

融入偏好的区间高维多目标集合进化优化方法

巩敦卫, 季新芳[†]

(中国矿业大学 信息与电气工程学院, 江苏 徐州 221008)

摘要: 尽管区间参数高维多目标优化问题普遍存在且非常重要, 但是, 目前求解该方法的方法却很少. 本文提出一种有效解决该问题的集合进化优化方法, 通过在进化过程中融入决策者的偏好, 以得到符合决策者偏好的Pareto解集. 该方法将原优化问题转化为以超体积、不确定度、决策者满意度为新目标的目标优化问题; 为了求解转化后的优化问题, 采用集合Pareto占优关系比较个体, 并设计融入决策者偏好的延展性测度, 以进一步区分具有相同序值的个体; 此外, 还提出集合变异与重组策略, 以生成高性能的子代种群. 采用4个基准高维多目标优化问题和1个汽车驾驶室设计问题测试所提方法的性能, 并将其与另外3种方法进行对比. 实验结果验证, 该方法能得到收敛性、延展性、不确定度, 以及决策者满意度均衡的Pareto解集.

关键词: 进化算法; 高维多目标优化; 偏好; 区间; 集合进化

中图分类号: TP301 文献标识码: A

Optimizing interval higher-dimensional multi-objective problems using set-based evolutionary algorithms incorporated with preferences

GONG Dun-wei, JI Xin-fang[†]

(School of Information and Electrical Engineering, China University of Mining and Technology, Xuzhou Jiangsu 221008, China)

Abstract: Multi-objective optimization problems with interval parameters are ubiquitous and important, yet not many effective methods are available for solving them. To solve these problems, we propose a set-based evolutionary algorithm incorporated with decision-maker (DM)'s preferences to obtain a Pareto solution set which satisfies DM's preferences. In this algorithm, the original optimization problem is first transformed into a tri-objective deterministic optimization problem with three performance indicators: hyper-volume, uncertainty and DM satisfaction. To solve the transformed problem, we employ a set-based Pareto dominance relation to compare different individuals. Individuals with the same rank are distinguished by using a specially designed extension measure incorporating DM's preferences. Additionally, a set-based mutation and recombination scheme is suggested to generate an offspring with high performance. Four benchmark multi-objective optimization problems and a car cab design problem have been used to evaluate the proposed method; results are compared with those from other three methods. Conclusions indicate that the proposed method can obtain a Pareto solution set with a desirable compromise between the convergence, extension, uncertainty and the DM's satisfaction.

Key words: evolutionary algorithms; higher-dimensional multi-objective optimization; preference; interval; set-based evolution

1 引言(Introduction)

在现实生活中, 有多种含有多个目标的优化问题, 如汽车驾驶室设计^[1]和热轧带钢轧制批量计划^[2]. 这些优化问题的共同点是: 它们不仅包含多个目标, 而且各目标之间是相互冲突的, 即不能找到1个解, 使其在所有目标上都达到最优, 称这类优化问题为多目标优化问题. 由于主客观因素的影响, 这些目标中往往含有不确定参数, 如模糊数、随机变量或者区间, 这类问题称为不确定多目标优化问题. 当相互冲突的目标函数多于3个时, 称为不确定高维多目标优化问题. 进

一步地, 本文求解含区间参数的高维多目标优化问题.

目前, 已有的基于占优准则的多目标进化优化方法求解高维多目标优化问题时, 目标函数的增多导致如下困难^[1]: 1) 种群中大部分解为非被占优解, 减缓了搜索进程; 2) 重组操作生成高性能解的概率降低; 3) 指数提高了进化过程中一些性能指标的计算耗时; 4) 无法观测问题的Pareto前沿. 因此, 结合区间参数优化问题本身求解的复杂性, 寻求有效的方法解决区间参数高维多目标优化问题, 是十分有意义的.

已有的多目标进化优化方法的目的是找到收敛性

与分布性均衡的Pareto前沿. 在实际应用中, 决策者只需要求得众多前沿面解中的1个或几个. 因此, 搜索Pareto优化解只是优化任务的一个方面. 为了得到决策者最满意的解, 另一个任务-决策也是非常重要的, 为此需引入决策者偏好信息. 从总体上讲, 有3种引入偏好信息的方式^[3]: 先验法, 即先决策后优化; 后验法, 即先优化后决策; 交互法, 即边优化边决策. 其中, 交互法能提供比先验法准确的偏好信息, 同时, 算法耗时比后验法少, 且决策者选择负担小. 鉴于此, 本文将采用交互法求解区间参数高维多目标优化问题.

本文针对区间参数高维多目标优化问题, 提出一种融入决策者偏好的集合进化优化方法. 该方法采用语言值表达决策者偏好; 根据给出的偏好, 能够求出一个集合满足决策者偏好的程度, 结合集合的超体积和不确定度, 将原区间参数优化问题转化为3目标确定型优化问题; 采用NSGA-II范式, 求解转化后的优化问题, 利用基于集合的Pareto占优关系, 以及设计的融入决策者偏好的延展性测度, 能够得到个体的全序关系; 通过提出的集合变异和重组策略, 产生高性能的子代种群.

本文的结构安排如下: 第2节综述相关工作; 第3节详细介绍本文提出的方法; 所提方法在典型区间高维多目标优化问题的应用及对比实验, 将在第4节给出; 最后, 第5节总结全文, 并指出需要进一步研究的问题.

2 相关工作(Related work)

考虑如下优化问题:

$$\begin{cases} \min f(\mathbf{x}, \mathbf{c}) = (f_1(\mathbf{x}, \mathbf{c}), f_2(\mathbf{x}, \mathbf{c}), \dots, \\ \quad \quad \quad f_m(\mathbf{x}, \mathbf{c})), \\ \text{s. t. } \mathbf{x} \in S \subset \mathbb{R}^n, \\ \quad \quad \mathbf{c} = (c_1, c_2, \dots, c_l)^T, \\ \quad \quad c_k = [\underline{c}_k, \bar{c}_k], k = 1, 2, \dots, l, \end{cases} \quad (1)$$

式中: \mathbf{x} 为 n 维决策变量; S 为 \mathbf{x} 的决策空间; $f_i(\mathbf{x}, \mathbf{c}) = [f_i(\mathbf{x}, \mathbf{c}), \bar{f}_i(\mathbf{x}, \mathbf{c})]$ ($i = 1, 2, \dots, m$)为第 i 个含区间参数的目标函数; m 为目标函数的个数, 且 $m > 3$; \mathbf{c} 为区间向量参数, c_k 为 \mathbf{c} 的第 k 个分量, \underline{c}_k 和 \bar{c}_k 分别为 c_k 的下限和上限. 如果不同目标函数的标度不同, 则将问题(1)各目标函数归一化处理^[4].

Limbourg等针对目标函数含有噪声的多目标优化问题, 利用区间表示不确定目标函数值, 定义区间占优关系及反映优化解逼近性和分布性的超体积测度, 给出解决该问题的非精确传播多目标进化算法(imprecision-propagating multi-objective evolutionary algorithm, IP-MOEA)方法^[5]. 笔者曾提出含区间参数的多目标进化优化方法, 定义基于区间目标函数值的Pareto占优关系和拥挤距离测度, 并用于比较个体的

优劣^[6].

上述2种方法直接求解区间参数多目标优化问题, 这些问题的目标函数一般为2或3个. 对于多于3个目标函数的区间参数优化问题, 目前, 相关的求解方法还很少.

采用新的占优关系代替传统的Pareto占优关系, 以提高选择Pareto优化解的压力, 可以求解高维多目标优化问题, 但是, 需要付出昂贵的计算代价. 如果采用合适的方法, 将高维多目标函数缩减为2或3个, 甚至1个, 那么, 就可以利用已有的方法, 高效地比较不同优化解, 此即高维多目标优化问题的降维求解. Murata等采用目标函数间的相互关系构建目标组, 然后将同一组的目标函数进行加权, 从而减少优化问题目标函数的个数^[7]. Lygoe等通过设计的系统化和模块化的进程, 将Pareto优化前沿进行分类, 采用包含偏好的基于规则的主元分析, 识别每类的冗余目标^[8]. Sato等提出的算法中采用部分Pareto占优, 即仅采用部分目标函数, 比较2个解之间的占优关系, 提高了非被占优解的选择压力, 且选择的目标函数集每隔固定代数变化一次^[9]. Ishibuchi等为了增加非被占优解的选择压力, 采用加权的目标函数值作为适应值, 用于父代选择和种群更新^[10]. Lindroth等提出一种最优的减少目标集的方法, 使得减少目标后优化问题的前沿近似于原问题的前沿^[11].

上述降维方法得到的目标函数(集), 是原目标函数集的各种组合. 从而, 当目标函数很多, 而冗余目标很少时, 降维后的目标函数(集)也可能很大. 因此, 需进一步提高这些方法的性能.

目前, 还存在一种基于集合进化的方法求解高维多目标优化问题. Bader等^[12]将种群划分为几个解集合, 仅以集合的超体积为优化目标, 并设计基于超体积的集合重组策略, 将该方法与传统的多目标进化优化方法比较, 证实了其高效性. 该方法将多目标优化问题转换为单目标优化问题, 但是, 这种转换脱离了原目标函数集, 因此, 该方法能够克服上述降维方法可能遇到的困难. 目前, 这方面的研究成果还很少, 本文也将采用集合进化方法, 对区间参数高维多目标优化问题降维求解.

可以看出, 上述方法的目的是找到收敛性好且分布均匀的Pareto前沿. 但是, 在实际应用中, 只需得到决策者最满意的解, 为此, 需在进化过程中融入决策者的偏好信息.

目前, 针对确定型多目标优化问题, 已经有很多交互式多目标进化优化方法. Rachmawati等将采用目标间相对重要性描述的决策者偏好, 映射到标准Pareto前沿上, 从而得到它的数学模型, 利用该模型, 将偏好信息分别融入到约束、秩惩罚、拥挤距离计算中, 并用于NSGA-II中优化解的进一步排序^[13]. Lily等采用不

精确向量表示决策者偏好, 该不精确向量由语言描述, 且每个语言变量根据决策者的期望, 具有3种程度的不确定性. 这种不确定性对应目标子集里期望解的密度, 在进化过程中决策者可以更改语言变量值, 且偏好信息被用于修改个体间的占优关系^[14]. Said等采用参考点体现决策者的偏好, 并提出一种基于该参考点的占优关系, r -占优. 这种占优关系可以区分任意2个解, 引导种群向决策者偏好的区域进化^[15].

对于区间参数多目标优化问题, 笔者提出的方法定期将部分非被占优解提交给决策者, 以最差解为顶点, 构建偏好多面体, 并用于优化解排序^[16]. 此外, 笔者针对区间混合性能指标优化问题, 提出一种不确定偏好大种群进化优化方法. 该方法中决策者偏好采用交互法输入, 并用区间表示; 通过求解一个优化问题将区间偏好量化; 通过计算具有相同Pareto序值个体的决策者偏好值, 进一步区分它们的性能^[17].

可以看出, 上述方法要么解决区间参数多目标优化问题, 要么解决确定型高维多目标优化问题, 而针对区间参数高维多目标优化问题的求解方法还很缺乏. 因此, 将交互式融入决策者偏好与集合进化相结合, 求解区间参数高维多目标优化问题, 是非常有意义的, 也是本文的主要工作.

3 提出的方法(Proposed method)

本文求解式(1)描述的区间参数高维多目标优化问题, 提出一种交互式融入决策者偏好的集合进化优化方法. 该方法在种群进化前, 请求决策者输入对各目标的偏好(将在第3.1节详述); 采用反映Pareto前沿逼近性、不确定性以及满足决策者偏好程度的性能指标, 将原优化问题转化为确定型的3目标优化问题(将在第3.2节详述); 为了求解转化后的优化问题, 采用NSGA-II范式, 利用集合Pareto占优关系得到个体的序值; 对具有相同序值的个体, 通过个体延展性, 进一步比较其性能(将在第3.3节详述); 通过设计的集合进化策略, 产生高性能的子代个体(将在第3.4节详述). 在进化过程中, 每隔20代, 决策者可以修改偏好信息. 当算法满足终止条件时, 第1个优势个体即可作为满足决策者偏好的原优化问题的Pareto最优解集.

为了实现本节方法, 需要解决如下4个关键技术: 决策者偏好表示、优化问题降维转化、集合比较, 以及集合进化策略设计等.

3.1 决策者偏好表示(Expression of decision-maker's preferences)

指定目标向量的期望范围, 是一种直观表示决策者偏好的方式^[18]. 因此, 本节借鉴文献[14]的思想, 采用由语言值构成的向量 $\mathbf{g} = (g_1, g_2, \dots, g_m)$, 表示决策者偏好, 其中 g_i 反映第 i 个目标的期望范围.

为了便于说明, 本文可能用到的语言值限定为

“很小”、“小”、“中”、“大”, 以及“很大”, 且对于每个语言值, 采用高斯隶属函数表示. 为此, 对于每一目标函数, 首先, 通过合适的方法, 设定其最小和最大值; 然后, 将基于最小和最大值形成的区间, 均匀划分为4等分, 并自小到大将每一等分的端点, 依次作为上述语言值高斯隶属函数的均值; 最后, 将决策者对其给出偏好的不确定程度作为高斯函数的均方差. 为了便于利用, 将该不确定度分为3个等级, 即“低”、“中”、“高”, 量化值分别对应每个目标范围的2.5%, 5%, 10%. 通过上述方法, 能够得到每一语言值的隶属函数, 如图1所示, 其表达式为

$$\mu_j^i(z) = \begin{cases} e^{-\frac{(z-u_j^i)^2}{\sigma_j^i}}, & U_{\min}^i \leq z \leq U_{\max}^i, \\ 0, & \text{其他,} \end{cases} \quad (2)$$

式中: $\mu_j^i(z)$ 表示第 i 个目标函数的值 z 属于语言值 j 的程度, $j \in \{\text{很小, 小, 中, 大, 很大}\}$; U_{\min}^i 和 U_{\max}^i 分别为第 i 个目标函数的最小和最大值; u_j^i 和 σ_j^i 分别为 $\mu_j^i(z)$ 的均值和均方差.

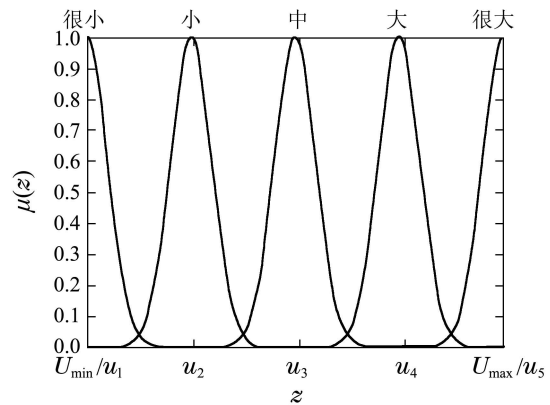


图 1 语言值的隶属函数

Fig. 1 Membership functions of linguistic values

鉴于本文优化问题的目标函数值为区间, 而式(2)仅适合于计算某精确数的隶属度, 因此, 需要扩展式(2), 使其能够计算任一区间的隶属度. 利用辛普森求积公式, 第 i 个目标的区间 $f_i(\mathbf{x}, \mathbf{c}) = [f_i(\mathbf{x}, \mathbf{c}), \bar{f}_i(\mathbf{x}, \mathbf{c})]$ 属于语言值 j 的程度为

$$\begin{aligned} \mu_j^i(f_i(\mathbf{x}, \mathbf{c})) = & \frac{1}{\bar{f}_i(\mathbf{x}, \mathbf{c}) - f_i(\mathbf{x}, \mathbf{c})} \int_{f_i(\mathbf{x}, \mathbf{c})}^{\bar{f}_i(\mathbf{x}, \mathbf{c})} \mu_j^i(z) dz = \\ & \frac{1}{6} (\mu_j^i(f_i(\mathbf{x}, \mathbf{c})) + \mu_j^i(\bar{f}_i(\mathbf{x}, \mathbf{c})) + \\ & 4\mu_j^i((f_i(\mathbf{x}, \mathbf{c}) + \bar{f}_i(\mathbf{x}, \mathbf{c}))/2)). \end{aligned} \quad (3)$$

3.2 优化问题降维转化(Dimensionality reduction of optimization problem)

本节解决的问题是, 如何将区间参数高维多目标优化问题转化为确定型多目标优化问题, 使得转化后

优化问题目标函数的个数远少于原优化问题. 鉴于已有降维方法存在的缺陷, 借鉴文献[12]的思想, 本节将采用合适的性能指标对问题(1)降维求解.

对于确定型多目标优化问题, Pareto优化解集一般要求具有如下3个特性^[19-20]: 1) 对应的Pareto前沿离真实Pareto前沿近, 即具有好的逼近性; 2) 构成Pareto前沿的点在目标空间分布均匀, 即具有好的分布性; 3) Pareto前沿在每个目标取到尽可能优的值, 即具有好的延展性. 对于区间参数多目标优化问题, 除了对Pareto优化解集要求上述3个特性外, 还要求对应的Pareto前沿具有小的不确定度. 目前, 适用于区间参数多目标优化问题Pareto优化解集的性能指标还比较少, 仅有Limbourg等^[5]提出的超体积和不确定度, 其中, 超体积能同时反映Pareto前沿的逼近和分布性, 因此, 本文将超体积和不确定作为转化后优化问题的2个目标函数. 此外, 为了使得到的Pareto优化解集满足决策者偏好, 也将决策者偏好的满足度作为转化后优化问题的1个目标函数. 这样一来, 式(1)描述的优化问题能够转化为如下确定型的3目标优化问题:

$$\begin{aligned} \max F_1(X) &= \lambda \left(\bigcup_{\mathbf{x}_j \in X} \{h | \underline{f}(\mathbf{x}_j) < h < \bar{f}(\mathbf{x}_{\text{ref}})\} \right), \\ F_2(X) &= - \sum_{\mathbf{x}_j \in X} \sum_{i=1}^m |\bar{f}_i(\mathbf{x}_j) - \underline{f}_i(\mathbf{x}_j)|, \\ F_3(X) &= \frac{1}{mN} \sum_{\mathbf{x}_j \in X} \sum_{i=1}^m \mu_{g_i}^i(f_i(\mathbf{x}_j)), \\ \text{s. t. } X &\in P(S), \end{aligned} \quad (4)$$

式中: $P(S)$ 为 S 的幂集, 由 S 的所有子集构成; $X = \{\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_N\}$ 为由问题(1)的 N 个解构成的集合, 也为问题(4)的进化个体; N 为 X 包含的原优化问题解的个数; $\lambda(\cdot)$ 为勒贝格测度; \mathbf{x}_{ref} 是用于计算超体积的参考点. 一般地, 对于最大化问题, 参考点由小于或等于优化问题各目标最小值的点组成; 对于最小化问题, 参考点则由大于或等于优化问题各目标最大值的点组成. 由于本文采用的测试函数经不确定化后, 均是最大化问题, 且经过归一化处理, 因此, 参考点取为 $(0, \dots, 0, 0)$.

由式(4)可以看出, 1) $F_1(X)$ 用于反映 X 的逼近度, 该值越大, 说明越逼近原优化问题的真实Pareto前沿; 2) $F_2(X)$ 用于反映 X 的不确定度, 该值越大, 说明 X 中原优化问题解的不确定度越小; 3) $F_3(X)$ 用于反映 X 符合决策者偏好的程度, 该值越大, 说明 X 越符合用户偏好, 取值范围为 $[0, 1]$.

可以看出, 上述转化方法具有下述3个特点: 1) 转化后优化问题的目标函数脱离了原目标函数集, 且个数远少于原优化问题; 2) 转化后优化问题的决策变量是原优化问题的解集; 3) 转化后优化问题是确定的. 由此可知, 转化后优化问题的最优解可作为原优化问

题的一个最优解集, 因此, 与已有的方法有本质区别.

通过上述过程, 将区间参数高维多目标优化问题转化为确定型多目标优化问题. 为了得到原优化问题高性能的Pareto优化解集, 寻找合适方法求解式(4)表示的优化问题, 是非常必要的.

本文将采用NSGA-II范式, 求解上述转化后的优化问题. NSGA-II中包含的主要操作有: 快速非被占优排序、拥挤距离计算、精英选择策略以及交叉、变异等遗传操作, 这些操作都是基于单个解的, 而式(4)中的个体解码后不再是传统意义上的一个解, 而是一个解集, 因此, 上述操作均需重新设计. 第3.3节首先给出集合进化个体的优劣比较方法, 包含集合Pareto占优关系的定义和延展性测度计算; 然后, 第3.4节给出集合进化策略, 包含选择、集合变异和集合重组操作.

3.3 集合比较(Comparison of sets)

文献[21]基于解的占优关系, 提出集合占优关系, 本质仍然是比较属于不同集合的解的质量, 因此, 随着目标函数的增多, 互不占优集合的数量也会增加, 导致选择压力降低. 本文基于式(4)赋予个体适应值, 把原优化问题集合的比较, 转化为转化后优化问题解的比较, 因此, 基于集合的Pareto占优关系类似于传统Pareto占优关系, 有利于提高集合的选择压力, 其定义如下:

定义1 假设 X_1 与 X_2 为问题(4)的任意2个解, 即 $X_1, X_2 \in P(S)$, 且 $X_1 \neq X_2$,

1) 如果 $\forall k \in \{1, 2, 3\}$, 有 $F_k(X_1) \geq F_k(X_2)$, 且 $\exists k' \in \{1, 2, 3\}$, 使得 $F_{k'}(X_1) > F_{k'}(X_2)$, 则称 X_1 集合占优 X_2 , 记为 $X_1 \succ_{\text{spar}} X_2$;

2) 如果 $\exists k' \in \{1, 2, 3\}$, 使得 $F_{k'}(X_1) \geq F_{k'}(X_2)$, 且 $\exists k'' \in \{1, 2, 3\}$, 使得 $F_{k''}(X_1) \leq F_{k''}(X_2)$, 则称 X_1 和 X_2 互不集合占优, 记为 $X_1 \parallel_{\text{spar}} X_2$.

利用定义1, 能够得到种群个体的序值. 对于种群中相同序值的个体, 需要设计个体性能进一步比较的策略. 第3.2节提到问题的Pareto优化解集需要满足3个特性, 而式(4)描述的转化后优化问题只能体现收敛性和分布性, 因此, 这里将采用一种能体现Pareto优化解集延展性的测度. 文献[22]给出了一种延展性度量方法, 但是, 仅适用于目标函数为精确值的情况. 本文将该度量扩展到能适用于目标函数为区间的情况, 并用于进一步比较具有相同序值的个体. 该延展性测度可以表示为

$$I_s(X) = \frac{\sqrt{\sum_{i=1}^m (\max_{\mathbf{x}_j \in X} \bar{f}_i(\mathbf{x}_j) - \min_{\mathbf{x}_j \in X} \underline{f}_i(\mathbf{x}_j))^2}}{\sqrt{\sum_{i=1}^m (\max_{z \in Z} f_i(z) - \min_{z \in Z} f_i(z))^2}}, \quad (5)$$

式中 Z 为决策者期望得到的集合, 通过第3.1节决策者对每个目标的偏好范围, 调节分母取值.

可看出, 式(5)中的分子和分母均是由Zitzler等^[19]提出的计算集合延展性的公式, 分子计算的是所得集合 X 的真实延展性, 分母计算的是决策者期望得到的集合 Z 的延展性, 因此: 1) 当 $I_s(X) = 1$ 时, X 具有理想的延展性; 2) 当 $I_s(X) > 1$ 时, 具有高延展性; 3) 当 $I_s(X) < 1$ 时, 具有低延展性. 本文希望得到的进化个体 X 的实际延展性接近期望延展性, 因此, 为了能够比较 2 个个体的延展性, 对式(5)进行如下扩展:

$$D(X) = |I_s(X) - 1|, \quad (6)$$

用于计算经式(5)得到的 X 的延展性与理想延展性的距离. 该值越小, 则 $I_s(X)$ 越接近 1, 即 X 的实际延展性越接近决策者期望得到的延展性, 说明 X 中原优化问题解的延展性越理想, X 的性能越好; 反之亦然.

通过上述方法, 能够对种群的个体进行优劣比较. 为了产生高性能的优化解, 下面给出有针对性的进化策略.

3.4 集合进化策略设计(Design of set-based evolution strategies)

本节详细阐述基于集合的选择、交叉及变异策略.

1) 交配选择.

采用规模为 2 的联赛选择, 方法如下: 对于任意 2 个体 X_1 和 X_2 , 如果 $X_1 \succ_{\text{spar}} X_2$, 选择 X_1 作为优胜个体; 如果 $X_2 \succ_{\text{spar}} X_1$, 选择 X_2 作为优胜个体; 如果 $X_1 \parallel_{\text{spar}} X_2$, 选择 $X = \arg \min \{D(X_1), D(X_2)\}$ 作为优胜个体.

2) 集合变异.

对选择进行变异操作的个体 X_i , 选取 X_i 中最差的解进行变异, 该操作进行 $\lfloor \text{rand}(0, 1) \cdot N \rfloor$ 次, 其中: $\text{rand}(0, 1)$ 为区间 $[0, 1]$ 的随机数; $\lfloor \cdot \rfloor$ 为向下取整函数. 假设 X_i 中第 j 个原优化问题的解最差, 即 \mathbf{x}_{ij} 被选定, 那么, 通过下式进行变异:

$$\begin{cases} \mathbf{x}'_{ij} = \mathbf{x}_{ij} + \Delta \mathbf{x}_{ij}, \\ \Delta \mathbf{x}_{ij} = \begin{cases} \text{rand}(0, 1) \cdot (P_1^d - \mathbf{x}_{ij}^d), \\ \text{rand}(0, 1) \cdot (P_g^d - \mathbf{x}_{ij}^d), \\ \text{rand}(0, 1), \end{cases} \end{cases} \quad (7)$$

式中: $d = 1, 2, \dots, n$; \mathbf{x}'_{ij} 为 \mathbf{x}_{ij} 变异后的第 d 个分量; $\Delta \mathbf{x}_{ij}$ 为变异步长; P_1 为 X_i 中原优化问题的最优解; P_g 为进化种群的最优个体中原优化问题的最优解.

由式(7)可以看出, 可以有 3 种方式得到 $\Delta \mathbf{x}_{ij}$ 的值, 但是, 每次变异只需随机选取 1 种. 如果 \mathbf{x}'_{ij} 优于 \mathbf{x}_{ij} , 那么, 用 \mathbf{x}'_{ij} 替换 \mathbf{x}_{ij} ; 如果 \mathbf{x}_{ij} 优于 \mathbf{x}'_{ij} , 那么, 不用 \mathbf{x}'_{ij} 替换 \mathbf{x}_{ij} . 这种对最差解变异的方式, 优于以往的随机变异操作, 能够加速种群的进化.

需要说明的是, 在每次变异操作前, 需对 X_i 中原优化问题解进行全序排序, 从而挑出最差和最优解. 该排序方法为: 先采用区间 Pareto 占优关系^[6], 得到解

的 Pareto 序值, 对于序值相同的解, 再利用式(3)计算解满足决策者偏好的程度, 满足度越高, 解的性能越好. 此方法也用于 \mathbf{x}'_{ij} 和 \mathbf{x}_{ij} 之间的优劣比较.

3) 集合重组.

集合重组操作的目的, 是期望得到的 Pareto 优化集中的解均为非被占优解. 对于转化后优化问题的 3 个个体 X_1, X_2, X_3 , 依式(8)的方式组合, 从而生成 3 个新的个体 X'_1, X'_2, X'_3 , 其中 “ \cap ” 表示从 2 个合并的个体中, 选择原优化问题性能最优的前 N 个解, 形成新的个体. 采用类似的方法, 能够得到集合数多于 3 个时的重组结果.

$$\begin{cases} X'_1 = X_1 \cap X_2, \\ X'_2 = X_2 \cap X_3, \\ X'_3 = X_3 \cap X_1. \end{cases} \quad (8)$$

3.5 算法步骤(Steps of algorithm)

本文所提方法的步骤如下:

步骤 1 初始化规模为 w 的集合进化种群 $P(0)$, 且每个集合进化个体包含问题(1)的 N 个解; 令进化代数 $t = 0$;

步骤 2 采用第 3.1 节的方法, 表示决策者偏好, 并输入决策者的偏好信息;

步骤 3 采用第 3.2 节的式(4)计算集合进化个体适应值, 从而将原优化问题转化为 3 目标优化问题;

步骤 4 采用第 3.3 节提出的集合 Pareto 占优关系和延展性测度, 对种群 $P(t)$ 中的进化个体进行排序;

步骤 5 采用第 3.4 节的集合进化策略, 实施基于集合的联赛选择、变异, 以及重组操作, 生成临时种群 $Q(t)$;

步骤 6 合并 $P(t)$ 和 $Q(t)$, 并选取前 w 个进化个体组成子代种群 $P(t + 1)$;

步骤 7 判断种群进化终止条件是否满足, 如果是, 输出种群的第 1 个优势个体, 算法结束; 否则, 令 $t = t + 1$, 如果 $\text{mod}(t, 20) \neq 0$, 转步骤 3; 否则, 反馈第 1 个优势个体中原优化问题所有解的各目标区间中点平均值的曲线给决策者, 并询问决策者偏好是否改变, 如果是, 转步骤 2; 否则, 转步骤 3.

4 应用(Applications)

为了验证所提方法, 记为融入偏好的区间高维多目标集合进化算法(set-based evolutionary algorithms incorporated with preferences for solving interval many objective problems, PI-SET-MOEA)的有效性, 将所提方法与如下 3 种方法比较. 方法 1 记为 IP-MOEA^[5], 是一种典型的区间参数多目标进化优化方法, 采用该方法种群进化结束后, 根据决策者偏好选择 1 个 Pareto 优化解集; 方法 2 记为 SET-MOEA^[12], 是一种基于集合的进化优化方法, 种群进化结束后, 根据决策者偏好选择 1 个个体; 方法 3 在种群进化前确定决策者偏好,

且该偏好在种群进化过程中不变, 并采用本文方法求解, 记为 Priori PI-SET-MOEA(PPI-SET-MOEA). 在这些方法中, 所提方法属于交互法, 方法1与方法2均属于后验法, 而方法3属于先验法. 与方法1比较, 是为了验证所提方法优于传统的区间参数多目标进化优化方法; 与方法2比较, 是为了验证本文所提的集合进化优化方法优于方法2所提的集合进化优化方法; 同时, 与这3种方法比较, 也是为了说明所提方法能更快的得到符合决策者真实偏好的优化解集. 每种方法采用MATLAB 7.0编程实现, 且均独立运行20次.

4.1 优化问题(Optimization problems)

选择基准优化问题DTLZ1, DTLZ2, DTLZ3, 以及DTLZ5^[23]进行性能验证. 各优化问题决策变量的取值范围均为[0, 1]; 决策变量的维数为 $n = m + k - 1$, DTLZ1中k的取值为5, DTLZ2, DTLZ3以及DTLZ5中k的取值为10. 实验中, DTLZ1和DTLZ2的目标函数个数分别取2, 5, 15, 以及20; DTLZ3和DTLZ5的目标函数个数分别取5, 15, 以及20.

鉴于上述优化问题的目标函数均不含有区间参数, 为了测试不同方法的性能, 采用文献[5]的方法引入扰动因子, 使得目标函数值为区间. 具体地讲, 对于2目标优化问题, 其目标函数的扰动量分别为 $\sin(10\pi \cdot \sum_i x_i)/4$ 和 $\sin(20\pi \sum_i x_i)/4$; 当优化问题分别含有5, 15, 以及20个目标函数时, 每个目标函数的扰动量相同, 分别为 $\sin(10\pi \sum_i x_i)/4$, $\sin(20\pi \sum_i x_i)/4$, 以及 $\sin(40\pi \sum_i x_i)/4$. 扰动后, 相应的优化问题分别记为DTLZ1', DTLZ2', DTLZ3', 以及DTLZ5', 且均为最大化问题.

此外, 为了进一步验证PI-SET-MOEA的性能, 将其应用于1个工程设计问题, 即汽车驾驶室设计问题^[1]. 该问题是一个包含9个目标的车辆性能优化问

题, 包含11个变量, 数学模型见附录. 为了利用该问题测试不同方法的性能, 对每个目标引入扰动分量 $\sin(20\pi \sum_i x_i)/4$, 使得每一目标函数值为区间.

4.2 参数设置(Parameters setting)

综合考虑文献[5, 12]中种群的规模, 将PI-SET-MOEA的种群规模和每一个体包含原优化问题解的个数均取10, 采用第3.4节提出的集合进化策略; PPI-SET-MOEA采用同样的参数. 同样, SET-MOEA的种群规模和每一个体包含原优化问题解的个数均取10, 根据文献[12]的实验结果, 变步步长为10; 对于IP-MOEA, 种群规模取100, 使其与前3种方法中种群所包含的原优化问题解的个数相同; 进一步地, 文献[5, 12]中, SET-MOEA中的集合变异操作和IP-MOEA中的遗传操作均采用规模为2的联赛选择、模拟二进制交叉, 以及多项式变异, 其中, 交叉和变异概率分别为0.9和0.1. 文献[5]中, 4种方法的最大进化代数取为100. 当目标函数超过4个时, PI-SET-MOEA, PPI-SET-MOEA, 及SET-MOEA均采用文献[21]提出的 Monte Carlo方法近似计算超体积, 采样次数取10,000. 需要说明的是, 本文对于相同的参数, 不同的方法具有相同的取值. 因此, 不管这些参数怎么设置, 不同方法的比较均是公平的.

对于所有优化问题, 采用相同的决策者偏好. 不同方法的偏好设置如表1所列, 其中, 初始偏好是PPI-SET-MOEA使用的偏好, 也是PI-SET-MOEA中决策者初始输入的偏好; 后期偏好是IP-MOEA与SET-MOEA进化结束后使用的偏好, 也是PI-SET-MOEA中决策者进化过程中输入的最后1次偏好. 为方便表示和输入偏好信息, 采用1, 2, 3, 4, 及5分别表示“很小”、“小”、“中”、“大”, 及“很大”; 偏好的不确定度“低”、“中”、“高”分别采用L, M, H表示.

表1 偏好设置
Table 1 Preferences setting

目标个数	偏好
2	{5, 4}; {H, H}
5	{5, 5, 4, 4, 4}; {H, H, H, H, H}
15	{5, 5, 5, 5, 5, 4, 4, 4, 4, 4, 3, 3, 3, 3, 3} {M, M, M, M, M, H, H, H, H, H, H, H, H, H, H}
20	{5, 5, 5, 5, 5, 5, 5, 4, 4, 4, 4, 4, 4, 4, 3, 3, 3, 3, 3} {L, L, L, M, M, M, M, M, H, H, H, H, H, H, H, H, H, H, H}
2	{5, 5}; {L, M}
5	{5, 5, 5, 5, 4}; {L, L, M, M, M}
15	{5, 5, 5, 5, 5, 5, 5, 5, 4, 4, 4, 4, 3, 3} {L, L, L, L, L, L, M, M, M, M, M, M, H, H, H}
20	{5, 5, 5, 5, 5, 5, 5, 5, 5, 5, 4, 4, 4, 4, 4, 3, 3} {L, L, L, L, L, L, L, L, L, L, M, M, M, M, M, M, M, H, H, H}

4.3 性能指标(Performance indicators)

采用如下5个性能指标比较这4种方法的性能:

1) 最好超体积, 简称 H 测度, 采用式(4)的第1个式子计算. 该值越大, 得到的Pareto前沿的逼近性越好.

2) 不确定度, 简称 I 测度, 采用式(4)的第2个式子计算. 该值越小, 得到的Pareto前沿越精确.

3) 与理想延展性的距离, 简称 D 测度, 采用式(6)计算. 该值越小, 得到的Pareto前沿的延展性越符合决策者偏好.

4) 偏好值, 简称 P 测度, 采用式(4)的第3个式子计算. 该值越大, 决策者对得到的Pareto前沿越满意.

5) CPU时间, 简称 T 测度. 某方法的CPU时间越少, 效率越高.

4.4 实验结果与分析(Experimental results and analysis)

实验分为3组: 第1组通过最优个体中, 原优化问题的非被占优解的个数与该个体包含解的个数比值, 验证所提集合重组方法的有效性; 第2和第3组分别通过基准优化问题和工程设计问题, 比较各方法的性能.

1) 最优个体中非被占优解的比例.

记最优个体包含原优化问题解的个数为 N , 其中, 非被占优解的个数为 ND , 那么, 非被占优解与最优个体包含解的个数比值为 ND/N . 图2给出所提方法求解4种不同目标个数的DTLZ1'和DTLZ2'时, ND/N 随进化代数的变化曲线. 由于DTLZ3'和DTLZ5'的变化曲线与它们类似, 这里不再给出.

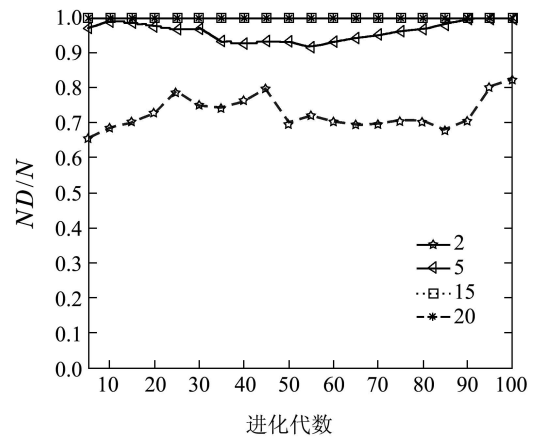
由图2可以看出: ① 对于同一优化问题, 随着进化代数的增加, ND/N 值总体呈上升趋势, 说明最优个体中非被占优解不断增多, 个体的质量不断变好; ② 对于相同的进化代数, 随着目标的增多, ND/N 值不断增大. 当目标个数大于或等于5时, 最后得到的最优个体中 ND/N 值为1, 说明最优个体中任一解均为非被占优解; 当目标个数为2时, 最后得到的最优个体中 ND/N 值小于1, 但是, 也大于0.8. 这说明, 提出的集合重组策略是有效的, 对于所有优化问题, 能够在进化结束时, 得到的最优个体中非被占优解至少为80%.

2) 不同方法关于基准优化问题的性能.

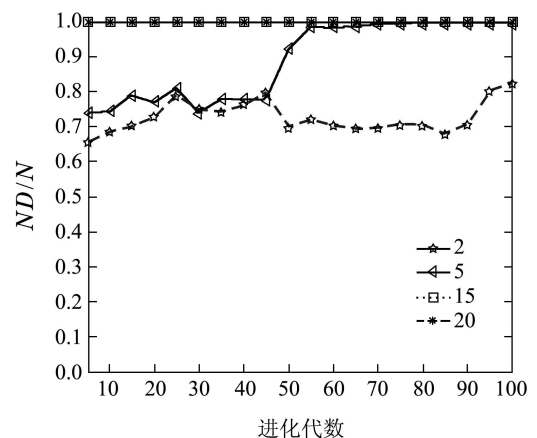
下面分如下3部分: 第1部分通过2目标优化问题DTLZ1'和DTLZ2'的Pareto前沿, 比较不同方法的性能; 第2部分将所提方法PI-SET-MOEA与先验法PPI-SET-MOEA比较, 验证所提方法能够得到符合决策者真实偏好的解; 第3部分将PI-SET-MOEA与

2种后验法IP-MOEA与SET-MOEA比较, 验证所提方法能够更快的得到收敛性、不确定性, 以及延展性均衡, 且更符合决策者偏好的Pareto优化解集.

由于PI-SET-MOEA, PPI-SET-MOEA及SET-MOEA都是基于集合的进化优化方法, 在种群进化结束时, 只输出1个最优个体; 此外, 本文中集合的规模取为10, 因此, 最优个体是一个包含原优化问题10个解的集合. 为了公平比较, 对于IP-MOEA得到的非被占优解, 按满足决策者偏好的程度降序排序, 并选取前10个作为该方法得到的优化解集.



(a) DTLZ1'



(b) DTLZ2'

图 2 ND/N 随进化代数的变化曲线

Fig. 2 Curves of ND/N with respect to number of generations

D) 2目标优化问题的Pareto前沿.

采用PI-SET-MOEA, IP-MOEA及SET-MOEA求解2目标DTLZ1'和DTLZ2', 得到如图3所示的Pareto前沿. 图中: “o”, “☆”, “▷”分别表示这3种方法得到的10个解的目标区间的中点; 实线框、虚线框、点划线框分别表示这3种方法得到的目标区间(长方形). 由图3可以直接比较不同方法得到的

Pareto前沿 H 和 I 测度的优劣. 此外, 表2列出根据这些前沿得到的 P 和 D 测度的值. 需要说明的是, 图、表中PI, IP及SET分别是PI-SET-MOEA, IP-MOEA及SET-MOEA的缩写, 其他图、表也采用该表示方式.

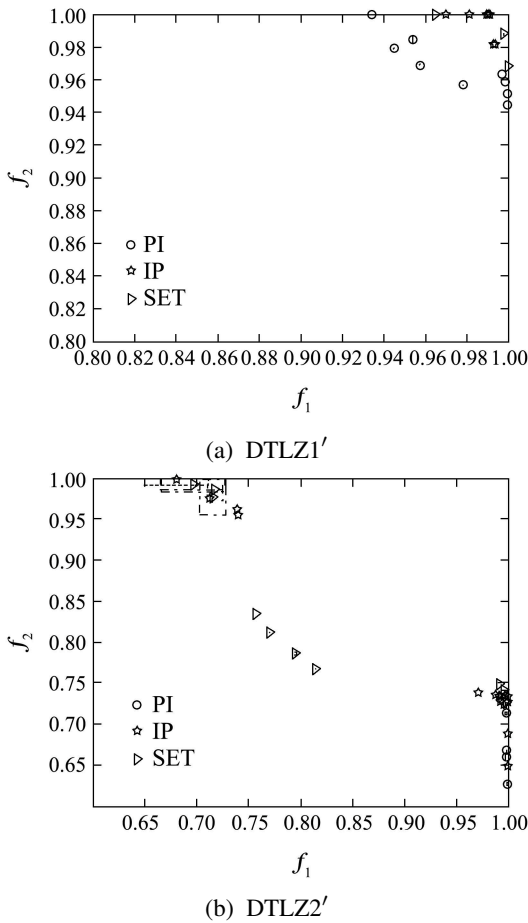


图3 不同方法得到的Pareto前沿

Fig. 3 Pareto front obtained by different methods

表2 不同方法得到的Pareto前沿的 P 和 D 测度

Table 2 P and D indicators of Pareto front obtained by different methods

	DTLZ1'		DTLZ2'	
	P	D	P	D
PI	13.55	0.24	9.79	0.22
IP	15.13	0.79	7.85	2.42
SET	15.12	0.67	5.53	1.91

由图3和表2可知: ① PI-SET-MOEA得到的Pareto优化解集中含有个别被占优解, 这在4.4节的1)中已进行了分析; ② IP-MOEA得到的Pareto前沿的逼近性优于PI-SET-MOEA得到的, 这是因为, 当优化问题含有较少目标时, 优化解的选择压力能够得到保证, 采用基于Pareto占优的IP-MOEA能够很好的解决该优化问题; SET-MOEA得到的Pareto前

沿的逼近性也优于PI-SET-MOEA得到的, 这是因为, 该方法的集合变异和重组策略都以最大化集合的 H 测度为目标, 而PI-SET-MOEA仅把 H 测度作为优化目标之一; ③ PI-SET-MOEA得到的Pareto前沿的 I 测度不劣于IP-MOEA, 且优于SET-MOEA; ④ PI-SET-MOEA得到的优化问题DTLZ1'和DTLZ2'的 P 测度值分别小于和大于其他2种方法; ⑤ PI-SET-MOEA得到的 D 测度值均优于其他2种方法.

综上可知, 集合进化优化方法不适用于求解低维多目标优化问题, 也就是说, 当优化问题包含较少目标函数时, 采用传统的多目标进化优化方法求解, 会得到更好的效果.

II) 所提方法与先验法比较.

PI-SET-MOEA与PPI-SET-MOEA的最大区别在于: 2种方法在种群进化过程中采用的偏好信息可能不一致. 这是因为前者在种群进化过程中, 可以任意修改决策者偏好; 后者只能在种群进化开始前, 输入1次决策者偏好, 从而使得PPI-SET-MOEA得到的解可能不符合决策者真正的偏好. 本部分的实验就是为了验证这种差异, 因此, 只比较这2种方法得到的Pareto前沿与偏好相关的测度, 即4.3节所提的 P 和 D 测度.

图4和图5分别给出PI-SET-MOEA与PPI-SET-MOEA求解优化问题DTLZ2'和DTLZ5'时, 得到的Pareto前沿的 P 和 D 测度的箱图. 为了检验这2种方法在相应测度上差异的显著性, 对得到的测度值分别进行Mann-whitney非参数检验, 显著性水平取0.05, 表3列出这2种方法求解所有优化问题时, 得到的相应测度的非参数检验结果, 简称 p -值. 其中: “+”和“-”分别表示PI-SET-MOEA明显优于和劣于PPI-SET-MOEA, “0”表示两者之间无明显区别. 需要说明的是, 后面的假设检验均采用此种方法, 并取相同的显著性水平.

表3 不同方法得到的Pareto前沿的 P 和 D 测度的 p -值

Table 3 p -values of P and D indicators of Pareto fronts obtained by different methods

	DTLZ1'		DTLZ2'		DTLZ3'		DTLZ5'	
	P	D	P	D	P	D	P	D
5	+	+	+	+	+	+	+	+
15	+	+	+	+	+	+	+	+
20	+	0	+	+	+	+	0	+

由图4和图5, 以及表3可以看出: ① 除了20目标

DTLZ5', PI-SET-MOEA得到的Pareto前沿的 P 测度与PPI-SET-MOEA无显著差异外,对于其他优化问题,PI-SET-MOEA得到的Pareto前沿的 P 测度显著优于PPI-SET-MOEA,这表明,所提方法得到的Pareto优化解集更符合决策者的真实偏好;②除了20目标DTLZ1',PI-SET-MOEA得到的Pareto前沿的 D 测度与PPI-SET-MOEA无显著差异外,对于其他优化问题,PI-SET-MOEA得到的Pareto前沿的 D

测度显著优于PPI-SET-MOEA.这是因为, D 测度的计算涉及决策者偏好,而PPI-SET-MOEA在种群进化过程中,采用的决策者偏好与最后计算该测度时不一致.

由上述分析可知,交互法优于先验法,不仅体现在没有优化问题先验知识的前提下,决策者能够方便的提供偏好,也体现在交互法得到的优化解集更符合决策者的真实偏好.

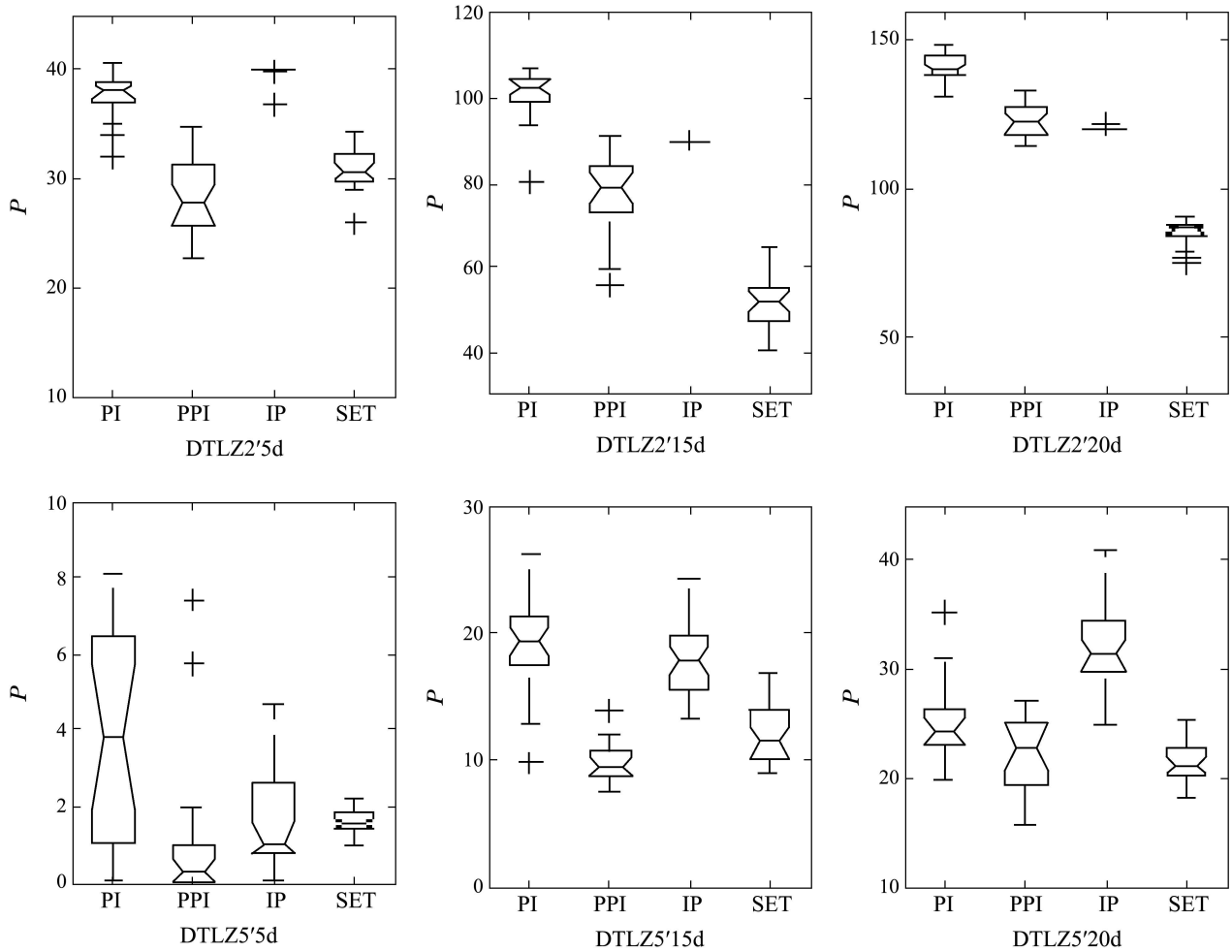
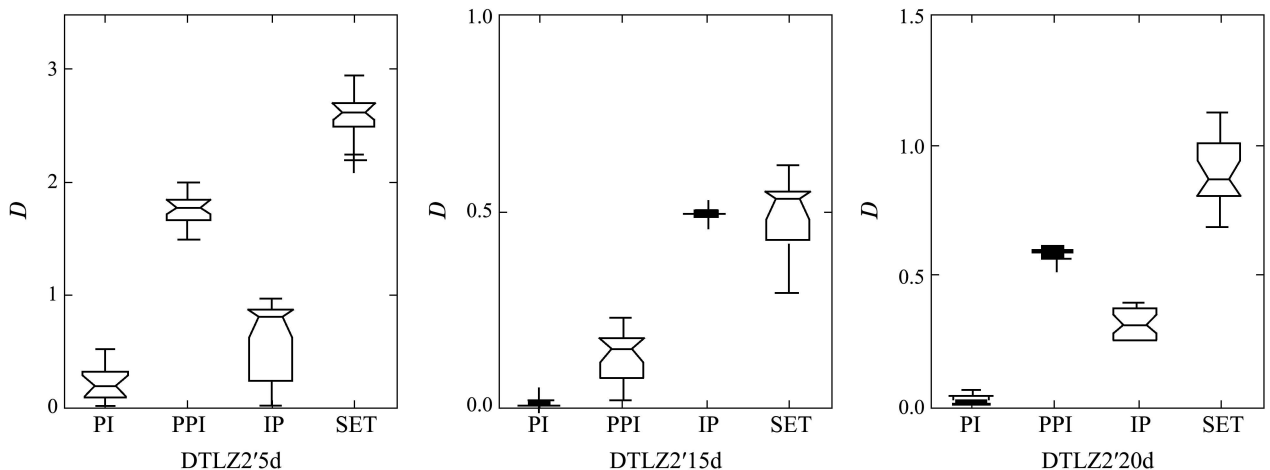


图 4 不同方法得到的Pareto前沿的 P 测度箱图

Fig. 4 Box plots of P indicator of Pareto fronts obtained by different methods



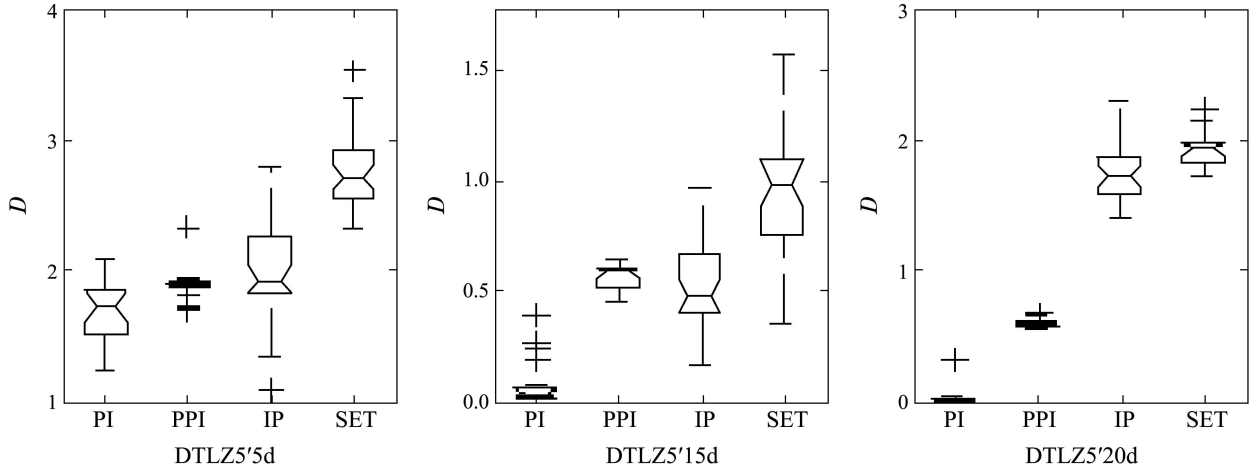


图5 不同方法得到的Pareto前沿的D测度箱图

Fig. 5 Box plots of D indicator of Pareto fronts obtained by different methods

3) 所提方法与后验法比较.

图4至图7分别给出PI-SET-MOEA, IP-MOEA, 以及SET-MOEA求解优化问题DTLZ2'和DTLZ5'时, 得到的 Pareto 前沿的 P, D, I , 以及 H 测度的箱

图. 表4列出了PI-SET-MOEA与IP-MOEA和SET-MOEA求解所有优化问题时, 得到的各测度的非参数检验结果. 表5给出不同方法求解优化问题的CPU耗时, 即 T 测度值.

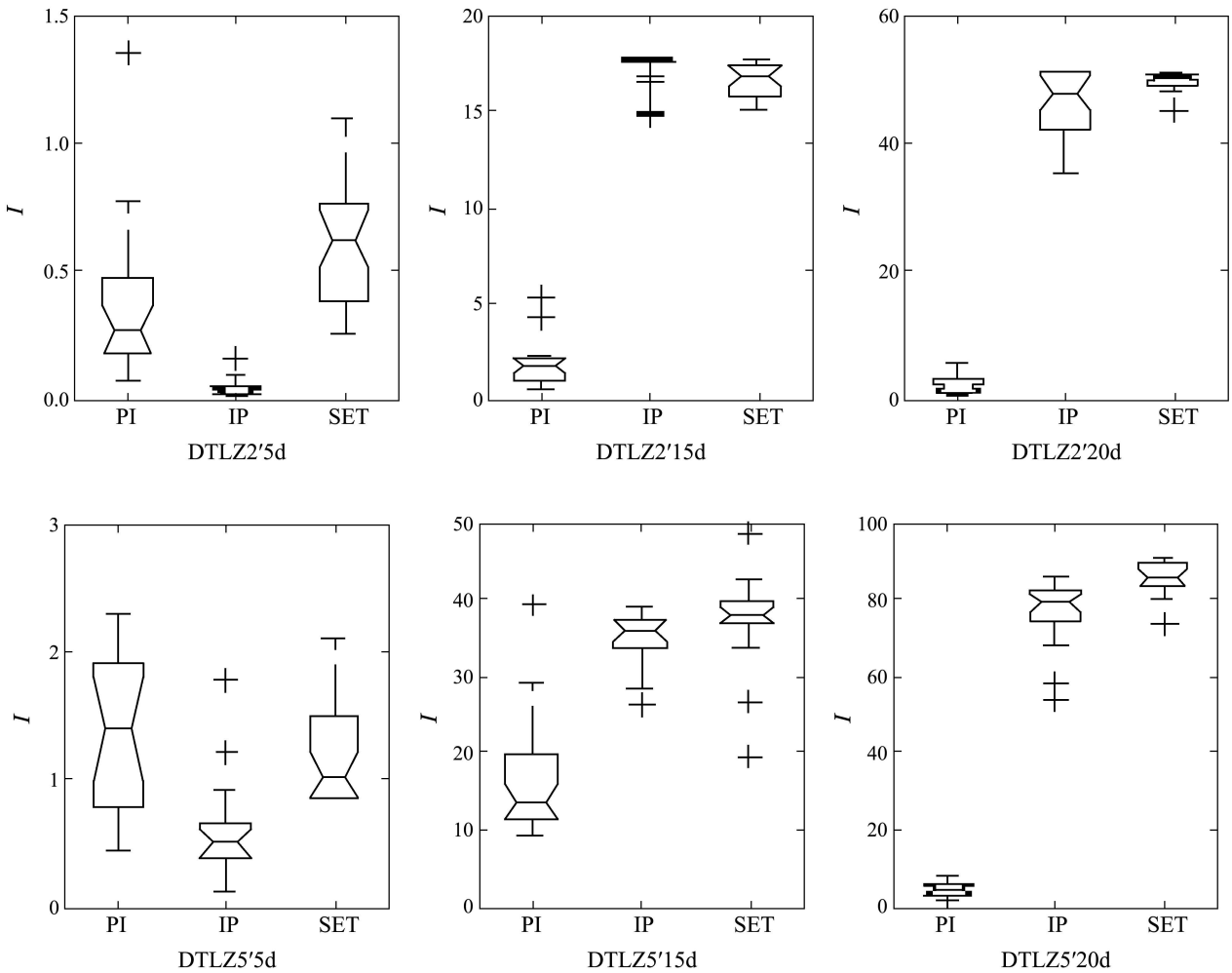


图6 不同方法得到的Pareto前沿的I测度箱图

Fig. 6 Box plots of I indicator of Pareto fronts obtained by different methods

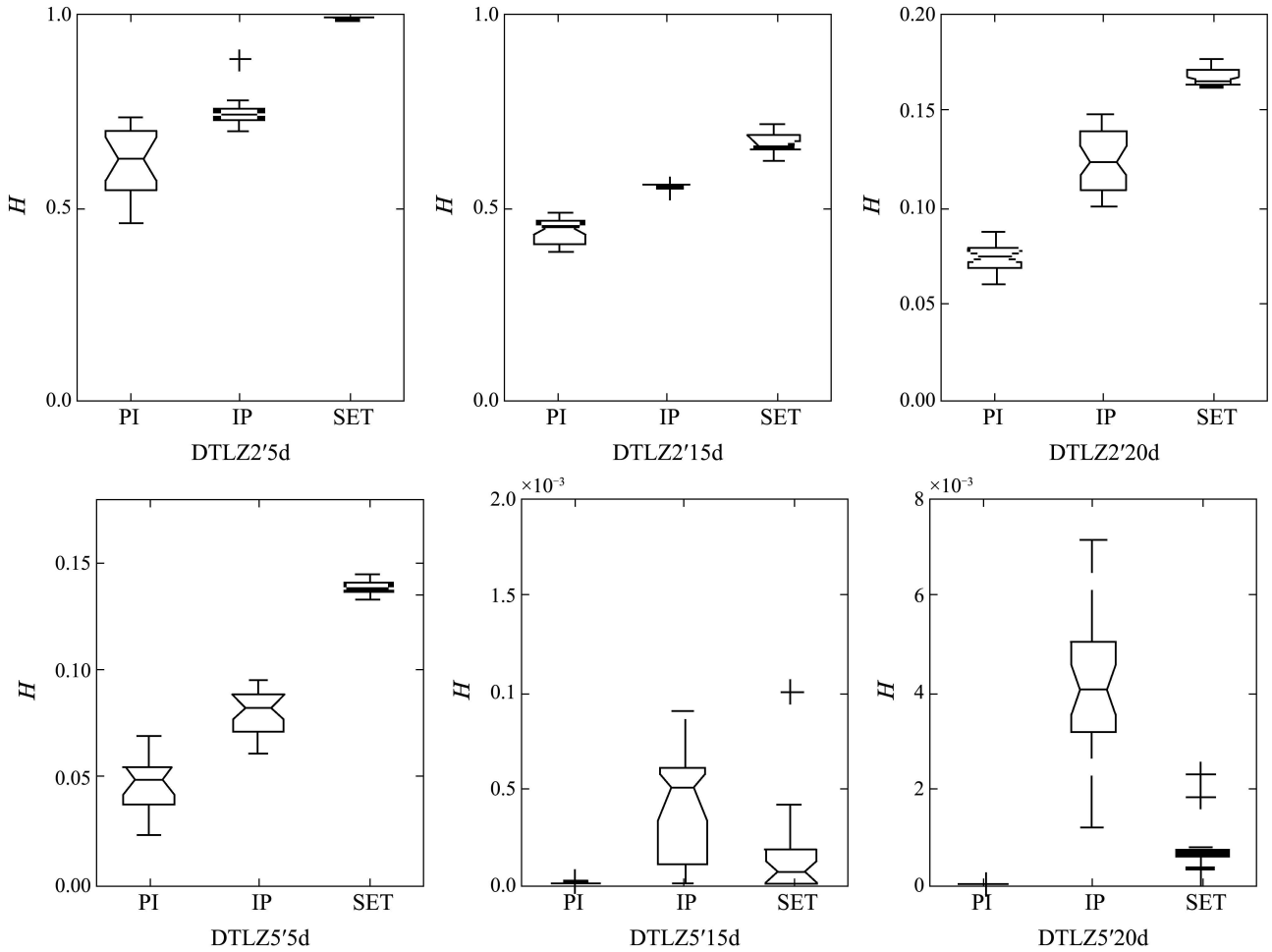


图 7 不同方法得到的Pareto前沿的H测度箱图

Fig. 7 Box plots of H indicator of Pareto fronts obtained by different methods

表 4 不同方法得到的Pareto前沿的 H, I, P 以及 D 测度的 p -值

Table 4 p -values of H, I, P and D indicators of Pareto front obtained by different methods

	DTLZ1'				DTLZ2'				DTLZ3'				DTLZ5'				
	H	I	P	D	H	I	P	D	H	I	P	D	H	I	P	D	
IP	5	0	-	-	+	-	-	+	+	0	0	0	+	-	-	+	+
	15	-	+	+	+	-	+	+	+	-	0	+	+	-	+	+	+
	20	-	+	+	+	-	+	+	+	-	+	+	+	-	+	-	+
SET	5	-	0	0	+	-	+	+	+	-	+	+	+	-	0	+	+
	15	-	+	+	-	-	+	+	+	-	+	+	0	-	+	+	+
	20	-	+	+	+	-	+	+	+	-	+	+	+	-	+	+	+

由图4-7和表4可以看出: ① PI-SET-MOEA得到的Pareto前沿的 H 测度显著劣于其他2种方法. 这是因为, 在IP-MOEA中, H 测度被用于非被占优解的进一步排序, 且目标维数的增多, 导致种群中非被占优解增多, 将使得更多的非被占优解运用 H 测度比较优劣, 从而降低了非被占优解选择压力的减少对种群收敛性的影响; 在SET-MOEA中, 集合变异和重组策略均以最大化集合的 H 测度为目标; 而

所提方法中, H 测度只是优化目标之一; ② 除了5目标优化问题外, PI-SET-MOEA得到的Pareto前沿的 I 测度显著优于IP-MOEA; 当优化问题的目标个数为5时, 所提方法得到的Pareto前沿的 I 测度显著劣于IP-MOEA. 这说明, IP-MOEA只能很好的求解目标函数较少的区间参数优化问题. 所提方法得到的Pareto前沿的 I 测度显著优于SET-MOEA, 可能的原因是, 本文仅对SET-MOEA作了微小的变

化,使其适用于求解区间参数多目标优化问题,即仅采用IP-MOEA的区间占优代替了原来的占优关系,采用个体区间适应值的上限计算超体积,而没有专门设计优化进化种群不确定度的策略;同时,也因为所提方法将*T*测度作为优化目标之一;③除了个别优化问题外,PI-SET-MOEA得到的Pareto前沿的*P*测度显著优于其他2种方法,这说明,在种群进化过程中,融入决策者偏好能够引导进化方向,从而得到更符合决策者偏好的优化解集;④除了个别优化问题外,PI-SET-MOEA得到的Pareto前沿的*D*测度显著优于其他2种方法.这是因为,所提方法将*D*测度作为个体进一步比较的准则,而其他2种方法均没有单独考虑个体的延展性.

表5 不同方法的*T*测度(s)

Table 5 *T* indicator of different methods(s)

<i>T</i> /s	DTLZ1'	DTLZ2'	DTLZ3'	DTLZ5'
PI	5	40.1	39.2	43.2
	15	98.7	88.8	92.9
	20	124.8	120.4	116.2
IP	5	83.5	89.7	91.3
	15	176.9	170.4	176.9
	20	214.2	226.6	221.9
SET	5	361.3	347.6	395.9
	15	1701.4	1660.8	1722.6
	20	2113.9	2531.5	2182.1

由表5可以看出:①同一方法的运行时间会随着目标函数的增多而不断增加;②对于相同的优化问题,PI-SET-MOEA的运行时间约是IP-MOEA的一半,说明采用降维方法求解高维多目标优化问题,能够减少计算量;③对于相同的优化问题,PI-SET-MOEA的运行时间远少于SET-MOEA.这是因为,虽然这2种方法都基于集合进化降维求解高维多目

标优化问题,但是,SET-MOEA涉及大量超体积的计算,而超体积计算是非常耗时的,随着目标函数的增多而指数增加,从而导致SET-MOEA的运行时间长.

通过上述基准优化问题实验,得到如下结论:

①当目标函数较少时,例如为2,PI-SET-MOEA不一定优于传统的多目标进化优化方法;②PI-SET-MOEA比先验法PPI-SET-MOEA得到的解更符合决策者的偏好;③PI-SET-MOEA得到的Pareto解集的收敛性劣于IP-MOEA与SET-MOEA,但它的运行时间却远少于这2种方法,也就是说IP-MOEA与SET-MOEA采用较长的运行时间,换取了较好的收敛性;此外,PI-SET-MOEA得到的Pareto优化解集的不确定性、延展性,以及满足决策者偏好的程度均优于这2种方法.因此,PI-SET-MOEA能够得到均衡各性能指标的Pareto优化解集,且它的综合性能优于用于求解区间参数多目标优化问题的IP-MOEA,同时,也优于用于求解高维多目标优化问题的集合进化算法SET-MOEA.

3) 不同方法关于工程设计问题的性能.

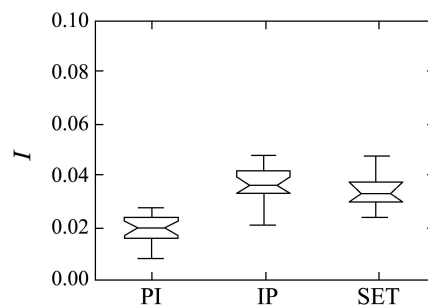
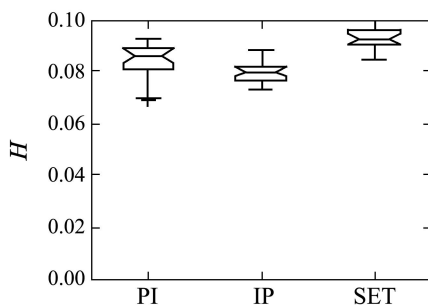
本部分仅将PI-SET-MOEA与2种后验方法比较.不同方法的偏好设置如表6所列,表中符号的含义与表1相同,其中:第1行的初始偏好是PI-SET-MOEA中决策者初始输入的偏好;第2行的后期偏好是IP-MOEA与SET-MOEA在种群进化结束后使用的偏好,也是PI-SET-MOEA中决策者在种群进化过程中输入的最后1次偏好.

图8给出3种方法求解优化问题时,得到的Pareto前沿的*H*, *I*, *D*, 及*P*测度的箱图.表7列出PI-SET-MOEA与IP-MOEA和SET-MOEA所得各测度的非参数检验结果.表8列出不同方法求解优化问题的CPU耗时.

表6 偏好设置

Table 6 Preferences setting

初始偏好	{5, 5, 5, 4, 4, 4, 3, 3, 3}; {M, M, M, H, H, H, H, H, H}
后期偏好	{5, 5, 5, 5, 5, 4, 4, 4, 3}; {L, L, L, M, M, M, M, H, H}



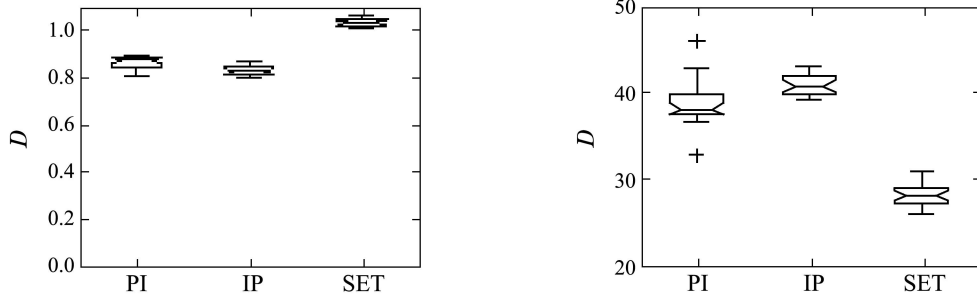


图 8 不同方法得到的Pareto前沿的H, I, D, 以及P测度的箱图

Fig. 8 Box plots of H, I, D and P indicators of Pareto fronts obtained by different methods

表 7 不同方法得到的Pareto前沿的H, I, D, 以及P测度的p-值

Table 7 p-values of H, I, D and P indicators of Pareto fronts obtained by different methods

	H	I	D	P
IP	0	+	0	-
SET	-	+	+	+

表 8 不同方法的T测度(s)

Table 8 T indicator of different methods(s)

	PI	IP	SET
T/s	54.8	120.2	673.4

由图8和表7可得到: ① PI-SET-MOEA得到的Pareto前沿的H测度与IP-MOEA没有显著差异, 但是, 显著劣于SET-MOEA; ② PI-SET-MOEA得到的Pareto前沿的I测度显著优于其他2种方法; ③ PI-SET-MOEA得到的D测度与IP-MOEA没有显著差异, 但是, 显著优于SET-MOEA. ④ PI-SET-MOEA得到的Pareto前沿的P测度显著劣于IP-MOEA, 可能的原因是, IP-MOEA用于比较的10个解, 是从得到的非占优解集中, 按满足决策者偏好程度从高到低选取的; PI-SET-MOEA得到的Pareto前沿的P测度显著优于SET-MOEA.

由表8可以看出, PI-SET-MOEA的运行时间均小于IP-MOEA和SET-MOEA, 与求解基准优化问题得到的结论相同.

基于汽车驾驶室设计实验得到如下结论: ① PI-SET-MOEA得到的Pareto优化解集的收敛性和延展性与IP-MOEA无显著差异, 但是, 它的不确定性和满足决策者偏好的程度分别优于和劣于IP-MOEA; ② PI-SET-MOEA得到的Pareto优化解集的收敛性显著劣于SET-MOEA, 但是, 其他性能指标均优于SET-MOEA; ③ PI-SET-MOEA的运行时间均远小

于IP-MOEA和SET-MOEA.

上述实验结果与分析表明, 所提方法能够有效解决区间参数高维多目标优化问题, 与已有方法相比, 所提方法在多数性能指标上具有优越性.

5 结论(Conclusions)

区间参数高维多目标优化问题是普遍存在且非常重要的不确定优化问题, 鉴于该问题的复杂性, 已有的解决该方法的方法非常少.

本文提出一种用于解决上述问题的融入决策者偏好的集合进化优化方法. 该方法的创新之处主要体现在如下4个方面: 1) 采用语言值表达决策者的偏好, 使得决策者对偏好的表达更加容易; 2) 从Pareto优化解集的性能指标和满足决策者偏好的程度方面, 提出一种新的区间参数高维多目标优化问题的降维转化方法, 降低了原优化问题求解的难度; 3) 采用融入决策者偏好的延展性测度, 进一步区分具有相同序值的进化个体, 使得Pareto优化解集具有理想的延展性; 4) 设计基于集合的变异和重组策略, 提高子代个体的性能.

将所提方法应用于4个基准优化问题和1个汽车驾驶室设计问题, 实验结果表明, 所提方法能以较短的时间, 得到一个具有均衡收敛性、不确定性、延展性, 以及符合决策者偏好的Pareto优化解集.

需要指出的是, Pareto优化解集的性能与集合进化策略的优劣有关, 好的集合进化策略, 能产生高性能的Pareto优化解集. 虽然所提方法在许多性能指标上表现优越, 但是, 其收敛性却不理想. 因此, 在现有优化模型的基础上, 设计有针对性的进化求解策略, 在保证其他性能指标满足要求的前提下, 进一步提高Pareto优化解集的收敛性, 是需要进一步研究的课题.

参考文献(References):

[1] DEB K, JAIN H. An improved NSGA-II procedure for many-objective optimization part I: solving problems with box con-

- straints [R]. Kanpur: Indian Institute of Technology, 2012: 2012009.
- [2] 刘士新, 宋健海, 周山长. 热轧带钢轧制批量计划优化模型及算法 [J]. 控制理论与应用, 2007, 24(2): 243 – 248.
(LIU Shixin, SONG Jianhai, ZHOU Shanchang. Model and algorithm for solving hot strip rolling batch planning problems [J]. *Control Theory & Applications*, 2007, 24(2): 243 – 248.)
- [3] 杨咚咚, 焦李成, 公茂果, 等. 求解偏好多目标优化的克隆选择算法 [J]. 软件学报, 2010, 21(1): 14–33.
(YANG Dongdong, JIAO Licheng, GONG Maoguo, et al. Clone selection algorithm to solve preference multi-objective optimization [J]. *Journal of Software*, 2010, 21(1): 14 – 33.)
- [4] 周勇, 巩敦卫, 张勇. 混合性能指标优化问题的进化优化方法及应用 [J]. 控制与决策, 2007, 22(3): 352 – 356.
(ZHOU Yong, GONG Dunwei, ZHANG Yong. Evolutionary optimization methods for hybrid index optimization problems and application [J]. *Control and Decision*, 2007, 22(3): 352 – 356.)
- [5] LIMBOURG P, APONTE D. An optimization algorithm for imprecise multi-Objective problem function [C] // *Proceedings of the IEEE International Conference on Evolutionary Computation*. New York: IEEE, 2005, 1: 459 – 466.
- [6] GONG D W, QIN N N, SUN X Y. Evolutionary optimization algorithm for multi-objective optimization problems with interval parameters [C] // *Proceedings of IEEE International Conference on Bio-Inspired Computing: Theories and Applications*. Shanghai: IEEE, 2010: 411 – 420.
- [7] MURATA T, TAKI A. Examination of the performance of objective reduction using correlation-based weighted-sum for many objective knapsack problems [C] // *Proceedings of International Conference on Hybrid Intelligent Systems*. Atlanta, GA: IEEE, 2010: 175 – 180.
- [8] LYGOE R J, CARY M, FLEMING P J. A many-objective optimization decision-making process applied to automotive diesel engine calibration [C] // *Proceedings of International Conference on Simulated Evolution and Learning*. Kanpur: Springer, 2010: 638 – 646.
- [9] SATO H, AGUIRRE H E, TANAKA K. Pareto partial dominance MOEA and hybrid archiving strategy included CDAS in many-objective optimization [C] // *Proceedings of IEEE Congress on Evolutionary Computation*. Barcelona: IEEE, 2010: 1 – 8.
- [10] ISHIBUCHI H, TSUKAMOTO N, NOJIMA Y. Empirical analysis of using weighted sum fitness functions in NSGA-II for many-objective 0/1 knapsack problems [C] // *Proceedings of International Conference on Computer Modelling and Simulation*. Cambridge: IEEE, 2009: 71 – 76.
- [11] LINDROTH P, PATRIKSSON M, STRÖMBERG A B. Approximating the Pareto optimal set using a reduced set of objective functions [J]. *European Journal of Operational Research*, 2010, 207(3): 1519 – 1534.
- [12] BADER J, BROCKHOFF D, WELTEN S, et al. On using population of sets in multiobjective optimization [C] // *Lecture Notes in Computer Science*. Heidelberg: Springer, 2009, 5467: 140 – 154.
- [13] RACHMAWATI L, SRINIVASAN D. Incorporating the notion of relative importance of objectives in evolutionary multiobjective optimization [J]. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 2010, 14(4): 530 – 546.
- [14] LILY R, DIPTI S. Incorporation of imprecise goal vectors into evolutionary multi-objective optimization [C] // *Proceedings of IEEE Congress on Evolutionary Computation*. Barcelona: IEEE, 2010: 10.1109/CEC.2010.5586413 .
- [15] SAID L B, BECHIKH S, GHÉDIRA K. The r -dominance: a new dominance relation for interactive evolutionary multicriteria decision making [J]. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 2010, 14(5): 801 – 818.
- [16] SUN J, GONG D W, SUN X Y. Solving interval multi-objective optimization problems using evolutionary algorithms with preference polyhedron [C] // *Proceedings of Genetic and Evolutionary Computation Conference*. New York: ACM, 2011: 729 – 736.
- [17] JI X F, GONG D W, MA X P. Solving optimization problems with intervals and hybrid indices using evolutionary algorithms [C] // *Proceedings of IEEE Congress on Evolutionary Computation*. New Orleans, LA: IEEE, 2011: 2542 – 2549.
- [18] WIERZBICKI A P. A methodological guide to multiobjective optimization [J]. *Lecture Notes in Control and Information Sciences*, 1980, 22: 99 – 123.
- [19] ZITZLER E, DEB K, THIELE L. Comparison of multiobjective evolutionary algorithms: empirical results [J]. *Evolutionary Computation*, 2000, 8(2): 173 – 195.
- [20] 李密青, 郑金华, 伍军. 一种新的分布性保持方法 [J]. 控制理论与应用, 2009, 26(8): 844 – 849.
(LI Miqing, ZHENG Jinhua, WU Jun. A novel method for maintaining the diversity in evolutionary multiobjective optimization [J]. *Control Theory & Applications*, 2009, 26(8): 844 – 849.)
- [21] BADER J, ZITZLER E. *HypE: an algorithm for fast hypervolume-based many-objective optimization* [R]. Computer Engineering and Networks Laboratory Zurich, ETH Zurich: Zurich, 2008: TIK-Report-286.
- [22] ADRA S F, FLEMING P J. Progressive diversity management in evolutionary multiobjective optimisation [C] // *Proceedings of IEEE Congress on Evolutionary Computation*. Barcelona: IEEE, 2010: 10.1109/CEC.2010.5586338.
- [23] DEB K, THIELE L, LAUMANN M, et al. Scalable test problems for evolutionary multiobjective optimization [R]. Institut Für Technische Informatik und Kommunikationsentze, ETH Zurich: Zurich, 2001: TIK-Report-112.

附录 汽车驾驶室设计问题(Appendix Car cab design problem)

该问题共有如下9个目标函数, 且对所有目标最小化:

$$\begin{aligned}
 f_1 &= -(20.793879 + 1.89136x_{10} + 0.0114387x_1 - \\
 &\quad 9.14817 \times 10^{-6}x_6x_8), \\
 f_2 &= -(56.324681 - 0.269293x_{11} + 0.00182543x_{11}^2), \\
 f_3 &= -(-526.089896 - 8.25328x_2 + 1.11541x_8 + \\
 &\quad 0.229814x_{10} + 0.00264013x_1x_8 - 0.00827051x_1x_{10} + \\
 &\quad 0.0037207x_2x_8 - 5.36287 \times 10^{-5}x_5x_9 - \\
 &\quad 0.000217057x_8^2), \\
 f_4 &= -(1130.495134 + 0.00198502x_1x_{10} - 0.0213104x_2x_4 - \\
 &\quad 0.148874x_2x_7 - 0.000157399x_5x_9 + 0.00103811x_6x_{11} + \\
 &\quad 0.000177597x_{10} + 0.000142597x_6^3), \\
 f_5 &= -(26.915743 + 0.122458x_5 + 0.00388909x_1x_7 - \\
 &\quad 0.000111132x_1x_{10} - 0.00514664x_1 - 0.00304436x_2x_3 - \\
 &\quad 0.00201733x_5x_7 + 0.000123343x_6 + 0.00122862x_7 + \\
 &\quad 4.07671 \times 10^{-7}x_8x_9 - 1.31454 \times 10^{-6}x_8x_{10} + \\
 &\quad 1.92481 \times 10^{-6}x_6^2), \\
 f_6 &= -(-3.194308 + 0.136207 + 1.1249 \times 10^{-5}x_1x_8 + \\
 &\quad 9.2368 \times 10^{-6}x_2x_8 + 4.18586 \times 10^{-6}x_6x_7 - \\
 &\quad 1.36206 \times 10^{-6}x_6x_{10}), \\
 f_7 &= -(78.074648 - 0.893487x_1 + 0.00195946x_8 + \\
 &\quad 0.111704 + 0.00537999x_1 - 9.45877 \times 10^{-5}x_2x_4 -
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& 3.58433 \times 10^{-6} x_6 x_{10} + 9.07678 \times 10^{-7} x_9 x_{10} + \\
& 0.0183585 x_1^2), \\
f_8 = & 81.151389 - 0.0128661 x_1 x_2 - 0.000120121 x_1 x_6 - \\
& 0.003582 x_1 - 0.00406252 x_2 x_5 + 0.000216719 x_2 x_8 + \\
& 1.30572 \times 10^{-5} x_4 x_6 + 2.07317 \times 10^{-5} x_4 x_{10} + \\
& 4.75765 \times 10^{-6} x_6 x_8, \\
f_9 = & -(355.411911 + 0.883443 x_4 + 3.1973 - \\
& 0.00715459 x_1 x_6 - 0.00715416 x_1 x_{10} - \\
& 0.0124904 x_1 x_{11} + 0.0415997 x_1 - \\
& 0.0142366 x_2 x_6 - 0.0537868 x_2 x_{11} - \\
& 0.00147267 x_5 x_7 + 0.000620051 x_6 x_{11} + \\
& 0.000200799 x_9 x_{10} - 0.00356566 x_9 + 0.000912972 x_4^2).
\end{aligned}$$

决策变量的取值范围为

$$\begin{aligned}
& 18.9 \leq x_1 \leq 23.1, 1 \leq x_2 \leq 3, \\
& 73.53 \leq x_3 \leq 81.27, -567 \leq x_4 \leq -513, \\
& 58.9 \leq x_5 \leq 65.1, -1079 \leq x_6 \leq -1009, \\
& 61.18 \leq x_7 \leq 67.72, 2153.65 \leq x_8 \leq 2380.35, \\
& 1080 \leq x_9 \leq 1160, 690 \leq x_{10} \leq 722, \\
& 237.5 \leq x_{11} \leq 262.5.
\end{aligned}$$

作者简介:

巩敦卫 (1970-), 男, 博士, 教授, 博士生导师, 主要从事基于搜索的软件工程、智能优化与控制等方面的研究, E-mail: dwgong@vip.163.com;

季新芳 (1987-), 女, 硕士研究生, 主要从事多目标优化方面的研究, E-mail: mimosa_615615@126.com.