

基于特征线法的双曲型分布参数模型预测控制及其应用

范丽婷[†], 王福利, 李鸿儒

(东北大学 信息科学与工程学院, 辽宁 沈阳 110004)

摘要: 本文针对双曲型分布参数系统提出基于特征线法的模型预测控制算法. 通过特征线变换将描述分布参数模型的偏微分方程转化为常微分方程; 进而求解得到分布参数系统状态变量的解析式; 离散化后作为预测模型用于模型预测控制. 以循环流化床烟气脱硫系统中SO₂浓度控制为例, 进行仿真研究, 结果表明基于特征线法的模型预测控制算法可以实现对双曲型分布参数系统的有效控制, 并且该算法的控制效果优于目前工程应用的前馈反馈控制策略.

关键词: 分布参数控制系统; 模型预测控制; 特征线法; 烟气脱硫

中图分类号: TP273 文献标识码: A

Characteristic-line-based model predictive control for hyperbolic distributed parameter systems and its application

FAN Li-ting[†], WANG Fu-li, LI Hong-ru

(College of Information Science and Technology, North Eastern University, Shenyang Liaoning 110004, China)

Abstract: A novel model predictive control (MPC) scheme is proposed for a class of hyperbolic distributed parameter systems. By using the characteristics line method, we transform the partial differential equation (PDE) of the hyperbolic distributed-parameter system to an equivalent ordinary differential equation (ODE) along the characteristic line. The obtained ODE can be integrated analytically to give the solution to the original PDE. The analytical expression of this solution is discretized to produce the predictive model for developing the off-line MPC control law. Simulation results of the control system for the output SO₂ concentration in a circulating fluidized bed of a flue gas desulfurization system indicate that the characteristic-line-based MPC scheme can be applied to control hyperbolic distributed parameter systems for obtaining better performance in setpoint tracking and disturbance rejection than the feedforward-feedback control scheme which is widely applied to the engineering fields.

Key words: distributed parameter control systems; model predictive control; method of characteristics line; flue gas desulfurization

1 引言(Introduction)

随着现代先进控制技术的不断发展, 模型预测控制已经在很多领域发挥了重要作用. 模型预测、滚动优化和反馈校正三要素是模型预测控制区别于其他控制方法的基本特征, 也是模型预测控制在实际工程应用中取得成功的技术关键^[1]. 然而现有关于模型预测控制的研究都是针对常微分方程描述的集中参数模型, 将模型预测控制应用于分布参数系统的研究成果不多. 分布参数系统在现代控制工程领域中具有广泛的应用背景, 此类对象的机理模型一般为偏微分方程, 由于其自身的无穷维特性以及时空分布特性, 在使用传统方法对其进行控制时面临一系列的困难, 因此相对于集中参数控制理论研究的蓬勃发展, 分布参

数系统控制理论的研究存在较大差距, 相关的应用成果十分有限^[2-3]. 一般常用的方法是利用空间离散化方法将偏微分方程转化为一组常微分方程组进而设计控制器, 但由于维数过高直接导致控制器设计难以实现^[4]. 目前更多采用的是基于正交分解的方法, 将时空分布的变量表示成一系列空间基函数与时间系数的线性组合, 对原偏微分方程模型进行降维处理后设计控制器^[5-10], 但此类方法存在思路抽象, 求解过程复杂, 在线计算量大等诸多问题.

一阶双曲型分布参数系统在许多科学和工程问题中有着重要的应用, 如流体力学、空气动力学、化工传热以及化学反应等领域. 特征线法是求解一阶双曲型偏微分方程的常用方法, Acrivos^[11]首先将特征

线法应用于传热传质问题, 目前对特征线法的应用研究多局限于对各种连续逆流模型的动态模拟与数值求解. 本文针对一阶双曲型分布参数系统提出一种基于特征线法的模型预测控制策略, 应用特征线变换将分布参数系统转化为特殊的微分方程, 进而求得分布参数系统的解析解, 由此将预测控制的概念引入分布参数系统控制. 采用特征线变换对一阶双曲型分布参数系统进行预测控制可以减少在线计算量, 控制算法简单有效, 将该方法应用于循环流化床烟气脱硫过程后获得了良好的控制效果.

2 基于特征线法的双曲型分布参数模型预测控制 (Characteristic based model predictive control for hyperbolic distributed parameter systems)

2.1 特征线法的数学描述(Mathematical description of the method of characteristics)

特征线法也称行波法, 适用于对一阶双曲型偏微分方程定解问题的求解. 借助方程的特征线, 可对所求解的偏微分方程进行简化, 将其转化为常微分方程. 早在1948年Courant和Friedrichs^[12]就给出了完整的特征线理论的数学描述. 多年来许多学者都详细地从各个不同的方面研究过这个方法, 并一直用它来解决稳定和不稳定可压缩流的问题^[13-16]. 若一阶双曲型分布参数系统的状态方程具有如下形式:

$$\frac{\partial x}{\partial t} + a \frac{\partial x}{\partial z} = bx + cu, \quad z \in [z_1, z_2], \quad t \geq t_0. \quad (1)$$

因为 z 和 t 是独立的自变量, 因此状态变量 x 的值应在二维曲面上变化. 为了将该偏微分方程转化为常微分方程进行分析, 不妨设 z 是 t 的函数, 即 $z = z(t)$, 这样就将 z 和 t 限定在同一条曲线上. 因此偏微分方程也被限制在曲线 $z = z(t)$ 上变化, 这时曲线被称为特征曲线, 如图1所示. 如果该曲线满足如下条件:

$$\begin{cases} \frac{dz}{dt} = a, \\ z(t_0) = z_0, \end{cases} \quad (2)$$

其中 z_0 为任意常数, 则偏微分方程中的状态变量 $x(z, t)$ 沿着该特征线转化为仅依赖于时间的函数 $X(t) = x(z(t), t)$, $X(t)$ 关于时间的导数为

$$\frac{dX(t)}{dt} = \frac{\partial x}{\partial t} + \frac{\partial x}{\partial z} \frac{dz}{dt} = \frac{\partial x}{\partial t} + a \frac{\partial x}{\partial z}. \quad (3)$$

这样原偏微分方程就转化成如下的常微分方程:

$$\begin{cases} \frac{dX(t)}{dt} = bX(t) + cu(t), \\ X(t_0) = x(z(t_0), t_0) = x(z_0, t_0). \end{cases} \quad (4)$$

这就是说, 对于式(1)描述的双曲型分布参数系统, 若引进式(2)所定义的特征方向, 则该偏微分方程沿着特征方向将变为由式(4)描述的常微分方程, 对这个常微分

方程可以直接对它积分求解可得

$$X(t) = e^{b(t-t_0)} X(t_0) + \int_{t_0}^t e^{b(t-\tau)} cu(\tau) d\tau, \quad (5)$$

则原分布参数系统的解析解为

$$x(z, t) = e^{b(t-t_0)} x_0(z - a(t - t_0), t_0) + \int_{t_0}^t e^{b(t-\tau)} cu(\tau) d\tau. \quad (6)$$

这种通过引进特征方向将偏微分方程转化为常微分方程的求解方法, 称为特征线法.

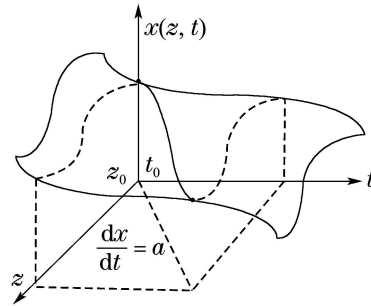


图1 偏微分方程的特征线

Fig. 1 Characteristic curves for PDE

2.2 预测模型(Predictive model)

若系统边界条件为

$$x_b(t) = x(z_1, t),$$

系统输出为

$$y(t) = x(z_2, t),$$

则根据式(6)有

$$y(t) = e^{b(t-t_0)} x_b(t_0) + \int_{t_0}^t e^{b(t-\tau)} cu(\tau) d\tau, \quad (7)$$

其中 $t_0 = t - (z_2 - z_1)/a$. 按照采样时间 T 离散化后可得:

$$y(kT) = e^{bpT} x_b((k-p)T) + \int_{(k-p)T}^{kT} e^{b(kT-\tau)} cu(\tau) d\tau, \quad (8)$$

其中 $p = (z_2 - z_1)/aT$. 利用式(8)预测未来 p 步输出并展开整理为矩阵形式有:

$$Y(k) = X_b(k) + S_1 U_1(k) + S_2 U_2(k), \quad (9)$$

其中:

$$S_1 = \frac{c}{b} \begin{bmatrix} e^{pbT} - e^{(p-1)bT} & e^{(p-1)bT} - e^{(p-2)bT} & \dots \\ 0 & e^{pbT} - e^{(p-1)bT} & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots \\ 0 & 0 & \dots \\ & e^{2bT} - e^{bT} \\ & e^{3bT} - e^{2bT} \\ & \vdots \\ e^{pbT} - e^{(p-1)bT} & 0 & \dots \end{bmatrix}_{p \times (p-1)},$$

$$S_2 = \frac{c}{b} \begin{bmatrix} e^{bT} - 1 & 0 \\ e^{2bT} - e^{bT} & e^{bT} - 1 \\ \vdots & \vdots \\ e^{(p-1)bT} - e^{(p-2)bT} & e^{(p-2)bT} - e^{(p-3)bT} \\ e^{pbT} - e^{(p-1)bT} & e^{(p-1)bT} - e^{(p-2)bT} \\ \cdots & 0 \\ \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots \\ \cdots & e^{(p-n)bT} - 1 \\ \cdots & e^{(p-n+1)bT} - 1 \end{bmatrix}_{p \times n},$$

$$Y(k) = [y((k+1)T), y((k+2)T), \dots, y((k+p)T)]^T,$$

$$X_b(k) = e^{bpT} [x_b((k-p+1)T), x_b((k-p+2)T), \dots, x_b(kT)]^T,$$

$$U_1(k) = [u((k-p+1)T), u((k-p+2)T), \dots, u((k-1)T)]^T,$$

$$U_2(k) = [u(kT), u((k+1)T), \dots, u((k+n-1)T)]^T.$$

由式(9)可知, $U_1(k)$ 由 kT 时刻以前的 $p-1$ 步控制量组成, 是已知的; $U_2(k)$ 为 n 维未知控制向量, 是由当前和未来的控制量组成. 预测模型中的 S_1 和 S_2 都是可离线计算的已知矩阵, 该预测模型能够根据系统边界输入以及控制信息预测未来的输出值.

2.3 反馈校正(Feedback correction)

为了克服模型失配对预测值的影响, 采用当前时刻过程输出的测量值与模型计算值 $y(k)$ 进行比较, 用其偏差 $e(k)$ 来修正模型输出的预估值, 则修正后的输出预估值为

$$Y_p(k) = Y(k) + \alpha e(k), \quad (10)$$

其中

$$\alpha = [\alpha_1 \ \alpha_2 \ \cdots \ \alpha_p]^T$$

为偏差加权向量.

2.4 滚动优化(Moving optimization)

假定系统未来 p 步的参考轨迹为 $Y_r(k)$, 在每个 kT 时刻, 要确定从该时刻起的 n 个控制量, 使未来 p 个时刻的输出预测值尽可能的接近给定的参考轨迹, 同时考虑控制量的变化不要过于剧烈, 则 k 时刻的优化目标函数可选择为

$$\min J = \|Y_r(k) - Y_p(k)\|_Q^2 + \|U_2(k)\|_R^2, \quad (11)$$

其中 Q 和 R 为权矩阵, 分别用于调整优化目标函数对输出误差和控制量变化的要求.

在不考虑约束时, 上述优化是以 $U_2(k)$ 为优化控制变量的. 在 kT 时刻, 将式(9)描述的动态模型代入上

式, 根据极值必要条件

$$\frac{\partial J}{\partial U_2} = 0,$$

求得最优控制律为

$$U_2(k) = (S_2^T Q S_2 + R)^{-1} S_2^T Q E, \quad (12)$$

其中

$$E = (Y_r - X_b(k) - S_1 U_1(k) - \alpha e(k)).$$

按滚动优化准则, 每步只需执行当时刻前最优控制量, 则 kT 时刻的最优控制为

$$u(k) = D^T E, \quad (13)$$

其中

$$D^T = [1 \ 0 \ \cdots \ 0]_{1 \times n} (S_2^T Q S_2 + R)^{-1} S_2^T Q.$$

3 循环流化床烟气脱硫系统的预测控制(Model predictive control for a circulating fluidized bed scrubber)

我国 SO_2 排放量高居世界各国前列, 由此带来的大气污染和酸雨问题十分严重, 经济损失巨大, 已成为制约我国经济可持续发展的主要因素, 控制 SO_2 排放已势在必行. 在现有的烟气脱硫工艺中, 循环流化床烟气脱硫技术以其运行可靠, 操作维护方便, 脱硫剂利用率高, 投资费用低等优点受到人们广泛的关注^[17]. 为使脱硫烟气达到排放标准, 脱硫系统需要根据反应塔出口烟气量和烟气中原始的 SO_2 浓度控制脱硫剂的给料量, 以保证按要求的脱硫效率所必须的钙硫比. 而处理后烟气中 SO_2 排放浓度仅用来作为反馈信号, 用于校核和精确的调节脱硫剂给料量的辅助调控, 这种调节方案的实质是前馈加反馈的控制策略. 随着国家对 SO_2 排放限制日趋严格, 对烟气脱硫设备的控制要求越来越高, 传统的控制方法难以收到令人满意的效果, 因此必须结合烟气脱硫过程的特点, 将先进控制方法引入烟气脱硫工艺过程的控制之中.

循环流化床烟气脱硫过程中包括气固两相流动、传热和化学传质反应等, 是一个极为复杂的过程. 很多研究者从不同角度进行了大量细致的研究^[18-23], 通过机理分析确定循环流化床烟气脱硫的模型结构为

$$\varepsilon_g \frac{\partial C_{SO_2}}{\partial t} + u_g \frac{\partial C_{SO_2}}{\partial z} = C_{SO_2} k_s A_s. \quad (14)$$

边界条件为

$$C_{SO_2}(t, 0) = C_{in}, \quad (15)$$

其中: ε_g 为脱硫塔内平均空隙率; C_{SO_2} 为烟气中的 SO_2 浓度; u_g 为脱硫塔内烟气流速; k_s 为脱硫反应的传质速率; A_s 为脱硫塔单位体积内的传质面积; C_{in} 为脱硫塔入口处烟气中的 SO_2 浓度. ε_g , A_s , k_s 可根据参考文献[24-25]中的经验公式计算得到. 模型中的参数和变量数据如表1所示.

表1 循环流化床烟气脱硫塔的参数及变量数据
Table 1 Configuration of the CFB-FGD scrubber

参数	物理意义	取值	变化范围
$\Delta T_s / \text{K}$	绝热饱和温差	15	—
$\Delta P / \text{Pa}$	脱硫塔内压降	2000	—
H / m	脱硫塔高度	12	—
D / m	脱硫塔直径	0.85	—
d / m	颗粒平均直径	10^{-4}	—
$\rho_p / (\text{kg} \cdot \text{m}^{-3})$	固相平均密度	600	—
$\rho_g / (\text{kg} \cdot \text{m}^{-3})$	气相平均密度	0.95	—
$S_e / (\text{m}^2 \cdot \text{g}^{-1})$	颗粒比表面积	16	—
$C_{\text{set}} / (\text{mol} \cdot \text{m}^{-3})$	SO ₂ 排放设定值	—	0.1 ~ 0.2
$C_{\text{in}} / (\text{mol} \cdot \text{m}^{-3})$	入口烟气中SO ₂ 浓度	—	2 ~ 2.5
$u_g / (\text{m} \cdot \text{s}^{-1})$	塔内烟气流速	—	3 ~ 4
$G_f / (\text{g} \cdot \text{s}^{-1})$	新鲜脱硫剂给料量	—	120 ~ 250

将式(14)描述的模型在设定工作点进行线性化并整理简化为增量形式后,可以应用本文提出的基于特征线法的模型预测控制算法对循环流化床烟气脱硫系统进行控制,选择过程控制变量为脱硫剂的给料量,输出变量为脱硫塔出口处烟气中的SO₂浓度.模型预测算法中选取控制时域 $n = 1$,优化性能指标中的权重系数 $Q = 1, R = 0.1$.

为验证算法在锅炉负荷发生改变时的抗干扰效果,在 $t = 20 \text{ s}$ 时,入口SO₂的浓度由 2 mol/m^3 增加为 2.5 mol/m^3 ,同时烟气流速也由 3 m/s 增加为 4 m/s ;此外为验证控制算法的跟踪效果,输出设定值在 $t = 50 \text{ s}$ 时由 0.1 mol/m^3 增加为 0.2 mol/m^3 .SO₂浓度的闭环响应时空分布如图2(a)所示,系统的输出响应及控制增量变化分别如图2(b)–(c)所示.

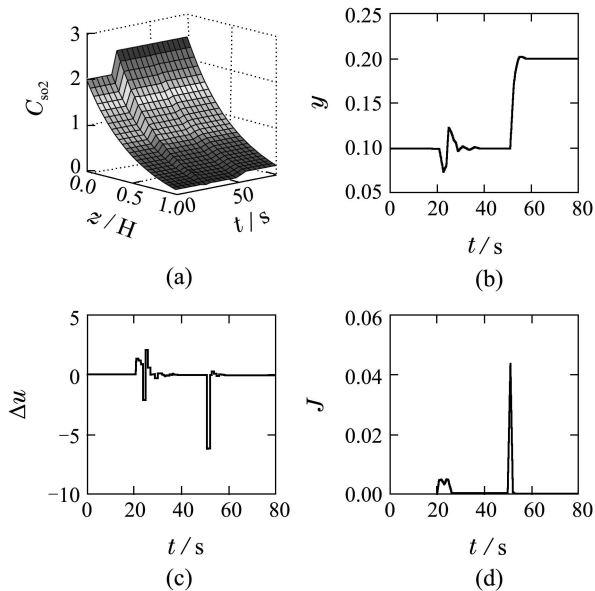


图2 CBMPC 控制仿真结果

Fig. 2 Simulation results of the CBMPC

从仿真结果可以看出,基于特征线法的模型预测

控制算法能够迅速消除锅炉负荷变化产生的扰动影响并及时跟踪上设定值的变化.图2(d)的优化指标曲线可以看出该方法具有良好的控制品质.

式(13)的给出的控制律与二次型性能指标中的权矩阵 Q 和 R 的取值有关. Q 和 R 的大小对系统性能影响作用相反.如果 R 是确定的,增大 Q ,则二次型性能指标的第1项输出误差指标在指标函数中的比重增大,这就意味着强调输出对设定值的跟踪效果.那么,指标函数的第2项控制代价指标在指标函数中的比重就相对减小.这样,相对应的控制量的幅值随之增大,控制的快速性随之增加.相反,如果 Q 是确定的,增大 R 就意味着指标强调控制代价,则控制系统的控制代价指标将会下降,相应的控制量幅值将减小,系统的误差指标将会相对增大,控制的快速性也将下降.如图3所示,当 Q 值确定时, $R = 0.1$ 时对 Δu 的限制相对较小,因此控制调节的幅值很大,输出响应相对较快. $R = 0.8$ 时对 Δu 的加权增大,表示限制加强,导致控制调节的幅值减小,输出响应时间变长.

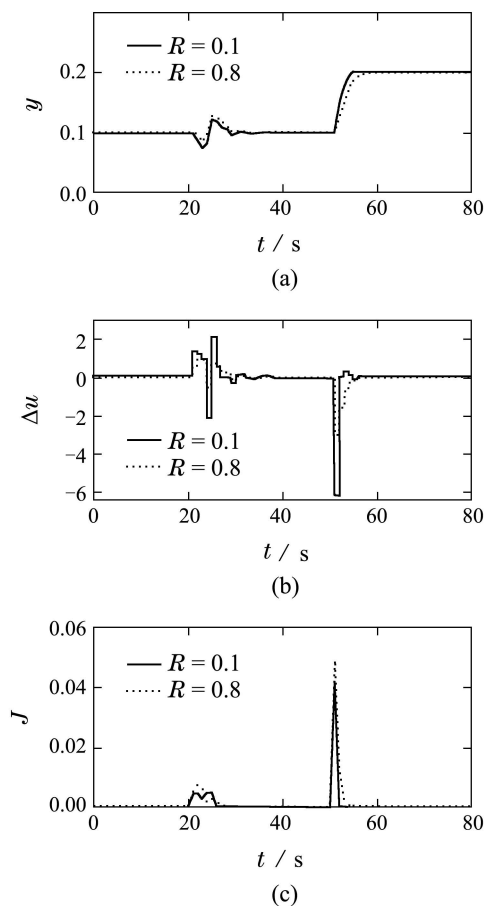


图3 不同控制参数的比较结果

Fig. 3 Performance comparison for different parameters

如前所述,目前循环流化床烟气脱硫系统中对SO₂排放应用的是前馈反馈(FF+FB)的控制策略,前馈部分采用的是比例控制,反馈部分采用的是比例积分控制,将基于特征线法的模型预测(CBMPC)算法与

前馈加反馈的控制算法进行比较, 算法中需要确定的参数如表2所示. 仿真比较结果如图4所示. 从图4中可以看出CBMPC的控制效果要优于前馈反馈控制策略, 图4(c)表明本文提出的CBMPC控制算法具有更好的控制性能.

表 2 控制器参数

Table 2 Parameter setting of the controllers

CBMPC		FF+FB	
参数	取值	参数	取值
α	$[1 \ 1 \ \cdots \ 1]_{1 \times p}$	K_p^{FB}	0.5
Q	1	K_i^{FB}	0.01
R	0.8	K_p^{FF}	1.25

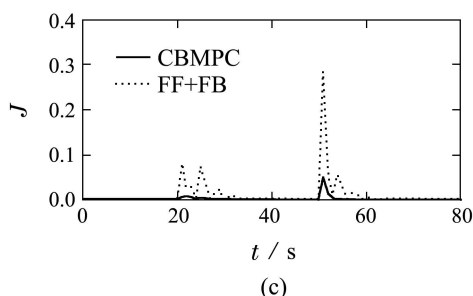
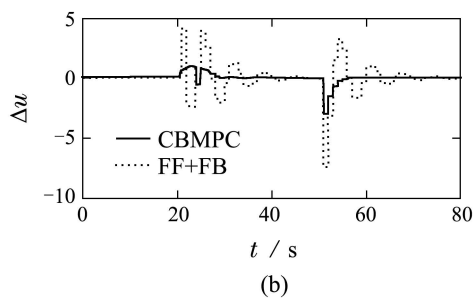
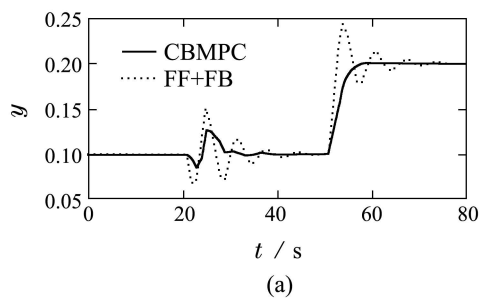


图 4 不同控制方案的比较结果

Fig. 4 Performance comparison between CBMPC and FF+FB

4 结论(conclusions)

本文提出了基于特征线法的模型预测控制算法来解决一阶双曲型分布参数系统的控制问题, 是对模型预测控制方法应用于分布参数系统的新探索. 首先通过特征线变换将由偏微分方程描述的分布参数模型转化为特殊的微分方程, 进而求解得到分布参数系统状态变量的解析式, 离散化后作为预测模型用于模型预测控制. 对循环流化床烟气脱硫过程的仿真结果表

明该方法对设定值跟踪和抑制扰动的效果好, 算法简单有效, 在线计算量小, 可以实现对一阶双曲型分布参数系统的有效控制.

参考文献(References):

- [1] 席裕庚. 预测控制 [M]. 北京: 国防工业出版社, 1993. (XI Yugeng. *Predictive Control* [M]. Beijing: National Defence Industry Press, 1993.)
- [2] BYMES C I, LAUKOU I G, GILLIAM D S, et al. Output regulation for linear distributed parameter systems [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2000, 45(12): 2236 – 2251.
- [3] CHRISTOFIDES P D. Control of nonlinear distributed process systems: recent developments and challenges [J]. *AIChE Journal*, 2001, 47(3): 514 – 518.
- [4] BALAS M J. Nonlinear finite-dimensional control of a class of nonlinear distributed parameter systems using residual-mode filters: a proof of local exponential stability [J]. *Journal of Mathematical Analysis & Applications*, 1991, 162(1): 63 – 70.
- [5] 高桂革, 顾幸生. 基于小波变换的线性定常分布参数系统最优逼近控制 [J]. 控制理论与应用, 2001, 18(增刊): 106 – 110. (GAO Guige, GU Xingsheng. Optimal approximation control of linear parameter-constant distributed parameter system based on wavelets transform [J]. *Control Theory & Applications*, 2001, 18 (Suppl.): 106 – 110.)
- [6] PARK H M, CHO D H. The use of the Karhunen-Loève decomposition for the modeling of distributed parameter systems [J]. *Chemical Engineering Science*, 1996, 51(1): 81 – 98.
- [7] BAKER J, CHRISTOFIDES P D. Finite-dimensional approximation and control of nonlinear parabolic PDE systems [J]. *International Journal of Control*, 2000, 73(5): 439 – 456.
- [8] 丁斗章, 顾幸生. 基于小波变换的二阶线性分布参数系统预测控制 [J]. 控制理论与应用, 2005, 22(6): 849 – 854. (DING Douzhang, GU Xingsheng. Predictive control of second-order linear distributed parameter systems based on wavelets transformation [J]. *Control Theory & Applications*, 2005, 22(6): 849 – 854.)
- [9] 华晨, 李柠, 李少远. 分布参数系统的ARX建模及预测控制 [J]. 控制理论与应用, 2011, 28(12): 1711 – 1716. (HUA Chen, LI Ning, LI Shaoyuan. Time-space ARX modeling and predictive control for distributed parameter system [J]. *Control Theory & Applications*, 2011, 28(12): 1711 – 1716.)
- [10] AMIT V, SIVAKUMAR P, ANTONIOS A. Feedback control of dissipative PDE systems using adaptive model reduction [J]. *AIChE Journal*, 2009, 55(4): 906 – 918.
- [11] ACRIVOS A. Method of characteristics technique. application to heat and mass transfer problems [J]. *Industrial and Engineering Chemistry*, 1956, 48(4): 703 – 710.
- [12] COURANT R, FRIEDRICHS K O. *Supersonic Flow and Shock Waves* [M]. New York: Wiley-Interscience, 1948.
- [13] MACHMOUM A, ESSELAOUI D. Finite element approximation of viscoelastic fluid flow using characteristic method [J]. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 2001, 190(42): 5603 – 5618.
- [14] OUYANG Z H. An adaptive characteristics method for advective-diffusive transport [J]. *Applied Mathematical Modeling*, 1989, 13(12): 682 – 692.
- [15] WU G C. A fractional characteristic method for solving fractional partial differential equations [J]. *Applied Mathematical Letters*, 2011, 24(7): 1046 – 1050.
- [16] DOUGLAS J, RUSSEL T. Numerical methods for convection-dominated diffusion problems based on combining the method of characteristics with finite element or finite difference procedures [J]. *SIAM Journal on Numerical Analysis*, 1982, 19(5): 871 – 885.

- [17] 蒋文举, 赵君科, 尹华强, 等. 烟气脱硫脱硝技术手册 [M]. 北京: 化学工业出版社, 2007.
(JIANG Wenju, ZHAO Junke, YIN Huaqiang, et al. *Technical Manual for Flue Gas Desulfurization and Denitrification* [M]. Beijing: Chemical Industry Press, 2007.)
- [18] BAUSACH M, PERA-TITUS M, FITE C, et al. Kinetic modeling of the reaction between hydrated lime and SO_2 at low temperature [J]. *AIChE Journal*, 2005, 51(5): 1455 – 1466.
- [19] GAREA A, HERRERA J L, MARQUES A, et al. Kinetic of dry flue gas desulfurization at low temperature using $\text{Ca}(\text{OH})_2$: competitive reactions of sulfation and carbonation [J]. *Chemical Engineering Science*, 2001, 56(4): 1387 – 1393.
- [20] KRAMMER G, REISSNER H, STAUDINGER G. Cyclic activation of calcium hydroxide for enhanced desulfurization [J]. *Chemical Engineering and Processing*, 2002, 41(5): 463 – 471.
- [21] NEATHERY J K. Model for flue-gas desulfurization in a circulating dry scrubber [J]. *AIChE Journal*, 1996, 42(1): 259 – 268.
- [22] MAO D, EDWARDS J R, KUZNETSOV A V, et al. Partical flow, mixing, and chemical reaction in circulating fluidized bed absorbers [J]. *Chemical Engineering Science*, 2002, 57(15): 3107 – 3117.
- [23] KAISER S, WEIGL K, SPIESS-KNAFL K, et al. Modeling a dry-scrubbing flue gas cleaning process [J]. *Chemical Engineering and Processing*, 2000, 39(5): 425 – 432.
- [24] JIANG M X, KEENER T C, KHANG S J. The use of a circulating fluidized bed absorber for the control of sulfur dioxide emissions by calcium oxide sorbent via in situ hydration [J]. *Powder Technology*, 1995, 85(2): 115 – 126.
- [25] LIU C F, SHIH S M, LIN R B. Kinetics of the reaction of $\text{Ca}(\text{OH})_2$ /fly ash sorbent with SO_2 at low temperatures [J]. *Chemical Engineering Science*, 2002, 57(1): 93 – 104.

作者简介:

范丽婷 (1981–), 女, 博士研究生, 研究方向为烟气脱硫过程的建模与控制, E-mail: fanliting@hotmail.com;

王福利 (1957–), 男, 教授, 博士生导师, 主要研究方向为复杂工业过程建模、控制与优化, E-mail: wangfuli@ise.neu.edu.cn;

李鸿儒 (1968–), 男, 教授, 主要研究方向为复杂工业过程建模、控制与优化, E-mail: lihongru@ise.neu.edu.cn.