

## 基于时变内流的柔性立管自适应边界控制

邬依林<sup>1</sup>, 刘 屿<sup>2†</sup>, 吴忻生<sup>2</sup>

(1. 广东第二师范学院 计算机科学系, 广东 广州 510310; 2. 华南理工大学 自动化科学与工程学院, 广东 广州 510640)

**摘要:** 针对具有系统结构参数不确定的海洋柔性立管不确定性系统, 为了提高其振动控制效果和品质, 通过对立管结构参数进行估计, 采用自适应控制技术和Lyapunov综合法, 设计了自适应边界控制算法对耦合内流动力学的立管振动进行控制. 所设计的自适应控制器能补偿系统参数不确定性, 以及避免了控制溢出, 并能保证系统的稳定性和一致有界性. 仿真结果进一步验证了该控制算法对抑制立管振动的有效性.

**关键词:** 柔性立管; 自适应控制; 边界控制; 内流动力学; 稳定性

**中图分类号:** TP273      **文献标识码:** A

## Adaptive boundary control of a flexible riser coupled with time-varying internal fluid

WU Yi-lin<sup>1</sup>, LIU Yu<sup>2†</sup>, WU Xin-sheng<sup>2</sup>

(1. Department of Computer Science, Guangdong University of Education, Guangzhou Guangdong 510310, China

2. College of Automation Science and Technology, South China University of Technology, Guangzhou Guangdong 510640, China)

**Abstract:** To improve the effectiveness and quality of the vibration control for a flexible marine riser with the system parametric uncertainty, we estimate the parameters and employ the adaptive control technology and Lyapunov synthesis method to design an adaptive boundary controller to suppress the vibration of the riser coupled with internal fluid dynamics. With the proposed adaptive boundary control, system parameter uncertainty can be compensated, the control-spillover problem can be avoided, and the stability and uniform boundedness can be achieved. Simulation results demonstrate the effectiveness of the adaptive boundary controller to suppress the riser's vibration.

**Key words:** flexible riser; adaptive control; boundary control; internal fluid dynamics; stability

### 1 引言(Introduction)

海洋输油柔性立管作为海底油井和海面平台之间连接的重要部件, 其所处工作环境非常复杂且特殊. 在内流(管内流体)和海流的共同耦合作用下, 柔性立管必将出现振动现象, 而振动将加快立管的疲劳、缩短其工作寿命, 并可能带来致命的安全生产风险. 因此, 海洋输油立管的振动控制问题在近年得到越来越多的关注<sup>[1-4]</sup>.

海洋输油柔性立管具有典型的分布参数系统特性, 其柔性结构由无穷多个模态表示, 因此对无限维分布参数系统的控制设计具有较大难度, 传统控制方法则大多基于降阶模型进行控制设计, 但仅对几个关键模态进行控制, 其溢出效应将可能导致系统不稳定<sup>[5-6]</sup>. 近年关于立管振动控制方面研究成果<sup>[7-10]</sup>将边界控制技术和Lyapunov直接法相结合, 基于立管无限维模型直接进行控制设计, 从而避免

了溢出效应, 然而在这些研究成果中, 立管系统建模时都未考虑内流的动力学, 而文献[11-13]的研究成果则清楚的阐明了内流与立管硬度、刚度和立管振动频率间存在的因果关系, 因此, 忽略内流影响将降低研究成果的实际应用意义.

超细长柔性立管系统具有不确定性, 诸如其张力、弯曲刚度等系统结构参数通常是未知或不能准确测量的, 甚至系统部分结构参数可能随立管振动偏移量的不同而发生变化, 虽然笔者前期研究成果<sup>[1-4]</sup>探讨了在耦合内流动力学情况下的柔性立管一维和二维振动控制问题, 并得出内流作用将降低立管振动频率的结论, 但这些研究工作并未考虑系统参数的不确定性. 因此为了提高立管控制系统的控制效果和品质, 则要求设计的控制策略需具有较好的自适应能力, 用以补偿立管系统的不确定性<sup>[14-15]</sup>.

收稿日期: 2012-10-16; 收修改稿日期: 2013-02-24.

†通信作者. E-mail: auyylau@scut.edu.cn; Tel.: +86 020-87114489.

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(61203060); 广东省自然科学基金资助项目(S2011040005707, S2012010008462); 高等学校博士学科点专项科研基金资助项目(20120172120033).

本文将研究在柔性立管系统结构参数未知或不可测的情况下, 基于立管无限维模型, 结合自适应控制技术和Lyapunov综合法, 设计自适应边界控制算法对耦合内流动力学的立管振动进行控制, 以算法的自适应能力补偿立管系统的不确定性, 从而改善立管控制系统的品质, 使研究成果更符合实际. 其后基于设计的控制算法, 证明了立管系统的稳定性和一致有界性. 最后给出了仿真研究结果, 以及与文献[3]的研究结果进行了对比, 突显本文所设计的自适应边界控制的优势.

## 2 立管动力学模型(Riser dynamic model)

**注 1** 本文做如下简写假设:  $(\cdot)(x, t) = (\cdot)$ ,  $(\cdot)' = \frac{\partial(\cdot)}{\partial x}$ ,  $(\cdot) \dot{=} \frac{\partial(\cdot)}{\partial t}$ .

图1为一类典型的海洋输油柔性立管系统, 其坐标系原点位于立管底部, 控制器作用在立管顶端, 且方向向右.  $w(x, t)$ 和 $f(x, t)$ (即 $w$ 和 $f$ )分别为立管振动偏移量和作用在立管上的海流载荷,  $L$ 和 $U(t)$ 分别为立管长度和控制器的控制输入.

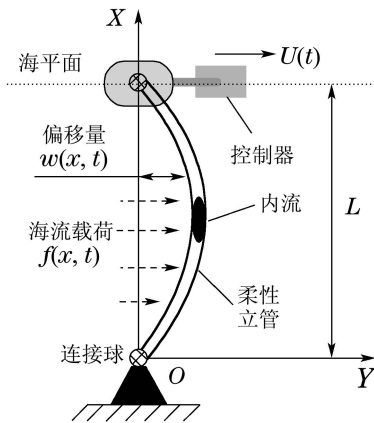


图 1 典型的海洋柔性立管系统

Fig. 1 A typical flexible marine riser system

本文所研究柔性立管系统的模型将直接引用笔者的前期研究成果文献[3], 即由文献[3]中式(9)-(13)可得本文研究的柔性立管动力学模型.

柔性立管系统控制方程为

$$f = (m_r + 2m_f)\ddot{w} + EIw^{(4)} - Tw'' + cw + 2m_f\dot{V}_i w' + 4m_f V_i \dot{w}' + 2m_f V_i^2 w'' \quad (1)$$

其中:  $\forall(x, t) \in (0, L) \times [0, +\infty)$ ,  $t$ 和 $x$ 分别为独立的时间和空间变量,  $m_r$ 和 $m_f$ 分别为立管单位长度质量和内流单位长度质量, 常数 $c$ ,  $EI$ 和 $T$ 分别为系统结构阻尼系数、立管弯曲刚度和立管张力,  $V_i(t)$ (即 $V_i$ )为时变内流速度.

柔性立管系统的边界条件为

$$\begin{cases} w''(0, t) = w''(L, t) = w(0, t) = 0, \\ U(t) = m_c \ddot{w}(L, t) - EIw^{(3)}(L, t) - d + \\ (T - m_f V_i^2)w'(L, t) - m_f V_i \dot{w}(L, t), \end{cases} \quad (2)$$

其中:  $m_c$ 为控制器质量,  $\forall t \in [0, +\infty)$ ,  $d(t)$ (即 $d$ )为外部环境干扰载荷. 柔性立管系统的初始条件为

$$w(x, 0) = \dot{w}(x, 0) = 0, \quad (3)$$

其中时变海流载荷 $f$ 可表示为

$$f = \frac{1}{2}\rho_s C_D V_s^2 D + A_D \cos(4\pi f_v t + \beta), \quad (4)$$

其中:  $\rho_s$ 为海水密度,  $C_D(x, t)$ (即 $C_D$ )为阻力系数,  $D$ 为立管外径,  $\beta$ 为相位角,  $A_D$ 为阻力振荡幅值, 涡旋脱落频率 $f_v = S_t V_s / D$ , 其中 $V_s(x, t)$ (即 $V_s$ )为时变海流速度,  $S_t$ 为斯特劳哈尔数.

**注 2**<sup>[3]</sup> 因内流为沿立管由海底流向海平面, 所以时变内流流速 $V_i(t)$ 为正, 即 $V_i(t) > 0$ .

**假设 1**<sup>[3]</sup> 对于内流速度 $V_i(t)$ 和加速度 $\dot{V}_i(t)$ , 若存在常数 $a_1, a_2 \in \mathbb{R}^+$ , 使得 $0 < V_i(t) \leq a_1$ ,  $|\dot{V}_i(t)| \leq a_2$ ,  $\forall t \in [0, +\infty)$ . 该假设是合理的, 因为 $V_i(t)$ 为具有有限能量的连续函数,  $\dot{V}_i(t)$ 为光滑连续函数, 因此它们是有界的<sup>[4, 16]</sup>.

**假设 2**<sup>[3]</sup> 对于海流载荷 $f(x, t)$ 和环境干扰 $d(t)$ , 若存在两个常数 $a_3, a_4 \in \mathbb{R}^+$ , 使得 $|f(x, t)| \leq a_3$ ,  $|d(t)| \leq a_4$ ,  $\forall(x, t) \in [0, L] \times [0, +\infty)$ . 该假设是合理的, 因为海流干扰 $f(x, t)$ 和环境干扰 $d(t)$ 为具有有限能量的函数, 因此它们是有界的.

## 3 边界控制设计(Boundary control design)

控制设计的目标是减小柔性立管的振动偏移量. 在本节中, 将利用Lyapunov综合法在立管上边界(即顶端)构造一个自适应边界控制器, 对立管的振动进行控制, 设计的控制算法具有很好的鲁棒性和自适应性, 从而能很好的补偿立管系统的不确定性和外部载荷的不确定性.

### 3.1 预备知识(Preliminaries)

为方便随后章节的立管系统稳定性分析, 本小节将列出如下引理和性质<sup>[3]</sup>:

**引理 1** 设 $\phi_1(x, t), \phi_2(x, t) \in \mathbb{R}$ ,  $\sigma > 0$ , 其中 $x \in [0, L], t \in [0, +\infty)$ , 下列不等式成立:

$$\begin{cases} \phi_1 \phi_2 \leq |\phi_1 \phi_2| \leq \phi_1^2 + \phi_2^2, \forall \phi_1, \phi_2 \in \mathbb{R}, \\ |\phi_1 \phi_2| = |(\frac{1}{\sqrt{\sigma}}\phi_1)(\sqrt{\sigma}\phi_2)| \leq \frac{1}{\sigma}\phi_1^2 + \sigma\phi_2^2. \end{cases} \quad (5)$$

**引理 2** 设 $\phi(x, t) \in \mathbb{R}$ 为定义在 $x \in [0, L], t \in [0, +\infty)$ 的函数, 且满足如下边界条件:

$$\phi(0, t) = 0, \forall t \in [0, +\infty), \quad (6)$$

则有如下不等式组成立:

$$\begin{cases} \int_0^L \phi^2 dx \leq L^2 \int_0^L (\phi')^2 dx, \\ \phi^2 \leq L \int_0^L (\phi')^2 dx, \forall x \in [0, L]. \end{cases} \quad (7)$$

### 3.2 自适应边界控制(Adaptive boundary control)

柔性立管系统模型由控制方程式(1)、边界条件

式(2)和初始条件式(3)共同描述. 在立管系统结构参数 $EI, T, m_f$ 和 $m_c$ 未知或不可测的情况下, 为使该系统稳定, 提出以下自适应边界控制:

$$U(t) = -k[\dot{w}(L, t) + w'(L, t) + k_1 w^{(3)}(L, t)] - \operatorname{sgn}[\dot{w}(L, t) + w'(L, t) + k_1 w^{(3)}(L, t)]d + \hat{T}w'(L, t) - \widehat{EI}w^{(3)}(L, t) - \hat{m}_c \dot{w}'(L, t) - k_1 \hat{m}_c \dot{w}^{(3)}(L, t) - \hat{m}_f V_1 \dot{w}(L, t) - \hat{m}_f V_1^2 w'(L, t), \quad (8)$$

其中:  $k, k_1 > 0$ 为控制增益,  $\operatorname{sgn}(\cdot)$ 为符号函数,  $\hat{T}, \widehat{EI}, \hat{m}_c$ 和 $\hat{m}_f$ 分别为 $T, EI, m_c$ 和 $m_f$ 的估计值.

定义参数估计误差为

$$\begin{cases} \widetilde{EI} = EI - \widehat{EI}, \\ \widetilde{T} = T - \hat{T}, \\ \widetilde{m}_f = m_f - \hat{m}_f, \\ \widetilde{m}_c = m_c - \hat{m}_c. \end{cases} \quad (9)$$

若设计以下自适应控制律:

$$\begin{cases} \dot{\widehat{EI}} = -\gamma_1 \zeta_1 \widehat{EI} + \zeta_1 w^{(3)}(L, t)[\dot{w}(L, t) + w'(L, t) + k_1 w^{(3)}(L, t)], \\ \dot{\hat{T}} = -\gamma_2 \zeta_2 \hat{T} - \zeta_2 w'(L, t)[\dot{w}(L, t) + w'(L, t) + k_1 w^{(3)}(L, t)], \\ \dot{\hat{m}}_f = -\gamma_3 \zeta_3 \hat{m}_f + \zeta_3 [V_1^2 w'(L, t) + V_1 \dot{w}(L, t) \cdot [\dot{w}(L, t) + w'(L, t) + k_1 w^{(3)}(L, t)]], \\ \dot{\hat{m}}_c = -\gamma_4 \zeta_4 \hat{m}_c + \zeta_4 [\dot{w}'(L, t) + k_1 \dot{w}^{(3)}(L, t) \cdot [\dot{w}(L, t) + w'(L, t) + k_1 w^{(3)}(L, t)]], \end{cases} \quad (10)$$

其中 $\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3, \gamma_4, \zeta_1, \zeta_2, \zeta_3, \zeta_4$ 均为正常数.

对式(9)求时间的导数, 再代入式(10)则有

$$\begin{cases} \dot{\widetilde{EI}} = \gamma_1 \zeta_1 \widehat{EI} - \zeta_1 w^{(3)}(L, t)[\dot{w}(L, t) + w'(L, t) + k_1 w^{(3)}(L, t)], \\ \dot{\widetilde{T}} = \gamma_2 \zeta_2 \hat{T} + \zeta_2 w'(L, t)[\dot{w}(L, t) + w'(L, t) + k_1 w^{(3)}(L, t)], \\ \dot{\widetilde{m}}_f = \gamma_3 \zeta_3 \hat{m}_f - \zeta_3 [V_1^2 w'(L, t) + V_1 \dot{w}(L, t) \cdot [\dot{w}(L, t) + w'(L, t) + k_1 w^{(3)}(L, t)]], \\ \dot{\widetilde{m}}_c = \gamma_4 \zeta_4 \hat{m}_c - \zeta_4 [\dot{w}'(L, t) + k_1 \dot{w}^{(3)}(L, t) \cdot [\dot{w}(L, t) + w'(L, t) + k_1 w^{(3)}(L, t)]]. \end{cases} \quad (11)$$

**注 3**<sup>[3]</sup> 控制输入式(8)中所有信号均可由传感器测得或由向后差分算法获得.  $w(L, t), w'(L, t)$ 和 $w^{(3)}(L, t)$ 可分别由位移、倾角和剪力传感器测得,  $\dot{w}(L, t), \dot{w}'(L, t)$ 和 $\dot{w}^{(3)}(L, t)$ 可分别由 $w(L, t), w'(L, t)$ 和 $w^{(3)}(L, t)$ 后向差分算法计算得到. 此控制器设计不需知道扰动量的精确模型, 且用符号函数来处理未知扰动, 因此对系统参数的变化具有稳定鲁棒性.

若给定候选Lyapunov函数为

$$V(t) = V_1(t) + V_2(t) + V_3(t) + V_4(t), \quad (12)$$

其中:

$$V_1(t) = \frac{\beta EI}{2} \int_0^L (w'')^2 dx + \frac{\beta T}{2} \int_0^L (w')^2 dx + \frac{\beta m_r}{2} \int_0^L \dot{w}^2 dx + \beta m_f \int_0^L (\dot{w} + V_1 w')^2 dx, \quad (13)$$

$$V_2(t) = \frac{m_c}{2} [\dot{w}(L, t) + w'(L, t) + k_1 w^{(3)}(L, t)]^2, \quad (14)$$

$$V_3(t) = \alpha(m_r + 2m_f) \int_0^L x w' \dot{w} dx + \beta m_r \int_0^L V_1 w' \dot{w} dx, \quad (15)$$

$$V_4(t) = \frac{1}{2\zeta_1} \widetilde{EI}^2 + \frac{1}{2\zeta_2} \widetilde{T}^2 + \frac{1}{2\zeta_3} \widetilde{m}_f^2 + \frac{1}{2\zeta_4} \widetilde{m}_c^2, \quad (16)$$

其中 $\alpha, \beta > 0$ .

**引理 3** 由式(12)给定的Lyapunov函数具有如上、下界:

$$0 \leq \vartheta_1 [V_1(t) + V_2(t) + V_4(t)] \leq V(t) \leq \vartheta_2 [V_1(t) + V_2(t) + V_4(t)], \quad (17)$$

其中 $\vartheta_1, \vartheta_2$ 为两正常数.

**证** 由式(15)可得

$$V_3(t) \leq \alpha(m_r + 2m_f)L \int_0^L [(w')^2 + \dot{w}^2] dx + \beta a_1 m_r \int_0^L [(w')^2 + \dot{w}^2] dx \leq (3\alpha L + \beta a_1) \zeta \int_0^L [(w')^2 + \dot{w}^2] dx \leq \xi V_1(t), \quad (18)$$

其中:  $\xi = \frac{2(3\alpha L + \beta a_1) \zeta}{\min(\beta T, \beta m_r)}, \zeta = \max(m_f, m_r)$ .

不等式(18)改写为

$$-\xi V_1(t) \leq V_3(t) \leq \xi V_1(t). \quad (19)$$

适当的选取 $\xi$ , 可以得到

$$\xi_1 = 1 - \xi > 0, \xi_2 = 1 + \xi > 1. \quad (20)$$

将不等式(20)分别代入式(19)可得

$$0 < \xi_1 V_1(t) \leq V_1(t) + V_3(t) \leq \xi_2 V_1(t). \quad (21)$$

结合Lyapunov函数式(12), 由式(21)可得

$$0 \leq \vartheta_1 [V_1(t) + V_2(t) + V_4(t)] \leq V(t) \leq \vartheta_2 [V_1(t) + V_2(t) + V_4(t)], \quad (22)$$

其中 $\vartheta_1 = \min(\xi_1, 1) = \xi_1$ 和 $\vartheta_2 = \max(\xi_2, 1) = \xi_2$ .

证毕.

**引理 4** 由式(12)给定的候选Lyapunov函数对时间的导数具有如下上界:

$$\dot{V}(t) \leq -\vartheta V(t) + \varepsilon, \quad (23)$$

其中 $\vartheta, \varepsilon > 0$ .

**证** 将式(12)对时间求导有

$$\dot{V}(t) = \dot{V}_1(t) + \dot{V}_2(t) + \dot{V}_3(t) + \dot{V}_4(t). \quad (24)$$

其中由式(13)可得

$$\dot{V}_1(t) = A_1 + A_2 + A_3 + A_4, \quad (25)$$

其中:

$$\begin{cases} A_1 = \beta(m_r + 2m_f) \int_0^L \dot{w}\ddot{w}dx, \\ A_2 = \beta EI \int_0^L \dot{w}''w''dx + \beta T \int_0^L \dot{w}'w'dx, \\ A_3 = 2\beta m_f \int_0^L (V_i \dot{w}\dot{w}'dx + V_i^2 \dot{w}'w')dx, \\ A_4 = 2\beta m_f \int_0^L [V_i w' \ddot{w} + \dot{V}_i \dot{w}w' + V_i \dot{V}_i^2(w')]dx. \end{cases} \quad (26)$$

将式(1)代入式(26)中 $A_1$ , 应用分部积分得

$$A_1 = -2\beta m_f V_i \dot{w}^2(L, t) + \beta \int_0^L \dot{w}(f + Tw'' - c\dot{w} - EIw^{(4)} - 2m_f \dot{V}_i w' - 2m_f V_i^2 w'')dx. \quad (27)$$

对式(26)中 $A_2$ 和 $A_3$ 进行分部积分可得

$$\begin{cases} A_2 = \beta \dot{w}(L, t)[Tw'(L, t) - EIw^{(3)}(L, t)] - \beta T \int_0^L \dot{w}w''dx + \beta EI \int_0^L \dot{w}w^{(4)}dx, \\ A_3 = 2\beta m_f V_i^2 \dot{w}(L, t)w'(L, t) + \beta m_f V_i \dot{w}^2(L, t) - 2\beta m_f V_i^2 \int_0^L \dot{w}w''dx. \end{cases} \quad (28)$$

分别将式(27)–(28)以及式(26)中 $A_4$ 代入式(25)中, 再结合不等式(5)–(7)有

$$\begin{aligned} \dot{V}_1(t) \leq & \frac{\beta T}{2} [\dot{w}(L, t) + w'(L, t) + k_1 w^{(3)}(L, t)]^2 - \\ & \beta \left[ \frac{T}{2} - \frac{Tk_1 + EI}{\delta_2} + m_f V_i \right] \dot{w}^2(L, t) - \\ & \beta \left[ \frac{Tk_1^2}{2} - (Tk_1 + EI)\delta_2 \right] [w^{(3)}(L, t)]^2 - \\ & \frac{\beta T}{2} [w'(L, t)]^2 - \beta T k_1 w'(L, t)w^{(3)}(L, t) + \\ & 2\beta m_f V_i^2 \dot{w}(L, t)w'(L, t) + \frac{\beta}{\delta_1} \int_0^L f^2 dx - \\ & \beta(c - \delta_1) \int_0^L \dot{w}^2 dx + 2\beta m_f V_i \cdot \\ & \int_0^L [\ddot{w}w'dx + \dot{V}_i(w')^2 dx - 2V_i \dot{w}w'']dx, \quad (29) \end{aligned}$$

其中 $\delta_1, \delta_2$ 分别为任意正常数.

将式(14)对时间求导, 并代入边界条件式(2)和自适应边界控制式(8)可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_2(t) \leq & -k[\dot{w}(L, t) + w'(L, t) + k_1 w^{(3)}(L, t)]^2 + \\ & \{\tilde{m}_f [V_i^2 w'(L, t) + V_i \dot{w}(L, t)] + \\ & \tilde{m}_c [\dot{w}'(L, t) + k_1 \dot{w}^{(3)}(L, t)] + \\ & \widetilde{EI}w^{(3)}(L, t) - \widetilde{T}w'(L, t)\} \times \\ & [\dot{w}(L, t) + w'(L, t) + k_1 w^{(3)}(L, t)]. \quad (30) \end{aligned}$$

将式(15)对时间求导可得

$$\dot{V}_3(t) = B_1 + B_2 + B_3 + B_4, \quad (31)$$

其中:

$$\begin{cases} B_1 = \beta m_r V_i \int_0^L \dot{w}'\dot{w}dx, \\ B_2 = \alpha(m_r + 2m_f) \int_0^L x\dot{w}'\dot{w}dx, \\ B_3 = \alpha(m_r + 2m_f) \int_0^L xw'\ddot{w}dx, \\ B_4 = \beta m_r \int_0^L (\dot{V}_i w' \dot{w} + V_i w' \dot{w})dx. \end{cases} \quad (32)$$

对式(32)中的 $B_1$ 和 $B_2$ 进行分部积分得

$$\begin{cases} B_1 = \frac{\beta m_r V_i}{2} \dot{w}^2(L, t), \\ B_2 = \frac{\alpha(m_r + 2m_f)}{2} [L\dot{w}^2(L, t) - \int_0^L \dot{w}^2 dx]. \end{cases} \quad (33)$$

将式(1)代入式(32)中 $B_3$ , 应用分部积分得

$$\begin{aligned} B_3 = & \alpha L \left( \frac{T}{2} - m_f V_i^2 \right) [w'(L, t)]^2 + \alpha \int_0^L f x w' dx - \\ & \alpha EILw'(L, t)w^{(3)}(L, t) - \alpha c \int_0^L x \dot{w}w' dx - \\ & 4\alpha m_f V_i Lw'(L, t)\dot{w}(L, t) - \alpha \left( \frac{T}{2} - m_f V_i^2 \right) \cdot \\ & \int_0^L (w')^2 dx + 4\alpha m_f V_i \int_0^L (\dot{w}w' + x \dot{w}w'') dx - \\ & 2\alpha m_f \dot{V}_i \int_0^L x(w')^2 dx - \frac{3\alpha EI}{2} \int_0^L (w'')^2 dx. \end{aligned} \quad (34)$$

分别将式(33)–(34)以及式(32)中 $B_4$ 代入式(31)中, 再结合假设1和不等式(5)–(7)有

$$\begin{aligned} \dot{V}_3(t) \leq & \frac{\alpha L(m_r + 2m_f) + \beta m_r V_i}{2} \dot{w}^2(L, t) + \\ & \frac{\alpha L(T - 2m_f V_i^2)}{2} \times [w'(L, t)]^2 - \\ & \alpha EILw'(L, t)w^{(3)}(L, t) - \\ & 4\alpha m_f V_i Lw'(L, t)\dot{w}(L, t) + \frac{\alpha L}{\delta_3} \int_0^L f^2 dx - \\ & \alpha \left( \frac{m_r + 2m_f}{2} - \frac{4Lm_f V_i}{\delta_5} - \frac{Lc}{\delta_4} \right) \int_0^L \dot{w}^2 dx - \\ & \alpha \left( \frac{T}{2} - m_f V_i^2 - L\delta_3 - 2m_f a_2 L - \right. \\ & \left. Lc\delta_4 \right) \int_0^L (w')^2 dx + \beta m_r V_i \int_0^L \ddot{w}w' dx - \\ & \alpha \left( \frac{3EI}{2} - 4Lm_f V_i \delta_5 \right) \int_0^L (w'')^2 dx + \\ & (4\alpha m_f V_i + \beta m_r \dot{V}_i) \int_0^L \dot{w}w' dx, \quad (35) \end{aligned}$$

其中 $\delta_3, \delta_4, \delta_5$ 为任意的正常数.

将式(16)对时间求导, 并结合式(9)和式(11), 以及利用基本不等式可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_4(t) \leq & -\left( \frac{\gamma_1}{2} \widetilde{EI}^2 + \frac{\gamma_2}{2} \widetilde{T}^2 + \frac{\gamma_3}{2} \tilde{m}_f^2 + \frac{\gamma_4}{2} \tilde{m}_c^2 \right) + \\ & \frac{\gamma_1}{2} EI^2 + \frac{\gamma_2}{2} T^2 + \frac{\gamma_3}{2} m_f^2 + \frac{\gamma_4}{2} m_c^2 - \\ & \{\tilde{m}_f [V_i^2 w'(L, t) + V_i \dot{w}(L, t)] + \\ & \tilde{m}_c [\dot{w}'(L, t) + k_1 \dot{w}^{(3)}(L, t)] + \\ & \widetilde{EI}w^{(3)}(L, t) - \widetilde{T}w'(L, t)\} \times \\ & [\dot{w}(L, t) + w'(L, t) + k_1 w^{(3)}(L, t)]. \quad (36) \end{aligned}$$

根据式(16)和式(36),若定义

$$\vartheta_3 = \min(\zeta_1\gamma_1, \zeta_2\gamma_2, \zeta_3\gamma_3, \zeta_4\gamma_4), \quad (37)$$

则式(36)可改写为

$$\dot{V}_4(t) \leq -\vartheta_3 V_4(t) - \{\widetilde{EI}w^{(3)}(L, t) - \widetilde{T}w'(L, t) + \widetilde{m}_f[V_i^2 w'(L, t) + V_i \dot{w}(L, t)] +$$

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) \leq & \frac{2k - \beta T}{2} [\dot{w}(L, t) + w'(L, t) + k_1 w^{(3)}(L, t)]^2 - \left[ \frac{\beta T - \alpha L(m_r + 2m_f) - \beta V_i(m_r - 2m_f)}{2} - \right. \\ & \left. \frac{\beta(Tk_1 + EI)}{\delta_2} - \frac{2m_f V_i(\beta V_i + 2\alpha L)}{\delta_7} \right] \dot{w}^2(L, t) - \left\{ \frac{1}{2} [T(\beta - \alpha L - \beta V_i) + 2m_f V_i(V_i(\alpha L + \beta V_i) - \right. \\ & \left. 2(\beta V_i + 2\alpha L)\delta_7)] - \frac{T\beta k_1 + \alpha EIL + \beta EIV_i}{\delta_8} \right\} [w'(L, t)]^2 - \frac{1}{2} [T\beta k_1^2 - 2\beta(Tk_1 + EI)\delta_2 - 2(T\beta k_1 + \\ & \alpha EIL + \beta EIV_i)\delta_8] [w^{(3)}(L, t)]^2 - \left[ \frac{2\beta(c - \delta_1) + \alpha(m_r + 2m_f)}{2} - \frac{\alpha Lc}{\delta_4} - \frac{4\alpha Lm_f V_i}{\delta_5} \right] \int_0^L \dot{w}^2 dx - \\ & \frac{\alpha(T - 2m_f V_i^2 - 2L\delta_3 - 4m_f a_2 L - 2Lc\delta_4) - 2\beta V_i \delta_6}{2} \int_0^L (w')^2 dx - \frac{\alpha(3EI - 8Lm_f V_i \delta_5)}{2} \int_0^L (w'')^2 dx - \\ & (c\beta V_i - 4\alpha m_f V_i - \beta m_r a_2) \int_0^L \dot{w}w' dx + \left( \frac{\beta}{\delta_1} + \frac{\alpha L}{\delta_3} + \frac{\beta V_i}{\delta_6} \right) \int_0^L f^2 dx - \vartheta_3 V_4(t) + \varepsilon_1, \quad (39) \end{aligned}$$

其中  $\delta_6, \delta_7, \delta_8$  为任意正常数. 选择适当参数值  $k, k_1, \alpha, \beta, \delta_1, \delta_2, \delta_3, \delta_4, \delta_5, \delta_6, \delta_7, \delta_8$  满足如下条件:

$$\left\{ \begin{aligned} \varepsilon_2 &= \left( \frac{\beta}{\delta_1} + \frac{\alpha L}{\delta_3} + \frac{\beta V_i}{\delta_6} \right) \int_0^L f^2 dx \leq \\ & \left( \frac{\beta}{\delta_1} + \frac{\alpha L}{\delta_3} + \frac{\beta V_i}{\delta_6} \right) a_3^2 L, \\ \tau_1 &= 0.5(2k - \beta T) > 0, \\ \tau_2 &= \frac{\beta T - \alpha L(m_r + 2m_f) - \beta V_i(m_r - 2m_f)}{2} - \\ & \frac{\beta(Tk_1 + EI)}{\delta_2} - \frac{2m_f V_i(\beta V_i + 2\alpha L)}{\delta_7} \geq 0, \\ \tau_3 &= \frac{T(\beta - \alpha L - \beta V_i)}{2} + m_f V_i^2(\alpha L + \beta V_i) - \\ & 2m_f V_i(\beta V_i + 2\alpha L)\delta_7 - \\ & \frac{T\beta k_1 + \alpha EIL + \beta EIV_i}{\delta_8} \geq 0, \\ \tau_4 &= 0.5T\beta k_1^2 - \beta(Tk_1 + EI)\delta_2 - \\ & (T\beta k_1 + \alpha EIL + \beta EIV_i)\delta_8 \geq 0, \\ \tau_5 &= \beta(c - \delta_1) + 0.5\alpha(m_r + 2m_f) - \\ & \frac{\alpha Lc}{\delta_4} - \frac{4\alpha Lm_f V_i}{\delta_5} > 0, \\ \tau_6 &= \frac{\alpha}{2}(T - 2m_f V_i^2 - 2L\delta_3 - 4m_f a_2 L - \\ & 2Lc\delta_4) - \beta V_i \delta_6 > 0, \\ \tau_7 &= 0.5\alpha(3EI - 8Lm_f V_i \delta_5) > 0, \\ \tau_8 &= c\beta V_i - 4\alpha m_f V_i - \beta m_r a_2 > 0, \\ \vartheta_4 &= \min \left[ \frac{2\tau_1}{m_c}, \frac{2\tau_5}{\beta(m_r + 2m_f)}, \frac{2\tau_6}{\beta(T + 2m_f V_i^2)}, \right. \\ & \left. \frac{2\tau_7}{\beta EI}, \frac{2\tau_8}{2\beta m_f V_i} \right]. \end{aligned} \right. \quad (40)$$

将式(40)代入不等式(39),并结合引理3可得

$$\begin{aligned} & \widetilde{m}_c [\dot{w}'(L, t) + k_1 \dot{w}^{(3)}(L, t)] \} \times \\ & [\dot{w}(L, t) + w'(L, t) + k_1 w^{(3)}(L, t)] + \varepsilon_1, \quad (38) \end{aligned}$$

$$\text{其中 } \varepsilon_1 = \frac{\gamma_1}{2} EI^2 + \frac{\gamma_2}{2} T^2 + \frac{\gamma_3}{2} m_f^2 + \frac{\gamma_4}{2} m_c^2.$$

将式(29)–(30)(35)(38)代入式(24),并结合假设1、自适应控制律式(11)和不等式(5)–(7)有

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) \leq & -\vartheta_4 [V_1(t) + V_2(t)] - \vartheta_3 V_4(t) + \varepsilon \leq \\ & -\vartheta_5 [V_1(t) + V_2(t) + V_4(t)] + \varepsilon \leq \\ & -\vartheta V(t) + \varepsilon, \quad (41) \end{aligned}$$

其中:  $\vartheta_5 = \min(\vartheta_3, \vartheta_4), \vartheta = \vartheta_5/\vartheta_2, \varepsilon = \varepsilon_1 + \varepsilon_2$ .

证毕.

### 3.3 稳定性分析(Stability analysis)

基于上述引理,本小节给出以下闭环海洋输油柔性立管系统的稳定性定理.

**定理 1** 由式(1)–(3)所描述的输油柔性立管系统,在假设1,2条件下,以及自适应边界控制器式(8)作用下,有如下关系式成立:

1) 一致有界: 闭环柔性立管的振动偏移状态量  $w(x, t)$  一致包含于紧集  $\Omega_1$  中:

$$\begin{aligned} \Omega_1 := & \{w(x, t) \in \mathbb{R} \mid \lim_{t \rightarrow \infty} |w(x, t)| \leq \chi_1, \\ & \forall (x, t) \in [0, L] \times [0, +\infty)\}, \quad (42) \end{aligned}$$

$$\text{其中 } \chi_1 = \sqrt{\frac{2L}{\beta T \vartheta_1} [V(0) + \frac{\varepsilon}{\vartheta}]}.$$

2) 一致最终有界: 闭环柔性立管的振动偏移状态量  $w(x, t)$  最终收敛于紧集  $\Omega_2$  中:

$$\begin{aligned} \Omega_2 := & \{w(x, t) \in \mathbb{R} \mid \lim_{t \rightarrow \infty} |w(x, t)| \leq \chi_2, \\ & \forall (x, t) \in [0, L] \times [0, +\infty)\}, \quad (43) \end{aligned}$$

$$\text{其中 } \chi_2 = \sqrt{\frac{2L\varepsilon}{\beta T \vartheta_1 \vartheta}}.$$

**证** 对式(41)乘以  $e^{\vartheta t}$ , 并可得

$$\begin{aligned} \dot{V}(t)e^{\vartheta t} & \leq -\vartheta V(t)e^{\vartheta t} + \varepsilon e^{\vartheta t} \Rightarrow \\ \frac{\partial}{\partial t} [V(t)e^{\vartheta t}] & \leq \varepsilon e^{\vartheta t}. \quad (44) \end{aligned}$$

对上述不等式积分得

$$V(t) \leq [V(0) - \frac{\varepsilon}{\vartheta}]e^{-\vartheta t} + \frac{\varepsilon}{\vartheta} \leq V(0)e^{-\vartheta t} + \frac{\varepsilon}{\vartheta}, \quad (45)$$

其中上式表明  $V(t)$  为有界。

由不等式(7)(13)(22)可得

$$\begin{aligned} \frac{\beta T}{2L} w^2 &\leq \frac{\beta T}{2} \int_0^L (w')^2 dx \leq V_1(t) \leq \\ V_1(t) + V_2(t) + V_4(t) &\leq \frac{1}{\vartheta_1} V(t). \end{aligned} \quad (46)$$

重排上述不等式, 并将式(45)代入有

$$\begin{aligned} |w(x, t)| &\leq \sqrt{\frac{2L}{\beta T \vartheta_1} [V(0)e^{-\vartheta t} + \frac{\varepsilon}{\vartheta}]} \leq \\ &\sqrt{\frac{2L}{\beta T \vartheta_1} [V(0) + \frac{\varepsilon}{\vartheta}]}, \end{aligned} \quad (47)$$

其中  $\forall (x, t) \in [0, L] \times [0, +\infty)$ . 则进一步可得

$$\begin{aligned} \lim_{t \rightarrow \infty} |w(x, t)| &\leq \sqrt{\frac{2L}{\beta T \vartheta_1} [V(0)e^{-\vartheta t} + \frac{\varepsilon}{\vartheta}]} \leq \\ &\sqrt{\frac{2L\varepsilon}{\beta T \vartheta_1 \vartheta}}, \quad \forall x \in [0, L]. \end{aligned} \quad (48)$$

由式(47)–(48)可知定理1得以证明。 证毕。

#### 4 仿真分析(Simulation analysis)

本节将数字仿真研究柔性立管在内外流耦合扰动作用下的振动情况, 并验证所设计自适应边界控制算法式(8)的有效性, 以及将本文与文献[3]的研究成果进行比较分析. 本文中时变内流速度  $V_i(t)$  和海洋表面的时变海流  $V_s(L, t)$  分别为

$$\begin{cases} V_s(L, t) = \bar{V}_s + V'_s \sum_{i=1}^N \sin(w_i t), \\ V_i(t) = \bar{V}_i + V'_i \sum_{i=1}^N \cos(w_i t), \quad i = 1, 2, 3, 4, \end{cases} \quad (49)$$

其中:  $w_i = (w_1, w_2, w_3, w_4) = (0.867, 1.827, 2.946, 4.282)$ ,  $V'_i = V'_s = 0.2$  为速度波动振幅,  $\bar{V}_i = 5 \text{ m/s}$  为内流平均流速,  $\bar{V}_s = 2 \text{ m/s}$  为海洋表面平均流速.

外部环境干扰载荷  $d(t)$  为

$$\begin{aligned} d(t) &= [3 + 0.8 \sin(0.7t) + 0.8 \sin(0.5t) + \\ &0.8 \sin(0.9t)] \times 10^5. \end{aligned} \quad (50)$$

表1所示为柔性立管的详细参数.

表 1 柔性立管系统参数<sup>[1-4]</sup>

Table 1 Parameters of the flexible riser

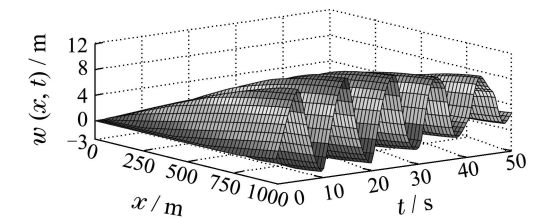
参数	参数值	参数	参数值	参数	参数值
$D$	0.450 m	$\rho_s$	1024 kg/m <sup>3</sup>	$f_v$	2.625
$L$	1000 m	$c$	5.00 N·s/m <sup>2</sup>	$C_D$	1.361
$m_r$	350 kg/m	$A$	9.279 × 10 <sup>3</sup>	$S_t$	0.200

**注 4** 本文中海洋表面速度  $V_s(L, t)$  被认定为从海洋

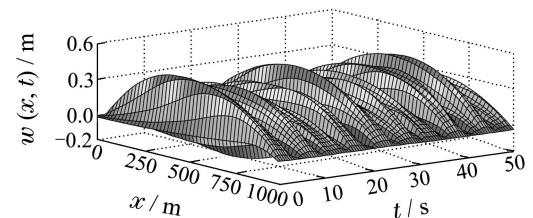
表面( $x = 1000 \text{ m}$ )至海底( $x = 0 \text{ m}$ )线性衰减至零, 由此即可得到式(4)中时变海流速度  $V_s(x, t)$ . 相比于文献[3]中式(44)的指数衰减, 本文采用线性衰减而计算出式(4)中的  $f$  值更大, 即本文中海流扰动力更大.

当选择控制器参数  $k = k_1 = 1 \times 10^7$ , 图2–4给出数字仿真验证结果, 其中图2为柔性立管分别在有无控制作用下的振动偏移图, 图3则具体给出了柔性立管中部( $x = 500 \text{ m}$ )和顶部( $x = 1000 \text{ m}$ )的振动偏移图, 图4给出的是自适应边界控制输入. 由上述仿真结果可得出如下结论:

1) 由仿真结果图2–3可知, 当自适应边界控制输入作用于柔性立管后, 立管的振动偏移量都数十倍的减少, 验证了本文所设计的自适应边界控制算法的有效性;



(a) 无控制



(b) 有控制

图 2 柔性立管偏移量

Fig. 2 Displacements of flexible riser

2) 由仿真结果图3可知, 虽然仅在柔性立管上顶端布置了自适应边界控制器, 但立管中部的振动偏移量也有十分明显的减小, 凸显了边界控制方法在梁式结构振动控制方面的独特优势;

3) 对比仿真结果图2(b)和文献[3]中图3可知, 在内外扰动未减小的情况下, 在本文自适应边界控制作用下柔性立管的振动偏移量比文献[3]中图3的偏移量更小, 特别是在立管顶部( $L = 1000 \text{ m}$ )尤显突出, 从而说明本文设计的自适应边界控制算法对抑制柔性立管的振动更为有效;

4) 由仿真结果图4可知, 自适应边界控制输入范围为  $-11 \times 10^5 \text{ N} \sim 2.5 \times 10^5 \text{ N}$ , 而负的控制输入表明控制作用力与海流速度相反.

5) 对比仿真结果图4与文献[3]中图6可知, 在内外扰动未减小的情况下, 本文的控制输入相比

文献[3]中控制输入减小了千倍,因而控制器设计在工程上更易实现.

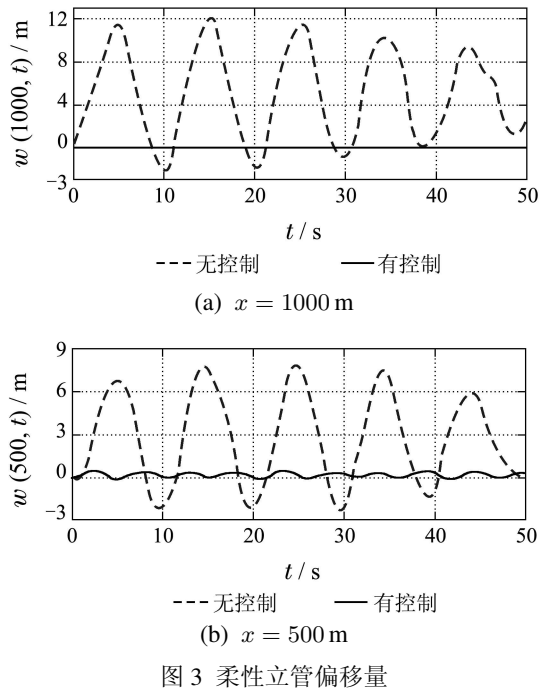


图3 柔性立管偏移量

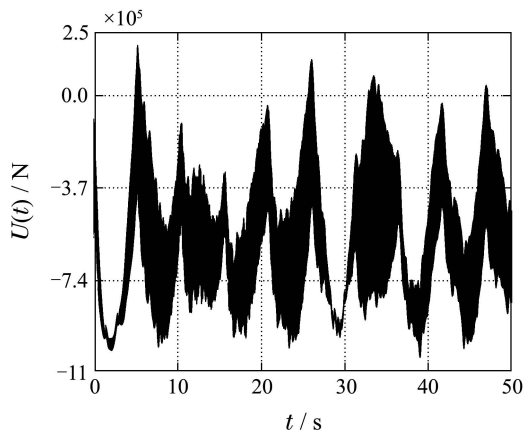


图4 自适应边界控制输入

Fig. 4 Adaptive boundary control input

## 5 结论(Conclusions)

本文研究了具有参数不确定性的海洋柔性立管在时变内外流作用下的振动主动控制问题. 基于立管无穷维分布参数系统模型, 采用Lyapunov综合法, 在立管上边界构造了自适应边界控制器用以抑制立管振动. 本文是在文献[3]的研究成果基础上进一步研究, 所以本文所设计的自适应边界控制器除了能避免控制溢出问题、具有较强鲁棒性外, 还具有很好的自适应性, 能有效的补偿立管控制系统和外部载荷的不确定性. 利用Lyapunov直接法对所设计的控制系统稳定性和一致有界性给予了证明. 最后对本文设计的自适应边界控制算法进行了数值模拟, 验证了所设计控制算法的有效性.

## 参考文献(References):

- [1] LIU Y, GAO H X, ZHAO Z J, et al. Boundary control of a flexible marine riser [C] // *Proceedings of the 31st Chinese Control Conference*. Hefei, China: IEEE, 2012: 1228 – 1233.
- [2] 吴忻生, 李林野, 刘屿, 等. 海洋输油立管建模及其边界控制 [J]. *华南理工大学学报(自然科学版)*, 2012, 40(8): 32 – 38. (WU Xinsheng, LI Linye, LIU Yu, et al. Modeling and boundary control of a marine riser [J]. *Journal of South China University of Technology (Natural Science Edition)*, 2012, 40(8): 32 – 38.)
- [3] 高红霞, 赵志甲, 吴忻生, 等. 基于内流动力学的海洋输油柔性立管鲁棒边界控制 [J]. *控制理论与应用*, 2012, 29(6): 785 – 791. (GAO Hongxia, ZHAO Zhijia, WU Xinsheng, et al. Robust boundary control for flexible fluid-transporting marine riser based on internal fluid dynamics [J]. *Control Theory & Applications*, 2012, 29(6): 785 – 791.)
- [4] LIU Y, HUANG H W, GAO H X, et al. Modeling and boundary control of a flexible marine riser coupled with internal fluid dynamics [J]. *Journal of Control Theory and Applications*, 2013, 11(2): 316 – 323.
- [5] CHRISTOFIDES P D, ARMAOU A. Global stabilization of the Kuramoto-Sivashinsky equation via distributed output feedback control [J]. *Systems & Control Letters*, 2000, 39(4): 283 – 294.
- [6] VANDEGRIFT M W, LEWIS F L, ZHU S Q. Flexible-link robot arm control by a feedback linearization/singular perturbation approach [J]. *Journal of Robotic Systems*, 1994, 11(7): 591 – 603.
- [7] HOW B V E, GE S S, CHOO Y S. Active control of flexible marine risers [J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2009, 320(4/5): 758 – 776.
- [8] GE S S, HE W, HOW B V, et al. Boundary control of a coupled nonlinear flexible marine riser [J]. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 2010, 18(5): 1080 – 1091.
- [9] HE W, GE S S, HOW B V, et al. Robust adaptive boundary control of a flexible marine riser with vessel dynamics [J]. *Automatica*, 2011, 47(7): 722 – 732.
- [10] DO K D, PAN J. Boundary control of three-dimensional inextensible marine risers [J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2009, 327(3/4/5): 299 – 321.
- [11] MOE G, CHUCHEEPSAKUL S. The effect of internal flow on marine risers [C] // *Proceedings of the 7th International Offshore Mechanics and Arctic Engineering Conference*. Houston: IEEE, 1988: 375 – 382.
- [12] IRANI M B, MODI V J, WELT F. Riser dynamics with internal flow and nutation damping [C] // *Proceedings of the 6th International Offshore Mechanics and Arctic Engineering Conference*. Houston: IEEE, 1987: 119 – 125.
- [13] WU M C, LOU J Y K. Effects of rigidity and internal flow on marine riser dynamics [J]. *Applied Ocean Research*, 1991, 13(5): 235 – 244.
- [14] HE W, GE S S. Robust adaptive boundary control of a vibrating string under unknown time-varying disturbance [J]. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 2012, 1(20): 48 – 58.
- [15] HE W, GE S S, ZHANG S. Adaptive boundary control of a flexible marine installation system [J]. *Automatica*, 2011, 47(12): 2728 – 2734.
- [16] MORISON J R, O'BRIEN M P, JOHNSON F W, et al. The force exerted by surface waves on piles [J]. *Journal of Petroleum Technology*, 1950, 2(5): 149 – 154.

## 作者简介:

鄂依林 (1970–), 男, 副教授, 主要研究方向为分布式参数系统非线性控制、网络控制等, E-mail: lyw@gdei.edu.cn;

刘屿 (1977–), 男, 助理研究员, 主要研究方向为分布参数系统控制、非线性理论与应用, E-mail: auyilau@scut.edu.cn;

吴忻生 (1961–), 男, 副教授, 主要研究方向为智能检测与智能控制、自动化技术和智能系统的研究及其工程应用以及电子产品开发, E-mail: auxswu@scut.edu.cn.