定义, r_i为满足下列条件的最大正整数:

$$\begin{cases}L_{g_j}L_{\mathrm{f}}^{k_i}h_i(\boldsymbol{x}) = 0,\\ L_{g_j}L_{\mathrm{f}}^{r_i-1}h_i(\boldsymbol{x}) \neq 0,\end{cases}\quad k_i = 0,1,\cdots,r_i-2.\tag{10}$$

由式(10)经计算可得

$$r_1 = 2,\ r_2 = 1,\ r_3 = 2. \tag{11}$$

将式(11)代入式(9)可得

$$\begin{cases} d_{11} = -\dfrac{EA_1K_1R_1}{LJ_1\eta_1}, \\ d_{12} = -\dfrac{EA_1K_1R_1}{LJ_1\eta_1}(1-\chi_0K_\chi x_1-\chi_0), \\ d_{22} = \dfrac{K_2R_2}{J_2\eta_2}, \\ d_{32} = -\dfrac{EA_2K_3R_3}{LJ_3\eta_3}(1+\delta_0+\delta_0K_\delta x_4), \\ d_{33} = \dfrac{EA_2K_3R_3}{LJ_3\eta_3}, \\ d_{13} = d_{21} = d_{23} = d_{31} = 0. \end{cases} \tag{12}$$

显然矩阵$D(\boldsymbol{x})$是非奇异的, 可逆冷带轧机速度张力仿射非线性系统(3)满足解耦的充分必要条件.

进一步, 定义3×1维矩阵

$$E(\boldsymbol{x}) = [L_{\rm f}^{r_1}h_1(\boldsymbol{x})\ \ L_{\rm f}^{r_2}h_2(\boldsymbol{x})\ \ L_{\rm f}^{r_3}h_3(\boldsymbol{x})]^{\rm T}. \tag{13}$$

仿射非线性系统(3)的状态反馈解耦控制器可设计为

$$\begin{aligned} &u(t) = \alpha(\boldsymbol{x}) + \beta(\boldsymbol{x})v = \\ &-D^{-1}(\boldsymbol{x})E(\boldsymbol{x}) + D^{-1}(\boldsymbol{x})v(t) = \\ &D^{-1}(\boldsymbol{x})(-E(\boldsymbol{x}) + v(t)), \end{aligned} \tag{14}$$

式中$v(t)$为解耦后线性子系统新的控制输入.

同时, 对于仿射非线性系统(3), 由于$\sum\limits_{i=1}^{3} r_i = 5 = n$, 系统不存在不可观测的隐动态, 定义非线性坐标变换

$$\begin{cases} z_1 = h_1(\boldsymbol{x}) = x_1, \\ z_2 = L_{\rm f}h_1(\boldsymbol{x}), \\ z_3 = h_2(\boldsymbol{x}) = x_3, \\ z_4 = h_3(\boldsymbol{x}) = x_4, \\ z_5 = L_{\rm f}h_3(\boldsymbol{x}). \end{cases} \tag{15}$$

则经非线性状态反馈控制器(14)和非线性坐标变换(15), 可逆冷带轧机速度张力仿射非线性系统(3)可解耦为如下3个独立的线性子系统:

$$\begin{cases} {\rm sys}_1'': \begin{cases} \dot z_1 = z_2, \\ \dot z_2 = v_1, \\ y_1 = z_1, \end{cases} \\ {\rm sys}_2'': \begin{cases} \dot z_3 = v_2, \\ y_2 = z_3, \end{cases} \\ {\rm sys}_3'': \begin{cases} \dot z_4 = z_5, \\ \dot z_5 = v_3, \\ y_3 = z_4, \end{cases} \end{cases} \tag{16}$$

式中: ${\rm sys}_1''$, ${\rm sys}_2''$和${\rm sys}_3''$分别为二阶左卷取机张力线性子系统、一阶主轧机速度线性子系统和二阶右卷取机张力线性子系统.

3.2 基于幂指数趋近律的动态滑模控制器设计 (Design of dynamic sliding mode controller based on power exponent reaching law)

考虑到微分几何理论对系统数学模型的依赖性较强, 对系统的负载扰动、参数摄动和未建模动态等不确定部分的鲁棒性较弱, 本节基于幂指数趋近律设计动态滑模控制器来弥补微分几何理论在非线性解耦控制方面的不足.

对解耦后的可逆冷带轧机速度张力系统(16), 分别设计其滑模变结构控制器, 3个滑模面可取为

$$\begin{cases} S_1 = c_1(y_1^* - y_1) + \dot y_1^* - \dot y_1, \\ S_2 = y_2^* - y_2, \\ S_3 = c_2(y_3^* - y_3) + \dot y_3^* - \dot y_3, \end{cases} \tag{17}$$

式中: y_i^*表示系统给定值; y_i表示系统输出; $c_1,\ c_2>0$为待设计的参数, 其数值大小对系统的动态品质有直接影响.

为降低系统抖振, 可将滑模控制器中的不连续项转移到控制器的一阶导数中, 进而得到时间上本质连续的滑模控制器, 本文构造了如下动态滑模面:

$$\begin{cases} \sigma_1 = \dot S_1 + \lambda_1 S_1, \\ \sigma_2 = \dot S_2 + \lambda_2 S_2, \\ \sigma_3 = \dot S_3 + \lambda_3 S_3, \end{cases} \tag{18}$$

式中$\lambda_i > 0$为待设计的参数, 其数值大小对系统的动态品质有直接影响.

结合指数趋近律趋近速度快和幂次趋近律削弱系统抖振、平滑进入滑动模态的优点, 本文采用了一种新的幂指数趋近律[12]:

$$\begin{cases} \dot\sigma_1 = -\eta_1\,|\sigma_1|^{\beta_1}\,\sigma_1 - \varepsilon_1\,|\sigma_1|^{\alpha_1}\,{\rm sgn}\,\sigma_1, \\ \dot\sigma_2 = -\eta_2\,|\sigma_2|^{\beta_2}\,\sigma_2 - \varepsilon_2\,|\sigma_2|^{\alpha_2}\,{\rm sgn}\,\sigma_2, \\ \dot\sigma_3 = -\eta_3\,|\sigma_3|^{\beta_3}\,\sigma_3 - \varepsilon_3\,|\sigma_3|^{\alpha_3}\,{\rm sgn}\,\sigma_3, \end{cases} \tag{19}$$

式中: $\eta_i > 0,\ \varepsilon_i > 0,\ 0 < \alpha_i < 1,\ 0 < \beta_i < 1.$ $\eta_i\cdot|\sigma_i|^{\beta_i}\sigma_i$项可根据系统当前状态与滑模面的距离自动调整趋近速度, 通常η_i取值较大, 以便系统在初始阶段具有较快的趋近速度; $\varepsilon_i|\sigma_i|^{\alpha_i}{\rm sgn}\,\sigma_i$项主要针对系统的不确定部分, 用来提高系统的鲁棒性.

将式(17)–(19)联立可得

$$\begin{cases} \dot v_1 = c_1(\ddot y_1^* - v_1) + \dddot y_1^* + \lambda_1(c_1(\dot y_1^* - z_2) + \ddot y_1^* - \\ \qquad v_1) + \eta_1\,|\sigma_1|^{\beta_1}\,\sigma_1 + \varepsilon_1\,|\sigma_1|^{\alpha_1}\,{\rm sgn}\,\sigma_1, \\ \dot v_2 = \ddot y_2^* + \lambda_2(y_2^* - v_2) + \eta_2\,|\sigma_2|^{\beta_2}\,\sigma_2 + \\ \qquad \varepsilon_2\,|\sigma_2|^{\alpha_2}\,{\rm sgn}\,\sigma_2, \\ \dot v_3 = c_2(\ddot y_3^* - v_3) + \dddot y_3^* + \lambda_3(c_2(\dot y_3^* - z_3) + \ddot y_3^* - \\ \qquad v_3) + \eta_3\,|\sigma_3|^{\beta_3}\,\sigma_3 + \varepsilon_3\,|\sigma_3|^{\alpha_3}\,{\rm sgn}\,\sigma_3. \end{cases} \tag{20}$$

式(20)经积分处理后代入式(14), 即可得到基于幂指数趋近律的微分几何动态滑模解耦控制器$u_i(t)$.

综上, 可逆冷带轧机速度张力非线性耦合系统的解耦控制框图如图3所示.

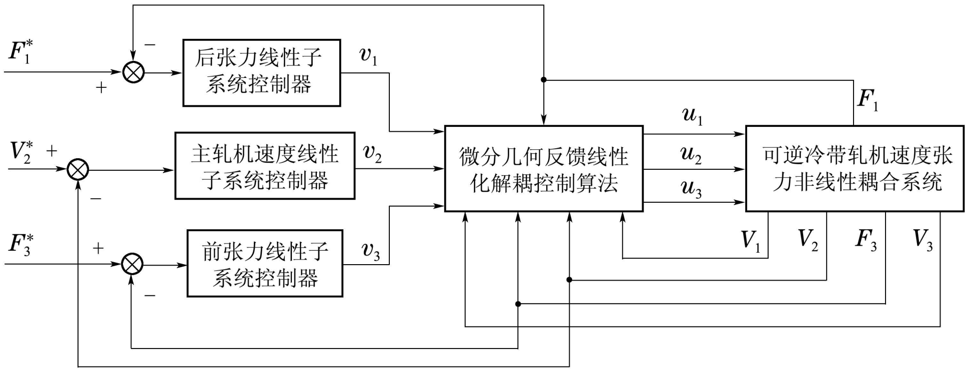


图 3　可逆冷带轧机速度张力系统解耦控制框图

Fig. 3　Decoupling control diagram for the speed and tension system of reversible cold strip mill

定理 1　对于经微分几何理论动态解耦得到的可逆冷带轧机速度张力系统(16), 基于幂指数趋近律(19)设计的动态滑模控制器(20), 可使系统在有限时间内从任意初始状态$\sigma_i(0)$到达滑模面$\sigma_i = 0$, 且动态滑模面(18)是渐近稳定的, 同时达到速度和张力的渐近跟踪.

证　此定理的证明过程分为两部分:

I) 假设系统的初始状态满足$\sigma_i(0) > 1$, 则系统从初始状态$\sigma_i(0)$到达$\sigma_i = 1$的过程中, 式(19)中第1项$-\eta_i\left|\sigma_i\right|^{\beta_i}\sigma_i$的作用远大于第2项$-\varepsilon_i\left|\sigma_i\right|^{\alpha_i}\operatorname{sgn}\sigma_i$的作用, 因此忽略第2项的影响, 式(19)变为

$$\dot{\sigma}_i = -\eta_i\sigma_i^{\beta_i+1}. \tag{21}$$

进一步可变为

$$\sigma_i^{-(\beta_i+1)}\dot{\sigma}_i = -\eta_i. \tag{22}$$

对上式两端同时进行积分可得

$$\frac{1-\sigma_i^{-\beta_i}(0)}{-\beta_i} = -\eta_i t_{i1}, \tag{23}$$

则系统从初始状态$\sigma_i(0)$到达$\sigma_i = 1$所需时间:

$$t_{i1} = \frac{1-\sigma_i^{-\beta_i}(0)}{\eta_i\beta_i}. \tag{24}$$

而在系统从$\sigma_i = 1$到达滑模面$\sigma_i = 0$的过程中, 式(19)中的第2项起主要作用, 因此忽略第1项的影响, 式(19)变为

$$\dot{\sigma}_i = -\varepsilon_i\sigma_i^{\alpha_i}. \tag{25}$$

进一步可变为

$$\sigma_i^{-\alpha_i}\dot{\sigma}_i = -\varepsilon_i. \tag{26}$$

对上式两端同时进行积分可得

$$\frac{\sigma_i^{1-\alpha_i}}{1-\alpha_i}\Big|_1^0 = -\varepsilon_i t_{i2}, \tag{27}$$

则系统从$\sigma_i = 1$到达滑模面$\sigma_i = 0$所需时间

$$t_{i2} = \frac{1}{\varepsilon_i(1-\alpha_i)}. \tag{28}$$

考虑到式(24)和(28)是在忽略式(19)中的某一项得来的, 因此系统从初始状态$\sigma_i(0)$到达滑模面$\sigma_i = 0$所需的时间满足

$$t_i < t_{i1} + t_{i2} = \frac{1-\sigma_i^{-\beta_i}(0)}{\eta_i\beta_i} + \frac{1}{\varepsilon_i(1-\alpha_i)}. \tag{29}$$

同理, 若系统的初始状态满足$\sigma_i(0) < -1$, 证明过程与上述类似.

至此, 基于幂指数趋近律(19)使系统在有限时间内从任意初始状态$\sigma_i(0)$到达滑模面$\sigma_i = 0$, 得证.

II) 定义Lyapunov函数

$$V = \frac{1}{2}\sigma_i^2. \tag{30}$$

对上式求导并将式(19)代入可得

$$\begin{aligned}&\dot{V} = \sigma_i\dot{\sigma}_i = \\ &\sigma_i(-\eta_i\left|\sigma_i\right|^{\beta_i}\sigma_i - \varepsilon_i\left|\sigma_i\right|^{\alpha_i}\operatorname{sgn}\sigma_i) = \\ &-\eta_i\left|\sigma_i\right|^{\beta_i}\sigma_i^2 - \varepsilon_i\left|\sigma_i\right|^{\alpha_i+1} \leqslant 0.\end{aligned} \tag{31}$$

因此, 动态滑模面(18)满足可达性条件且是渐近稳定的, 即

$$\lim_{t\to\infty}\sigma_i = 0. \tag{32}$$

结合式(18)可得

$$\lim_{t\to\infty}S_i = 0. \tag{33}$$

由式(17)可进一步得出

$$\lim_{t\to\infty}(y_i^* - y_i) = 0, \tag{34}$$

即, 可逆冷带轧机速度张力系统可分别达到速度和张力的渐近跟踪.

4 仿真研究(Simulation research)

在本节, 以某1422 mm四辊单机架可逆冷带轧机速度张力非线性耦合系统为例, 采用本文所提出的基于幂指数趋近律的微分几何动态滑模解耦控制方法与微分几何PID解耦控制方法, 以及文献[8]提出的分散重叠控制方法进行仿真对比研究.

模拟可逆冷带轧机某一道次的轧制工序: 首先将左、右卷取机张力在0~2.5 s内升至100 kN, 建立轧机两侧带钢张力; 然后将主轧机轧制速度逐步升至3.5 m/s后开始正常的轧制工艺. 需要说明的是: 在可逆冷带轧机的轧制生产过程中, 为防止主轧机速度变化过快对系统设备产生不利影响, 本文对主轧机速度的给定斜率进行了限制:

$$a_{\max,\min} = \pm 3\,\mathrm{m/s^2}.$$

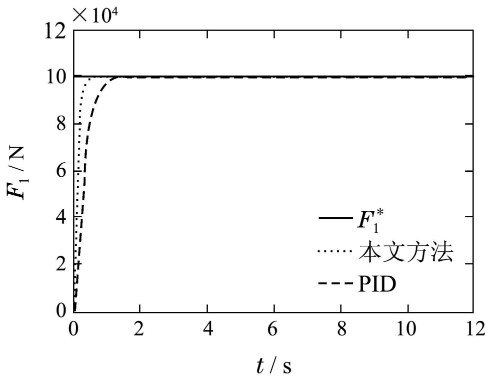
选用某一轧制规程的实际轧制参数, 左、右卷取机钢卷的初始半径及其标称值: $R_1 = 0.89\,\mathrm{m}$, $R_3 = 0.255\,\mathrm{m}$, $\bar{R}_1 = \bar{R}_3 = 0.5\,\mathrm{m}$; 主轧机工作辊半径: $R_2 = 0.20635\,\mathrm{m}$; 左、右卷筒到主轧机的带钢长度: $L = 3\,\mathrm{m}$; 带钢宽度: $B = 1.25\,\mathrm{m}$; 带钢密度: $\rho = 7850\ \mathrm{kg/m^3}$; 杨氏弹性模量: $E = 2.508\times10^9\,\mathrm{N/m^2}$; 无张力时的前、后滑系数: $\delta_0 = 0.065$, $\chi_0 = 0.182$; 前、后滑系数的影响因子: $K_\delta = 5\times10^{-8}$, $K_\chi = 6.511\times10^{-8}$; 主轧机轧制力矩: $M_z = 25\ \mathrm{kN\cdot m}$; 带钢入口和出口厚度: $H = 2.06\times10^{-3}\,\mathrm{m}$, $h = 1.582\times10^{-3}\,\mathrm{m}$; 折算到主轧机电机轴上总的转动惯量: $J_2 = 1274.5\ \mathrm{kg\cdot m^2}$; 折算到左、右卷取机电机轴上总的转动惯量初始值(对应地为最大值和最小值)及其标称值: $J_1 = 3347\ \mathrm{kg\cdot m^2}$, $J_3 = 406.7\,\mathrm{kg\cdot m^2}$, $\bar{J}_1 = \bar{J}_3 = 1800\ \mathrm{kg\cdot m^2}$; 传动比: $\eta_2 = 1$, $\eta_1 = \eta_3 = 1.807$; 摩擦系数标称值: $B_{u2} = 0.5699$, $B_{u1} = B_{u3} = 0.3014$; 电枢电阻: $r_2 = 1.591\times10^{-2}\,\Omega$, $r_1 = r_3 = 2.097\times10^{-2}\,\Omega$; 转矩电压比: $K_2 = 276820\ \mathrm{N\cdot m/V}$, $K_1 = K_3 = 122020\,\mathrm{N\cdot m/V}$.

基于幂指数趋近律的微分几何动态滑模解耦控制器的参数取为: $c_1 = 800$, $c_2 = 1200$; $\lambda_1 = 9$, $\lambda_2 = 100$, $\lambda_3 = 11$; $\eta_1 = \eta_2 = \eta_3 = 10$; $\varepsilon_1 = \varepsilon_3 = 0.1$, $\varepsilon_2 = 100$; $\beta_1 = \beta_3 = 0.8$, $\beta_2 = 0.1$; $\alpha_1 = \alpha_3 = 0.01$, $\alpha_2 = 0.5$.

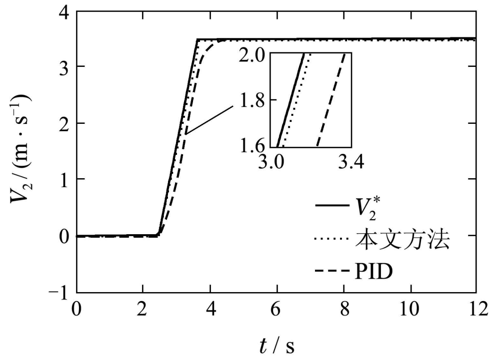
采用微分几何PID解耦控制方法时, 左卷取机张力线性子系统(sys_1'')和右卷取机张力线性子系统(sys_3'')的PID控制器参数均依次取为: 30, 0, 10; 主轧机速度线性子系统(sys_2'')的PID控制器参数依次取为: 5, 0.01, 0.

图4为正常轧制工况下的可逆冷带轧机速度张力系统解耦控制曲线, 其中F_1^*, V_2^*和F_3^*分别为系统给定值, 下同.

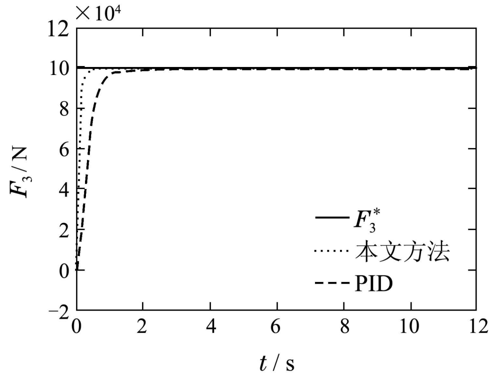
从图4(a)–(c)可以看出, 在本文控制方法作用下, F_1, V_2和$F_3$3个输出变量无论在建张阶段还是在正常轧制阶段, 均无相互耦合影响, 可以快速、稳定、无超调的跟踪系统的给定值, 实现了有效的动态解耦和协调控制; 从图4(b)和(d)可以看出, 主轧机速度高于左卷取机速度而低于右卷取机速度, 使得主轧机两侧产生带钢张力, 以便于轧制过程的顺利进行, 且在本文控制方法的作用下, 左、右卷取机动态响应迅速, 运行平稳; 从图4(e)和(f)可以看出, 3个滑模面趋近速度快, 有效地削弱了系统抖振, 可以较平滑地进入滑动模态.



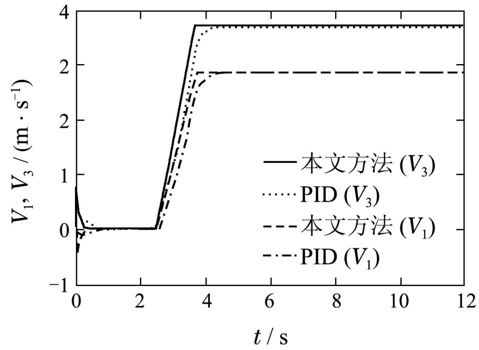
(a) 左卷取机张力跟踪曲线



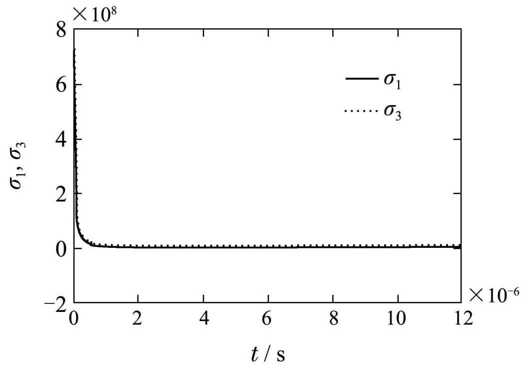
(b) 主轧机速度跟踪曲线



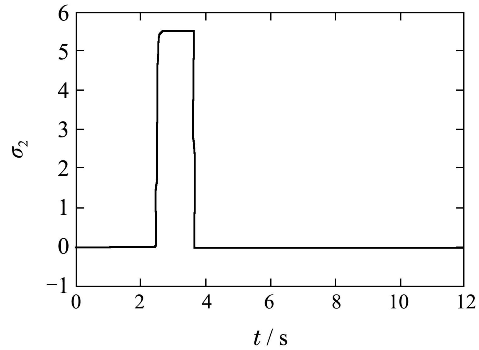
(c) 右卷取机张力跟踪曲线



(d) 左、右卷取机速度曲线



(e) 左、右卷取机张力子系统动态滑模面曲线



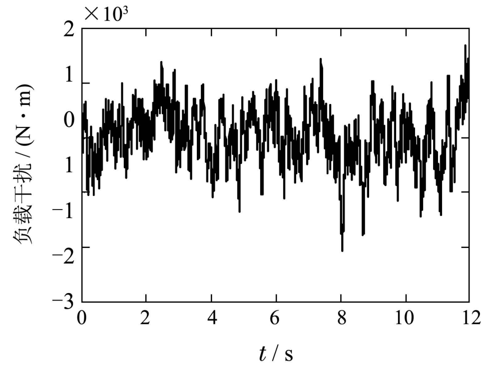
(f) 主轧机速度子系统动态滑模面曲线

图 4 正常轧制工况下的解耦控制曲线

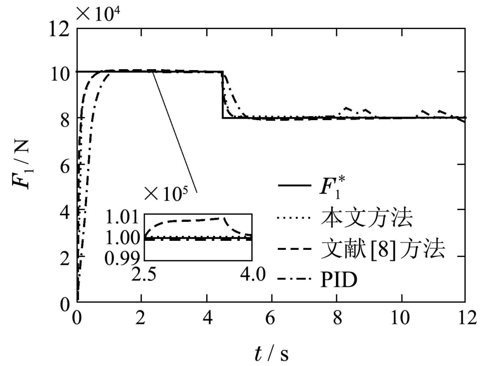
Fig. 4 Decoupling control curves under normal rolling

图5为负载扰动和系统给定值发生变化时的可逆冷带轧机速度张力系统解耦控制曲线. 待冷带轧机稳定运行后, $t = 4.5$ s时, F_1^*降至80 kN; $t = 5.5$ s时, V_2^*降至2.5 m/s; $t = 6.5$ s时, F_3^*升至120 kN; $t = 8$ s时, 对系统负载(主轧机轧制力矩M_z)施加如图5(a)所示的外部干扰信号.

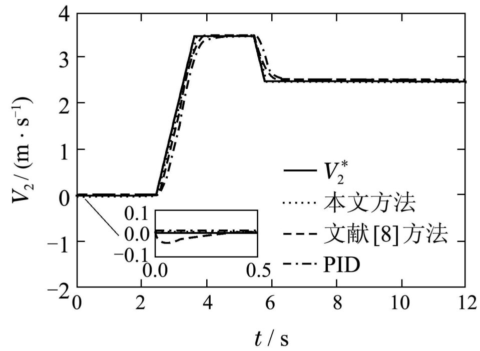
从图5可以看出, 当负载扰动和系统给定值发生变化时, 可逆冷带轧机速度张力系统在微分几何PID控制方法作用下, 动态响应较慢, 且出现了较大超调, 不利于系统的稳定; 在文献[8]控制方法作用下, 虽然动态响应迅速, 鲁棒性较好, 但当主轧机速度子系统或左、右卷取机张力子系统的给定值发生变化时, F_1, V_2和$F_3$3个输出变量之间存在一定的相互耦合影响; 而在本文控制方法作用下, 可逆冷带轧机速度张力系统不但实现了有效的动态解耦, 且各输出变量跟踪响应迅速, 超调量小, 抗干扰能力强, 有效地提高了冷带轧机速度和张力的控制精度.



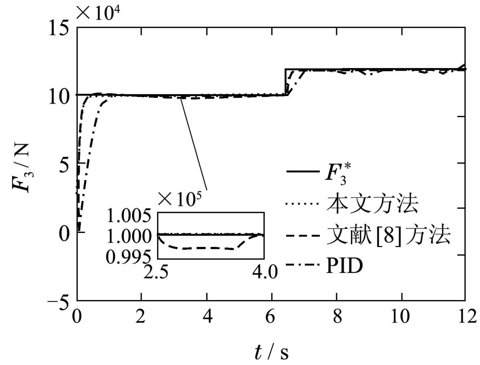
(a) 干扰信号



(b) 左卷取机张力跟踪曲线



(c) 主轧机速度跟踪曲线



(d) 右卷取机张力跟踪曲线

图 5 负载扰动和系统给定值发生变化时的解耦控制曲线

Fig. 5 Decoupling control curves with load disturbance and setpoints change

图6为考虑系统参数摄动和未建模动态等不确定部分时的可逆冷带轧机速度张力系统解耦控制曲线. 将系统(1)简写成如下形式:

$$\mathrm{sys}_1''':\begin{cases}\dot{F}_1=\dfrac{EA_1}{L}[V_2(1-\chi_0(1+\\ \quad K_\chi F_1))-V_1],\\ \dot{V}_1=\dfrac{K_1R_1}{J_1\eta_1}u_1-\dfrac{(B_{\mathrm{u}1}+\dot{J}_1)}{J_1}V_1+\\ \quad \dfrac{R_1^2}{J_1\eta_1^2}F_1+W_1,\end{cases}\tag{35a}$$

$$\mathrm{sys}_2''':\dot{V}_2=\frac{K_2R_2}{J_2\eta_2}u_2+\frac{R_2^2}{J_2\eta_2^2}(F_3-F_1)-\frac{B_{\mathrm{u}2}}{J_2}V_2-\frac{M_{\mathrm{z}}R_2}{J_2\eta_2^2}+W_2,\tag{35b}$$

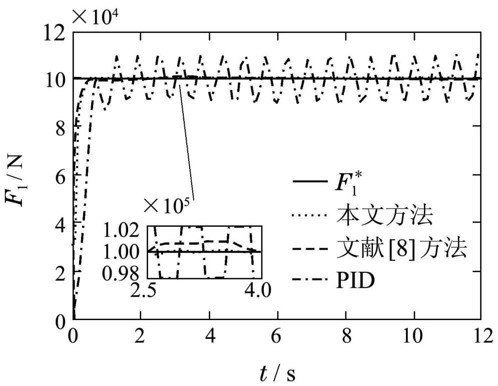
$$\mathrm{sys}_3''':\begin{cases}\dot{F}_3=\dfrac{EA_2}{L}[V_3-V_2(1+\delta_0(1+\\ \quad K_\delta F_3))],\\ \dot{V}_3=\dfrac{K_3R_3}{J_3\eta_3}u_3-\dfrac{(B_{\mathrm{u}3}+\dot{J}_3)}{J_3}V_3-\\ \quad \dfrac{R_3^2}{J_3\eta_3^2}F_3+W_3,\end{cases}\tag{35c}$$

式中: W_1, W_2和W_3分别表示3个子系统总的不确定部分, 具体包括: 系统参数摄动, 假定电枢电阻由r_i变为$1.5r_i$、摩擦系数由$B_{\mathrm{u}i}$变为$1.4B_{\mathrm{u}i}$; 带钢来料厚度波动所引起的轧制过程中的负载扰动, 假定

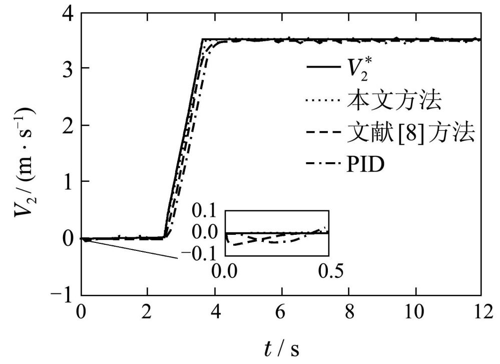
$$\Delta M_{\mathrm{z}}=2500\sin(10t)\,\mathrm{N\cdot m},$$

即在系统负载±10%的范围内变化, 等等, 则W_i可近似计算为

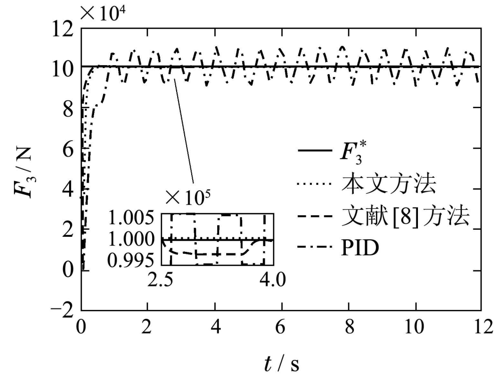
$$[W_1\ W_2\ W_3]^{\mathrm{T}}=\\ [0.26\sin(10t)\quad -0.41\sin(10t)\quad 0.26\sin(10t)]^{\mathrm{T}}.$$



(a) 左卷取机张力跟踪曲线



(b) 主轧机速度跟踪曲线



(c) 右卷取机张力跟踪曲线

图 6 考虑系统不确定部分时的解耦控制曲线

Fig. 6 Decoupling control curves when considering the uncertain parts

从图6可以看出, 考虑系统参数摄动和未建模动态等不确定部分时, 可逆冷带轧机速度张力系统在微分几何PID控制方法作用下, F_1, V_2和$F_3$3个输出变量的抖振较严重, 且无法对系统给定值实现有效的跟踪; 在文献[8]控制方法作用下, F_1, V_2和$F_3$3个输出变量虽然可以对系统给定值实现快速、有效的跟踪, 但当系统给定值发生变化时, F_1, V_2和$F_3$3个输出变量之间仍然存在一定的相互耦合影响, 不利于带钢产品质量的提高; 而在本文控制方法作用下, 系统跟踪响应迅速, 稳态误差小, 鲁棒性较好, 实现了有效的动态解耦和协调控制.

5 结论(Conclusions)

本文针对具有多变量、非线性、强耦合的可逆冷带轧机速度张力系统, 应用微分几何理论, 通过非线性状态反馈和坐标变换, 实现了可逆冷带轧机速度张力系统的输入/输出动态解耦和线性化; 对解耦后的各独立线性子系统, 基于幂指数趋近律设计的动态滑模控制器具有较强的鲁棒性, 并能有效地削弱系统抖振; 最后通过实例仿真验证了所设计方法能够对某1422 mm可逆冷带轧机速度张力非线性耦合系统实现有效的动态解耦和协调控制, 并且与微

分几何PID控制方法和文献[8]提出的分散重叠控制方法相比, 本文方法相对简单, 同时具有较好的动、静态性能和抗干扰能力.

参考文献(References):

[1] HE J J, YU S Y, ZHONG J. Analysis of electromechanical coupling facts of complicated electromechanical system [J]. *Transactions of Nonferrous Metals Society of China*, 2002, 12(2): 301 – 304.

[2] GEDDES E J M, POSTLETHWAITE I. Improvements in product quality in tandem cold rolling using robust multivariable control [J]. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 1998, 6(2): 257 – 269.

[3] 张岩, 邵富群, 王军生, 等. 灰色预测模型在冷轧动态张力控制中的应用 [J]. 东北大学学报(自然科学版), 2011, 32(5): 614 – 617.
(ZHANG Yan, SHAO Fuqun, WANG Junsheng, et al. Using a gray predictive model for controlling dynamic tension during cold rolling [J]. *Journal of Northeastern University (Natural Science)*, 2011, 32(5): 614 – 617.)

[4] HE J B, HE Y Y, GUO S, et al. Tension robust control strategy based on self-optimizing algorithm [J]. *WSWAS Transactions on Systems and Control*, 2009, 4(3): 151 – 161.

[5] KOC H, KNITTEL D, MATHELIN M D, et al. Modeling and robust control of winding systems for elastic webs [J]. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 2002, 10(2): 197 – 208.

[6] 贺建军, 喻寿益, 钟掘. 板带钢平整机张力–速度解耦控制 [J]. 控制与决策, 2003, 18(5): 522 – 526, 544.
(HE Jianjun, YU Shouyi, ZHONG Jue. Tension-speed decoupling control of temper mill for plate-strip steet [J]. *Control and Decision*, 2003, 18(5): 522 – 526, 544.)

[7] ZHOU W K, GAO Z Q. An active disturbance rejection approach to tension and velocity regulations in web processing lines [C] //*The 2007 IEEE International Symposium on Intelligent Control*. New York: IEEE, 2007: 842 – 848.

[8] 刘礼新, 方一鸣, 李建雄, 等. 可逆冷带轧机速度张力系统的分散重叠控制 [J]. 控制理论与应用, 2011, 28(5): 675 – 680.
(LIU Lixin, FANG Yiming, LI Jianxiong, et al. Decentralized overlapping control for speed and tension in reversing cold-strip mill [J]. *Control Theory & Applications*, 2011, 28(5): 675 – 680.)

[9] 焦晓红, 关新平. 非线性系统分析与设计 [M]. 北京: 电子工业出版社, 2008: 94 – 122.
(JIAO Xiaohong, GUAN Xinping. *Analysis and Design of Nonlinear Systems* [M]. Beijing: Electronic Industry Press, 2008: 94 – 122.)

[10] 陈思哲, 吴捷, 姚国兴, 等. 基于微分几何的风力发电机组恒功率控制 [J]. 控制理论与应用, 2008, 25(2): 336 – 340.
(CHEN Sizhe, WU Jie, YAO Guoxing, et al. Power limitation control of wind turbine system based on differential geometry theory [J]. *Control Theory & Applications*, 2008, 25(2): 336 – 340.)

[11] 张亮, 孙玉坤. 基于微分几何的磁悬浮开关磁阻电机径向力的变结构控制 [J]. 中国电机工程学报, 2006, 26(19): 121 – 126.
(ZHANG Liang, SUN Yukun. Variable-structure control of bearingless switched reluctance motors based on differenttial geometry [J]. *Proceedings of the CSEE*, 2006, 26(19): 121 – 126.)

[12] 姜君, 陈庆伟, 郭健, 等. 基于新型趋近律的动中通系统滑模稳定跟踪控制 [J]. 控制与决策, 2011, 26(12): 1904 – 1908.
(JIANG Jun, CHEN Qingwei, GUO Jian, et al. Sliding mode stable tracking control for mobile satellite communication system based on a new reaching law [J]. *Control and Decision*, 2011, 26(12): 1904 – 1908.)

作者简介:

刘　乐　(1985–), 男, 博士研究生, 目前研究方向为冷带轧机速度张力系统的协调控制, E-mail: leliu@ysu.edu.cn;

方一鸣　(1965–), 男, 教授, 博士生导师, 目前研究方向为复杂系统的建模仿真与控制、自适应鲁棒控制理论与应用、冶金自动化等, E-mail: fyming@ysu.edu.cn;

李建雄　(1980–), 男, 讲师, 目前研究方向为自适应鲁棒控制理论与应用、预测控制等, E-mail: jxli@ysu.edu.cn;

常　茹　(1983–), 女, 博士研究生, 目前研究方向为复杂系统的建模仿真与控制, E-mail: rchang@ysu.edu.cn.