DOI: 10.7641/CTA.2013.21172

多航天器相对轨道与姿态耦合分布式自适应协同控制

张海博[1,2†], 梅　杰[2,3], 马广富[2], 朱志斌[1]

(1. 北京控制工程研究所 空间智能控制技术国家级重点实验室, 北京 100190;

2. 哈尔滨工业大学 航天学院, 黑龙江 哈尔滨 150001;

3. 哈尔滨工业大学 深圳研究生院 机电工程与自动化学院, 广东 深圳 581055)

摘要: 基于一致性理论, 在有向通讯拓扑结构下对多航天器系统相对轨道及姿态的耦合协同控制问题进行了研究. 本文考虑近地航天器相对轨道的非线性方程以及用罗德里格参数描述的航天器姿态运动方程, 建立了考虑控制输入耦合的六自由度航天器运动模型. 在仅有部分跟随航天器可获取参考状态(记为领航航天器)的情形下, 针对航天器存在未建模动态以及外部环境干扰等问题, 提出了一种基于切比雪夫神经网络(Chebyshev neural networks, CNN)的自适应增益控制律, 使得各跟随航天器在轨道交会的同时姿态保持一致. 因为每个航天器上的控制算法仅依赖其自身及相邻航天器的信息, 因此控制算法是分布式的. 同时考虑到航天器之间的相对速度及相对角速度难以测量, 提出了无需相对速度及角速度信息的分布式自适应协同控制律使得各航天器保持一定的队形且具有期望的相对指向. 最后对6颗航天器的编队飞行进行了仿真分析, 仿真结果表明本文设计的分布式自适应协同控制律是有效可行的.

关键词: 多航天器系统; 姿轨耦合控制; 有向通讯拓扑; 切比雪夫神经网络; 自适应控制

中图分类号: TP273　　　**文献标识码**: A

Coupled-distributed-adaptive-coordinated control for relative orbit and attitude of multiple spacecrafts

ZHANG Hai-bo[1,2†], MEI Jie[2,3], MA Guang-fu[2], ZHU Zhi-bin[1]

(1. National Key Laboratory of Science and Technology on Space Intelligent Control,
Beijing Institute of Control Engineering, Beijing 100190, China;
2. School of Aeronautic, Harbin Institute of Technology, Harbin Heilongjiang 150001, China;
3. School of Mechanical Engineering and Automation, Shenzhen Graduate School,
Harbin Institute of Technology, Shenzhen Guangdong 581055, China)

Abstract: According to the consensus theory, the coupled-cooperative control for relative orbits and attitudes of a multi-spacecraft system is investigated under a directed communication topology. Considering the nonlinear equations for the relative orbits of near-earth spacecraft and the attitude motion equations in terms of the modified Rodriguez parameters (MRP), we build six-degrees-of-freedom (6DOF) motion equations with coupled control input and unknown nonlinearities and external disturbance. When the reference state (label of the leader spacecraft) is available only to a partial number of the follower spacecrafts, we develop an adaptive gain control algorithm based on Chebyshev neural networks, which can let a fleet of followers rendezvous at a point with the same attitude. The proposed distributed algorithm for each following spacecraft is only dependent on the information of itself and its neighboring spacecraft. Because the relative velocities and relative angular velocities among the follower spacecrafts are difficult to be measured, we propose a distributed-coupled-adaptive-control algorithm without using neighboring velocities and angular velocities, so that all follower spacecrafts maintain a desired formation and relative attitudes. Simulation results of the formation-flight of six spacecrafts are carried out to study the effectiveness of the proposed control scheme.

Key words: multiple spacecraft; coupled-control for relative position and attitude; directed communication topology; Chebyshev neural networks; adaptive control

1　引言(Introduction)

近年来, 多航天器编队飞行已成为非常有吸引力的研究领域, 代替大的单个航天器, 多个小航天器编队飞行具有许多优势[1]: 高分辨率, 低费用, 可重构, 鲁棒性高, 可覆盖更广阔的范围. 多航天器精确编队飞行可为天文学观测及侦察提供前所未有的高分辨

收稿日期: 2012−11−14; 收修改稿日期: 2013−05−14.
†通信作者. E-mail: zhanghaibo606@gmail.com; Tel.: +86 15657159192.
基金项目: 国家自然科学基金资助项目(61174200, 61273175); 重点实验室基金资助项目(9140C59021010HT05).

率图像, 其任务也面临许多技术挑战, 如多航天器精确编队飞行的姿态及位置协同保持控制. 随着生物系统和人工智能中网络和分布式控制的发展, 分布式控制在多航天器编队飞行中也得到了广泛的应用. 本文主要针对多航天器编队飞行的耦合控制问题, 设计分布式控制算法.

关于航天器编队飞行相对轨道控制的研究大多数是基于圆轨道的线性化模型, 最典型的动力学模型为 Hill-Chohessy-Wiltshire(HCW) 方程[2]. de Queiroz等[3]以非线性轨道动力学来描述航天器之间的相对运动, 参考轨道为圆轨道. Wang等[4]针对特殊任务要求设计了期望的轨道和姿态参考轨迹, 提出了轨道和姿态跟踪控制律. Kristiansen等[5]在无需相对速度测量的情况下设计输出反馈控制器. 早期涉及到姿轨耦合控制的航天器编队飞行多为在轨航天器的交会对接. Subbarao等[6]仅考虑控制指令耦合, 设计自适应控制律保证系统稳定. 卢伟等[7]同时考虑控制输入及控制指令的耦合, 在存在干扰的情形下设计控制律保证系统一致有界稳定. 上述文献均是主从结构形式的航天器编队飞行. 尽管主从结构很容易理解, 且应用比较方便, 但是它存在单点失败的可能, 另一方面领航航天器和跟随航天器之间没有信息交互, 当跟随航天器受到环境因素干扰时, 航天器编队队形很难保持, 因此具有局限性.

Beard等[8]和Ren等[9]基于虚拟结构方法, 提出分布式控制算法来保证多航天器保持一定的队形. 文献[8–9] 中考虑航天器轨道模型为二阶积分系统. Ahn等[10]建立了考虑控制输入耦合的6DOF动力学模型, 基于虚拟结构提出了新的鲁棒非线性控制算法, 在存在模型不确定性的情形下, 保证航天器编队机动时保持相同的队形, 且各航天器指向同一目标. Chung等[11]在环形通讯拓扑结构下, 利用非线性压缩理论研究了多航天器编队飞行的相对姿态和相对轨道控制问题. 在无向通讯拓扑结构下, 周稼康等[12]将文献[13]的基于一致性算法的控制策略扩展到多航天器相对轨道和相对姿态的协同控制问题中, 并给出了控制器参数的选择范围. 马广富等[14]在无向通讯拓扑下研究了多星相对轨道的分布式协同控制问题. Ren[15]在有向通讯拓扑结构下研究了多航天器相对姿态及相对轨道控制问题, 但是考虑的相对轨道模型为二阶积分系统. 除了文献[10], 上述其他文献均没有考虑姿态和轨道相互耦合的影响.

由于神经网络对任意的光滑函数具有良好的逼近能力, 所以其在自适应控制中得到了很好的应用[16]. Bae等[17]基于主从结构研究了航天器编队飞行控制, 提出了滑模控制与基于S型函数的神经网络自适应控制相结合的控制算法. 在仅部分智能体可获取参考状态的情形下, 当存在未建模动态以及干扰时, Chen等[18]针对由Euler-Lagrange方程描述的多智能体系统提出了神经网络自适应分布式控制律, 并证明系统跟踪误差可减小到任意值, 但控制律需要邻居的广义速度信息. 在同样的情形下, 梅杰等[19]设计了新的辅助变量, 提出了无需邻居速度信息的分布式自适应控制律. 特别地, 基函数为Chebyshev多项式的切比雪夫神经网络对非线性函数具有很强的逼近能力且计算量小[20], 已被应用到航天器的姿态控制中[21–22]. Zou等[21]针对单航天器姿态跟踪问题, 提出了基函数为切比雪夫多项式的神经网络自适应鲁棒控制律. 进一步, 在文献[22]中, Zou等解决了航天器有限时间姿态跟踪问题, 特别需要指出的是当自适应权值超过所估计的非线性项的界时, 作者巧妙的利用切换因子在神经网络自适应项和鲁棒控制项之间切换.

本文基于文献[19]设计辅助变量的思想, 考虑一般非线性相对轨道及姿态模型, 在存在环境干扰及未建模动态的情形下研究有向通讯拓扑结构下的多航天器姿轨耦合控制问题.

2 预备知识(Preliminaries)

2.1 图论相关知识(Graph topology)

本文假定各跟随航天器之间的信息交换为有向的, 即有向通讯拓扑. 关于图论的更多知识请读者查阅文献[23]. 设有向图$\mathcal{G}$由若干个顶点$\mathcal{V}$和若干个边$\mathcal{E}$组成. 顶点v_i表示第i个跟随航天器, $i=1,2,\cdots,n$. 边(v_i,v_j)表示跟随航天器j能够获取跟随航天器i的信息, 但是并不能表示跟随航天器i也可获取跟随航天器j的信息, 其中: v_i称之为父节点, v_j称之为子节点. 定义$\mathcal{A}=[a_{ij}]\in\mathbb{R}^{n\times n}$表示有向图的加权邻接矩阵, 如果$(v_j,v_i)\in\mathcal{E}$, 那么$a_{ij}>0$, 否则$a_{ij}=0$. 一般情况下, 假设节点自身之间没有连通性, 即$a_{ii}=0$. 有向路径是指有向图中边的一个序列. 如果有向图中含有一个没有父节点的特殊顶点(称之为根节点), 除了此根节点外, 其余每个节点均有且仅有一个父节点, 且存在根节点到其余任何节点的路径, 则称该有向图为有向树. 有向图的有向生成树为包含该有向图所有节点的有向树. 如果有向图存在一个为有向生成树的子图, 则称该有向图具有有向生成树. 定义有向图$\mathcal{G}$的Laplacian矩阵$\mathcal{L}=\mathcal{D}-\mathcal{A}$, 其中$\mathcal{D}=\mathrm{diag}\{d_1,\cdots,d_n\}$, $d_i=\sum\limits_{j=1}^{n}a_{ij}$. 对有向图而言, $\mathcal{L}$一般是不对称的.

引理 1[24] 有向图$\mathcal{G}$的Laplacian矩阵$\mathcal{L}$仅有一个零特征值当且仅当$\mathcal{G}$具有有向生成树.

2.2 航天器模型(Spacecraft model)

2.2.1 航天器姿态动力学模型(Spacecraft attitude dynamics model)

本文考虑n个航天器的姿态调节问题, 采用MRPs来描述航天器姿态, 第i个航天器的姿态运动学及动力

学方程为[25]

$$\dot{\boldsymbol{\sigma}}_i = G(\boldsymbol{\sigma}_i)\boldsymbol{\omega}_i, \tag{1a}$$

$$J_i\dot{\boldsymbol{\omega}}_i = -S(\boldsymbol{\omega}_i)J_i\boldsymbol{\omega}_i + \boldsymbol{\tau}_i + \boldsymbol{\tau}_{\mathrm{d}i}, \tag{1b}$$

其中: $\boldsymbol{\sigma}_i = \boldsymbol{e}_i \tan\dfrac{\phi}{4} = [\sigma_{i1}\ \ \sigma_{i2}\ \ \sigma_{i3}]^{\mathrm{T}} \in \mathbb{R}^{3\times1}$表示第$i$个航天器姿态, $\boldsymbol{\omega}_i = [\omega_{i1}\ \ \omega_{i2}\ \ \omega_{i3}]^{\mathrm{T}} \in \mathbb{R}^{3\times1}$为第$i$个航天器本体坐标系相对于参考坐标系的角速度在本体系中的投影, $J_i \in \mathbb{R}^{3\times3}$为正定对称的航天器转动惯量阵, $S(\boldsymbol{l})$定义为$\boldsymbol{l}\in\mathbb{R}^{3\times1}$的$3\times3$斜对称矩阵, $\boldsymbol{\tau}_i = [\tau_{i1}\ \ \tau_{i2}\ \ \tau_{i3}]^{\mathrm{T}} \in \mathbb{R}^{3\times1}$和$\boldsymbol{\tau}_{\mathrm{d}i} = [\tau_{\mathrm{d}i1}\ \ \tau_{\mathrm{d}i2}\ \ \tau_{\mathrm{d}i3}]^{\mathrm{T}} \in \mathbb{R}^{3\times1}$分别为作用于第$i$个航天器上的控制输入和环境干扰力矩在航天器本体系中的表示, 式(1a)中$G(\boldsymbol{\sigma}_i) = \dfrac{1}{2}[\dfrac{1-\|\boldsymbol{\sigma}_i\|^2}{2}I_3 + S(\boldsymbol{\sigma}_i) + \boldsymbol{\sigma}_i\boldsymbol{\sigma}_i^{\mathrm{T}}]$, $\|\cdot\|$表示向量的2范数, I_3为3×3的单位阵.

注 1 MRPs 描述的姿态方向在$\phi = 2\pi$时发生奇异. 定义MRPs的映射集为$\boldsymbol{\sigma}_i^s = -\dfrac{\boldsymbol{\sigma}_i}{\boldsymbol{\sigma}_i^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\sigma}_i}$, 通过在$\boldsymbol{\sigma}_i$和$\boldsymbol{\sigma}_i^s$之间切换可以无奇异的描述任何旋转. 一般情况下, 选择$\boldsymbol{\sigma}_i^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\sigma}_i = 1$作为切换条件, 这样可以确保$\boldsymbol{\sigma}_i$或$\boldsymbol{\sigma}_i^s$的模值不超过1, 而且还可以避免奇异[26], 进一步可以得到$G(\boldsymbol{\sigma}_i)$的模值不大于1/2.

将式(1a)和式(1b)经过一系列的变换, 得到Euler-Lagrange形式的航天器运动方程[27]

$$M_i^{\sigma}(\boldsymbol{\sigma}_i)\ddot{\boldsymbol{\sigma}}_i + C_i^{\sigma}(\dot{\boldsymbol{\sigma}}_i,\ \boldsymbol{\sigma}_i)\dot{\boldsymbol{\sigma}}_i = G^{-\mathrm{T}}(\boldsymbol{\sigma}_i)(\boldsymbol{\tau}_i + \boldsymbol{\tau}_{\mathrm{d}i}), \tag{2}$$

其中:

$$\begin{aligned}
&M_i^{\sigma}(\boldsymbol{\sigma}_i) \triangleq G^{-\mathrm{T}}(\boldsymbol{\sigma}_i)J_iG^{-1}(\boldsymbol{\sigma}_i),\\
&C_i^{\sigma}(\dot{\boldsymbol{\sigma}}_i,\ \boldsymbol{\sigma}_i) \triangleq\\
&-G^{-\mathrm{T}}(\boldsymbol{\sigma}_i)J_iG^{-1}(\boldsymbol{\sigma}_i)\dot{G}(\boldsymbol{\sigma}_i)G^{-1}(\boldsymbol{\sigma}_i) -\\
&G^{-\mathrm{T}}(\boldsymbol{\sigma}_i)S(J_iG^{-1}(\boldsymbol{\sigma}_i)\dot{\boldsymbol{\sigma}}_i)G^{-1}(\boldsymbol{\sigma}_i),
\end{aligned}$$

注意到$M_i^{\sigma}(\boldsymbol{\sigma}_i)$为对称正定矩阵.

2.2.2 航天器相对轨道动力学模型(Spacecraft relative orbital dynamics model)

多航天器相对运动坐标系如图1所示.

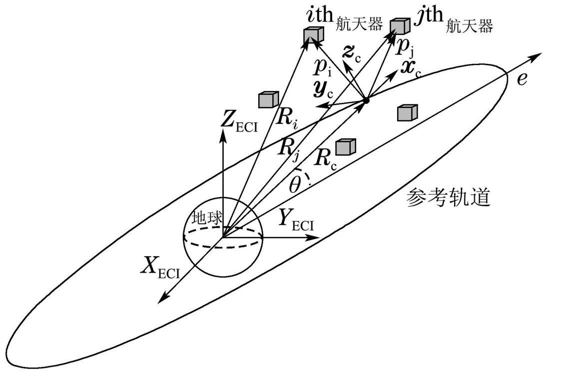

图 1 多航天器相对运动坐标系

Fig. 1 Relative motion coordinate frame of multi-spacecraft

定义当地垂直当地水平(local vertical local horizontal, LVLH)参考坐标系, 其中$\boldsymbol{x}_{\mathrm{c}}$为参考轨道矢径的方向, $\boldsymbol{z}_{\mathrm{c}}$为垂直于参考轨道轨道面的方向, $\boldsymbol{y}_{\mathrm{c}}$与$\boldsymbol{z}_{\mathrm{c}}$, $\boldsymbol{x}_{\mathrm{c}}$满足右手坐标系. 在LVLH参考坐标系中, 第$i$个航天器与参考点之间的相对运动方程描述为[6]

$$\ddot{x}_i = 2\dot{\theta}\dot{y}_i + \ddot{\theta}y_i + \dot{\theta}^2x_i - \frac{\mu(x_i+R_{\mathrm{c}})}{R_i} + \frac{\mu}{R_{\mathrm{c}}^2} + \frac{1}{m_i}(f_{\mathrm{x}i} + f_{\mathrm{dx}i}), \tag{3a}$$

$$\ddot{y}_i = -2\dot{\theta}\dot{x}_i - \ddot{\theta}x_i + \dot{\theta}^2y_i - \frac{\mu y_i}{R_i} + \frac{1}{m_i}(f_{\mathrm{y}i} + f_{\mathrm{dy}i}), \tag{3b}$$

$$\ddot{z}_i = -\frac{\mu z_i}{R_i} + \frac{1}{m_i}(f_{\mathrm{z}i} + f_{\mathrm{dz}i}), \tag{3c}$$

其中: $\boldsymbol{\rho}_i = [x_i\ \ y_i\ \ z_i]^{\mathrm{T}} \in \mathbb{R}^{3\times1}$为第$i$个航天器相对于参考点的位置矢量, $\boldsymbol{F}_i = [f_{\mathrm{x}i}\ \ f_{\mathrm{y}i}\ \ f_{\mathrm{z}i}]^{\mathrm{T}} \in \mathbb{R}^{3\times1}$为施加在第$i$个航天器上的控制力, $\boldsymbol{F}_{\mathrm{d}i} = [f_{\mathrm{dx}i}\ \ f_{\mathrm{dy}i}\ \ f_{\mathrm{dz}i}]^{\mathrm{T}} \in \mathbb{R}^{3\times1}$为作用在第$i$个航天器上的环境干扰力, m_i为第i个航天器的质量, μ, R_{c}和θ分别为地球引力常数, 参考点到地心的距离和参考轨道的真近点角, $R_i = \sqrt{[(R_{\mathrm{c}}+x_i)^2 + y_i^2 + z_i^2]^3}$为航天器$i$到地心的距离.

将式(3a)–(3c)写成Euler-Lagrange的形式为

$$M_i^{\rho}\ddot{\boldsymbol{\rho}}_i + C_i^{\rho}\dot{\boldsymbol{\rho}}_i + \boldsymbol{g}_i^{\rho}(\boldsymbol{\rho}_i) = \boldsymbol{F}_i + \boldsymbol{F}_{\mathrm{d}i}, \tag{4}$$

其中:

$$M_i^{\rho} = m_iI_3,\ C_i^{\rho} = 2m_i\begin{bmatrix}0 & -\dot{\theta} & 0\\ \dot{\theta} & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0\end{bmatrix},$$

$$\boldsymbol{g}_i^{\rho}(\boldsymbol{\rho}_i) = m_i\begin{bmatrix}-\ddot{\theta}y_i - \dot{\theta}^2x_i + \dfrac{\mu(x_i+R_{\mathrm{c}})}{R_i} - \dfrac{\mu}{R_{\mathrm{c}}^2}\\ \ddot{\theta}x_i - \dot{\theta}^2y_i + \dfrac{\mu y_i}{R_i}\\ \dfrac{\mu z_i}{R_i}\end{bmatrix}.$$

2.2.3 航天器耦合6DOF模型(Spacecraft coupled 6DOF model)

定义状态变量$\boldsymbol{p}_i = [\boldsymbol{\sigma}_i^{\mathrm{T}}\ \ \boldsymbol{\rho}_i^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}} \in \mathbb{R}^{6\times1}$, 结合式(2)和(4), 得到航天器非耦合6DOF模型为

$$M_i(\cdot)\ddot{\boldsymbol{p}}_i + C_i(\cdot)\dot{\boldsymbol{p}}_i + \boldsymbol{g}_i(\cdot) + \boldsymbol{\Gamma}_i = B_i\boldsymbol{u}_i, \tag{5}$$

其中:

$$\boldsymbol{u}_i = [\boldsymbol{\tau}_i^{\mathrm{T}}\ \ \boldsymbol{F}_i^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}} \in \mathbb{R}^{6\times1},\ M_i(\cdot) = \begin{bmatrix}M_i^{\sigma}(\boldsymbol{\sigma}_i) & 0_3\\ 0_3 & M_i^{\rho}\end{bmatrix},$$

$$\boldsymbol{g}_i(\cdot) = \begin{bmatrix}\boldsymbol{0}_{3\times1}\\ \boldsymbol{g}_i^{\rho}(\boldsymbol{\rho}_i)\end{bmatrix},\ C_i(\cdot) = \begin{bmatrix}C_i^{\sigma}(\dot{\boldsymbol{\sigma}}_i, \boldsymbol{\sigma}_i) & 0_3\\ 0_3 & C_i^{\rho}\end{bmatrix},$$

$$\boldsymbol{\Gamma}_i = \begin{bmatrix}-G^{-\mathrm{T}}(\boldsymbol{\sigma}_i)\boldsymbol{\tau}_{\mathrm{d}i}\\ -\boldsymbol{F}_{\mathrm{d}i}^{\mathrm{T}}\end{bmatrix},\ B_i = \begin{bmatrix}G^{-\mathrm{T}}(\boldsymbol{\sigma}_i) & 0_3\\ 0_3 & I_3\end{bmatrix}.$$

上述Euler-Lagrange方程具有如下的性质[28].

性质 1 矩阵$M_i(\cdot)$为对称正定阵.

性质 2 矩阵$\dot{M}_i(\cdot) - 2C_i(\cdot)$为斜对称阵, 即

$$\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}[\dot{M}_i(\cdot) - 2C_i(\cdot)]\boldsymbol{x} = 0,\ \forall \boldsymbol{x} \in \mathbb{R}^6.$$

接下来推导给出考虑控制输入耦合的航天器

6DOF模型.

本文执行机构选用推力器, 并考虑全驱动推力器分配, 即推力器可提供任意方向的力和力矩.

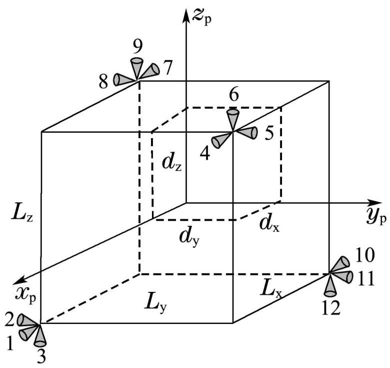

图 2 推力器安装构型

Fig. 2 Thruster layout

假设每个航天器上安装12个推力器, 依次记为1, 2, $\cdots$, 12, 推力器配置如图2所示[29]. 针对此结构, 定义推力器的安装矩阵$B_{\mathrm{b}i}$如式(6)所示, 其中$d_l(l=x, y, z)$表示推力器相对于航天器质心的力臂.

注 2 文中安装矩阵仅从理论的观点给出, 实际中推力器安装位置及方向误差、不同推力器间相对于标称值的微小偏差以及航天器质心的变化都看作系统引入不期望的干扰力和干扰力矩.

注意到推力器产生的力沿着航天器的本体坐标轴的方向, 记为

$$\boldsymbol{u}_{\mathrm{f}i} = [f_1\ \ f_2\ \ \cdots\ \ f_{12}]^{\mathrm{T}} \in \mathbb{R}^{12\times 1},$$

对相对轨道动力学方程而言, 需要的力沿着LVLH坐标系, 因此这里需要将$\boldsymbol{u}_{\mathrm{f}i}$转换到LVLH坐标系下:

$$B_{\mathrm{b}i} = \begin{bmatrix} 0 & d_{\mathrm{z}} & -d_{\mathrm{y}} & 0 & d_{\mathrm{z}} & -d_{\mathrm{y}} & 0 & -d_{\mathrm{z}} & d_{\mathrm{y}} & 0 & -d_{\mathrm{z}} & d_{\mathrm{y}} \\ d_{\mathrm{z}} & 0 & -d_{\mathrm{x}} & -d_{\mathrm{z}} & 0 & d_{\mathrm{x}} & d_{\mathrm{z}} & 0 & -d_{\mathrm{x}} & -d_{\mathrm{z}} & 0 & d_{\mathrm{x}} \\ -d_{\mathrm{y}} & d_{\mathrm{x}} & 0 & d_{\mathrm{y}} & -d_{\mathrm{x}} & 0 & d_{\mathrm{y}} & -d_{\mathrm{x}} & 0 & -d_{\mathrm{y}} & d_{\mathrm{x}} & 0 \\ -1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \tag{6}$$

$$\boldsymbol{u}_i = \begin{bmatrix} I_3 & 0_3 \\ 0_3 & A_{\mathrm{LB}} \end{bmatrix} B_{\mathrm{b}i}\boldsymbol{u}_{\mathrm{f}i} = B_{\mathrm{a}i}B_{\mathrm{b}i}\boldsymbol{u}_{\mathrm{f}i}, \tag{7}$$

其中: A_{LB}表示航天器本体系到LVLH坐标系的转换矩阵, $\mathbf{0}_3$表示3×3的零阵.

最后结合式(5)和式(7), 得到航天器相对轨道与姿态相互耦合的6DOF模型为

$$M_i(\cdot)_i + C_i(\cdot)\dot{\boldsymbol{p}}_i + \boldsymbol{g}_i(\cdot) + \boldsymbol{\varGamma}_i = \varPi_i\boldsymbol{u}_{\mathrm{f}i}, \tag{8}$$

其中$\varPi_i = B_iB_{\mathrm{a}i}B_{\mathrm{b}i}$.

注 3 姿态转换矩阵A_{LB}将航天器的相对轨道控制与姿态相互耦合在一起, 即耦合由轨道推力器的控制输入引起.

2.3 切比雪夫神经网络(Chebyshev neural network (CNN))

本文的神经网络结构采用基于Chebyshev多项式的单层Chebyshev神经网络, 其函数连接网络由一组正交的Chebyshev多项式组成, 此多项式可由下述两项递推公式给出[20]:

$$T_{i+1}(x) = 2xT_i(x) - T_{i-1}(x),\ T_0(x) = 1, \tag{9}$$

其中: $x\in\mathbb{R}$, $T_1(x)$有多种形式, 本文中选择$T_1(x) = x$. 定义$\boldsymbol{X} = [x_1\ \ x_2\ \ \cdots\ \ x_m]^{\mathrm{T}} \in \mathbb{R}^{m\times 1}$, 则Chebyshev多项式为

$$\begin{aligned}\boldsymbol{\vartheta}(\boldsymbol{X}) = [1\ \ T_1(x_1)\ \ \cdots\ \ T_n(x_1)\ \ \cdots \\ T_1(x_m)\ \ \cdots\ \ T_n(x_m)]^{\mathrm{T}},\end{aligned} \tag{10}$$

其中: $T_i(x_j)(i=1,\cdots,n,\ j=1,\cdots,m)$代表一组Chebyshev多项式, n为Chebyshev多项式的阶, $\boldsymbol{\vartheta}(\boldsymbol{X}) \in \mathbb{R}^{(nm+1)\times 1}$称之为Chebyshev多项式的基函数.

基于CNN的逼近特性, 任一连续的非线性函数$\boldsymbol{f}_{\mathrm{N}}(\boldsymbol{X}) \in \mathbb{R}^{n\times 1}$都可由CNN逼近, 即

$$\boldsymbol{f}_{\mathrm{N}}(\boldsymbol{X}) = W^{*\mathrm{T}}\boldsymbol{\vartheta}(\boldsymbol{X}) + \boldsymbol{\varepsilon}_{\mathrm{f}}, \tag{11}$$

其中: $W^* \in \mathbb{R}^{(nm+1)\times n}$为CNN的最优权重矩阵, $\boldsymbol{\varepsilon}_{\mathrm{f}} \in \mathbb{R}^{n\times 1}$为CNN的逼近误差.

切比雪夫神经网络逼近的结构图如图3所示.

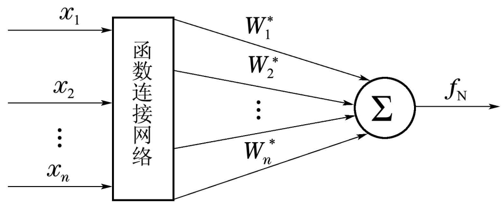

图 3 CNN结构图

Fig. 3 Structure of Chebyshev neural networks

2.4 定义及假设(Definitions and hypothesis)

定义 1[30] L_2干扰抑制问题指的是设计控制输入$\boldsymbol{u}$, 使得系统的增益尽可能小, 同时保证干扰为零时闭环系统渐近稳定, 可等价为求解一个基于Lyapunov稳定性理论的耗散不等式问题, 即

$$J_{\mathrm{R}} = \dot{V} - \frac{1}{2}(\gamma^2\|\boldsymbol{d}\|^2 - \|\boldsymbol{z}\|^2) \leqslant 0, \tag{12}$$

其中: γ称为干扰抑制水平因子, $\boldsymbol{d}$表示系统的干扰信号, $\boldsymbol{z}$表示系统的评价信号.

引理 2 设$V(x,t)$是任意给定的连续时间系统的Lyapunov函数, 若$V(x,t)$满足$\dot{V}(x,t)\leqslant-\gamma V(x,t)+C$, 其中$\gamma, C$为正常数, 则系统是全局一致最终有界稳定的.

定义 2[31] 矩阵A的Frobenius范数定义为

$$\|A\|_{\mathrm{F}}^2=\sum_{ij}|a_{ij}|^2=\mathrm{tr}(A^{\mathrm{T}}A), \tag{13}$$

其中$\mathrm{tr}(\cdot)$为矩阵的迹.

对于系统(8), 控制律设计基于如下假设条件:

假设 1 CNN的最优权值矩阵是有界的, 即$\mathrm{tr}(W^{*\mathrm{T}}W^*)\leqslant W_{\mathrm{M}}$, 其中$W_{\mathrm{M}}$为正常数.

假设 2 CNN的逼近误差是有界的, 即$\|\boldsymbol{\varepsilon}_{\mathrm{f}}\|\leqslant\varepsilon_N$, 其中$\varepsilon_N$为正常数.

假设 3 系统的干扰(包括空间环境干扰等)是有界的, 即$\|\boldsymbol{\Gamma}_i\|\leqslant\Gamma_{i\max}$, 其中$\Gamma_{i\max}$为正常数.

3 多航天器轨道交会及姿态指向一致的分布式协同控制(Orbit rendezvous and attitude common pointing distributed coordinate control of multiple spacecraft)

本小节中, 假定编队队形中有n个跟随航天器和一个虚拟领航航天器(参考状态的表现形式), 且仅有部分跟随航天器能够获取领航航天器的状态. 控制目标为在存在环境干扰及未建模动态的情况下设计仅依赖航天器自身及其相邻航天器信息的分布式控制律, 使各航天器实现轨道交会且姿态达到一致.

考虑在编队队形中引入虚拟领航航天器, 记领航航天器为0, 则跟随航天器之间以及与领航航天器之间的通讯拓扑记为图$\bar{\mathcal{G}}$. 若跟随航天器可获取领航航天器的信息, 则$a_{i0}>0$, 否则$a_{i0}=0$. 由于领航航天器不可获取跟随航天器的信息, 因此$a_{0i}=0$. 假定领航航天器到任意跟随航天器都有有向路径, 则图$\bar{\mathcal{G}}$具有有向生成树, 注意到图$\bar{\mathcal{G}}$的Laplacian矩阵为

$$\bar{\mathcal{L}}=\begin{bmatrix}0 & 0_n^{\mathrm{T}}\\ -a_{i0} & H\end{bmatrix}, \tag{14}$$

其中$H=\mathcal{L}+\mathrm{diag}\{a_{10},\cdots,a_{n0}\}$. 由引理1及Gersgorin圆盘定理可知, H的所有特征值实部均大于零[19].

根据滑模变量的思想[32], 设计如下辅助变量:

$$\dot{\boldsymbol{p}}_{\mathrm{r}i}=-\alpha\sum_{j=0}^{n}a_{ij}(\boldsymbol{p}_i-\boldsymbol{p}_j), \tag{15a}$$

$$\boldsymbol{s}_i=\dot{\boldsymbol{p}}_i-\dot{\boldsymbol{p}}_{\mathrm{r}i}=\dot{\boldsymbol{p}}_i+\alpha\sum_{j=0}^{n}a_{ij}(\boldsymbol{p}_i-\boldsymbol{p}_j). \tag{15b}$$

对式(15b)求导, 并代入式(8)中得系统误差动力学方程为

$$\begin{aligned}&M_i(\cdot)\dot{\boldsymbol{s}}_i+C_i(\cdot)\boldsymbol{s}_i+M_i(\cdot)\ddot{\boldsymbol{p}}_{\mathrm{r}i}+\\&C_i(\cdot)\dot{\boldsymbol{p}}_{\mathrm{r}i}+\boldsymbol{g}_i(\cdot)+\boldsymbol{\Gamma}_i=\Pi_i\boldsymbol{u}_{\mathrm{f}i}.\end{aligned} \tag{16}$$

令$\boldsymbol{f}_{Ni}(\dot{\boldsymbol{\sigma}}_i,\boldsymbol{\sigma}_i,\boldsymbol{\rho}_i,\ddot{\boldsymbol{p}}_{\mathrm{r}i},\dot{\boldsymbol{p}}_{\mathrm{r}i})=-M_i(\cdot)\ddot{\boldsymbol{p}}_{\mathrm{r}i}-C_i(\cdot)\dot{\boldsymbol{p}}_{\mathrm{r}i}-\boldsymbol{g}_i(\cdot)$为系统的非线性项, 对于跟随航天器$i$, 采用CNN来估计$\boldsymbol{f}_{Ni}(\cdot)$, 则$\boldsymbol{f}_{Ni}=W_i^{*\mathrm{T}}\boldsymbol{\vartheta}_i(\dot{\boldsymbol{\sigma}}_i,\boldsymbol{\sigma}_i,\boldsymbol{\rho}_i,\ddot{\boldsymbol{p}}_{\mathrm{r}i},\dot{\boldsymbol{p}}_{\mathrm{r}i})+\boldsymbol{\varepsilon}_{\mathrm{f}i}$, $\boldsymbol{\varepsilon}_{\mathrm{f}i}$为非线性函数逼近误差, 则式(16)可改写为

$$M_i(\cdot)\dot{\boldsymbol{s}}_i+C_i(\cdot)\boldsymbol{s}_i-W_i^{*\mathrm{T}}\boldsymbol{\vartheta}_i(\cdot)-\boldsymbol{\varepsilon}_{\mathrm{f}i}+\boldsymbol{\Gamma}_i=\Pi_i\boldsymbol{u}_{\mathrm{f}i}. \tag{17}$$

令$\dot{\boldsymbol{s}},\boldsymbol{s},\boldsymbol{\vartheta}(\cdot),\boldsymbol{\varepsilon}_{\mathrm{f}},\boldsymbol{\Gamma},\boldsymbol{u}_{\mathrm{f}}$分别为$\dot{\boldsymbol{s}}_i,\boldsymbol{s}_i,\boldsymbol{\vartheta}_i(\cdot),\boldsymbol{\varepsilon}_{\mathrm{f}i},\boldsymbol{\Gamma}_i,\boldsymbol{u}_{\mathrm{f}i}$拼成的列向量, 定义

$$\begin{aligned}&M(\cdot)=\mathrm{diag}\{M_1(\cdot),\cdots,M_n(\cdot)\},\\&C(\cdot)=\mathrm{diag}\{C_1(\cdot),\cdots,C_n(\cdot)\},\\&W^{*\mathrm{T}}=\mathrm{diag}\{W_1^{*\mathrm{T}},\cdots,W_n^{*\mathrm{T}}\},\end{aligned}$$

以及$\Pi=\mathrm{diag}\{\Pi_1,\cdots,\Pi_n\}$, 则式(17)写成向量的形式为

$$M(\cdot)\dot{\boldsymbol{s}}+C(\cdot)\boldsymbol{s}-W^{*\mathrm{T}}\boldsymbol{\vartheta}(\cdot)-\boldsymbol{\varepsilon}_{\mathrm{f}}+\boldsymbol{\Gamma}=\Pi\boldsymbol{u}_{\mathrm{f}}. \tag{18}$$

同理, 将式(15b)写成向量的形式得$\boldsymbol{s}=\dot{\boldsymbol{p}}+\alpha(H\otimes I_6)(\boldsymbol{p}-1_n\otimes\boldsymbol{p}_0)$, 定义系统一致性误差向量为$\bar{\boldsymbol{p}}=\boldsymbol{p}-1_n\otimes\boldsymbol{p}_0$, 则有

$$\dot{\bar{\boldsymbol{p}}}=-\alpha(H\otimes I_6)\bar{\boldsymbol{p}}+\boldsymbol{s}. \tag{19}$$

注意到由于控制目标为各航天器交会于一固定点, 且姿态指向固定方向, 所以有$\dot{\boldsymbol{p}}_0=0$, 因此$\dot{\bar{\boldsymbol{p}}}=\dot{\boldsymbol{p}}$.

对第i个航天器给出如下的分布式控制算法及神经网络权值自学习更新律

$$\begin{aligned}\boldsymbol{u}_{\mathrm{f}i}=\ &\Pi_i^{\dagger}[-K_i\boldsymbol{s}_i-\frac{1}{2\gamma^2}\boldsymbol{s}_i-\varrho(t)\hat{W}_i^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\vartheta}_i(\cdot)-\\&[1-\varrho(t)]\boldsymbol{\Phi}_i],\end{aligned} \tag{20a}$$

$$\dot{\hat{W}}_i=\varrho(t)\zeta[\boldsymbol{\vartheta}_i(\cdot)\boldsymbol{s}_i^{\mathrm{T}}-\eta\hat{W}_i], \tag{20b}$$

式中: $\Pi_i^{\dagger}$为矩阵Π_i的伪逆, 这里选择伪逆解为$\Pi_i^{\dagger}=\Pi_i^{\mathrm{T}}(\Pi_i\Pi_i^{\mathrm{T}})^{-1}$, 由于本文中考虑实际的推力器安装矩阵, 所以矩阵Π_i的伪逆总存在, K_i为对称正定矩阵, $\gamma>0$, $\zeta>0$, $\eta>0$为设计参数, $\hat{W}_i$为最优权重矩阵W_i^*的估计值. 式(20a)中第1项为系统PD反馈项, 第2项为干扰抑制项, 第3项为神经网络自适应项, 用来补偿系统的未建模动态和模型不确定性等系统不确定项, 第4项为鲁棒控制项, 其中$\boldsymbol{\Phi}_i\in\mathbb{R}^6$, 定义[21]

$$\Phi_{im}=\kappa\tan(\frac{6\beta\kappa s_{im}}{\epsilon}),\ \beta=0.2785, \tag{21}$$

其中: $m=1,2,\cdots,6$, κ满足$\kappa\geqslant f_{\mathrm{M}}$, 且$\epsilon$为任意有界正常数. 其中$\boldsymbol{\Phi}_i$满足如下条件:

$$\begin{aligned}&\boldsymbol{s}_i^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\Phi}_i \geqslant 0,\\&\kappa\|\boldsymbol{s}_i\| - \boldsymbol{s}_i^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\Phi}_i \leqslant \epsilon.\end{aligned} \tag{22}$$

式(20b)为神经网络自适应学习律, $\varrho(t)$为神经网络自适应项和鲁棒控制项的切换因子, 其形式由下式给出:

$$\varrho(t) = \begin{cases}0,\ \|\hat{W}_i^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\vartheta}_i\| > f_{\mathrm{M}},\\1,\ \|\hat{W}_i^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\vartheta}_i\| \leqslant f_{\mathrm{M}},\end{cases} \tag{23}$$

其中f_{M}为正常数, 保证CNN的逼近误差不超过f_{M}, 注意到$\boldsymbol{s}_i, \boldsymbol{\vartheta}_i, \boldsymbol{\Phi}_i$都只依赖航天器自身和其相邻航天器的信息, 因此控制律(20)是分布式的.

将控制律(20a)写成向量的形式可得

$$\begin{aligned}\boldsymbol{u}_{\mathrm{f}} = \mathit{\Pi}^{\dagger}[&-K\boldsymbol{s} - \frac{1}{2\gamma^2}\boldsymbol{s} - \varrho(t)\hat{W}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\vartheta}(\cdot) -\\&[1-\varrho(t)]\boldsymbol{\Phi}],\end{aligned} \tag{24}$$

其中: $\mathit{\Pi}^{\dagger} = \mathrm{diag}\{\mathit{\Pi}_1^{\dagger}, \cdots, \mathit{\Pi}_n^{\dagger}\}$, $K = \mathrm{diag}\{K_1, \cdots, K_n\}$, $\hat{W}$和$\boldsymbol{\Phi}$分别为$\hat{W}_i$和$\boldsymbol{\Phi}_i$拼成的列向量. 记$\boldsymbol{f}_N$为$\boldsymbol{f}_{Ni}$拼成的列向量, 结合$W^{*\mathrm{T}}\boldsymbol{\vartheta}(\cdot) = \boldsymbol{f}_N - \boldsymbol{\varepsilon}_{\mathrm{f}}$, 将式(24)代入式(18)得

$$\begin{aligned}M(\cdot)\dot{\boldsymbol{s}} = &-C\boldsymbol{s} - K\boldsymbol{s} - \frac{1}{2\gamma^2}\boldsymbol{s} + \varrho(t)\tilde{W}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\vartheta}(\cdot) +\\&[\varrho(t)\boldsymbol{\varepsilon}_{\mathrm{f}} - \boldsymbol{\Gamma}] + [1-\varrho(t)](\boldsymbol{f}_N - \boldsymbol{\Phi}),\end{aligned} \tag{25}$$

其中$\tilde{W}_i = W_i^* - \hat{W}_i$为CNN权重逼近误差.

注 4 一般而言, CNN对动态未知非线性函数逼近过程中, 在自学习初始时其逼近能力较弱, 因此CNN的输出可能过大而导致控制输出过大, 因此为了保证CNN的输出不超过f_{M}, 本文所设计的分布式自适应控制律采取文献[22]中的策略来切换CNN控制项和鲁棒控制项$\boldsymbol{\Phi}_i$, 从而保证CNN的输出不超过f_{M}.

定理 1 针对多航天器姿态及相对轨道动力学系统(1)和(3), 考虑多航天器6DOF耦合模型 (8), 应用分布式自适应控制律(20), 如果领航航天器到每个跟随航天器都有有向路径, 那么选取适当的控制参数, 当$t \to \infty$时, 多航天器系统的一致性误差可减小到任意小的区域, 且误差动力学系统(18)的L_2增益小于γ.

证 考虑如下候选Lyapunov函数:

$$V = \frac{1}{2}\boldsymbol{s}^{\mathrm{T}}M\boldsymbol{s} + \sum_{i=1}^{n}\frac{1}{2\zeta}\mathrm{tr}(\tilde{W}_i^{\mathrm{T}}\tilde{W}_i). \tag{26}$$

对上式求导可得

$$\dot{V} = \boldsymbol{s}^{\mathrm{T}}M\dot{\boldsymbol{s}} + \frac{1}{2}\boldsymbol{s}^{\mathrm{T}}\dot{M}\boldsymbol{s} + \frac{1}{\zeta}\sum_{i=1}^{n}\mathrm{tr}(\tilde{W}_i^{\mathrm{T}}\dot{\tilde{W}}_i). \tag{27}$$

结合式(20b)和(25)以及性质2, 注意到$\dot{\tilde{W}}_i = -\dot{\hat{W}}_i$, 进一步

$$\begin{aligned}\dot{V} = &-\boldsymbol{s}^{\mathrm{T}}K\boldsymbol{s} - \frac{1}{2\gamma^2}\boldsymbol{s}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{s} + \varrho(t)\boldsymbol{s}^{\mathrm{T}}\tilde{W}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\vartheta}(\cdot) +\\&\boldsymbol{s}^{\mathrm{T}}[\varrho(t)\boldsymbol{\varepsilon}_{\mathrm{f}} - \boldsymbol{\Gamma}] + [1-\varrho(t)]\boldsymbol{s}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{f}_N - \boldsymbol{\Phi}) -\\&\varrho(t)\sum_{i=1}^{n}\mathrm{tr}(\tilde{W}_i^{\mathrm{T}}[\boldsymbol{\vartheta}_i(\cdot)\boldsymbol{s}_i^{\mathrm{T}} - \eta\hat{W}_i]) \leqslant\\&-\boldsymbol{s}^{\mathrm{T}}K\boldsymbol{s} - \frac{1}{2\gamma^2}\boldsymbol{s}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{s} + \|\boldsymbol{s}\|\|\varrho(t)\boldsymbol{\varepsilon}_{\mathrm{f}} - \boldsymbol{\Gamma}\| +\\&n\epsilon + \frac{W_{\mathrm{M}}n\eta}{2} - \varrho(t)\sum_{i=1}^{n}\frac{\eta}{2}\|\tilde{W}_i\|_F^2.\end{aligned} \tag{28}$$

上述推导过程用到下述3个式子:

$$\begin{aligned}&\boldsymbol{s}^{\mathrm{T}}\tilde{W}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\vartheta}(\cdot) =\\&\mathrm{tr}(\boldsymbol{s}^{\mathrm{T}}\tilde{W}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\vartheta}(\cdot)) = \mathrm{tr}(\tilde{W}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\vartheta}(\cdot)\boldsymbol{s}^{\mathrm{T}}) =\\&\sum_{i=1}^{n}\mathrm{tr}(\tilde{W}_i^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\vartheta}_i(\cdot)\boldsymbol{s}_i^{\mathrm{T}}),\\&\mathrm{tr}(\tilde{W}_i^{\mathrm{T}}\hat{W}_i) = \mathrm{tr}(\tilde{W}_i^{\mathrm{T}}W_i^*) - \mathrm{tr}(\tilde{W}_i^{\mathrm{T}}\tilde{W}_i) \leqslant\\&\frac{1}{2}\mathrm{tr}(\tilde{W}_i^{\mathrm{T}}\tilde{W}_i) + \frac{1}{2}\mathrm{tr}(W_i^{*\mathrm{T}}W_i^*) - \mathrm{tr}(\tilde{W}_i^{\mathrm{T}}\tilde{W}_i) =\\&\frac{1}{2}\mathrm{tr}(W_i^{*\mathrm{T}}W_i^*) - \frac{1}{2}\mathrm{tr}(\tilde{W}_i^{\mathrm{T}}\tilde{W}_i),\\&\boldsymbol{s}_i^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{f}_{Ni} - \boldsymbol{\Phi}_i) \leqslant \epsilon(\text{因为}\|f_{Ni}\| \leqslant f_{\mathrm{M}} \leqslant \kappa).\end{aligned}$$

定义系统的评价信号为$\boldsymbol{z} = \mu\boldsymbol{s}$, 其中$\mu$为设计的评价参数, 将神经网络逼近误差及外部干扰的差$\varrho(t)\boldsymbol{\varepsilon}_{\mathrm{f}} - \boldsymbol{\Gamma}$看作系统的外部干扰, 利用$L_2$干扰抑制方法对系统加以约束:

$$\begin{aligned}J_{\mathrm{R}} = &\dot{V} - \frac{1}{2}\gamma^2\|\varrho(t)\boldsymbol{\varepsilon}_{\mathrm{f}} - \boldsymbol{\Gamma}\|^2 + \frac{1}{2}\|\boldsymbol{z}\|^2 \leqslant\\&-\boldsymbol{s}^{\mathrm{T}}K\boldsymbol{s} - \frac{1}{2\gamma^2}\boldsymbol{s}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{s} + \|\boldsymbol{s}\|\|\varrho(t)\boldsymbol{\varepsilon}_{\mathrm{f}} - \boldsymbol{\Gamma}\| +\\&n\epsilon + \frac{W_{\mathrm{M}}n\eta}{2} - \sum_{i=1}^{n}\frac{\eta}{2}\|\tilde{W}_i\|_F^2 -\\&\frac{1}{2}\gamma^2\|\varrho(t)\boldsymbol{\varepsilon}_{\mathrm{f}} - \boldsymbol{\Gamma}\|^2 + \frac{1}{2}\mu^2\|\boldsymbol{s}\|^2.\end{aligned} \tag{29}$$

注意到

$$\begin{aligned}&-\frac{1}{2\gamma^2}\boldsymbol{s}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{s} + \|\boldsymbol{s}\|\|\varrho(t)\boldsymbol{\varepsilon}_{\mathrm{f}} - \boldsymbol{\Gamma}\| - \frac{1}{2}\gamma^2\|\varrho(t)\boldsymbol{\varepsilon}_{\mathrm{f}} - \boldsymbol{\Gamma}\|^2 =\\&-\frac{1}{2}(\frac{1}{\gamma}\|\boldsymbol{s}\| - \gamma\|\varrho(t)\boldsymbol{\varepsilon}_{\mathrm{f}} - \boldsymbol{\Gamma}\|)^2,\end{aligned}$$

化简式(29)得

$$\begin{aligned}J_{\mathrm{R}} \leqslant &-\boldsymbol{s}^{\mathrm{T}}K\boldsymbol{s} + n\epsilon + \frac{W_{\mathrm{M}}n\eta}{2} -\\&\sum_{i=1}^{n}\frac{\eta}{2}\|\tilde{W}_i\|_F^2 + \frac{1}{2}\mu^2\|\boldsymbol{s}\|^2 \leqslant\\&-[\lambda_{\min}(K) - \frac{1}{2}\mu^2]\|\boldsymbol{s}\|^2 + C -\\&\sum_{i=1}^{n}\frac{\eta}{2}\|\tilde{W}_i\|_F^2,\end{aligned} \tag{30}$$

其中: $\lambda_{\min}(K)$为矩阵K的最小特征值, $C = n\epsilon + \frac{W_{\mathrm{M}}n\eta}{2}$. 定义集合

$$\mathit{\Omega}_s = \{\boldsymbol{s}|\|\boldsymbol{s}\| \leqslant \sqrt{\frac{C}{\lambda_{\min}(K) - \frac{1}{2}\mu^2}}\}. \tag{31}$$

在Ω_s之外, J_{R}严格为负, 即使得

$$\dot{V} \leqslant \frac{1}{2}\gamma^2\|\varrho(t)\boldsymbol{\varepsilon}_{\mathrm{f}} - \boldsymbol{\Gamma}\|^2 - \frac{1}{2}\|\boldsymbol{z}\|^2 \tag{32}$$

成立, 由定义1可知, 误差系统(18)的L_2增益小于γ, 且由式(32)知当$\|\varrho(t)\boldsymbol{\varepsilon}_{\mathrm{f}} - \boldsymbol{\Gamma}\| = 0$时系统是一致渐近稳定的; 当$\|\varrho(t)\boldsymbol{\varepsilon}_{\mathrm{f}} - \boldsymbol{\Gamma}\| \neq 0$时, 由于$\|\varrho(t)\boldsymbol{\varepsilon}_{\mathrm{f}}-\boldsymbol{\Gamma}\|$有界, 则系统是一致最终有界稳定的, 且满足

$$\lim_{t\to\infty}\sup\|\boldsymbol{s}\| \leqslant \sqrt{2C_1/\beta},$$

其中:

$$\beta = \min\{\frac{\lambda_{\min}(K)}{\lambda_{\max}(M)}, \zeta\eta\},$$

$$C_1 = \frac{\gamma^2}{2}[\varrho(t)\varepsilon_{\mathrm{fN}} + \varGamma_{\max}]^2 + n\epsilon + \frac{W_{\mathrm{M}}n\eta}{2}.$$

因此, 可以选取足够大的$\lambda_{\min}(K)$和ζ使得$\|\boldsymbol{s}\|$减小到任意小的区域内.

接下来证明$\|\bar{\boldsymbol{p}}\|$也可以减小到任意小的区域内.

由于H的所有特征值均具有正实部, 那么存在对称正定矩阵Q使得$D \triangleq QH + H^{\mathrm{T}}Q$为对称正定矩阵. 考虑如下Lyapunov函数:

$$V_1 = \bar{\boldsymbol{p}}^{\mathrm{T}}(Q\otimes I_6)\bar{\boldsymbol{p}}. \tag{33}$$

对上式求导得

$$\begin{aligned}\dot{V}_1 = {} & \dot{\bar{\boldsymbol{p}}}^{\mathrm{T}}(Q\otimes I_6)\bar{\boldsymbol{p}} + \bar{\boldsymbol{p}}^{\mathrm{T}}(Q\otimes I_6)\dot{\bar{\boldsymbol{p}}} \leqslant \\ & -\frac{\alpha\lambda_{\min}(D)}{\lambda_{\max}(Q)}V_1 + 2\lambda_{\max}(Q)\|\bar{\boldsymbol{p}}\|\|\boldsymbol{s}\| \leqslant \\ & -\frac{\alpha\lambda_{\min}(D)}{2\lambda_{\max}(Q)}V_1 + \frac{\lambda^3_{\max}(Q)\|\boldsymbol{s}\|^2}{\alpha\lambda_{\min}(Q)\lambda_{\min}(D)},\end{aligned} \tag{34}$$

其中$\lambda_{\min}(\cdot)$, $\lambda_{\max}(\cdot)$分别表示矩阵的最小、最大特征值, 且上述推导用到

$$\lambda_{\min}(Q)\|\bar{\boldsymbol{p}}\|^2 \leqslant V_1 \leqslant \lambda_{\max}(Q)\|\bar{\boldsymbol{p}}\|^2,$$

求解上式得

$$\begin{aligned}V_1(t) = {} & V_1(0)\mathrm{e}^{-\frac{\alpha\lambda_{\min}(D)}{\lambda_{\max}(Q)}t} + \\ & \frac{4\lambda^4_{\max}(Q)\|\boldsymbol{s}\|^2(1-\mathrm{e}^{-\frac{\alpha\lambda_{\min}(D)}{\lambda_{\max}(Q)}t})}{\alpha^2\lambda_{\min}(Q)\lambda^2_{\min}(D)}.\end{aligned} \tag{35}$$

注意到

$$\frac{\alpha\lambda_{\min}(D)}{\lambda_{\max}(Q)} > 0且\lambda_{\min}(Q)\|\bar{\boldsymbol{p}}\|^2 \leqslant V_1,$$

整理上式得

$$\lim_{t\to\infty}\sup\|\bar{\boldsymbol{p}}\| = \frac{2\lambda^2_{\max}(Q)\|\boldsymbol{s}\|}{\alpha\lambda_{\min}(Q)\lambda_{\min}(D)}. \tag{36}$$

根据上述分析, 可以选取足够大的$\lambda_{\min}(K)$和ζ使得$\|\boldsymbol{s}\|$减小到任意小的区域内. 因此, 由式(36)可知, 选取足够大的$\lambda_{\min}(K)$, ζ, α可保证一致性误差$\|\bar{\boldsymbol{p}}\|$减小到任意小的区域.

注 5 由控制器的结构可以看出, 对于取足够小的γ, 一般需取较小的$\lambda_{\min}(K)$来保证控制输入不至于过大, 但是由式(31)可以看出, 足够大的$\lambda_{\min}(K)$可保证足够小的紧集. 因此需要在干扰抑制能力, 系统误差和控制输入之间折中处理, 这样既能保证系统的L_2增益足够小, 又能保证合理的控制输入, 进而保证足够小系统误差.

注 6 本节的控制目标不同于仅对单个航天器进行控制, 所设计的控制算法需要邻居航天器的位置、速度、姿态以及角速度信息来决策跟随航天器自身的行为, 共同达到期望位置及姿态指向.

4 多航天器队形保持及相对指向分布式协同控制(Formation keeping and relative pointing distributed coordinate control of multiple spacecrafts)

在某些深空探测任务下, 要求各跟随航天器既要保持特定的队形, 又要保证每个跟随航天器在惯性空间中保持不变的绝对姿态或者邻居航天器间保持一定的相对姿态, 同时也希望各航天器上的硬件配置尽量简单. 因此本节主要针对这一控制任务提出无需相对速度及角速度测量的分布式姿态轨道耦合控制律, 使得各跟随航天器保持一定的队形并且各邻居航天器达到相对指向的要求.

假设各航天器存在期望状态为$\boldsymbol{p}^d_0$, $\boldsymbol{p}^d_1$, $\boldsymbol{p}^d_2$, $\cdots$, $\boldsymbol{p}^d_n$, 使得$\boldsymbol{p}^d_{ij} = \boldsymbol{p}^d_i - \boldsymbol{p}^d_j$, 为了证明的方便, 这里引入领航航天器的期望状态$\boldsymbol{p}^d_0$, 它的取值不影响跟随航天器的队形及相对指向.

修改辅助变量(15a)如下:

$$\dot{\check{\boldsymbol{p}}}_{\mathrm{r}i} = -\alpha\sum_{j=0}^{n}a_{ij}(\boldsymbol{p}_i - \boldsymbol{p}_j - \boldsymbol{p}^d_{ij}). \tag{37}$$

令$\check{\boldsymbol{p}}_i = \boldsymbol{p}_i - \boldsymbol{p}^d_i$, $\forall i = 0,1,2,\cdots,n$, 代入式(37)得

$$\dot{\check{\boldsymbol{p}}}_{\mathrm{r}i} = -\alpha\sum_{j=0}^{n}a_{ij}\left(\check{\boldsymbol{p}}_i - \check{\boldsymbol{p}}_j\right), \tag{38}$$

则分布式滑模面修改为

$$\begin{aligned}\check{\boldsymbol{s}}_i = {} & \dot{\boldsymbol{p}}_i + \alpha\sum_{j=0}^{n}a_{ij}(\check{\boldsymbol{p}}_i - \check{\boldsymbol{p}}_j) = \\ & \dot{\check{\boldsymbol{p}}}_i + \alpha\sum_{j=0}^{n}a_{ij}(\check{\boldsymbol{p}}_i - \check{\boldsymbol{p}}_j).\end{aligned} \tag{39}$$

注意到$\boldsymbol{p}^d_i$为常值, 因此$\dot{\check{\boldsymbol{p}}}_i = \dot{\boldsymbol{p}}_i$.

将式(39)求导, 并代入式(8)中得系统误差动力学方程的闭环形式为

$$\begin{aligned}& M_i(\cdot)\dot{\check{\boldsymbol{s}}}_i + C_i(\cdot)\check{\boldsymbol{s}}_i + M_i(\cdot)\ddot{\check{\boldsymbol{p}}}_{\mathrm{r}i} + \\ & C_i(\cdot)\dot{\check{\boldsymbol{p}}}_{\mathrm{r}i} + \boldsymbol{g}_i(\cdot) + \boldsymbol{\Gamma}_i = \varPi_i\boldsymbol{u}_{\mathrm{f}i}.\end{aligned} \tag{40}$$

上节设计的CNN自适应函数的输入$\boldsymbol{\vartheta}_i(\dot{\boldsymbol{\sigma}}_i, \boldsymbol{\sigma}_i,$

$\boldsymbol{\rho}_i, \ddot{\boldsymbol{p}}_{\mathrm{r}i}, \dot{\boldsymbol{p}}_{\mathrm{r}i})$中包含$\ddot{\boldsymbol{p}}_{\mathrm{r}i}$, 显然所提出的控制器中也就包含了邻居的速度或角速度信息, 一般情况下相对速度或角速度信息比较难于获得或者需要携带测量设备测量, 这不可避免的增加了航天器的负担. 因此本节中令$\boldsymbol{f}_{Ni}(\dot{\boldsymbol{\sigma}}_i, \boldsymbol{\sigma}_i, \boldsymbol{\rho}_i, \dot{\boldsymbol{p}}_{\mathrm{r}i}) = C_i(\cdot)\dot{\boldsymbol{p}}_{\mathrm{r}i} + \boldsymbol{g}_i(\cdot)$为系统中非线性项, 对于跟随航天器$i$, 采用CNN来估计$\boldsymbol{f}_{Ni}(\cdot)$, 则

$$\boldsymbol{f}_{Ni} = W_i^{*\mathrm{T}}\boldsymbol{\vartheta}_i(\dot{\boldsymbol{\sigma}}_i, \boldsymbol{\sigma}_i, \boldsymbol{\rho}_i, \dot{\boldsymbol{p}}_{\mathrm{r}i}) + \boldsymbol{\varepsilon}_{\mathrm{f}i}.$$

接下来设计的神经网络函数与上节中形式相同, 参数定义也相同, 主要的区别就是这里不需要邻居航天器的相对速度及角速度信息. 因此对第i个航天器给出无需相对速度和角速度信息的协同控制算法及神经网络权值自学习更新率

$$\boldsymbol{u}_{\mathrm{f}i} = \Pi_i^{\dagger}[-K_i\check{\boldsymbol{s}}_i - \frac{1}{2\gamma^2}\check{\boldsymbol{s}}_i + \varrho(t)\hat{W}_i^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\vartheta}_i(\cdot) + [1-\varrho(t)]\boldsymbol{\Phi}_i], \tag{41a}$$

$$\dot{\hat{W}}_i = -\varrho(t)\zeta[\boldsymbol{\vartheta}_i(\cdot)\check{\boldsymbol{s}}_i^{\mathrm{T}} + \eta\hat{W}_i], \tag{41b}$$

其中各参数如式(20)所定义.

通过上述分析, 有如下定理:

定理 2 针对系统(8), 设计不需要邻居航天器相对速度及角速度信息的分布式耦合协同控制律(41a)及自适应更新率(41b), 使得各航天器保持一定的队形且姿态达到期望的相对指向.

证 由于H的特征值全部具有正实部, 因此存在正定对称阵P使得$H^{\mathrm{T}}P + PH = Q$为对称正定矩阵. 令$\tilde{\boldsymbol{p}}_i = \check{\boldsymbol{p}}_i - \check{\boldsymbol{p}}_0$, 由于$\check{\boldsymbol{p}}_0$为常值, 因此$\dot{\tilde{\boldsymbol{p}}}_i = \dot{\check{\boldsymbol{p}}}_i$, 选取如下Lyapunov函数:

$$V = \frac{1}{2}\check{\boldsymbol{s}}^{\mathrm{T}}M\check{\boldsymbol{s}} + \sum_{i=1}^{n}\frac{1}{2\zeta}\mathrm{tr}(\tilde{W}_i^{\mathrm{T}}\tilde{W}_i) + \tilde{\boldsymbol{p}}^{\mathrm{T}}(P\otimes I_6)\tilde{\boldsymbol{p}}. \tag{42}$$

对V沿着式(40)求时间的导数得

$$\begin{aligned}\dot{V} = &-\check{\boldsymbol{s}}^{\mathrm{T}}K\check{\boldsymbol{s}} - \frac{1}{2\gamma^2}\check{\boldsymbol{s}}^{\mathrm{T}}\check{\boldsymbol{s}} - \varrho(t)\check{\boldsymbol{s}}^{\mathrm{T}}\tilde{W}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\vartheta}(\cdot) - \\ &\boldsymbol{s}^{\mathrm{T}}[\varrho(t)\boldsymbol{\varepsilon}_{\mathrm{f}} + \boldsymbol{\Gamma}] - [1-\varrho(t)]\check{\boldsymbol{s}}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{f}_N - \boldsymbol{\Phi}) + \\ &\varrho(t)\sum_{i=1}^{n}\mathrm{tr}(\tilde{W}_i^{\mathrm{T}}[\boldsymbol{\vartheta}_i(\cdot)\check{\boldsymbol{s}}_i^{\mathrm{T}} + \eta\hat{W}_i]) - \check{\boldsymbol{s}}^{\mathrm{T}}M\ddot{\boldsymbol{p}}_r + \\ &\dot{\tilde{\boldsymbol{p}}}^{\mathrm{T}}(P\otimes I_6)\tilde{\boldsymbol{p}} + \tilde{\boldsymbol{p}}^{\mathrm{T}}(P\otimes I_6)\dot{\tilde{\boldsymbol{p}}}.\end{aligned} \tag{43}$$

注意到$\dot{\tilde{\boldsymbol{p}}} = \check{\boldsymbol{s}} - \alpha(H\otimes I_6)\tilde{\boldsymbol{p}}$, 则式(43)进一步化简得

$$\begin{aligned}\dot{V} \leqslant &\\ &-\check{\boldsymbol{s}}^{\mathrm{T}}K\check{\boldsymbol{s}} - \frac{1}{2\gamma^2}\check{\boldsymbol{s}}^{\mathrm{T}}\check{\boldsymbol{s}} + \frac{1}{2\delta_1}\check{\boldsymbol{s}}^{\mathrm{T}}\check{\boldsymbol{s}} + \frac{\delta_1}{2}\|\varrho(t)\boldsymbol{\varepsilon}_{\mathrm{f}} + \boldsymbol{\Gamma}\|^2 + \\ &n\epsilon + \frac{W_{\mathrm{M}}n\eta}{2} - \varrho(t)\sum_{i=1}^{n}\frac{\eta}{2}\|\tilde{W}_i\|_F^2 + \\ &\alpha\lambda_{\max}(M)\lambda_{\max}(H)\check{\boldsymbol{s}}^{\mathrm{T}}\check{\boldsymbol{s}} + \frac{\lambda_{\max}(P)}{\delta_3}\check{\boldsymbol{s}}^{\mathrm{T}}\check{\boldsymbol{s}} + \\ &\frac{\alpha^2\lambda_{\max}(M)\lambda_{\max}(H^2)}{2\delta_2}\check{\boldsymbol{s}}^{\mathrm{T}}\check{\boldsymbol{s}} + \delta_3\lambda_{\max}(P)\tilde{\boldsymbol{p}}^{\mathrm{T}}\tilde{\boldsymbol{p}} + \\ &\frac{\delta_2\alpha^2\lambda_{\max}(M)\lambda_{\max}(H^2)}{2}\tilde{\boldsymbol{p}}^{\mathrm{T}}\tilde{\boldsymbol{p}} - \alpha\lambda_{\min}(Q)\tilde{\boldsymbol{p}}^{\mathrm{T}}\tilde{\boldsymbol{p}} \leqslant \\ &-\Delta_1\check{\boldsymbol{s}}^{\mathrm{T}}\check{\boldsymbol{s}} - \Delta_2\tilde{\boldsymbol{p}}^{\mathrm{T}}\tilde{\boldsymbol{p}} - \sum_{i=1}^{n}\frac{\eta\varrho(t)}{2}\mathrm{tr}(\tilde{W}_i^{\mathrm{T}}\tilde{W}_i) + \Delta_3,\end{aligned} \tag{44}$$

其中:

$$\begin{aligned}&\Delta_1 = \\ &\lambda_{\min}(K) + \frac{1}{2\gamma^2} - \frac{1}{2\delta_1} - \alpha\lambda_{\max}(M)\lambda_{\max}(H) - \\ &\frac{\alpha^2\lambda_{\max}(M)\lambda_{\max}(H^2)}{2\delta_2} - \frac{\lambda_{\max}(P)}{\delta_3}, \\ &\Delta_2 = -\frac{\delta_2\alpha^2\lambda_{\max}(M)\lambda_{\max}(H^2)}{2} - \\ &\qquad \delta_3\lambda_{\max}(P) + \alpha\lambda_{\min}(Q), \\ &\Delta_3 = \frac{\delta_1}{2}\|\varrho(t)\boldsymbol{\varepsilon}_{\mathrm{f}} + \boldsymbol{\Gamma}\|^2 + n\epsilon + \frac{W_{\mathrm{M}}n\eta}{2}.\end{aligned}$$

选取合适的控制参数$K, \gamma, \alpha, \zeta, \eta$使得$\Delta_1$, $\Delta_2 > 0$, 注意到M为对称正定矩阵, 则整理式(43)得

$$\begin{aligned}\dot{V} \leqslant &-\frac{\Delta_1}{2\lambda_{\max}(M)}\check{\boldsymbol{s}}^{\mathrm{T}}M\check{\boldsymbol{s}} - \\ &\eta\zeta\sum_{i=1}^{n}\frac{\varrho(t)}{2\zeta}\mathrm{tr}(\tilde{W}_i^{\mathrm{T}}\tilde{W}_i) - \\ &\frac{\Delta_2}{\lambda_{\max}(P)}\tilde{\boldsymbol{p}}^{\mathrm{T}}(P\otimes I_6)\tilde{\boldsymbol{p}} + \Delta_3 \leqslant \\ &-\Delta_{\min}V + \Delta_3,\end{aligned} \tag{45}$$

其中

$$\Delta_{\min} = \min\{\frac{\Delta_1}{2\lambda_{\max}(M)},\ \eta\zeta,\ \frac{\Delta_2}{\lambda_{\max}(P)}\},$$

由引理2可知系统是全局一致最终有界稳定的. 对式(45)两端积分得

$$\begin{aligned}V \leqslant &\frac{\Delta_3}{\Delta_{\min}} + (V(0) - \frac{\Delta_3}{\Delta_{\min}})\mathrm{e}^{-\Delta_{\min}t} \to \\ &\frac{\Delta_3}{\Delta_{\min}},\ t\to\infty.\end{aligned} \tag{46}$$

由V的定义式可知, 当$t\to\infty$时,

$$\|\tilde{\boldsymbol{p}}\| \leqslant \sqrt{\frac{\Delta_3}{\Delta_{\min}\lambda_{\min}(P)}}. \tag{47}$$

根据$\Delta_3, \Delta_{\min}$定义可知, 可以选择足够大的$\lambda_{\min}(K)$和ζ使得$\|\tilde{\boldsymbol{p}}\|$减小到任意小的区域. 进一步由$\tilde{\boldsymbol{p}}$的定义可得$\check{\boldsymbol{p}}_i \to \check{\boldsymbol{p}}_j \to \check{\boldsymbol{p}}_0$, $\forall i, j = 1, 2, \cdots, n$, 最终由$\check{\boldsymbol{p}}_i$的定义可知$\boldsymbol{p}_i - \boldsymbol{p}_i \to \boldsymbol{p}_{ij}^d$, $\forall i, j = 1, 2, \cdots, n$. 因此, 定理得证.

5 仿真结果(Simulation results)

本小节在MATLAB/Simulink环境下对第3, 4小节提出的分布式自适应协同控制律进行仿真验证. 考虑6颗航天器的编队飞行, 图4所示为6颗跟随航天器与领航航天器间的通讯拓扑关系.

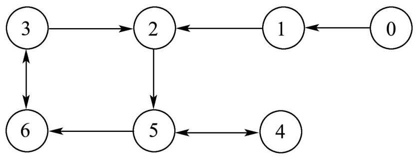

图 4 各航天器通讯拓扑图

Fig. 4 Communication topology among spacecraft

假设各跟随航天器的参考轨道为椭圆轨道, 其地球引力常数μ, 轨道半长轴$a_{\rm c}$, 偏心率$e_{\rm c}$, 真近点角θ分别如表1中定义. 为简化起见, 给定各航天器推力器的安装相同, 其力臂为$d_{\rm x}=0.5\,{\rm m}$, $d_{\rm y}=0.6\,{\rm m}$, $d_{\rm z}=0.4\,{\rm m}$, 各航天器的质量相同, 即$m_i=10\,{\rm kg}$, $i=1,2,\cdots,6$. 各跟随航天器的初始状态数值文中不再给出.

算例1(控制算法式(20)) 通过分析与试凑, 选取控制器参数如表1所示, 仿真时间选为1000 s, 仿真结果如图5–11所示.

表 1 仿真参数

Table 1 Simulation parameters

参数名	数 值
惯量参数/$({\rm kg}\cdot{\rm m}^2)$	$J_1=[1\ \ 0.1\ \ 0.1;\ 0.1\ \ 0.4\ \ 0.1;\ 0.1\ \ 0.1\ \ 0.9]$, $J_2=[0.8\ \ 0.2\ \ 0.2;\ 0.2\ \ 1\ \ 0.5;\ 0.2\ \ 0.5\ \ 1.3]$, $J_3=[1.1\ \ 0.3\ \ 0.1;\ 0.3\ \ 0.5\ \ 0.1;\ 0.1\ \ 0.1\ \ 0.8]$, $J_4=[0.9\ \ 0.1\ \ 0.3;\ 0.1\ \ 1.2\ \ 0.4;\ 0.3\ \ 0.4\ \ 1.2]$, $J_5=[1.2\ \ 0.2\ \ 0.4;\ 0.2\ \ 0.8\ \ 0.1;\ 0.4\ \ 0.1\ \ 1]$, $J_6=[1.5\ \ 0.4\ \ 0.3;\ 0.4\ \ 0.9\ \ 0.1;\ 0.3\ \ 0.1\ \ 2]$
参考轨道参数	$\mu=3.98645\times10^{14},\ a_{\rm c}=4.224\times10^{7}{\rm m},\ e_{\rm c}=0.1,\ \theta=20^{\circ}$
期望姿态与位置	$\boldsymbol{\sigma}_{\rm d}=[0.1\ \ 0\ \ -0.1]^{\rm T},\ \boldsymbol{\rho}_{\rm d}=[100\ \ -50\ \ 25]^{\rm T}\,{\rm m}$
期望姿态角速度与速度	$\boldsymbol{\omega}_{\rm d}=0_{3\times1}\,{\rm rad/s},\ \boldsymbol{v}_{\rm d}=0_{3\times1}\,{\rm m/s}$
控制器参数	$K_1={\rm diag}\{14,14,14,8,8,8\},\ K_2={\rm diag}\{10,10,10,8,8,8\},\ K_3={\rm diag}\{16,16,16,8,8,8\}$ $K_4={\rm diag}\{24,24,24,8,8,8\},\ K_5={\rm diag}\{12,12,12,8,8,8\},\ K_6={\rm diag}\{20,20,20,8,8,8\}$ $\alpha={\rm diag}\{8,8,8,0.2,0.2,0.2\},\ \zeta=0.01,\ \eta=100,\ \gamma=0.5,\ \kappa=4,\ \epsilon=0.04$
切比雪夫多项式阶数	$n=3$
权重矩阵初值	$W(0)=0_{28\times6}$
环境干扰	$\boldsymbol{\tau}_{{\rm d}i}=[0.02\sin(n_{\rm c}t)\ \ 0.01\cos(2n_{\rm c}t)\ \ -0.04\sin(n_{\rm c}t)]^{\rm T}\,{\rm N}\cdot{\rm m}$ $\boldsymbol{F}_{{\rm d}i}=[0.02\sin(n_{\rm c}t)\ \ 0.01\cos(2n_{\rm c}t)\ \ -0.04\sin(n_{\rm c}t)]^{\rm T}\,{\rm N},\ i=1,2\cdots,6$
不确定项	$\Delta J=0.01\sin(n_{\rm c}t)\,{\rm kg}\cdot{\rm m}^2,\ \Delta m=0.1\sin(n_{\rm c}t)\,{\rm kg}$

图5表明各跟随航天器的位置交会于一点(图中方框所示), 图6为各跟随航天器位置矢量随时间的变化曲线, 由此可以看出, 各跟随航天器在LVLH坐标系中各轴向位置大约900 s后收敛到期望点. 图7为推力器产生的推力变化曲线. 图8–10分别为各跟随航天器的姿态、姿态角速度及控制力矩随时间的变化曲线, 由于航天器的姿态在很短的时间内达到协同, 因此这里只给出了前10 s的仿真曲线. 由图可知, 各跟随航天器的姿态均收敛到期望值, 且姿态角速度收敛到零.

图11为CNN逼近误差的模值变化曲线, 由曲线可知, 在0.8 s之前, CNN逼近误差曲线中有零值出现, 这表明仿真初始, CNN的逼近误差大于设定的阀值$f_{\rm M}$, 因此鲁棒控制器和CNN自适应控制器之间进行切换, 在0.8 s之后, CNN逼近误差$\|\boldsymbol{\varepsilon}_{{\rm f}i}\|$逐渐趋于零. 同样这里仅给出前20 s的仿真曲线.

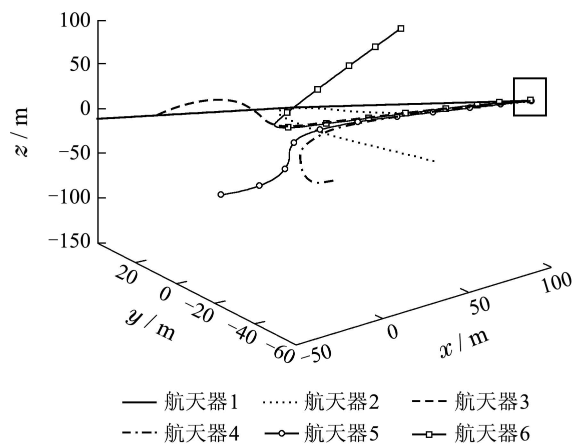

图 5 各航天器位置三维曲线

Fig. 5 Three-dimensional trajectories of in position of each spacecraft

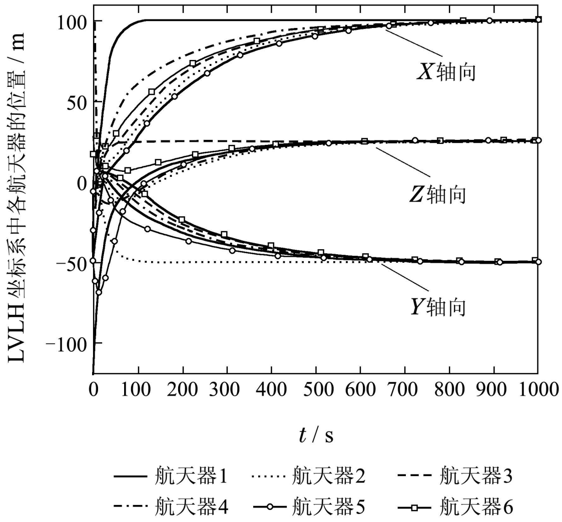

图 6 LVLH坐标系中各航天器位置变化曲线

Fig. 6 Changes in position of each spacecraft in LVLH coordinate frame

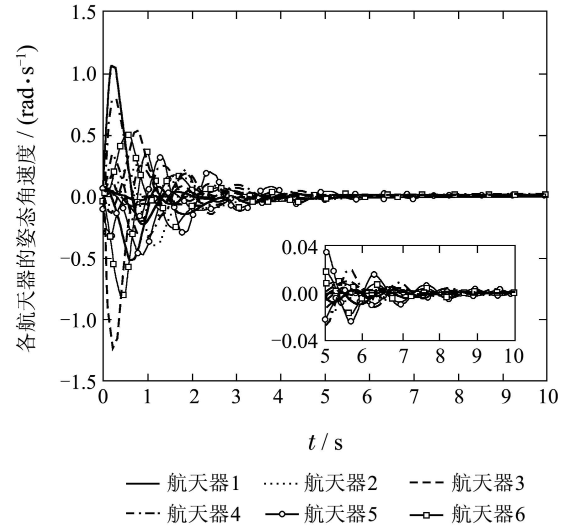

图 9 各航天器姿态角速度变化曲线

Fig. 9 Changes in attitude angular velocity of each spacecraft

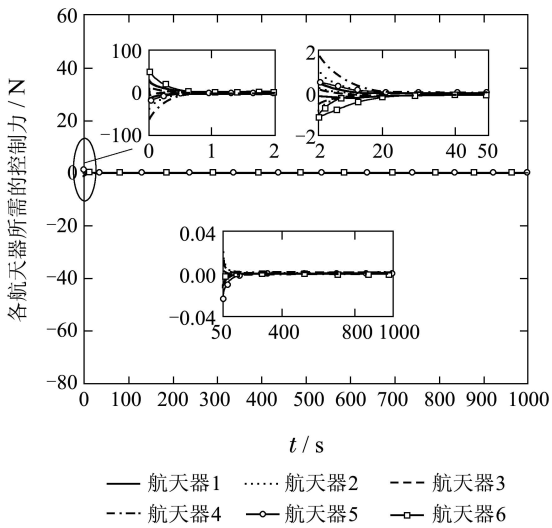

图 7 各航天器控制力变化曲线

Fig. 7 Changes in control force of each spacecraft

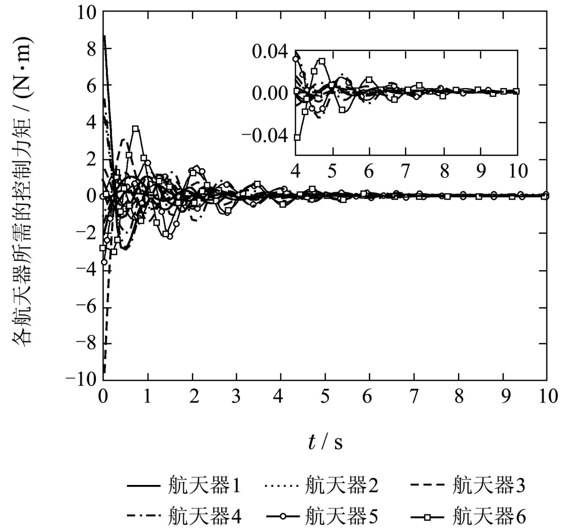

图 10 各航天器控制力矩变化曲线

Fig. 10 Changes in control torque of each spacecraft

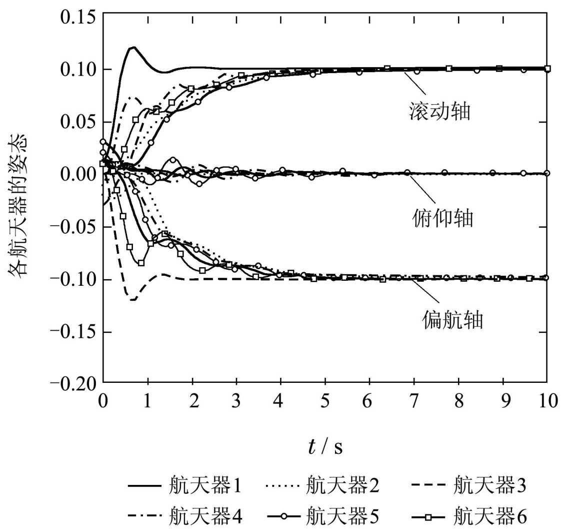

图 8 各航天器姿态变化曲线

Fig. 8 Changes in attitude of each spacecraft

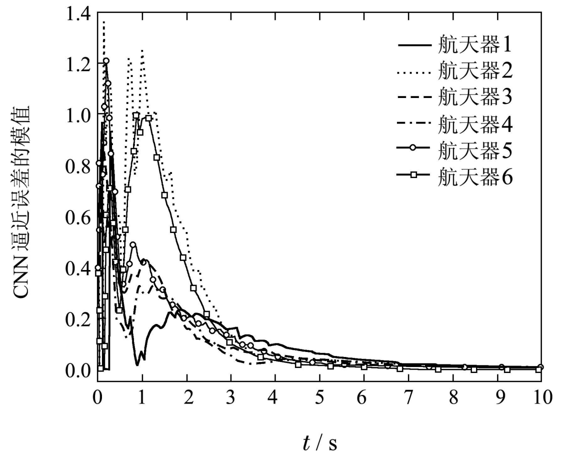

图 11 各航天器CNN逼近误差$\|\varepsilon_{fi}\|$的变化曲线

Fig. 11 Changes in CNN approximate error $\|\varepsilon_{fi}\|$ of each spacecraft

由上述仿真结果可知, 在存在环境干扰以及未

建模动态的情形下，控制算法(20a)和CNN自学习律(20b)能够保证各跟随航天器交会于一点且姿态指向相同.

算例 2(控制算法式(41)) 通过分析与试凑，选取控制器参数如表2所示，6颗航天器的初始参数以及质量特性不变，仿真时间选为400 s，仿真结果如图12–15所示. 由于篇幅所限，算例2中省略控制力及控制力矩随时间变化曲线. 同样由于相对位置和相对姿态的收敛速度的差别，绘制曲线过程中给出了不同时间长度的仿真曲线.

表 2 仿真参数

Table 2 Simulation parameters

参数名	数值
期望相对姿态与相对位置	$\boldsymbol{\sigma}_{\mathrm{d}_{21}}=[0.01\ \ 0.03\ \ -0.02]^{\mathrm{T}}$, $\boldsymbol{\sigma}_{\mathrm{d}_{36}}=[-0.03\ \ 0.03\ \ 0.01]^{\mathrm{T}}$ $\boldsymbol{\sigma}_{\mathrm{d}_{45}}=[0.02\ \ 0.03\ \ 0.03]^{\mathrm{T}}$, $\boldsymbol{\rho}_{\mathrm{d}_{21}}=[200\ \ 0\ \ 0]^{\mathrm{T}}\mathrm{m}$ $\boldsymbol{\rho}_{\mathrm{d}_{36}}=[100\sqrt{3}\ \ 0\ \ 0]^{\mathrm{T}}\mathrm{m}$, $\boldsymbol{\rho}_{\mathrm{d}_{45}}=[100\sqrt{3}\ \ 0\ \ 0]^{\mathrm{T}}\mathrm{m}$
期望姿态角速度与速度	$\boldsymbol{\omega}_{\mathrm{d}}=\boldsymbol{0}_{3\times1}\mathrm{rad/s},\ \boldsymbol{v}_{\mathrm{d}}=\boldsymbol{0}_{3\times1}\mathrm{m/s}$
期望位置	$\boldsymbol{\rho}_{1\mathrm{d}}=[100\ \ 0\ \ 0]^{\mathrm{T}}\mathrm{m}$, $\boldsymbol{\rho}_{2\mathrm{d}}=[300\ \ 0\ \ 0]^{\mathrm{T}}\mathrm{m}$ $\boldsymbol{\rho}_{3\mathrm{d}}=[0\ \ -100\sqrt{3}\ \ 0]^{\mathrm{T}}\mathrm{m}$, $\boldsymbol{\rho}_{4\mathrm{d}}=[400\ \ -100\sqrt{3}\ \ 0]^{\mathrm{T}}\mathrm{m}$ $\boldsymbol{\rho}_{5\mathrm{d}}=[100\ \ -200\sqrt{3}\ \ 0]^{\mathrm{T}}\mathrm{m}$, $\boldsymbol{\rho}_{6\mathrm{d}}=[300\ \ -200\sqrt{3}\ \ 0]^{\mathrm{T}}\mathrm{m}$
控制器参数	$\alpha=\mathrm{diag}\{3,3,3,0.1,0.1,0.1\}$ 其他参数与表1所示

由图12和图13的航天器三维位置曲线以及在x-y面上的位置投影曲线可知，各航天器收敛到期望的位置且各航天器保持期望的相对距离. 图14和图15说明了各航天器保持一定的相对位置同时保持期望的相对指向. 由以上仿真分析可以看出，在存在干扰及非线性不确定性的情形下，所设计的无需相对速度及相对角速度信息的控制算法(41a)及自适应律(41b)能够使得各航天器保持相对的队形且具有期望的相对指向.

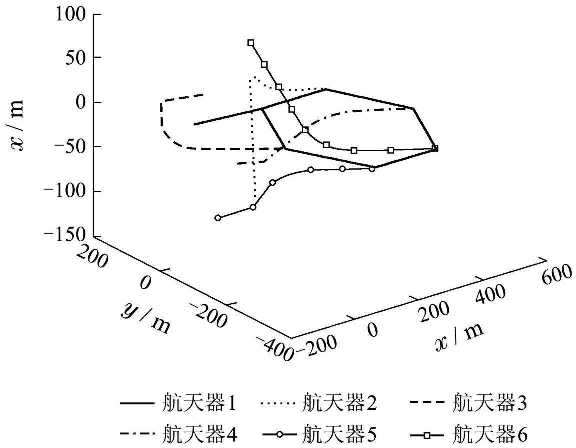

图 12 各航天器位置三维曲线

Fig. 12 Three-dimensional trajectories of in position of each spacecraft

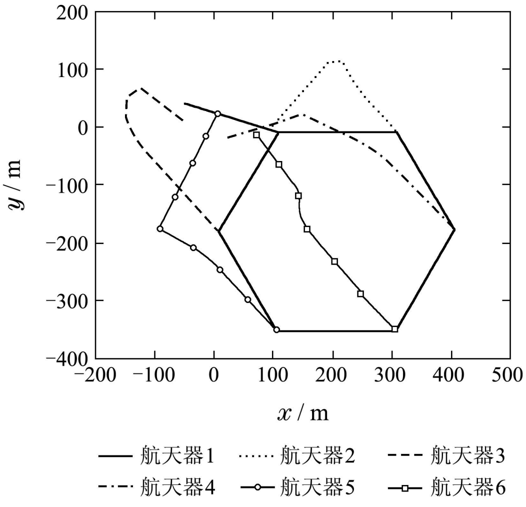

图 13 各航天器期望位置在x-y面内的投影

Fig. 13 Desired position projections in x-y plane of each spacecraft

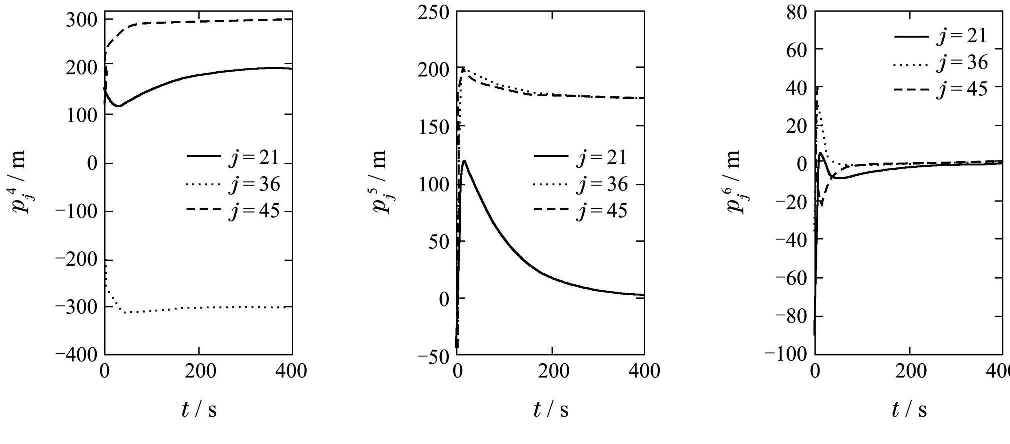

图 14 航天器21, 36, 45之间的相对位置

Fig. 14 Relative positions of spacecraft 21, 36, 45

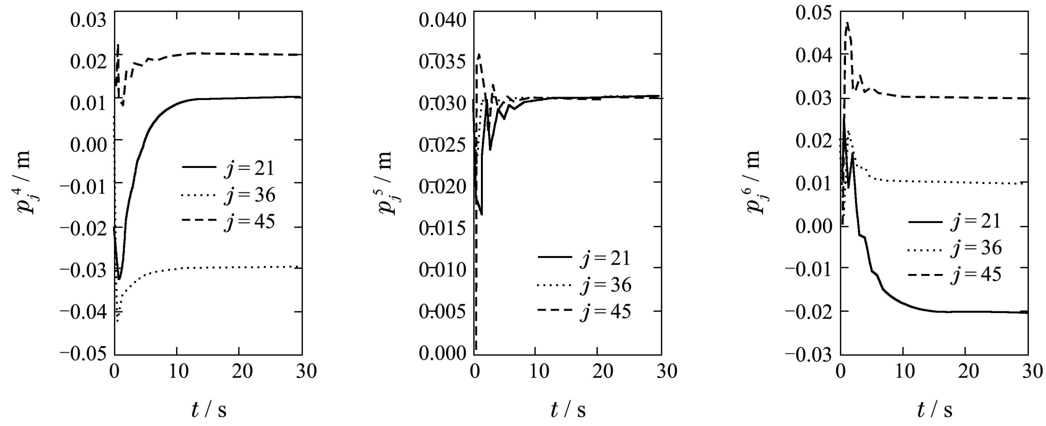

图 15 航天器21, 36, 45之间的相对姿态

Fig. 15 Relative attitudes of spacecraft 21, 36, 45

6 结论(Conclusions)

本文针对航天器编队飞行控制中的姿态与轨道耦合控制问题, 考虑控制输入耦合的6DOF航天器运动模型, 且存在环境干扰和及未建模动态, 假设各跟随航天器间的通讯为有向的, 在仅有部分跟随航天器可获取领航航天器状态的情形下, 若领航航天器到每一个跟随航天器都有有向路径, 那么所设计的分布式自适应协同控制算法保证系统的一致性误差可减小到任意小的区域内. 仿真结果表明本文提出的分布式自适应算法是有效可行的. 未来的研究工作中将考虑动态拓扑切换及通讯时延等情况.

参考文献(References):

[1] 张育林, 曾国强, 王兆魁, 等. 分布式卫星系统理论及应用 [M]. 北京: 科学出版社, 2008.
(ZHANG Yulin, ZENG Guoqiang, WANG Zhaokui, et al. *Theory and application of Distributed Satellite System* [M]. Beijing: Sicence Press, 2008.)

[2] SCHAUB H, JUNKINS J L. *Analytical Mechanics of Aerospace Systems* [M]. USA: AIAA, 2003.

[3] DE QUEIROZ M S, KAPLILA V, YAN Q G. Adaptive nonlinear control of multiple spacecraft formation flying [J]. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 2000, 23(3): 385 – 390.

[4] WANG P K C, HADAEGH F Y, LAU K. Synchronized formation rotation and attitude control of multiple free-flying spacecraft [J]. *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, 1999, 22(1): 28 – 35.

[5] KRISTIANSEN R, LORIA A, CHAILLET A, et al. Adaptive output feedback control of spacecraft relative translation [C] //*Proceedings of the IEEE Conference on Decision and Control*. San Diego, CA: IEEE, 2006, 12: 6010 – 6015.

[6] SUBBARAO K, WELSH S. Nonlinear control of motion synchronization for satellite proximity operations [J]. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 2008, 31(5): 1284 – 1294.

[7] 卢伟, 耿云海, 陈雪芹, 等. 在轨服务航天器对目标的相对位置和姿态耦合控制 [J]. 航空学报, 2011, 32(5): 857 – 865.
(LU Wei, GENG Yunhai, CHEN Xueqin, et al. Coupled control of relative position and attitude for on-orbit servicing spacecraft with respect to target [J]. *Acta Aeronautica et Astronautica Sinica*, 2011, 32(5): 857 – 865.)

[8] BEARD R W, LAWTON J R, HADAEGH F Y. A coordination architecture for spacecraft formation control [J]. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 2001, 9(6): 777 – 790.

[9] REN W, BEARD R W. Decentralized scheme for spacecraft formation flying via the virtual structure approach [J]. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 2004, 27(1): 73 – 82.

[10] AHN C, KIM Y. Point targeting of multisatellites via a virtual structure formation flight scheme [J]. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 2009, 32(4): 1330 – 1344.

[11] CHUNG S J, AHSUN U, SLOTINE J J E. Application of synchronization to formation flying spacecraft: lagrangian approach [J]. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 2009, 32(2): 512 – 526.

[12] 周稼康, 胡庆雷, 马广富, 等. 基于一致性算法的卫星编队姿轨耦合的协同控制 [J]. 系统工程与电子技术, 2011, 33(4): 825 – 832.
(ZHOU Jiakang, HU Qinglei, MA Guangfu, et al. Cooperative attitude and translation control of satellite formation flying using consensus algorithm [J]. *Journal of Systems Engneering and Electronics*, 2011, 33(4): 825 – 832.)

[13] REN W. Distributed attitude alignment in spacecraft formation flying [J]. *International Journal of Adaptive Control and Signal Processing*, 2007, 21(2/3): 95 – 113.

[14] 马广富, 梅杰. 多星系统相对轨道的自适应协同控制 [J]. 控制理论与应用, 2011, 28(6):781 – 787.
(MA Guangfu, MEI Jie. Adaptive cooperative control for relative orbits of multi-satellite systems [J]. *Control Theory & Applications*, 2011, 28(6): 781 – 787.)

[15] REN W. Formation keeping and attitude alignment for multiple spacecraft through local interactions [J]. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 2007, 30(2): 633 – 638.

[16] POLYCARPOU M M. Stable adaptive neural control scheme for nonlinear systems [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1996, 41(3): 447 – 451.

[17] BAE J, KIM Y, PARK C. Spacecraft formation flying control using sliding mode and neural networks controller [C] //*AIAA Guidance Navigation, and Control Conference*. Chicago, lllinois: AIAA, 2009, 8: 1 – 18.

[18] CHEN G, LEWIS F L. Distributed adaptive tracking control for synchronization of unknown networked lagrangian systems [J]. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics–Part B: Cybernetics*, 2011, 41(3): 805 – 816.

[19] 梅杰, 张海博, 马广富. 有向图中网络Euler-Lagrange系统的自适应协调跟踪 [J]. 自动化学报, 2011, 37(5): 596 – 603.

(MEI Jie, ZHANG Haibo, MA Guangfu. Adaptive coordinated tracking for networked Euler-Lagrange systems under a directed graph [J]. *Acta Automatica Sinica*, 2011, 37(5): 596 – 603.)

[20] PATRA J C, KOT A C. Nonlinear dynamic system identification using chebyshev functional link artificial neural networks [J]. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics–Part B: Cybernetics*, 2002, 32(4): 505 – 511.

[21] ZOU A M, KUMAR K D, HOU Z G. Quaternion-based adaptive output feedback attitude control of spacecraft using Chebyshev neural networks [J]. *IEEE Transactions on Neural Networks*, 2010, 21(9): 1457 – 1471.

[22] ZOU A M, KUMAR K D, HOU Z G, et al. Finite-time attitude tracking control for spacecraft using terminal sliding mode and chebyshev neural network [J]. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics–Part B: Cybernetics*, 2011, 41(4): 950 – 963.

[23] BIGGS N. *Algebraic Graph Theory* [M]. Cambridge: Cambridge University Press, 1993.

[24] REN W, BEARD R W. Consensus seeking in multiagent systems under dynamically changing interaction topologies [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2005, 50(5): 655 – 661.

[25] TSIOTRAS P. Further passivity results for the attitude control problem [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1998, 43(11): 1597 – 1600.

[26] SCHAUB H, JUNKINS J L. Stereographic orientation parameters for attitude dynamics: a generalization of the rodrigues parameters [J]. *Journal of the Astronautical Sciences*, 1996, 44(1): 1 – 19.

[27] SLIOTINE J J E, BENEDETTO M D D. Hamiltonian adaptive control of spacecraft [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1990, 35(7): 848 – 852.

[28] SPONG M W, HUTCHINSON S, VIDYASAGAR M. *Robot Modeling and Control* [M]. New York: John Wiley & Sons, Inc, 2006.

[29] CURTI F, ROMANO M, BEVILACQUA R. Lyapunov-based thrusters’ selection for spacecraft control: analysis and experimentation [J]. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 2010, 33(4): 1143 – 1160.

[30] 梅生伟, 申铁龙, 刘康志. 现代鲁棒控制理论与应用 [M]. 北京: 清华大学出版社, 2003.
(MEI Shengwei, SHEN Tielong, LIU Kangzhi. *Modern Robust Control Theory and Application* [M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2003.)

[31] HORN R A, JOHNSON C R. *Topics in Matrix Analysis* [M]. Cambridge, UK: Cambridge University Press, 1991.

[32] SLOTINE J J E, LI W. *Applied Nonlinear Control* [M]. Engle-wood Cliffs, NJ: Prentice Hall, 1991.

作者简介:

张海博 (1983–), 男, 博士, 目前研究方向为航天器姿态控制、多航天器系统分布式协同控制, E-mail: zhanghaibo606@gmail.com;

梅　杰 (1986–), 男, 博士, 目前研究方向为非线性多智能体系统的分布式协调控制, E-mail: jmei@hitsz.edu.cn.

马广富 (1963–), 男, 教授, 博士生导师, 目前研究方向为航天器姿态控制、编队卫星飞行控制及非线性控制理论, E-mail: magf@hit.edu.cn.

朱志斌 (1981–), 男, 高级工程师, 博士, 目前研究方向为航天器相对运动姿态轨道控制, E-mail: zuzijakey@163. com.