

挠性系统的控制设计和 H_∞ 回路成形法

孟范伟[†], 何 朕, 王广雄, 周 荻

(哈尔滨工业大学 控制科学与工程系, 黑龙江 哈尔滨 150001)

摘要: 挠性系统的控制设计与具体的挠性特性是相关的, 从控制角度将挠性系统划分为轴系传动机构、桁架结构和卫星太阳能帆板的薄板型结构3类. 其中薄板型结构挠性系统的挠性特点明显, 文中指出 H_∞ 回路成形法能有效解决薄板型结构挠性系统设计上的难点, 即在幅频特性急剧下降的频段内保证系统的稳定性. 一般 H_∞ 控制理论中, H_∞ 范数是系统的性能指标. 但 H_∞ 回路成形法中的 H_∞ 范数表示的则是闭环系统的稳定裕度. 通过挠性系统的算例说明, H_∞ 回路成形法并不是给定摄动范围下的设计问题, 因此在鲁棒性设计这一概念上也不同于常规的 H_∞ 控制设计, 有其自己的含义.

关键词: 挠性系统; H_∞ 回路成形; H_∞ 范数; 鲁棒性; 性能指标

中图分类号: TP273 **文献标识码:** A

Control design of flexible systems and H-infinity loop-shaping method

MENG Fan-Wei[†], HE Zhen, WANG Guang-xiong, ZHOU Di

(Department of Control Science and Engineering, Harbin Institute of Technology, Harbin Heilongjiang 150001, China)

Abstract: The control design methodology for flexible systems is closely related with the specific flexible characteristics. From the control point of view, flexible systems can be divided into three categories, i.e. the driving-shaft system, the truss structure, and the panel-like structure such as solar panels of the satellite. The panel-like structure is a highly flexible structure exhibiting a sharp decline in the amplitude-frequency characteristics within the system bandwidth. The design difficulties can be treated effectively with the H-infinity loop shaping design. It is pointed out that the performance index of the H-infinity-norm in the H-infinity loop shaping design is not the performance index of the system in the general sense, and is just the stability margin of the closed-loop system. The design example also shows that the robustness of the design is not the robustness against the coprime factor perturbations. The robustness of the H-infinity loop shaping design has its own meanings and is different from the common conception.

Key words: flexible system; H-infinity loop-shaping; H-infinity-norm; robustness; performance

1 引言(Introduction)

随着空间技术发展, 对空间体的结构要求越来越高, 如采用一些轻质的材料作为机械臂, 这样致使空间体整个结构上挠性增强. 此外, 许多系统都具有挠性的结构或包含有挠性部件, 例如卫星的太阳能帆板^[1]、导弹的弹体、机器人的机械臂^[2]以及小至计算机硬驱中的读写头^[3]都是挠性的, 都会出现挠曲. 但未见有文献从控制角度对挠性系统的控制设计问题进行归类分析. 本文正是从控制的角度对挠性系统做出分类, 并给出了相应的设计特点.

挠性系统的控制设计需要解决包括参数摄动和未建模动态两类不确定性的鲁棒稳定问题. H_∞ 控制理论是一种综合(synthesis)理论, 一般来说对所有挠性系统都是适用的, 不过 H_∞ 控制理论中的 H_∞ 成形法更适合处理挠性系统的设计问题. 文献[1]是 H_∞ 回路成

形法的经典著作, 文献[1]在最后所举的3个应用实例中就有两个例子是挠性系统. 本文在讨论挠性系统设计时也采用 H_∞ 回路成形法. H_∞ 回路成形法中对不确定的描述用的是互质因子摄动. 常见文献中在介绍互质因子摄动时一般只是用一、二个低阶的简单挠性例子来说明这种摄动的优越性, 并特别强调可用来描述弱阻尼模态的摄动^[4-5]. 从见到的有关文献来看, 对互质因子摄动都没有再作进一步的讨论, 都接受了互质因子摄动, 并将其作为 H_∞ 回路成形法的基础. 文献[6]则指出弱阻尼增大了互质因子摄动范数, 因而大大压缩了系统所允许的实际摄动范围, 并提出 H_∞ 回路成形设计的系统并不一定具有鲁棒性. 这是因为没有正确理解回路成形法. 本文经深入研究将提出 H_∞ 回路成形法在形成 H_∞ 问题时有其自身的特殊性, 其互质因子摄动所对应的鲁棒性的含义不同于常规的概

念, 其 H_∞ 范数所代表的性能的含义、 H_∞ 控制器的作用, 以及回路成形设计的系统的性能均不同于常规 H_∞ 理论. 正确理解它们真正的含义对正确掌握 H_∞ 回路成形法是很重要的. 这里将通过一个更为特殊的薄板型挠性系统的设计算例来提出自己的看法.

2 挠性系统的数学模型(Mathematical models of flexible systems)

挠性系统可以用图1的挠性梁来表示, 挠性梁的方程式是很复杂的. 不过如果只关心其弯曲变形, 那么从底部施加力矩到梁顶端的位移可以用如下的无穷维传递函数来表示^[2, 7]:

$$\sum_{i=0}^{\infty} \frac{c_i}{s^2 + \omega_i^2}. \quad (1)$$

加上阻尼后则为

$$\sum_{i=0}^{\infty} \frac{c_i}{s^2 + 2\zeta_i\omega_i s + \omega_i^2}. \quad (2)$$

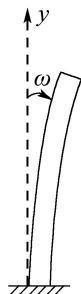


图1 挠性梁的模型

Fig. 1 Flexible beam model

一般来说, 最低次的模态幅值最大, 所以控制设计中常用一次模态来近似一个挠性系统. 图2所示就是用一次模态来近似的挠性系统的简化模型. 这里要说明的是在控制问题中, 图1的梁底端并不是固定的, 例如对于一个电机系统来说, 施加力矩的这一端即电机的转子是自由的.

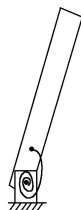


图2 一次模态的简化模型

Fig. 2 Simplified model for the first mode

图3所示就是与图2相对应的自由转子的扭转系统的模型, 其运动方程式为

$$J_1 \ddot{\theta}_1 + d(\dot{\theta}_1 - \dot{\theta}_2) + k(\theta_1 - \theta_2) = T_c, \quad (3)$$

$$J_2 \ddot{\theta}_2 + d(\dot{\theta}_2 - \dot{\theta}_1) + k(\theta_2 - \theta_1) = 0, \quad (4)$$

式中: J_1 和 J_2 为相应的转动惯量, d 为阻尼系数, k 为力矩系数, T_c 为施加在转子上的力矩.

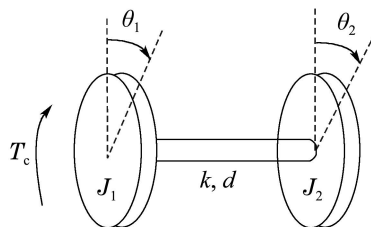


图3 自由转子的扭转系统

Fig. 3 Torsional system with free rotors

设取状态向量为

$$x = [\theta_2 \ \dot{\theta}_2 \ \theta_1 \ \dot{\theta}_1]^T,$$

可写得对应的状态方程式为

$$\begin{cases} \dot{x} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\frac{k}{J_2} & -\frac{d}{J_2} & \frac{k}{J_2} & \frac{d}{J_2} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ \frac{k}{J_1} & \frac{d}{J_1} & -\frac{k}{J_1} & -\frac{d}{J_1} \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{1}{J_1} \end{bmatrix} u, \\ y = [1 \ 0 \ 0 \ 0]x, \end{cases} \quad (5)$$

式中: y 为输出, $y = \theta_2$, u 为输入的控制力矩.

设 $J_1 = 1$, $J_2 = 0.1$, 则可得对应的传递函数为

$$G(s) = \frac{10ds + 10k}{s^2(s^2 + 11ds + 11k)}. \quad (6)$$

注意到式(6)可分解为

$$G(s) = \frac{1}{1.1} \left(\frac{1}{s^2} - \frac{1}{s^2 + 11ds + 11k} \right). \quad (7)$$

而当 $J_1 = 1$, $J_2 = 0.1$ 时, 将 $10 \times$ 式(4)减式(3)得

$$(\ddot{\theta}_2 - \ddot{\theta}_1) + 11d(\dot{\theta}_2 - \dot{\theta}_1) + 11k(\theta_2 - \theta_1) = -T_c. \quad (8)$$

从式(8)可见, 式(7)的第2项就是 $(\theta_2 - \theta_1)$ 的动态模型, 而式(7)的系数 $(1/1.1)$ 中的1.1就是 $J_1 + J_2$. 由此可见, 式(7)所表示的是一个 $J_1 + J_2$ 和在一起的刚体模型, 再加上一个 θ_2 对于 θ_1 的相对运动. 将式(7)和式(2)对比可知, 这种自由转子的挠性系统的模型就是

$$\frac{c_0}{s^2} + \frac{c_1}{s^2 + 2\zeta_1\omega_1 s + \omega_1^2}. \quad (9)$$

对于这种只考虑一次模态的近似模型(图3)来说, $c_1 = -c_0$ (见式(7)). 当包含高次模态时的一般的自由转子的挠性系统来说, 系统的模型将是

$$\frac{c_0}{s^2} + \sum_{i=1}^{\infty} \frac{c_i}{s^2 + 2\zeta_i\omega_i s + \omega_i^2}, \quad (10)$$

式中的第1项为刚体模型. 对于式(10)的一般的挠性系统来说, 如果在系统设计中忽略其高次模态而按一次模态来计算, 那么这时的 c_1 与 c_0 就不像式(9)那样简单的关系了. 这时如果 c_1 较大, 即系统的特性呈现明显的柔性, 将会对系统的设计带来更多的问題, 见下面的分析.

式(2)或式(10)的模型一般是有限元方法来建模的,或是用实验方法来测定,测定前几次模态的频率和阻尼比。

3 挠性系统的控制设计问题(Control design problems for flexible systems)

挠性系统的控制设计与具体的挠性系统的特性有关,从控制的角度来说,可以将挠性系统分为3类。第1类挠性系统是指轴系等传动机构,其模型如图3所示。这时式(6)中的 k 就是轴的扭转刚度,所以转轴的扭转谐振的频率是很高的,例如可高于200 Hz(视具体结构而定)。在一些小位移的精密传动机构中这个频率还可更高,例如计算机硬盘驱动器中读数臂的扭振的第1模态的频率约为4 kHz^[8]。控制系统设计中对这种传动机构的挠性一般不采取针对性的设计和补偿措施。因为这些轴系所属的产品一般都是批量产品(例如硬盘驱动器),如果要补偿的话,就需要对每一件产品进行测试和调试,这是不可能的。所以对于轴系的挠性,一般是按不确定性来处理的,设计时要使系统的开环特性在这一次模态的频率处有较大的衰减(大于20 dB)。例如对4 kHz的扭振频率来说,开环过0 dB线的穿越频率 f_c 就只能做到500 Hz^[8]。如果采用这种不激起谐振模态的带宽设计,设计时就可以只考虑刚性模态,即对象的名义特性可取为 $1/Js^2$ 。

第2类挠性系统是指桁架结构。桁架结构从外形上看似一个刚体,但刚度很低,很容易弯曲。航天器上为了减轻重量一般均采用桁架结构。图4所示就是一种结构的卫星姿态控制的示意图。设一光学仪器舱出于桁架结构的顶端,光学仪器的指向为所要控制的姿态。这一系统的特点是执行机构和传感器分别处于此挠性结构的两侧,即不是同侧配置的(not collocated),当只考虑其一次模态时,其动特性类似于图3所示的扭振特性。但是由于桁架结构的刚度 k 很低(见式(6)),故系统的固有频率很低,例如 $\omega_n = 1$ rad/s。这类系统的阻尼比很低,一般 $\zeta = 0.02$ 。常规设计,例如PD控制常无法使其稳定。

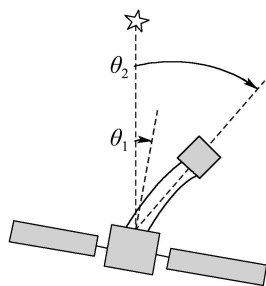


图4 卫星示意图

Fig. 4 A diagram for satellite

除了一类要控制其姿态(指向)的桁架结构,大型的空间结构由于阻尼太小很容易起振,这时也常要采用控制的手段来提高挠性模态的阻尼。虽然设计目的

不一样,但这类桁架系统设计时的问题都是一样的。图5所示就是这类空间结构的一个例子^[7]。

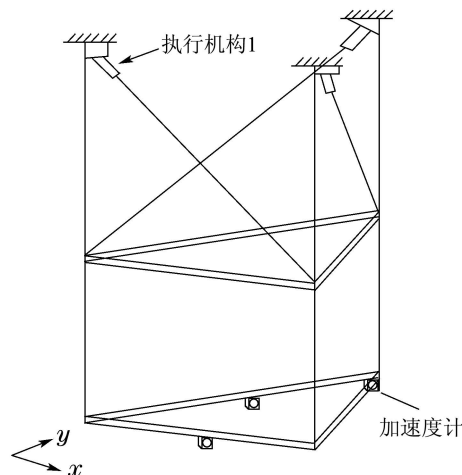


图5 空间结构

Fig. 5 Space structure

这类挠性系统一般来说均含有多次弱阻尼的谐振模态,而且各模态频率之间的差距也不大,表1所示是图5结构的模态数据^[9]。

表1 空间结构的各次模态
Table 1 Modes of the space structure

模态	固有频率/Hz	阻尼比	模态类型
1	1.17	0.018	x 向的一次弯曲模态
2	1.19	0.018	y 向的一次弯曲模态
3	2.26	0.010	一次扭转模态
4	2.66	0.016	x 向的二次弯曲模态
5	2.75	0.018	y 向的二次弯曲模态
6	4.43	0.009	二次弯曲模态

图6所示是这个空间结构的幅频特性。在同一平面的不同方向上共安放有3个传感器,即下端面的3个加速度计。图6所示是从执行机构1到这3个传感器的3条频率特性。

挠性系统由于模态较多且相距较近,高次模态常影响系统的稳定性,所以挠性系统设计时常以一次模态为主,而将高次模态作为未建模动态来处理。具体设计时就要求控制器的增益在一次模态频率后迅速衰减,这样的设计要求一般要靠 H_∞ 设计来实现,这里先来说明这个设计要求以及相关的控制问题。结合图6和表1的这个空间的例子来说,就要求控制器的增益在结构的一次弯曲模态频率后迅速衰减下来,即要求在1.2 Hz和2.2 Hz之间穿过0 dB线。图6中的粗实线就是 H_∞ 设计中对控制器加的权函数,对应于控制器增益的倒数,反映了控制器的设计要求。文献[10]中对挠性的磁轴承(AMB)系统的设计也是一个采用这种设计思想的实例。

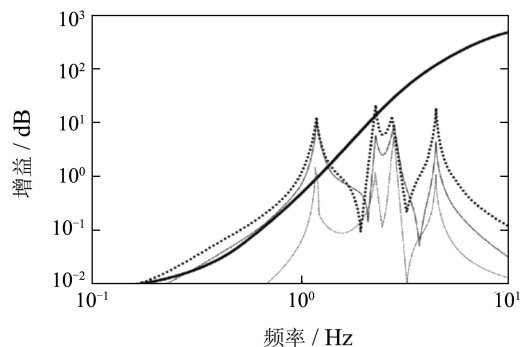


图6 挠性系统频率特性

Fig. 6 Frequency responses of the flexible system

根据上面的分析可以得出这类挠性系统的设计原则是, 尽量增大系统的增益以抑制干扰, 但控制器的增益在一次模态频率后要迅速衰减, 以免激发起系统中的高次谐振模态. 所以挠性系统设计时一般都以一次挠性模态为主, 系统的带宽则要尽可能宽, 但又不能超出一次模态的频率范围.

这种桁架结构的挠性系统, 当按一次模态来考虑时, 其模型就相当于图3所示的扭转谐振模型, 其传递函数如式(6)所示. 作为例子^[2], 设 $J_1 = 1$, $J_2 = 0.1$, $k = 0.091$, $d = 0.0036$, 则系统的传递函数为[见式(6)]

$$G(s) = \frac{0.036(s + 25)}{s^2(s^2 + 0.04s + 1)}. \quad (11)$$

此系统的一次模态的谐振频率 $\omega_1 = 1 \text{ rad/s}$, 阻尼比 $\zeta_1 = 0.02$. 图7所示为此系统的幅频特性, 其特点是有一个单峰, 在设计上控制器应具有陷波滤波器的特点.

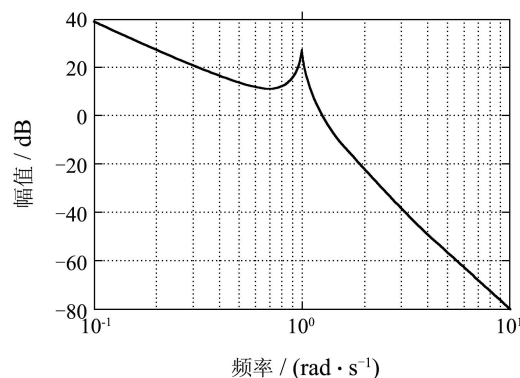


图7 卫星姿态系统的幅频特性

Fig. 7 Bode diagram of the satellite attitude system

第3类挠性系统是以太阳能电池帆板为代表薄板形挠性系统, 具有明显的挠性. 从数学模型来说[见式(10)], 一次模态的 c_1 明显大于刚性模态的 c_0 , 而且谐振模态的阻尼比 ζ_i 也较第2类挠性系统的阻尼要小, 一般为0.003或更小.

以具有两个太阳能帆板的卫星为例, 当只考虑一次模态加一刚性模态时, 系统的方程式为^[1]

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu + Bv, \\ y = Cx, \end{cases} \quad (12)$$

式中: u 是控制力矩($\text{N} \cdot \text{m}$), v 是扰动力矩, y 是可测量的滚转角(rad), 各相应的矩阵为

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -\omega_n^2 & 2\zeta_n\omega_n \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1.7319 \times 10^{-5} \\ 0 \\ 3.7859 \times 10^{-4} \end{bmatrix},$$

$$C = [1 \ 0 \ 1 \ 0],$$

式中: $\omega_n = 1.539 \text{ rad/s}$, $\zeta_n = 0.003$.

式(12)所对应的传递函数为

$$G(s) = \frac{1.7319 \times 10^{-5}}{s^2} + \frac{3.7859 \times 10^{-4}}{s^2 + 2\zeta_n\omega_n s + \omega_n^2}. \quad (13)$$

从式(13)可看到, 此对象的增益比较小, 控制设计时一般要增大系统的增益以抑制可能存在的各种扰动, 同时系统的带宽又不能超过一次模态所处的频率段. 图8就是式(13)乘上增益 $K = 10000$ 后的Bode图.

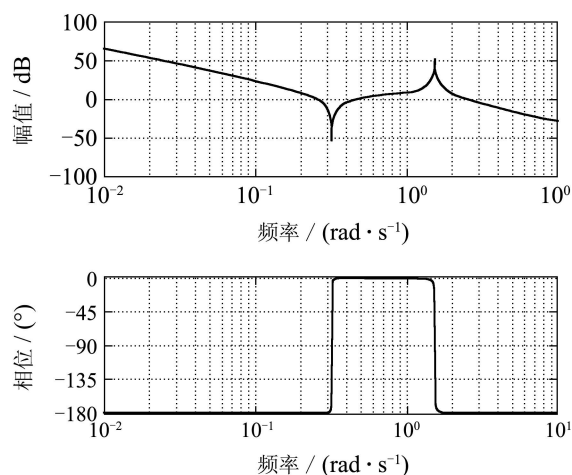


图8 挠性系统Bode图

Fig. 8 Bode diagram of the flexible system

从式(13)和图8可以看到, 由于刚体模态分量较小, 反映在低频段就是当 ω 过0.3 rad/s后系统的特性就过渡给一次挠性模态. 从设计的角度来说就是要求在幅频特性急剧下降的频段内保证系统的稳定性. 这就是这第3类挠性系统的设计难点.

除了太阳帆板外, 细长的杆形沿轴方向的弯曲变形也有类似特性, ζ 也会小于0.003, 例如磁轴承中轴的挠性模态^[10].

从上面对挠性系统控制问题的分析中可以知道, 挠性系统的控制设计难点主要反映在图8所示的第3类挠性系统上. 一般来说, H_∞ 控制理论对这3类挠性系统都是适用的, 不过 H_∞ 控制理论中的 H_∞ 回路成形法更适合处理图8所示的设计问题. 这是因为 H_∞ 回

路成形处理的恰恰是开环过0 dB线这一频率段的稳定性问题。

4 H_∞ 回路成形设计(H_∞ loop shaping design)

一般认为, H_∞ 回路成形已经是定型的设计方法, 既能保证系统的稳定性, 又具有鲁棒性, 而其互质因子摄动又可以易于描述弱阻尼模态的摄动^[4-5], 所以回路成形法可被用于弱阻尼挠性系统的设计。然而本文通过更为典型的薄板型挠性系统的 H_∞ 回路成形设计表明, 其互质因子摄动所对应的鲁棒性含义、设计系统的性能都不同于一般的 H_∞ 理论。

此外, 一般 H_∞ 控制设计中 H_∞ 范数就是系统的性能指标, 如在 H_∞ 状态反馈设计中 H_∞ 范数要求

$$\|T_{qw}\|_\infty < \gamma. \quad (14)$$

式(14)表示了扰动输入 w 到性能输出 q 的传递函数 T_{qw} 的 H_∞ 范数小于 γ , 这个 γ 就代表了系统的性能, 如系统的扰动抑制能力^[11]。而 H_∞ 回路成形设计中的 H_∞ 范数却不能表示系统的性能。

关于以上两点提法, 详见算例分析。

4.1 H_∞ 回路成形设计的基本思路(Basic ideas for H_∞ loop shaping design)

通常来说, 开环频率特性与闭环系统的稳态性能、动态性能(带宽)、噪声抑制性能等有着直接的关系, 所以频域法设计控制系统时是选取适当的校正, 使开环系统具有满意的频率特性。根据这一特点, 先按要求来指定系统的高频段和低频段的特性, 然后再设计控制器, 进而达到保证系统稳定性和鲁棒性的目的, 这是回路成形的基本思想。换句话说, 回路成形就是按照要求给出系统的开环传递函数, 这里的开环传递函数在英文术语中被称为回路传递函数(loop transfer function)。

在设计时对系统的低频段和高频段的要求或约束一般都是明确的, 这些要求或约束可以通过加入补偿(校正)环节来满足, 也称补偿环节的传递函数为权函数。这些权函数与对象的传递函数相乘得到的传递函数就具有要求的特性, 称为成形后的对象(shaped plant), 一般用 G_S 来表示:

$$G_S = W_2 G W_1. \quad (15)$$

式(15)中的 W_1 和 W_2 就是成形的加权函数阵。对多入多出系统来说, 传递函数相乘有左乘和右乘之分, 故两个补偿分别称为前补偿和后补偿。对 G_S 进行 H_∞ 设计得控制器 K_∞ , 而实际的控制器为 $K = W_1 K_\infty W_2$ 。

图9就是回路成形中 H_∞ 设计所用的系统。将互质因子不确定性单独列出来, 经过处理后有图10所示结构。

图10中 $F_l(P, K)$ 为不带摄动系统的传递函数阵。

进行 H_∞ 回路成形设计时设

$$\min_K \|F_l(P, K)\|_\infty = \gamma. \quad (16)$$

并设互质因子不确定性的范数为 ε , 即

$$\|\Delta\|_\infty = \left\| \begin{bmatrix} \Delta_N \\ \Delta_M \end{bmatrix} \right\|_\infty, \quad (17)$$

则根据小增益定理, $\|\Delta\|_\infty < \gamma^{-1}$ 系统就是鲁棒稳定的。

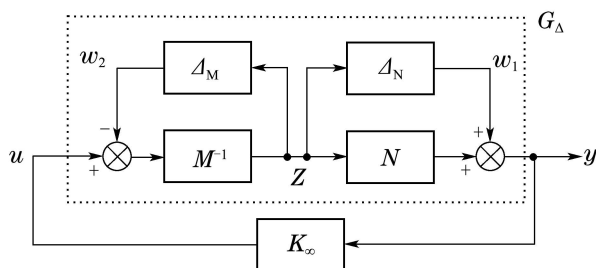


图9 互质因子不确定性的系统

Fig. 9 System with coprime factor uncertainties

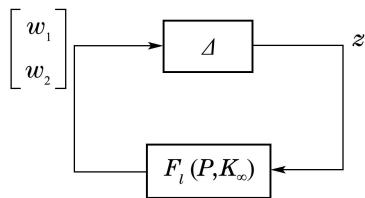


图10 鲁棒稳定性分析的框图

Fig. 10 Diagram for robust stability analysis

4.2 算例(Examples)

对象(13)是回路成形设计中一个经典的对象^[1, 12], 本文结合该对象的设计来提出对 H_∞ 回路成形设法的认识。

文献[1, 12]中均是根据一定的指标要求给出了成形对象的加权函数 W_c [见文献[12]中式(16)], 并利用MATLAB的hinfscyn函数进行 H_∞ 优化设计, 得到 H_∞ 控制器后与加权合并在一起得到最终的控制器。随着MATLAB 7.0.1版的推出, 鲁棒工具箱合并了原来的鲁棒控制工具箱、 μ 分析与综合工具箱与LMI工具箱, 推出了全新的版本。在新版本的工具箱中, 引入了新的不确定参数函数, 从而可以很容易表示不确定系统, 并进行设计各种鲁棒控制器, 其中loopsyn函数^[13]可以直接给出 H_∞ 回路成形法的控制器。本例为SISO系统, 权函数没有左乘和右乘之分, 可将 W_1 和 W_2 归在一起。先按照文献[1, 12]中加权的选择, 取合成的权函数为 W_1 :

$$W_1 = 10000 \frac{s + 0.4}{s}. \quad (18)$$

通过loopsyn命令可以直接得到最终的控制器, 得到的系统的 H_∞ 范数 γ_1 为2.4860。图11是反馈控制系统在 $0.3 \text{ N} \cdot \text{m}$ 阶跃扰动下的响应曲线。

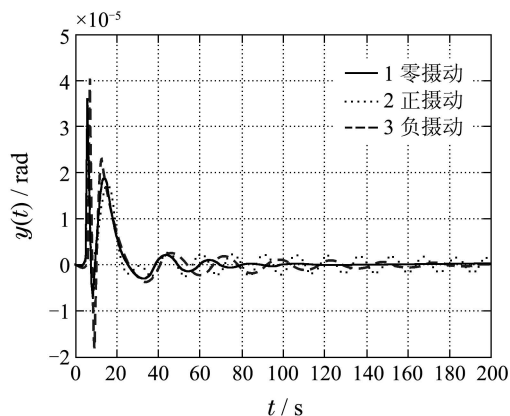


图 11 阶跃扰动下系统的响应曲线

Fig. 11 Time responses under step disturbance

图11中曲线1(实线)对应的是名义系统, 曲线2(点线)对应的是谐振频率 ω_1 正摄动14%, 曲线3(虚线)对应的是谐振频率 ω_1 负摄动14%. 从图上可知摄动14%, 系统达临近稳定状态, 为了讨论加权的影响, 现对加权做如下调整:

$$W_2 = 10000 \frac{s + 0.3}{s}. \quad (19)$$

此时的设计结果是

$$K_2(s) = \frac{22467(s + 0.3)(s^2 + 0.2719s + 0.03725)}{s(s + 4.417)(s + 0.3021)} \cdot \frac{(s^2 + 0.1585s + 1.033)}{(s^2 - 0.09572s + 0.1456)}, \quad (20)$$

$$\gamma_2 = 2.4603. \quad (21)$$

可以注意到, 利用loopsyn函数获得的控制器 $K_2(s)$ 已经包含有权函数式(19). 图12是式(20)这个控制器与式(13)的对象所构成的反馈控制系统在 $0.3 \text{ N} \cdot \text{m}$ 阶跃扰动下的响应曲线. 图11的曲线1~3与图12意义相同. 下一小节是关于这两个设计结果的讨论.

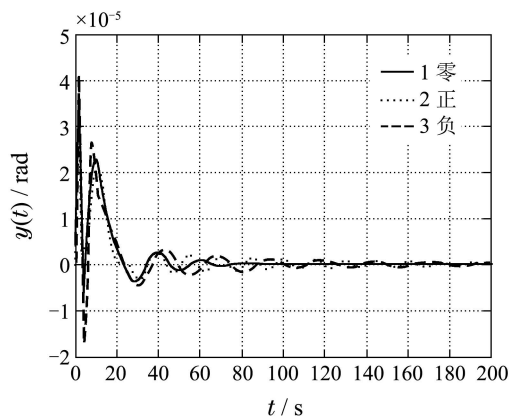


图 12 修改后的阶跃扰动下系统的响应曲线

Fig. 12 Modified time responses under step disturbance

4.3 关于 H_∞ 回路成形法(About the H_∞ loop shaping method)

1) H_∞ 回路成形设计的 H_∞ 范数.

当调整加权以后, 设计结果 $\gamma_2 < \gamma_1$, 在控制系统计算机辅助设计的loopsyn命令中, 将 γ 称之为成形精度, 是一个不小于1的值, 越接近于1表示成形越精确^[13]. 所以选择加权式(19)得到小的 γ_2 值的设计更好. 根据小增益定理可知, 系统的摄动对应的是 H_∞ 范数的倒数, 则 $\gamma_2^{-1} > \gamma_1^{-1}$. 对照图12和图11, 可以看出, H_∞ 范数即成形精度越小, 则设计完的系统所允许的摄动范围就大. 因此说, 实际上 H_∞ 回路成形设计中的 H_∞ 范数影响着系统稳定时所允许的摄动范围, 这不同于常规的 H_∞ 理论中 H_∞ 范数代表系统性能的概念(见式(14)). 此外还可看出, 可通过调整成形的加权来改善系统的稳定裕度, 即 H_∞ 范数的倒数.

2) H_∞ 回路成形设计的系统性能.

灵敏度函数的峰值是系统的一个重要性能指标^[14]. 图13为 H_∞ 回路成形设计后的灵敏度曲线.

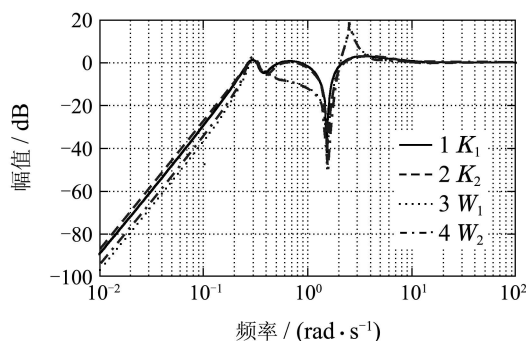


图 13 系统的灵敏度特性

Fig. 13 Sensitivity functions of the system

图13中曲线1对应 γ_1 的设计, 曲线2对应 γ_2 的设计. 曲线1和2对应的控制器是加权函数和 H_∞ 控制器合在一起的, 如果不考虑 H_∞ 控制器, 仅将加权函数作为控制作用, 这样得到的灵敏度特性如图13中的曲线3和曲线4所示. 若将曲线1和3对照、曲线2和4对照, 可以看出, 回路成形法设计的 H_∞ 控制器并不影响系统的性能(这里仅考虑低频上, 因为加权也仅是考虑了低频段). 所以说 H_∞ 回路成形设计的系统性能是由加权函数确定的. 而 H_∞ 控制器可保证谐振模态在稳定裕度范围内摄动时中频段是鲁棒稳定的. H_∞ 控制器的作用才是回路成形法解决薄板型挠性系统设计难点的关键.

3) H_∞ 回路成形设计的鲁棒性.

按一般 H_∞ 控制设计的观点, 给定摄动 Δ , H_∞ 设计后的系统对这个 Δ 就有鲁棒性, 而本文中的14%则是设计完成之后通过仿真分析才得到的摄动范围, 所以说 H_∞ 回路成形与一般 H_∞ 控制设计不同. 这是因为弱阻尼会增大互质因式摄动^[6], 所以设计完之后还需要仿真来分析设计后系统所允许的摄动范围, 进而判定弱阻尼挠性系统在采用 H_∞ 回路成形法设计时是否取得了较好的鲁棒性. 可见弱阻尼在挠性系统的回路成

形设计中具有很大的影响. 本文也正是借助于弱阻尼挠性系统的设计才得到了对回路成形法的一些新认识.

5 结论(Conclusions)

鉴于挠性系统的实例在控制算法上的广泛运用, 本文首先从控制设计的角度将其分为3类, 并给出了划分的具体依据, 说明了各自设计上的特点, 加深了对挠性系统控制设计的认识. 同时通过薄板型挠性系统来说明 H_∞ 回路成形设计的特殊性, 提出 H_∞ 回路成形设计中 H_∞ 范数表征的不是性能指标而是稳定裕度, 其性能则是由加权函数来决定的, 回路成形法设计的 H_∞ 控制器可保证在稳定裕度范围内的鲁棒稳定性. 其次对于弱阻尼挠性系统来说, H_∞ 回路成形的鲁棒性设计也不同于常规的概念, 而是当设计完成之后的分析才知道系统所允许的摄动范围. 希望本文对挠性系统的控制设计综述, 以及对回路成形法关于 H_∞ 范数等概念的新认识能为在挠性系统的控制设计中采用 H_∞ 回路成形法作出一些贡献.

参考文献(References):

- [1] MCFARLANE D C, GLOVER K. Robust controller design using normalized coprime factor plant descriptions [M] // *Lecture Notes in Control and Information Sciences*. New York: Springer-Verlag, 1989, 138.
- [2] FRANKLIN G F, POWELL J D, ABBAS E N. *Feedback Control of Dynamic Systems* [M]. 4th edition. Beijing: Pearson Education, 2003.
- [3] LU Yusheng. Internal model control of lightly damped systems subject to periodic exogenous signals [J]. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 2010, 18(3): 699 – 704.
- [4] MCFARLANE D C, GLOVER K. A Loop shaping design procedure using H_∞ synthesis [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1992, 37(6): 759 – 769.
- [5] GLOVER K, MCFARLANE D. Robust controller design using normalized coprime factor plant descriptions [M] // *Lecture Notes in Control and Information Sciences*. New York: Springer-Verlag, 1990.
- [6] 何朕, 孟范伟, 刘伟, 等. H_∞ 回路成形设计的鲁棒性 [J]. 自动化学报, 2010, 36(6): 890 – 893.
(HE Zhen, MENG Fanwei, LIU Wei, et al. Robustness of H_∞ loop shaping design [J]. *Acta Automatica Sinica*, 2010, 36(6): 890 – 893.)
- [7] FRANCIS B A. A course in H_∞ control theory [M] // *Lecture Notes in Control and Information Sciences*. New York: Springer-Verlag, 1987.
- [8] FRANKLIN G F, POWELL J D, WORKMAN M. *Digital Control of Dynamic Systems* [M]. 3rd edition. Beijing: Tsinghua University Press, 2001.
- [9] BALAS G J, DOYLE J C. Control of lightly damped, flexible modes in the controller crossover region [J]. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 1994, 17(2): 370 – 377.
- [10] BALINI H, SCHERER C W, WITTE J. Performance enhancement for AMB systems using unstable H_∞ controller crossovers [J]. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 2011, 19(6): 1479 – 1492.
- [11] 孟范伟, 何朕, 王毅, 等. 磁悬浮系统的 H_∞ 状态反馈设计 [J]. 电机与控制学报, 2009, 13(2): 282 – 286.
(MENG Fanwei, HE Zhen, WANG Yi, et al. H_∞ state feedback design of an electromagnetic suspension system [J]. *Electric Machines and Control*, 2009, 13(2): 282 – 286.)
- [12] 何朕, 姜晓明, 孟范伟, 等. H_∞ 回路成形中的 μ 综合法 [J]. 控制理论与应用, 2012, 29(3): 347 – 352.
(HE Zhen, JIANG Xiaoming, MENG Fanwei, et al. μ -synthesis in H_∞ loop-shaping design [J]. *Control Theory & Applications*, 2012, 29(3): 3470 – 352.)
- [13] 薛定宇. 控制系统计算机辅助设计——MATLAB语言与应用 [M]. 第2版. 北京: 清华大学出版社, 2005.
(XUE Dingyu. *Computer Aided Control Systems Design Using MATLAB Language* [M]. 2nd edition. Beijing: Tsinghua University Press, 2005)
- [14] 王广雄, 何朕. 应用 H_∞ 控制 [M]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学出版社, 2010.
(WANG Guangxiong, HE Zhen. *Applied H_∞ Control* [M]. Harbin: Harbin Institute of Technology Press, 2010.)

作者简介:

孟范伟 (1981–), 男, 博士研究生, 主要研究方向为 H_∞ 控制理论、控制系统的鲁棒设计, E-mail: heumfw@163.com;

何朕 (1972–), 女, 教授, 主要研究方向为 H_∞ 控制理论、控制系统的鲁棒设计, E-mail: hezhen@hit.edu.cn;

王广雄 (1933–), 男, 教授, 主要研究方向为 H_∞ 控制理论、控制系统的鲁棒设计, E-mail: gxwang@hit.edu.cn;

周获 (1969–), 男, 教授, 主要研究方向为非线性控制理论、非线性滤波理论, E-mail: zhoud@hope.hit.edu.cn.