

Petri网的子类G-system网的死锁控制策略

李绍勇^{1†}, 安爱民², 蔡颖¹, 厚彩琴¹, 韩喜莲¹, 王瑛¹

(1. 兰州理工大学 土木工程学院, 甘肃 兰州 730050; 2. 兰州理工大学 电气工程与信息工程学院, 甘肃 兰州 730050)

摘要: 由于柔性制造系统中的死锁问题与对应建模Petri网中信标密切相关, 如何准确和快捷地求解这样的信标, 对于基于信标可控的死锁控制策略设计而言, 是十分重要的. 本文提出了基于G-system网灵巧信标的迭代式求解与受控的死锁控制策略. 与目前求解导致死锁信标所采用的部分枚举方法相比, 该方法避免了先求解出最大的死标识信标, 进而从中提取极小信标的步骤, 提高了信标的计算效率. 同时, 通过添加适当的控制库所, 使得灵巧信标满足max'-controlled, 获取的活性受控G-system网系统的许可行为数目可以得到进一步的提升. 通过理论分析和算例验证, 表明了该死锁控制策略的正确性和有效性.

关键词: 柔性制造系统; Petri网; 死锁控制; 灵巧信标; 活性受控系统

中图分类号: TP273 **文献标识码:** A

A deadlock control policy for a subclass of Petri nets G-system

LI Shao-yong^{1†}, AN Ai-min², CAI Ying¹, HOU Cai-qin¹, HAN Xi-lian¹, WANG Ying¹

(1. School of Civil Engineering, Lanzhou University of Technology, Lanzhou Gansu 730050, China;

2. College of Electrical and Information Engineering, Lanzhou University of Technology, Lanzhou Gansu 730050, China)

Abstract: Since deadlock problems in flexible manufacturing systems (FMSs) modeled with Petri nets are closely related to the siphons in Petri nets, how to accurately and quickly solve such problems is important for designing the control policies for siphon-based controllable deadlock. This paper proposes an iterative deadlock control policy to solve and control smart siphons (SSs) in a subclass of Petri nets, i.e., G-system. Comparing with the existing partial siphon enumeration methods for solving the siphons associated with deadlocks, the proposed method avoids the process of finding the maximal deadly marked siphons in the Petri net and then extracting from which the minimal siphons, thus improving the solution efficiency. Meanwhile, by adding the proper control places (CPs) to make the obtained smart siphons max'-controlled, we further increase the number of permissive behaviors of the corresponding live controlled Petri net system with liveness. Theoretical analysis and examples validate the efficiency of the proposed policy.

Key words: flexible manufacturing system; Petri nets; deadlock control; smart siphon; live controlled system

1 引言(Introduction)

人们对产品质量和功能要求的不断提高, 导致了产品市场需求的快速变化, 从而缩短了产品的更新换代周期和提高了制造新产品的难度. 同时, 激烈的产品市场竞争, 要求产品的种类、数量和成本是多品种、小批量和经济的. 因此, 能够适应上述需求动态变化的新生产模式及其系统就应运而生. 柔性自动制造系统(flexible manufacturing systems, FMS)就是其中的典型代表, 其属于离散事件动态系统(discrete event dynamic system, DEDES)^[1-3]. Petri网^[1,3-4]作为一种数学的方法, 它在DEDES的建模、分析、性能评价及其控制设计等研究中得到了广泛的应用. 由于FMS中的多个工序进程竞争有限的共享资源, 如机器人、机床、夹

具和传送带等, 导致死锁(deadlock)经常发生^[3,5-11], 使得部分或整个FMS的运行停止, 甚至可能造成灾难性的后果和重大的经济损失^[1-2,6-8]. 基于Petri网, 人们已经研究了许多方法来解决死锁控制问题. 其中, 运用Petri网结构的分析方法^[2,5-10,12-14]来设计死锁控制策略, 已经成为近20年来国际上死锁问题研究的热点.

基于Petri网结构分析法的死锁控制策略, 关注的是建模FMS的Petri网系统中的一种特殊结构——信标(siphon)的求解及其控制. 相关的研究表明^[3,5,7,10,14], 信标与FMS中死锁的发生具有强相关性. 其一旦在某个标识 M 下被清空, 则永久地在这个标识的所有后继标识 $M[t_1\rangle M_1[t_2\rangle M_2 \cdots M_{n-1}[t_n\rangle M_n$ 下保持清空

收稿日期: 2012-12-14; 收修改稿日期: 2013-06-21.

[†]通信作者. E-mail: lishaoyong99@163.com.

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(61364004, 61064003, 51266006, 50978129); 甘肃省自然科学基金资助项目(0903ZTB107); 甘肃省高等学校基本科研业务费资助项目(1103ZTC143); 兰州理工大学建工七七基金资助项目(TM-QK-1301).

状态,从而导致死锁的发生. 信标的计算方法可分为完全信标枚举法(complete siphon enumeration method, CSEM)和部分枚举方法(partial siphon enumeration method, PSEM). 针对同一个具备死锁的Petri网模型,基于CSEM的死锁控制方法,如代表性文献[5, 10]中的死锁控制方法,即首先求解出所有未被标识的严格极小信标(strict minimal siphon, SMS),进而添加相应的控制库所(control place, CP)防止每个SMS被清空,得到了一个结构复杂的活性Petri网受控系统. 由于Petri网模型中的信标数量与Petri网的规模(表现为库所和变迁的数目)在理论上是指指数递增关系,因此,该策略的计算复杂度在理论上具有指数复杂性,且计算信标的时间消耗很多^[3,5,8]. 而基于PSEM的死锁控制方法^[6-9,12,14],即首先求解出部分导致死锁的信标,进而添加适当的CP使得它们可控,获取了一个结构相对简单的活性Petri网受控系统. 相比前者,该策略的计算复杂度为非确定性多项式时间可解;然而,在信标计算的耗时,活性受控Petri网系统的结构复杂度和行为许可性方面,均有了很大程度的提升. 但是,存在先求解出导致死锁的最大空(死标识)信标,再提取出导致死锁的极小信标的计算步骤^[6-8,14].

本文在前期研究成果的基础上^[7-8,12],针对建模能力更强,目前研究甚少的一般Petri网的一个重要子类—G-system网^[3,15],即能够建模拥有多个并行加工进程,不同的工序可以申请不同类型的多个资源,且包含并发执行拆卸与装配过程的柔性制造系统. 提出了表征其死锁状态的灵巧信标(smart siphon, SS)以及基于灵巧信标的迭代式求解与max'-controlled的死锁控制策略. 通过适当地修改文献[12]中混合整数规划(mixed integer programming, MIP)方法的目标函数与约束条件,得到了修正混合整数规划(revised mixed integer programming, RMIP),使用RMIP可以直接得到SS. 在迭代过程中的每一步,若RMIP的可行解 $G^{\text{MIP}}(M_j)$ (j 表示迭代进程序号)存在,则对应着一个 SS_j . 对其添加普通或一般控制库所^[7],使其满足max'-controlled^[14]. 该迭代进程直至RMIP的可行解 $G^{\text{MIP}}(M_j)$ 不存在,即无可行解(no feasible solution, NFS),表明无导致死锁的灵巧信标存在,相应的受控G-system网是活的,才终止.

该死锁控制策略采用RMIP,可直接求解出导致死锁的灵巧信标,相比以往的PSEM,减少了导致死锁信标的计算步骤和计算时间. 进而对求解出的灵巧信标进行max'-controlled而非max-controlled,提高了活性受控G-system网的许可行为数量. 此外,由于灵巧信标包含的资源库所数目和总库所基数均为最少,表明其是不能由其他信标合成的^[7-8],即不是冗余的. 因此,减少了所添加的控制库所中存在冗余CP的概率,获取了结构相对简单的活性受控G-system网. 对于活

性Petri网控制器的设计而言,在信标计算的耗时,行为许可性和结构复杂性方面,均有了较大程度的改善与提升.

2 基本定义和定理(Basic definitions and theorems)

定义 1^[3-4] 一个Petri网 N 是一个四元组 (P, T, F, W) , P 和 T 分别称为库所和变迁的集合,满足 $P \neq \emptyset, T \neq \emptyset, P \cup T \neq \emptyset, P \cap T = \emptyset$. $F \subseteq (P \times T) \cup (T \times P)$ 称为流关系或有向弧的集合. $W : (P \times T) \cup (T \times P) \rightarrow \mathbb{N}$ 是一个映射, $\mathbb{N} \in \{0, 1, 2, \dots\}$,该映射为每一条弧分配一个权值,即,若 $f \in F$,则 $W(f) > 0$;若 $f \notin F$,则 $W(f) = 0$. W 称为Petri网 N 的权函数. 若 $\forall f \in F, W(f) = 1$,则Petri网 $N = (P, T, F, W)$ 称为普通网,可记做 $N = (P, T, F)$;若 $\forall f \in F, W(f) \geq 1$,则 N 称为一般网. N 的关联矩阵 $[N]$ 是一个以 $P \times T$ 为序标的整数矩阵, $[N](p, t) = W(t, p) - W(p, t)$.

定义 2^[3-4] 令 $x \in P \cup T$ 是Petri网 $N = (P, T, F, W)$ 的节点. x 的前置集 $\cdot x$ 定义为 $\cdot x = \{y \in P \cup T | (y, x) \in F\}$, x 的后置集 $x \cdot$ 定义为 $x \cdot = \{y \in P \cup T | (x, y) \in F\}$.

定义 3^[3-4] Petri网 $N = (P, T, F, W)$ 的标识 M 是一个从 P 到 \mathbb{N} 的映射. (N, M_0) 称为标识网, M_0 称为 N 的初始标识.

定义 4^[3-4] 令 (N, M_0) 是一个Petri网,若 $\forall p \in \cdot t, M(p) \geq W(p, t)$,则称 $t \in T$ 在标识 M 下是使能的(enabled),记为 $M[t]$. 使能的变迁 t 发射后,网系统跃迁到另外一个状态 M' ,记为 $M[t]M'$. 称标识 M_n 是从 M_0 可达的当且仅当存在一个变迁的发射序列 $Y = t_1, t_2, \dots, t_n$ 和标识 M_1, M_2, \dots, M_n ,使得 $M_0[t_1]M_1[t_2] \dots M_{n-1}[t_n]M_n$ 成立. 从 M_0 可达的所有标识的集合称为 (N, M_0) 的可达集,记为 $R(N, M_0)$.

定义 5^[3-4] 令 (N, M_0) 是一个网系统, $N = (P, T, F, W)$. 称 $t \in T$ 是活的(live)当且仅当 $\forall M \in R(N, M_0), \exists M' \in R(N, M), M'[t]$ 成立. 称 (N, M_0) 是活的当且仅当 $\forall t \in T, t$ 在 M_0 下是活的. 称 N 在标识 M_0 下是死的(dead)当且仅当 $\nexists t \in T, M_0[t]$ 成立. 称 (N, M_0) 是无死锁的(deadlock-free)或弱活的(weakly live)当且仅当 $\forall M \in R(N, M_0), \exists t \in T, M[t]$ 成立. 称 $t \in T$ 在 M_0 下是准活的(quasi-live)当且仅当 $\exists M \in R(N, M_0)$,使得 $M[t]$ 成立. 称 (N, M_0) 是准活的当且仅当 $\forall t \in T, t$ 在 M_0 下是准活的.

定义 6^[3-4] 令 $N = (P, T, F, W)$ 是一个Petri网, N 的P-向量 I 是映射 $I: P \rightarrow \mathbb{Z}$, P-向量是以 P 为序标的列向量, \mathbb{Z} 是整数的集合. 称P-向量 I 是Petri网 N 的P-不变式当且仅当 $I \neq \mathbf{0}$,且 $I^T[N] = \mathbf{0}^T$. $\mathbf{0}$ 是一个所有元素都等于0的列向量. $\|I\| = \{p \in P | I(p) \neq$

0}称为I的支撑。||I||⁺ = {p | I(p) > 0}称为I的正支撑, ||I||⁻ = {p | I(p) < 0}称为I的负支撑。

定义 7^[3,15] 网系统G是一个三元组(N, M₀, M_F), N = (P, T, F, W)是网结构, M₀是网系统的初始状态, M_F是网系统的最终状态。

定义 8^[3,15] G-task是一个标识网, 表示为GT = (N, M₀, M_F), 且满足:

- 1) N = (P, T, F, W)是一个无回路网, 它有两个特殊库所o和i. 库所i称为源库所, o称为汇库所, 满足*·i* = ∅, o*·* = ∅;
- 2) 扩展网N*是通过给网N添加变迁t*使得{t*} = o*·*, {t*} = *·i*, W(o, t*) = W(t*, i) = n得到的, 且N*是强连通的;
- 3) M₀ = n*·i*, M_F = n*·o*;
- 4) (N, n*·i*)是准活的。

定义 9^[3,15] 一个含有资源的G-task系统GTR是标识网, 表示为(N, M_{μ0}, M_{μF}), 且满足:

- 1) N = (P_A ∪ P_R ∪ P_O, T, F ∪ F_R, W ∪ W_R);
- 2) P_A, P_R和P_O分别是拆卸\装配库所, 资源库所和操作库所的集合, 且P_R ≠ ∅, {P_A ∪ P_O} ∩ P_R = ∅;
- 3) F_R ⊆ (P_R × T) ∪ (T × P_R);
- 4) ∀u ∈ F_R, W_R(u) ≥ 1;
- 5) ∀r ∈ P_R, ∃I_r ≠ 0, I_r^T[N] = 0^T且||I_r|| ∩ P_R = {r};
- 6) M_{μ0} = n*·i* + ∑h_j · r_j, M_{μF} = n*·o* + ∑h_j · r_j, o, i ∈ P, r_j ∈ P_R, j ∈ ℕ_{|P_R|}, h_j表示资源库所r_j的容量;
- 7) 子系统G = (N, M₀, M_F)是一个G-task网, 且满足N = (P, T, F, W), M₀和M_F分别是M_{μ0}与M_{μF}约束于集合P的标识, P = P_A ∪ P_R ∪ P_O。

定义 10^[3,15] 一个G-system网GS可递归定义如下:

- 1) 一个GTR是一个G-system;
- 2) 令GS_i = (NS_i, MS_{0i}, MS_{F_i}) (i ∈ {1, 2})是两个G-system, 且{P_{A1} ∪ P_{O1}} ∩ {P_{A2} ∪ P_{O2}} = ∅, T₁ ∩ T₂ = ∅, P_{R1}P_{R2} = P_{R1} ∩ P_{R2}表示共享资源的集合;
- 3) 系统GS = GS₁ ∘ GS₂是一个G-system, 它由GS₁和GS₂通过集合P_{R1}P_{R2}复合而成。

定义 11^[3] 令N = (P, T, F, W)是一个Petri网. 若非空集合S ⊆ P满足*·S* ⊆ S*·*, 则称S为信标. 若信标S不包含其他任何信标作为它的真子集, 则称其为极小信标. 若信标S不包含任何P-不变式的支撑, 则称其为严格信标. 称一个既是极小的又是严格的信标

为严格极小信标(strict minimal siphon, SMS).

定义 12^[10] 令r是G-system网中的一个资源库所, S是一个SMS. 使用r的操作库所集合称为r持有者, 定义为I_r和r之差, 即H(r) = I_r - r. 以多集的形式来表示, Th(S) = ∑_{r ∈ S^R} H(r) - ∑_{r ∈ S^R, p ∈ S^A} I_r(p) · p称为S的补集. 同样也可以用 ∑_{p ∈ ||Th(S)||} h_s(p)p来表示Th(S). h_s(p)表示Th(S)中的库所p的托肯数增加1时, 信标S失去h_s(p)个托肯。

定义 13^[14] 令S是一个具有良好标识的S⁴R网系统(N, M₀)的一个信标, S = S_O ∪ S_R. 若∃M ∈ R(N, M₀), ∀r ∈ S_R, M(r) > max_{t ∈ (r^{*} ∩ Th(S) ·)} {W(r, t)}, 则称S在标识M下为max'-marked. 若S在任意可达标识下, 即∀M ∈ R(N, M₀), 都是max'-marked, 则称S为max'-controlled.

引理 1^[13] 令(N, M₀)是一个标识网, S是N的一个信标. 若存在P-不变式I, 使得∀p ∈ (||I||⁻ ∩ S), max_{p ·} = 1, ||I||⁺ ⊆ S, ∑_{p ∈ P} I(p)M₀(p) > ∑_{p ∈ S} I(p) · (max_{p ·} - 1)成立, 则S是最大可控的, 这里max_{p ·} = max{W(p, t) | t ∈ p ·}.

定理 1^[3,15] 令(N_S, M₀)是一个G-system网, 若它满足最大可控信标性质(max-controlled-siphon-property), 则N_S在M₀是活的。

值得注意的是, 基于求解信标的最大可控性^[3,13], 来设计活性Petri网控制器, 其对活性受控网的行为特性约束过多. 而对求解的信标实施max'-controlled, 文献[14]的研究结果表明, 可很大程度地放松对活性受控网行为特性的约束, 使得其获取更多的许可行为状态. 由于G-system网和S⁴R网都属于一般Petri网的范畴, 区别仅在于前者建模FMS的能力比后者更强, 且信标的max'-controlled是max-controlled的特例. 因此, 由定理1^[3,15]可推导出, 若G-system网中的求解信标均满足max'-controlled, 则对应的G-system网也是活的。

3 RMIP方法(RMIP method)

文献[12]中的MIP方法可直接求解出一个普通Petri网中相关死锁的灵巧信标. 本节对上述MIP问题的目标函数和约束条件进行适当地修改和补充, 提出可直接求解出表征G-system网死锁状态的灵巧信标SS的RMIP方法, 表示如下. 这里, 引入3个二进制指示符, 定义为ν_p = 1{p ∉ SS}, z_t = 1{t ∉ SS ·}和f_{pt} = 1{M_p ≥ W(p, t) ∨ ν_p = 1, ∀W(p, t) > 0}, 其中: SB(p) = max{M(p) | M = M₀ + [N]Y, M ≥ 0, Y ≥ 0}是库所p ∈ P的结构界。

$$G^{MIP}(M) = \max(\sum_{p \in P} \nu_p + \sum_{p \in P_R} \nu_p), \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \text{s.t. } & \begin{cases} f_{pt} \geq \frac{M(p) - W(p, t) + 1}{SB(p)}, \\ \forall p \in P, \forall t \in T, \forall W(p, t) > 0, \end{cases} & (2) \\ & f_{pt} \geq \nu_p, \forall W(p, t) > 0, \forall p \in P, \forall t \in T, & (3) \\ & z_t \geq \sum_{p \in \bullet t} f_{pt} - |\bullet t| + 1, \forall t \in T, \forall p \in P, & (4) \\ & \nu_p \geq z_t, \forall W(t, p) > 0, \forall p \in P, \forall t \in T, & (5) \\ & \nu_p, z_t, f_{pt} \in \{0, 1\}, \forall p \in P, \forall t \in T, & (6) \\ & M = M_0 + [N]Y, M \geq 0, Y \geq 0, & (7) \\ & \sum_{p \in P} \nu_p \leq |P| - 2. & (8) \end{aligned}$$

该RMIP方法的解析: 目标函数中的 $\max(\sum_{p \in P} \nu_p)$, 可使求解的SS的库所基数 $|SS_P|$ 最小, 即保证求解的SS中总库所数目最小化, 从而直接求解出导致死锁的信标, 避免了以往先求解出导致死锁的最大死标识信标, 再从中提取出极小信标的计算步骤, 节省了信标的计算时间. 比较文献[12], 增加 $\max(\sum_{p \in P_R} \nu_p)$, 目的是使求解的SS所包含的资源库所数目 $|SS_{P_R}|$ 最少. 由文献[7-8]可知, 信标包含的资源库所数目最少, 表明该SS不能由其他信标来组成的, 即该SS不是冗余的. 因此, 对该SS添加相应的CP, 可降低所添加的CP成为冗余控制库所的可能性, 从而获取结构简化的活性受控Petri网系统. 此外, 在约束条件(2)-(6)^[2-3, 12]中, 均增加了 $\forall p \in P, \forall t \in T$, 而其余约束条件(7)-(8)^[2-3, 12]不变. 以进一步提升求解灵巧信标的准确度, 基于求解MIP问题的软件工具, 如Lindo^[16], 编程求解该RMIP问题, 就可求解出导致死锁的SS.

4 灵巧信标(Smart siphon)

定理 2 RMIP方法的可行解 $G^{\text{MIP}}(M)$ 对应灵巧信标SS.

证 应用反证法. 假设在约束条件(2)-(8)和某个可达标识 M 下, $G^{\text{MIP}}(M)$ 的可行解对应的不是SS, 是 S_{\min} , 即 S_{\min} 还包含一个极小信标 S' 作为它的一个子集. 因此, 在某个可达死标识(dead marking) M' 下, 未被标识的库所 p , ($\nu_p = 0$)就构成 S_{\min} . 显然, 存在新的可行解 $G^{\text{MIP}}(M')$, 且 $G^{\text{MIP}}(M') > G^{\text{MIP}}(M)$. 这与满足约束条件(2)-(8), RMIP的可行解 $G^{\text{MIP}}(M)$ 是最大的相矛盾. 所以, 定理2的结论成立. 证毕.

由定理2可知, 若 $G^{\text{MIP}}(M)$ 的可行解存在, 则对应着G-system网中存在导致死锁的SS, 表明G-system网存在死锁. 反之, 若无可行解(no feasible solution, NFS), 则意味着该G-system网中无导致死锁的SS存在, 该G-system网是活的.

图1所示是一个存在死锁的标识G-system网^[3]. 其中: $P_A = \{p_{11}, p_{17}, p_{18}, p_{19}, p_{20}, p_{21}\}$, $P_O = \{p_1, p_2, p_3, p_4, p_5, p_6, p_7, p_8, p_9, p_{10}, p_{12}, p_{13}, p_{14}, p_{15}, p_{16}\}$,

$P_R = \{p_{22}, p_{23}, p_{24}, p_{25}, p_{26}, p_{27}\}$, $|P| = |P_A| + |P_O| + |P_R| = 27$, 其最大许可行为数目为1248504. 对其使用RMIP方法, 可以得到 $SS = \{p_2, p_6, p_{15}, p_{23}, p_{24}\}$. 表明存在导致死锁的灵巧信标, 则该G-system网是不活的. 这与目前流行的Petri网研究工具INA^[17](integrated net analyzer)的分析结果是一致的.

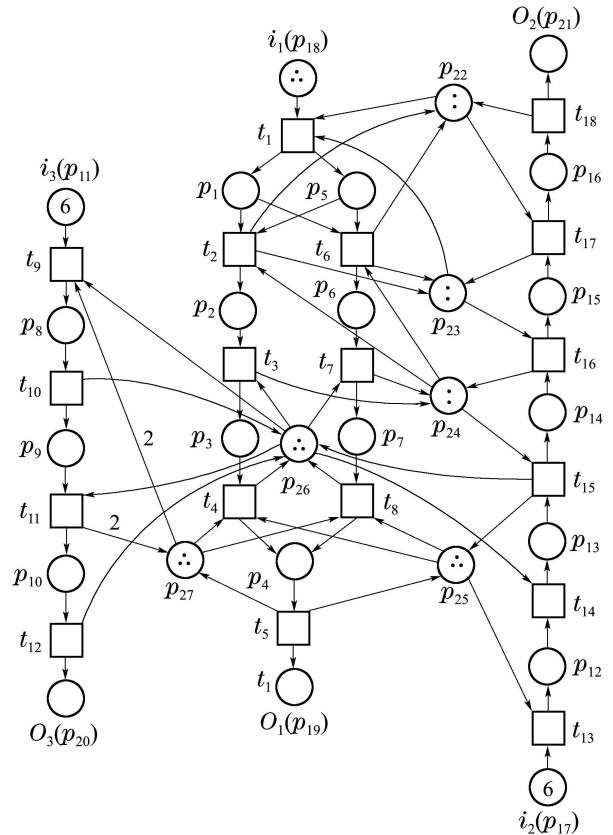


图1 一个存在死锁的标识G-system网

Fig. 1 A marked G-system with deadlocks

5 迭代式死锁控制策略(An iterative deadlock control policy)

5.1 灵巧信标的可控性(Controllability of smart siphons)

由第4节可知, 在求解出灵巧信标后, 建模的G-system网是不活的. 因此, 需要对灵巧信标添加控制库所, 使其满足可控性, 从而消除死锁. 这里涉及两方面的内容: 1) 控制库所的添加方式; 2) 灵巧信标的可控模式. 对于前者, 可采用文献[7]中的方法, 即在求解出SS后, 计算出其补集 $Th(SS)$. 若 $\forall p \in Th(SS)$, $h_{SS}(p) = 1$, 则添加普通的控制库所, 其中 $W(p, t) = W(t, p) = 1$, 其输出弧(输入弧)连接到对应的 $Th(SS)$ 的输入集(输出集); 若 $\exists p \in Th(SS)$, $h_{SS}(p) > 1$, 则添加一般的控制库所, 其中 $W(p, t) \geq 1$ 和 $W(t, p) \geq 1$, 其输入弧连接到对应的 $Th(SS)$ 的输出集, 其输出弧则连接到原网系统的源变迁. 对于后者, 目前采用的模式为信标的最大可控性(max-

controlled)^[5-8, 10, 12], 即信标的控制深度变量 ξ_S 由条件式 $\xi_S \in \mathbb{N}_n = \{1, 2, \dots, n\}$ 和 $\xi_S > \sum_{p \in S} I(p)(max_p - 1)$ 确定; 添加的控制库所的初始标识 $M_0(V_S) = M_0(S) - \xi_S$. 而本文采用文献[14]中的信标max'-controlled方式, 即通过添加适当的CP, 使得求解的SS满足max'-controlled. 为此引入SS的控制深度变量 ξ_{SS} , 定义如下:

定义 14 令 (N_S, M_0) 是一个G-system网, 称 ξ_{SS} 为SS的控制深度变量, 若 $\xi_{SS} \in \mathbb{N}_n$ 和 $\xi_{SS} > \max_{t \in (r \cdot \cap Th(SS) \cdot)} \{W(r, t)\}, \forall r \in SS_R, SS = SS_O \cup SS_R$ 成立.

因此, 相应添加的CP的初始标识

$$M_0(V_{SS}) = M_0(SS) - \xi_{SS}.$$

比对灵巧信标的max-controlled与max'-controlled方式, 主要区别在于前者确定出的 ξ_{SS} 值往往较大, 从而对受控的Petri网许可行为约束过多. 而后者确定的 ξ_{SS} 值一般较小, 从而使得受控的Petri网许可行为数目得以提高. 这在下面算例的死锁控制结果中可以得到证实.

5.2 基于受控灵巧信标的死锁控制算法(A deadlock control algorithm using the controlled smart siphons)

对于一个具有死锁的G-system网, 设计出相应的死锁控制策略是必需的. 因此, 本节提出能够实现这样目的的死锁控制策略, 即算法1. 在求解出所有的SS后, 随即添加适当CP, 使得它们满足max'-controlled, 从而得到活性受控的G-system网.

算法 1 死锁控制

Input: 一个标识的G-system $(N_S, M_0), N_S = (P_A \cup P_R \cup P_O, T, F, W)$.

Output: 活性受控网系统 (N^*, M^*) .

$$\Pi_{SS} := \emptyset$$

$$V_{SS} := \emptyset$$

$$j := 1$$

基于RMIP, 求解 $G^{MIP}(M_j)$

if $G^{MIP}(M_j)$ 无可行解 then

$$SS_j := \emptyset$$

$$N^* := N$$

$$M^* := M_0$$

end if

while $G^{MIP}(M_j)$ 存在可行解 do

如5.1节所述, 对 SS_j 添加适当的 CP_j , 形成扩展网 (N_j, M_j)

$$\Pi_{SS} := \Pi_{SS} \cup \{SS_j\}$$

$$V_{SS} := V_{SS} \cup CP_j$$

$$N^* := N_j$$

$$M^* := M_j$$

$$j := j + 1$$

基于RMIP, 求解 $G^{MIP}(M_j)$

end while

输出 (N^*, M^*)

在第1次迭代, 算法1求解 $G^{MIP}(M_1)$. 若其无可行解, 即NFS, 则表明原网不存在导致死锁的灵巧信标, 是活的. 否则, 算法1基于 $G^{MIP}(M_1)$ 的可行解, 确定出 SS_1 , 并且对其添加适当的 CP_1 .

在第j次迭代, 算法1求解 $G^{MIP}(M_j)$. 类似地, 若其存在可行解, 则得到 SS_j , 进而对其添加适当的 CP_j . 该迭代求解与控制进程持续进行, 直至 $G^{MIP}(M_j)$ 为NFS, 表明受控网系统中不再存在导致死锁的 SS_j , 是活的, 算法1才终止执行.

定理 3 令 (N_S, M_0) 是一个标识的G-system网系统. 对其施加算法1, 最后得到的受控网 (N^*, M^*) 是活的.

证 假定 SS_j 和 (N_j, M_j) 是通过第j次迭代, 得到的灵巧信标和扩展网, 其中: $\forall p \in \{P_A \cup P_R \cup P_O\}, M_j(p) = M_0(p), M_j(CP_j) = M_j(SS_j) - \xi_{SS_j}, \xi_{SS_j} \in \mathbb{N}_n, \xi_{SS_j} > \max_{t \in (r \cdot \cap Th(SS_j) \cdot)} \{W(r, t)\}$. 由定义12, 可得 $Th(SS_j)$ 和 $h_{SS_j}(p)$, 据此对 SS_j 添加适当的 CP_j , 构建扩展网 (N_j, M_j) 的P-不变式 I , 这里 $\forall p \in SS_j, I(p) = 1, \forall p \in P, M_j(p) = M_0(p), I(SS_j) = -1$. 因此可得到 $I^T M_0 = I^T M_j = M_0(SS_j) - M_0(CP_j) > \sum_{p \in SS_j} I(p)(max_p - 1)$. 由引理1^[13]可知, 受控的 SS_j 满足最大可控性, 同样也满足max'-controlled. 此外, 随着灵巧信标的迭代求解与控制进程的演化, 普通和一般控制库所的不断添加, 扩展网 (N_j, M_j) 中所需受控的 SS_j 是不断减少的, 直至 $G^{MIP}(M_j)$ 无可行解, 即 (N_j, M_j) 中不再有导致死锁的灵巧信标存在, 算法1才终止执行. 由定理1^[3, 15]和引理1^[13]可知, 最后得到的扩展网 (N^*, M^*) 是活的. 证毕.

算法1采用了RMIP方法, 可直接求解出导致死锁的灵巧信标. 由于信标数量与Petri网的规模在理论上是指指数递增关系^[2-3, 5], 因此, 其计算复杂度是NP-hard. 但是, 它避免了CSEM在求解导致死锁的信标时, 存在的计算负荷较大和耗时多问题; 并且通过max'-controlled方式, 来显式控制灵巧信标. 比对目前其他文献中基于PSEM求解信标及其max-controlled的死锁控制策略^[5-8, 10, 12-13], 算法1获得了许可行为数目更多的活性受控G-system网系统.

6 算例(Example)

对图1所示的G-system网应用算法1, 其迭代求解

与控制过程表述如下:

在第1次迭代, 算法1求解出 $SS_1 = \{p_2, p_6, p_{15}, p_{23}, p_{24}\}$, 且 $SS_{1,R} = \{p_{23}, p_{24}\}$. 由定义12, 计算出 $Th(SS_1) = \{p_1, p_5, p_{14}\}$ 和 $h_{SS_1}(p_1) = h_{SS_1}(p_5) = h_{SS_1}(p_{14}) = 1$, 需要添加一个普通控制库所 CP_1 . 而且, 由 $\forall r \in SS_{1,R}, \max_{t \in (r \cdot \cap Th(SS_1) \cdot)} \{W(r, t)\} = 0$, 可得 $\xi_{SS_1} = 1, M_0(CP_1) = 2 + 2 - 1 = 3, \cdot CP_1 = \{t_2, t_6, t_{16}\}$ 和 $CP_1 \cdot = \{t_1, t_{15}\}$.

在第2次迭代, 算法1可以求解出 $SS_2 = \{p_4, p_8, p_{10}, p_{13}, p_{25}, p_{26}\}$, 且 $SS_{2,R} = \{p_{25}, p_{26}\}$. 同样由定义12, 计算出 $Th(SS_2) = \{p_3, p_7, p_{12}\}$ 和 $h_{SS_2}(p_3) = h_{SS_2}(p_7) = h_{SS_2}(p_{12}) = 1$, 也需要添加一个普通控制库所 CP_2 . 而且, 由 $\forall r \in SS_{2,R}, \max_{t \in (r \cdot \cap Th(SS_2) \cdot)} \{W(r, t)\} = 0$, 可得 $\xi_{SS_2} = 1, M_0(CP_2) = 3 + 3 -$

$1 = 5, \cdot CP_2 = \{t_4, t_8, t_{14}\}$ 和 $CP_2 \cdot = \{t_3, t_7, t_{13}\}$.

在第3次迭代, 算法1得出 $SS_3 = \{p_4, p_8, p_{10}, p_{14}, p_{24}, p_{25}, p_{26}\}$, 且 $SS_{3,R} = \{p_{24}, p_{25}, p_{26}\}$. 由定义12, 算出 $Th(SS_3) = \{p_2, p_3, p_6, p_7, p_{12}, 2p_{13}\}$, $h_{SS_3}(p_2) = h_{SS_3}(p_3) = h_{SS_3}(p_6) = h_{SS_3}(p_7) = h_{SS_3}(p_{12}) = 1$ 和 $h_{SS_3}(p_{13}) = 2$, 则需要添加一个一般控制库所 CP_3 . 而且, 由 $\forall r \in SS_{3,R}, \max_{t \in (r \cdot \cap Th(SS_3) \cdot)} \{W(r, t)\} = 0$, 可得 $\xi_{SS_3} = 1, M_0(CP_3) = 2 + 3 + 3 - 1 = 7, \cdot CP_3 = \{t_4, t_8, 2t_{15}\}$ 和 $CP_3 \cdot = \{t_1, t_{13}, t_{14}\}$.

在第4次迭代, 算法1得到 $G^{MIP}(M_4)$ 为 NFS, 即无可行解. 表明再无灵巧信标存在, 获取的受控 G-system 网是活的. 基于 INA^[17], 可得该活性受控 G-system 网的许可行为数目为 1248300. 算法1的迭代求解与控制过程见表1, 获取的活性受控 G-system 网如图2所示.

表 1 对图1所示 G-system 网应用本死锁控制策略的处理结果

Table 1 Results of the proposed deadlock control policy for a marked G-system shown in Fig.1

j	SS_j	$Th(SS_j)$	$\cdot CP_j$	$CP_j \cdot$	$M_0(CP_j)$	$G^{MIP}(M_j)$	$ P + CP $
1	$\{p_2, p_6, p_{15}, p_{23}, p_{24}\}$	$\{p_1, p_5, p_{14}\}$	—	—	—	26	27
2	$\{p_4, p_8, p_{10}, p_{13}, p_{25}, p_{26}\}$	$\{p_3, p_7, p_{12}\}$	$\{t_2, t_6, t_{16}\}$	$\{t_1, t_{15}\}$	3	27	28
3	$\{p_4, p_8, p_{10}, p_{14}, p_{24}, p_{25}, p_{26}\}$	$\{p_2, p_3, p_6, p_7, p_{12}, 2p_{13}\}$	$\{t_4, t_8, t_{14}\}$	$\{t_3, t_7, t_{13}\}$	5	28	29
4	—	—	$\{t_4, t_8, 2t_{15}\}$	$\{t_1, t_{13}, t_{14}\}$	7	NFS	30

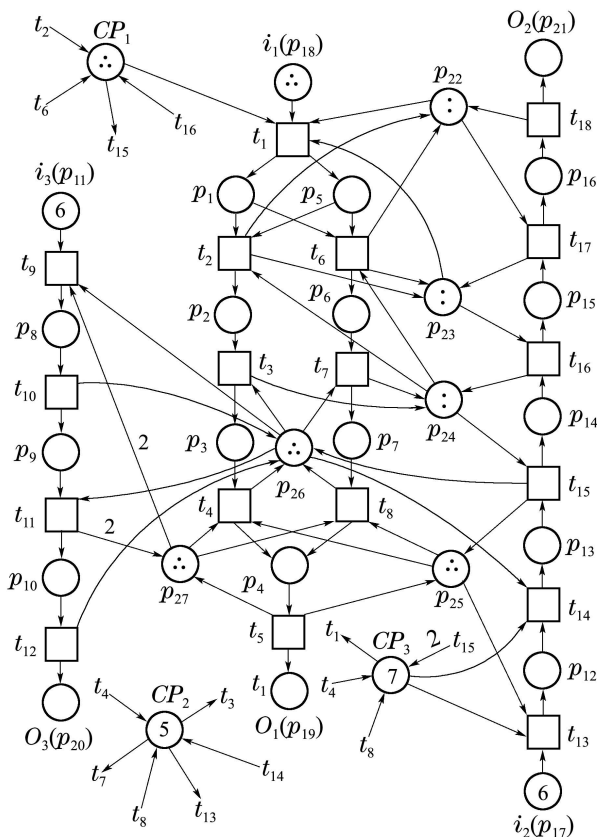


图 2 活性受控 G-system 网系统
Fig. 2 A live controlled G-system

对于该 G-system 网的死锁问题, Li 和 Zhou 在文献[3]中采用求解基本信标(elementary siphon, ES)且使得它们 max-controlled 的方法(表示为 LZ), 即首先基于 CSEM, 得到 13 个 SMS, 从中确定出 5 个 ES. 进而添加 5 个 CP(见表2)使得 5 个 ES 满足 max-controlled, 也获取了活性受控 G-system 网. 同样, 应用 INA^[17], 可分析出相应的活性受控 G-system 网的许可行为数目为 711647.

表 2 LZ 对图1所示的 G-system 网添加的 5 个 CP
Table 2 Five CPs^[3] added for the uncontrolled G-system shown in Fig. 1.

CP_j	$\cdot CP_j$	$CP_j \cdot$	$M_0(CP_j)$
CP_1	$\{t_4, t_8, t_{14}\}$	$\{t_1, t_{13}\}$	5
CP_2	$\{t_4, t_8, 2t_{11}\}$	$\{t_1, 2t_{10}\}$	4
CP_3	$\{2t_2, 2t_6, t_{17}\}$	$\{2t_1, t_{15}\}$	5
CP_4	$\{t_2, t_6, t_{16}\}$	$\{t_1, t_{15}\}$	3
CP_5	$\{t_3, t_7, t_{15}\}$	$\{t_1, t_{14}\}$	1

由于添加控制库所使得求解信标受控的方式, 获取的活性受控网系统往往存在冗余的控制库所(redundant control place, RCP)^[2-3, 18]. RCP 的存在不但增加了活性受控网系统的结构复杂度, 而且增

大了活性监控器设计和验证的计算负荷以及相应的经济成本支出. 基于前期研究成果, 即文献[18]中的RCP鉴定方法(表示为LL), 分别对本死锁控制策略和LZ所得到的活性受控G-system网进行RCP的测试, 相应的RCP鉴定过程及其结果分别见表3和表4. 其中, 在删除3个RCP后, LZ所得到的活性受控G-system网的许可行为数变为730169.

在Windows XP操作系统, 1.6 GHz Intel(R) Dual

CPU和512 M内存的条件下, 本死锁控制策略与LZ的性能比较见表5. 其中, 执行时间是指基于Petri网分析工具INA^[17], 相应的死锁控制策略获取活性受控G-system网所消耗的时间. 显然, 本死锁控制策略在简化活性受控G-system网的结构和提升行为许可性方面均显示出优越性, 即无冗余控制库所的存在, 许可行为比 $R = 1248300/1248504 = 99.98\%$; 而LZ存在3个RCP, $R = 730169/1248504 = 58.48\%$.

表 3 LL方法对图2所示活性受控G-system网的冗余控制库所的测试过程及其结果

Table 3 Test results of redundant CPs using LL for the live controlled G-system shown in Fig. 2

测试步骤	被测的控制库所	保留的控制库所	$ P + CP - 1$	$G^{MIP}(M)$	被测控制库所的冗余性
1	CP ₁	CP ₂ , CP ₃	29	16	no
2	CP ₂	CP ₁ , CP ₃	29	11	no
3	CP ₃	CP ₁ , CP ₂	29	9	no
-	-	CP ₁ , CP ₂ , CP ₃	-	-	-

表 4 LL方法对文献[3]中图4.17所示活性受控G-system网的冗余控制库所的测试过程及其结果

Table 4 Test results of redundant CPs using LL for the live controlled G-system shown in Fig.4.17^[3]

测试步骤	被测的控制库所	保留的控制库所	$ P + CP - 1$	$G^{MIP}(M)$	被测控制库所的冗余性
1	CP ₁	CP ₂ - CP ₅	31	12	no
2	CP ₂	CP ₁ , CP ₃ - CP ₅	31	31	yes
3	CP ₃	CP ₁ , CP ₄ , CP ₅	30	30	yes
4	CP ₄	CP ₁ , CP ₅	29	29	yes
5	CP ₅	CP ₁	28	23	no
-	-	CP ₁ , CP ₅	-	-	-

表 5 本策略与LZ方法的比较

Table 5 Comparison of the proposed policy with the method of LZ

评判标准	添加的控制库所数目	冗余的控制库所数目	许可行为的状态数	R	执行时间/s	内存使用/M
本策略	3	0	1248300	99.98%	2670	334.7
LZ	5	3	730169	58.48%	476	268.8

7 结论(Conclusions)

针对建模能力更强, 目前研究甚少的G-system网存在的死锁问题, 提出了表征其死锁状态的灵巧信标的概念以及基于灵巧信标的迭代式求解与max'-controlled的死锁控制策略. 主要研究结果包括: 1) 可直接求解出导致死锁的灵巧信标, 相比目前文献中的信标求解方法, 如CSEM与PSEM, 减少了相应的信标计算量与计算步骤; 2) 添加适当的控制库所使得灵巧信标满足max'-controlled, 提高了活性受控G-system网的许可行为数目; 3) 灵巧信标包含的资源库所数目和总库所基数均为最少, 表明其是不能由其他信标合成的, 即不是冗余的. 从而降低了所添加的控制库所中存在冗余控制库所的概率. 因此, 对于活性G-system网控制器的设计而言,

在信标计算的耗时, 行为许可性和结构化简方面, 均有了较大程度的改善与提升. 下一步研究内容是关注灵巧信标的最优控制和导致活锁的灵巧信标求解与控制等新问题.

参考文献(References):

- [1] WU N Q, ZHOU M C. System modeling and control with resource-oriented petri nets [M] //Control Engineering Series. Newyork, USA: CRC Press, 2009.
- [2] LI Z W, ZHOU M C. Deadlock resolution in automated manufacturing systems [M] //A Novel Petri Net Approach. London, UK: Springer, 2009.
- [3] 李志武, 周孟初. 自动制造系统的建模、分析与死锁控制 [M]. 北京: 科学出版社, 2009.
(LI Zhiwu, ZHOU Mengchu. Modeling, Analysis, and Deadlock Control of Automated Manufacturing Systems: Control Technology and Automated Manufacture [M]. Beijing: China Science Press, 2009.)

- [4] 吴哲辉. Petri网导论 [M]. 北京: 机械工业出版社, 2006. (WU Zhehui. *Introduction to Petri Nets* [M]. Beijing: China Machine Press, 2006.)
- [5] EZPELETA J, COLOM J M, MARTINEZ J. A Petri net based deadlock prevention policy for flexible manufacturing systems [J]. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, 1995, 11(2): 173 – 184.
- [6] HUANG Y S, JENG M D, XIE X L, et al. Siphon-based deadlock prevention policy for flexible manufacturing systems [J]. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part A*, 2006, 36(6): 1248 – 1256.
- [7] 李绍勇, 王安荣. 应用必需信标的Petri网死锁预防策略 [J]. 控制理论与应用, 2011, 28(6): 771 – 780. (LI Shaoyong, WANG Anrong. A deadlock prevention policy in Petri nets using necessary siphons [J]. *Control Theory & Applications*, 2011, 28(6): 771 – 780.)
- [8] LI S Y, LI Z W, HU H S. Siphon extraction for deadlock control in flexible manufacturing systems by using Petri nets [J]. *International Journal of Computer Integrated Manufacturing*, 2011, 24(8): 710 – 725.
- [9] LI S Y, LI Z W, HU H S, et al. An extraction algorithm for a set of elementary siphons based on mixed-integer programming [J]. *Journal of Systems Science and Systems Engineering*, 2012, 21(1): 106 – 125.
- [10] LI Z W, ZHOU M C. Elementary siphons of Petri nets and their application to deadlock prevention in flexible manufacturing systems [J]. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part A*, 2004, 34(1): 38 – 51.
- [11] UZAM M, ZHOU M C. An improved iterative synthesis method for liveness enforcing supervisors of flexible manufacturing systems [J]. *International Journal of Production Research*, 2006, 44(10): 1987 – 2030.
- [12] LI S Y, LI Z W. Solving siphons with the minimal cardinality in Petri nets and its applications to deadlock control [J]. *International Journal of Production Research*, 2012, 50(22): 6203 – 6218.
- [13] BARKAOUI K, PEYRE J F. On liveness and controlled siphons in Petri nets [C] // *Proceedings of the 17th International Conference on Application and Theory of Petri Nets*. New York: Springer-Verlag, 1996, 1091: 57 – 72.
- [14] ZHONG C F, LI Z W. A deadlock prevention approach for flexible manufacturing systems without complete siphon enumeration of their Petri net models [J]. *Engineering with Computers*, 2009, 25(3): 269 – 278.
- [15] ZOUARI B, BARKAOUI K. Parameterized supervisor synthesis for a modular class of discrete event systems [C] // *Proceedings of IEEE International Conference on Systems, Man, and Cybernetics*. Washington DC, American: Springer-Verlag, 2003: 1874 – 1879.
- [16] Lindo Systems Inc. Premier optimization modeling tools[EL/DB]. 2009, <http://www.lindo.com/>.
- [17] STARKE P H. INA: integrated net analyzer[EL/DB]. 2003, <http://www.informatik.hu-berlin.de/starke/ina.html>.
- [18] LI S Y, LI Z W. Structure reduction of liveness-enforcing Petri nets using mixed integer programming [J]. *Asian Journal of Control*, 2012, 14(2): 384 – 399.

作者简介:

李绍勇 (1966–), 男, 博士, 副教授, 主要从事离散事件系统监控的应用研究, E-mail: lishaoyong99@163.com;

安爱民 (1972–), 男, 博士, 副教授, 主要从事工业过程建模分析与优化控制的研究, E-mail: anaimin1@163.com;

蔡颖 (1979–), 女, 硕士, 讲师, 主要从事热工参数的自动检测与控制的研究, E-mail: blue9801@163.com;

厚彩琴 (1973–), 女, 硕士, 讲师, 主要从事自动控制系统的设计与应用的研究, E-mail: AHL8XCM@lut.cn;

韩喜莲 (1978–), 女, 硕士, 讲师, 主要从事建筑设备测控技术的研究, E-mail: Hanxl@lut.cn;

王瑛 (1970–), 男, 教授, 主要从事自动制造系统的数学建模与性能分析的研究, E-mail: Wangying@lut.cn.