

## 输入饱和情况下农用拖拉机的直线导航控制

丁世宏<sup>1,2†</sup>, 姜月霞<sup>1</sup>, 赵德安<sup>1</sup>, 林相泽<sup>3</sup>

(1. 江苏大学 机械工业设施农业测控技术与装备重点实验室, 江苏 镇江 212013;  
2. 东南大学 复杂工程系统测量与控制教育部重点实验室, 江苏 南京 210096; 3. 南京农业大学 工学院, 江苏 南京 210031)

**摘要:** 本文以农用拖拉机为研究对象, 提出了一种基于饱和方法的直线路径跟踪导航算法。该算法可以为农用拖拉机导航中普遍存在的输入饱和控制问题提供一种有效的解决办法。首先, 基于直线导航系统运动学模型, 将其线性化得到易于控制设计的线性系统模型。其次, 设计非饱和控制器, 使得系统在该非饱和控制器作用下全局镇定。最后, 结合饱和函数和非饱和控制器, 构造出饱和控制器, 并证明在该饱和控制器作用下系统全局渐近稳定。该控制方案的优点在于: 控制器结构较为简单, 且饱和控制器中从外到内的饱和度并不需要按照递减顺序选取, 从而提高了闭环系统的收敛性能。仿真结果验证了上述方法的有效性。

**关键词:** 农用拖拉机; 路径跟踪; 控制器设计; 稳定性

中图分类号: TP273 文献标识码: A

## The straight-line navigation control of an agricultural tractor subject to input saturation

DING Shi-hong<sup>1,2†</sup>, JIANG Yue-xia<sup>1</sup>, ZHAO De-an<sup>1</sup>, LIN Xiang-ze<sup>3</sup>

(1. Key Laboratory of Facility Agriculture Measurement and Control Technology and Equipment of Machinery Industry, Jiangsu University, Zhenjiang Jiangsu 212013, China;  
2. Key Laboratory of Measurement and Control of Complex Systems of Engineering, Ministry of Education, Southeast University, Nanjing Jiangsu 210096, China;  
3. College of Engineering, Nanjing Agricultural University, Nanjing Jiangsu 210031, China)

**Abstract:** For an agricultural tractor, a linear path-tracking navigation algorithm is developed by using the saturation method, providing an effective solution to the ubiquitous input saturation control problem in agricultural tractor navigation. First, based upon the kinematics of the straight-linear navigation system, a linear system model for control design is obtained by linearization. Secondly, a non-saturated controller is designed to stabilize the system globally. Finally, by integrating a saturation function with the non-saturated controller, we obtain a saturated controller under which the closed-loop system is globally asymptotically stable. This controller is simple in structure without the need of sequential decrement of restriction on the saturation levels from outside to inside, thus improving the convergence of the closed-loop system. Simulation results validate the effectiveness of the proposed method.

**Key words:** agricultural tractor; path tracking; controller design; stability

### 1 引言(Introduction)

随着收获作业要求的提高, 农用机械在田间的工作速度越来越快、作业幅度越来越宽, 要求农用机械驾驶员能够精确沿预定路线行走的同时, 还要保证实时进行变量投入。这无疑给驾驶员带来了很大的劳动强度, 从而降低了劳动效率。因此, 人们迫切要求能够最大限度的提高农用机械的工作效率, 降低人工操纵难度<sup>[1]</sup>。值得提出的是, 农用机械的自动导航技术能

够减少驾驶员的劳动强度, 提高田间作业质量。自动导航技术主要是通过传感器对车体自身位姿信息进行检测, 根据检测获得的信息自主地进行路径规划与避障、探测定位和控制系统的稳定性, 通过控制转向系统使车体沿规划路径自动行驶从而实现自动导航<sup>[2]</sup>。在现代农业生产中, 国内外对农用机械自动导航控制技术的应用越来越广泛<sup>[3-4]</sup>。

农用机械自动导航的主要研究内容包括: 导航传

收稿日期: 2013-01-11; 收修改稿日期: 2013-04-09。

†通信作者。E-mail: dsh@mail.ujs.edu.cn; Tel.: +86 511-88791245。

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(61203014, 61203054); 江苏省高校优势学科建设工程资助项目(PAPD, 苏政办发(2011)6号); 教育部博士点新教师基金资助项目(20113227120002); 复杂工程系统测量与控制教育部重点实验室开放基金资助项目(MCCSE2012A01); 江苏省自然科学基金资助项目(BK2012283)。

感器、路径规划、导航模型的建立和路径跟踪控制等,其中路径跟踪控制是农用机械运动控制的一个重要问题,也是一个非常实际的问题。路径跟踪控制的目的是使农用机械能够精确地沿着期望的几何路径行走。然而,路径跟踪算法对于农用机械控制的稳定性和精确性起着关键作用。因此,对路径跟踪控制算法的研究具有非常重要的意义<sup>[5]</sup>。

近年来,研究者们对各种农用机械的路径跟踪进行了深入的研究,如窦志强等<sup>[6]</sup>提出了基于激光测量数据的变阈值物体区分法,能够满足田间目标跟踪要求。罗锡文等<sup>[7]</sup>研究了东方红X-804拖拉机的自动导航系统,基于PID算法,设计了差分全球定位系统(difference global positioning system, DGPS)自动导航控制系统,并通过田间试验验证了控制系统的精确性和可靠性。针对PID控制中的调参问题,张美娜等<sup>[8]</sup>考虑了各种性能指标下的参数整定问题。此外,模糊控制方法也被广泛地应用到农业机械的自动导航控制中。周建军等<sup>[9]</sup>构建了自动导航模糊控制器,并详细阐述了基于模糊控制的自动转向方法。刘兆祥等<sup>[10]</sup>阐述了一种基于自适应模糊控制的拖拉机自动导航系统,提出了一种基于遗传算法的自适应模糊控制方法,有效地改善了系统的控制品质。上述导航结果基本上都可以看作直线导航。当跟踪路径为曲线时,陈军等<sup>[11]</sup>基于最优控制理论,设计了对正弦路径和圆形路径的跟踪控制器。综上所述,关于农用机械的路径跟踪控制问题,基于各种线性或非线性控制方法,已提出了很多有效的控制方案,且取得了较好的控制效果。然而,值得注意的是,在对路径导航控制系统进行研究时,已有相关文献几乎都没有考虑到控制器的饱和问题。

一般情况下,控制系统的执行机构总是存在控制受限的,因此,直接应用非饱和控制器势必会影响到控制系统的动态和稳态性能,甚至会引起系统崩溃<sup>[12]</sup>。因此,针对农用机械的导航控制系统,设计饱和控制器很有必要。事实上,按照已有关于饱和控制方面的结果(例如文献[13–15]),也可以设计出相应的嵌套饱和控制器(详细情况请见注释3.1)。然而,基于已有饱和控制方法得到的控制器存在两个方面的问题。首先,基于上述方法,需要进行状态变换,使得变换后的系统具有上三角结构,然后再进行控制设计。该变换会引起系统扰动的变化,从而会增加稳态误差。其次,在这些基于嵌套饱和方法的饱和控制器中,从外到内的饱和度一般为递减顺序,从而导致内在的饱和度较小,严重影响了系统的收敛性能。基于上述存在的问题,本文提出了一种新的嵌套饱和控制算法。该算法不需要传统饱和控制中的线性变换,从而提高了控制精度。另外,基于该方法设计的嵌套饱和控制器中的饱和度不需要满足严格递减的顺序,因而提高了系统的收敛性能。

## 2 系统建模及问题描述(System modelling and problem formulation)

本文以农田作业中最常见的农用拖拉机为研究对象,研究其自主直线导航控制器设计问题。

假设农田环境较为平坦、拖拉机前进速度恒定,且不考虑轮胎与地面的侧向滑动。此时拖拉机模型可以简化为图1所示的两轮模型<sup>[8, 16]</sup>。

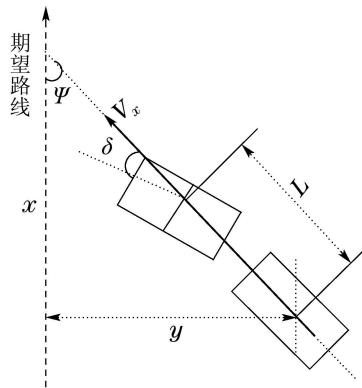


图1 农用拖拉机直线导航示意图

Fig. 1 The sketch map of agricultural tractor straight-line navigation

图1中:  $\Psi$ 为航向角(rad),  $V_x$ 为拖拉机前进方向速度(m/s),  $L$ 为轴距(m),  $\delta$ 为转向轮偏角或转向角(rad),  $x$ 为沿路径方向的车体位置(m),  $y$ 为横向偏差(m)。根据图1,农用拖拉机直线跟踪系统运动学模型为

$$\begin{cases} \dot{\Psi} = \frac{V_x}{L} \tan \delta, \\ \dot{x} = V_x \cos \Psi, \\ \dot{y} = V_x \sin \Psi, \end{cases} \quad (1)$$

式中:  $\Psi, V_x, L, \delta, x, y$ 的定义与图1中相同。由农用拖拉机直线跟踪运动学模型(1)可知,系统具有较强的非线性,若直接对其进行控制设计,难度较大,且得到的非线性控制器很难实现。工程中通常的做法是在其平衡点附近进行线性化,然后利用线性方法对线性化的系统进行控制设计。

值得指出的是,为了保证农用拖拉机跟踪控制系统的直线导航控制,由图1可知,只要同时保证 $y \rightarrow 0$ 和 $\Psi \rightarrow 0$ ,则可以实现直线导航。因此考虑 $y$ 和 $\Psi$ 的运动学即可。通过对方程进行线性化,可建立如下形式的拖拉机运动状态方程:

$$\begin{bmatrix} \dot{y} \\ \dot{\Psi} \\ \dot{\delta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & V_x & 0 \\ 0 & 0 & \frac{V_x}{L} \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y \\ \Psi \\ \delta \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} u, \quad (2)$$

式中:  $u$ 为控制输入量,即转向轮偏角变化率 $\dot{\delta}$ 。

控制目的: 对任意的 $u_{\max} > 0$ ,设计饱和控制器 $u$ 满足 $|u| \leq u_{\max}$ ,且使得 $y \rightarrow 0$ 和 $\Psi \rightarrow 0$ 。

**注 1** 从工程上来说,最为有效的控制方法仍然是PID

控制。基于此,研究们拟针对拖拉机直线导航系统设计一类饱和PID控制器。然而,若直接对系统(1)进行控制设计,难度较大,且稳定性分析十分复杂。基于此,本项目对系统(1)进行线性化,然后针对线性化后的系统(2)进行控制设计。当然,经过这样设计得到的控制器对原系统来说不是一个全局的控制器。因此,为了保证控制的精度,系统初始状态不能够远离平衡点,也即航向角、横向偏差和转向轮偏角不能太大。另外,拖拉机轮子与地面之间的受力问题对控制器也具有一定的影响。这种影响主要体现在农用拖拉机的动力学上,从而影响控制系统的执行机构的控制输出,进而直接降低导航控制系统的精度。

### 3 控制器设计(Controller design)

令 $x_1 = y, x_2 = V_x \Psi, x_3 = (V_x^2/L)\delta$ , 经过上述线性变换,则系统(2)可变换为

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2, \\ \dot{x}_2 = x_3, \\ \dot{x}_3 = \frac{V_x^2}{L} u = v, \end{cases} \quad (3)$$

其中 $v$ 为虚拟控制器。

#### I) 设计线性非饱和控制器 $v$ 镇定系统(3)。

对于系统(3),根据线性系统理论可设计全局镇定控制器如下:

$$v = -k_3 x_3 - k_3 k_2 x_2 - k_3 k_2 k_1 x_1, \quad (4)$$

则只要特征多项式 $s^3 + k_3 s^2 + k_3 k_2 s + k_3 k_2 k_1 = 0$ 满足Hurwitz条件,则闭环系统(3)–(4)即为全局渐近稳定的。

#### II) 结合线性控制器(4),设计饱和控制器 $u$ 。

正如引言所说,基于已有饱和控制方法进行控制设计,一般要求对系统进行线性变换,然后再对其进行饱和设计。此处,在不需要对原系统进行线性变换的情况下,本文将提出一种直接对系统进行控制设计的饱和控制方案。

定义饱和函数

$$\sigma_{\varepsilon_i}(x) = \begin{cases} (\operatorname{sgn} x)\varepsilon_i, & |x| > \varepsilon_i, \\ x, & |x| \leq \varepsilon_i, \end{cases}$$

将其与控制器(4)相结合,可得如下形式的控制器:

$$v = -k_3 \sigma_{\varepsilon_3}(x_3 + k_2 \sigma_{\varepsilon_2}(x_2 + k_1 \sigma_{\varepsilon_1}(x_1))), \quad (5)$$

其中控制参数满足

$$\begin{cases} k_3 \varepsilon_3 - k_2 [\varepsilon_3 + (k_1 + k_2) \varepsilon_2 + k_1^2 \varepsilon_1] > 0, \\ k_2 \varepsilon_2 > \varepsilon_3 + k_1 (\varepsilon_2 + k_1 \varepsilon_1), \\ k_1 \varepsilon_1 > \varepsilon_2. \end{cases} \quad (6)$$

记

$$\begin{aligned} S_3(t) &= x_3 + k_2 \sigma_{\varepsilon_2}(x_2 + k_1 \sigma_{\varepsilon_1}(x_1)), \\ S_2(t) &= x_2 + k_1 \sigma_{\varepsilon_1}(x_1), \quad S_1(t) = x_1. \end{aligned}$$

下面将证明,在控制器(5)的作用下,系统(3)为全

局渐近稳定的。证明分为3步。

**第1步** 证明存在时刻 $T_1$ ,使得当 $t \geq T_1$ 时,有

$$|S_3(t)| = |x_3 + k_2 \sigma_{\varepsilon_2}(S_2)| \leq \varepsilon_3.$$

首先,利用反证法,证明存在一个有限时刻 $T_1$ 使得

$$|S_3(T_1)| \leq \frac{\varepsilon_3}{2}.$$

若上式不成立,则对于 $\forall t \geq 0$ ,必然有 $|S_3(t)| > \varepsilon_3/2$ ,也即

$$S_3(t) > \frac{\varepsilon_3}{2}, \quad \forall t > 0, \quad (7)$$

或

$$S_3(t) < -\frac{\varepsilon_3}{2}, \quad \forall t > 0. \quad (8)$$

当 $S_3(t) > \varepsilon_3/2, \forall t > 0$ 时,由式(3)及(5)可得

$$x_3 = -k_3 \sigma_{\varepsilon_3}(S_3) < -\frac{k_3 \varepsilon_3}{2}. \quad (9)$$

对式(9)两边进行积分得 $x_3(t) - x_3(0) < -k_3 \varepsilon_3 t / 2$ 。所以,对 $\forall t > 0, x_3(t) < x_3(0) - k_3 \varepsilon_3 t / 2$ 。因此,由 $S_3$ 和 $S_2$ 的定义及上式可知

$$S_3 = x_3 + k_2 \sigma_{\varepsilon_2}(S_2) \leq x_3(0) - \frac{k_3 \varepsilon_3}{2} t + k_2 \varepsilon_2.$$

显然,当 $t \rightarrow \infty$ 时,由上式可得 $S_3 \leq -\infty$ ,与式(7)矛盾。因此式(7)不成立。同理可证式(8)也不成立。所以,存在时刻 $T_1$ 使得 $|S_3(T_1)| \leq \varepsilon_3/2$ 。

下面将证明当 $t \geq T_1$ 时有

$$|S_3(t)| = |x_3 + k_2 \sigma_{\varepsilon_2}(S_2)| \leq \varepsilon_3.$$

令

$$\Omega_1 = \{x : |S_3(t)| = |x_3 + k_2 \sigma_{\varepsilon_2}(S_2)| \leq \varepsilon_3\}.$$

当系统状态进入区域 $\Omega_1$ 后,若逃离该区域,如图2所示,只有如下两种可能,即从 $P_1 P_2 P_3 P_4$ 逃离区域 $\Omega_1$ ,或者从 $Q_1 Q_2 Q_3 Q_4$ 逃离区域 $\Omega_1$ 。下面将证明上述两种情况都不会发生。

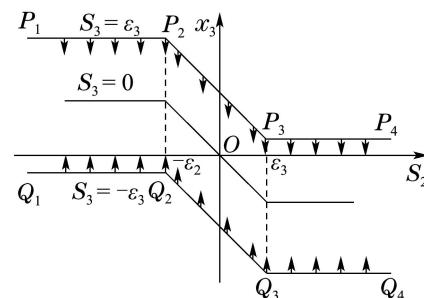


图2  $S_2 - x_3$ 相平面示意图

Fig. 2 The phase plot of  $S_2 - x_3$

当 $x \in P_1 P_2$ 时,有 $S_2 \leq -\varepsilon_2$ 。因此有

$$\dot{S}_3 = \dot{x}_3 - k_2 \dot{\varepsilon}_2 =$$

$$-k_3 \sigma_{\varepsilon_3}(S_3) = -k_3 \varepsilon_3 < 0, \quad \forall x \in P_1 P_2. \quad (10)$$

同理可得

$$\begin{aligned}\dot{S}_3 &= \dot{x}_3 + k_2 \dot{\varepsilon}_2 = \\ -k_3 \sigma_{\varepsilon_3}(S_3) &= -k_3 \varepsilon_3 < 0, \forall x \in P_3 P_4.\end{aligned}\quad (11)$$

由式(10)–(11)可知, 系统状态  $x$  不可能从  $P_1 P_2 \cup P_3 P_4$  逃离区域  $\Omega_1$ . 类似地, 也可以证明系统状态  $x$  不可能从  $Q_1 Q_2 \cup Q_3 Q_4$  逃离区域  $\Omega_1$ .

接下来将证明系统状态  $x$  不可能从  $P_2 P_3$  与  $Q_2 Q_3$  逃离区域  $\Omega_1$ .

当  $x \in P_2 P_3$  时, 有  $S_3 = \varepsilon_3$ ,  $|S_2| \leq \varepsilon_2$ . 因此,

$$\begin{aligned}\dot{S}_3 &= \dot{x}_3 + k_2 \dot{S}_2 = -k_3 S_3 + k_2 \dot{S}_2 = \\ -k_3 \varepsilon_3 + k_2 \dot{S}_2, \quad \forall x \in P_2 P_3.\end{aligned}\quad (12)$$

当满足  $x \in \{x : |S_3| \leq \varepsilon_3, |S_2| \leq \varepsilon_2\}$  时,

$$|\dot{S}_2| \leq |x_3 + k_1 \dot{\sigma}_{\varepsilon_1}(x_1)| \leq |x_3| + k_1 |\dot{\sigma}_{\varepsilon_1}(x_1)|.$$

对于  $\dot{\sigma}_{\varepsilon_1}(x_1)$  而言, 有  $\dot{\sigma}_{\varepsilon_1}(x_1) = 0$ ,  $\forall |x_1| > \varepsilon_1$ , 以及

$$|\dot{\sigma}_1(x_1)| = |x_2|, |x_1| \leq \varepsilon_1.$$

因此, 当  $x \in \{x : |S_3| \leq \varepsilon_3, |S_2| \leq \varepsilon_2\}$  时,

$$|\dot{\sigma}_1(x_1)| \leq \varepsilon_2 + k_1 \varepsilon_1. \quad (13)$$

故当  $x \in \{x : |S_3| \leq \varepsilon_3, |S_2| \leq \varepsilon_2\}$  时,

$$\begin{aligned}|\dot{S}_2| &\leq |x_3| + k_1 \dot{\sigma}_{\varepsilon_1}(x_1) \leq \\ \varepsilon_3 + k_2 \varepsilon_2 + k_1(\varepsilon_2 + k_1 \varepsilon_1) &= \\ \varepsilon_3 + (k_1 + k_2) \varepsilon_2 + k_1^2 \varepsilon_1. \end{aligned}\quad (14)$$

注意到当  $x \in P_2 P_3$  时必有  $x \in \{x : |S_3| \leq \varepsilon_3, |S_2| \leq \varepsilon_2\}$ . 结合式(14)及式(12)可得

$$\dot{S}_3 \leq -k_3 \varepsilon_3 + k_2 [\varepsilon_3 + (k_1 + k_2) \varepsilon_2 + k_1^2 \varepsilon_1], \forall x \in P_2 P_3.$$

由式(6)可知  $k_3 \varepsilon_3 - k_2 [\varepsilon_3 + (k_1 + k_2) \varepsilon_2 + k_1^2 \varepsilon_1] > 0$ . 因此, 基于上述条件可得

$$\dot{S}_3 < 0, \forall x \in P_2 P_3. \quad (15)$$

同理可证在条件(6)下有

$$\dot{S}_3 > 0, \forall x \in Q_2 Q_3. \quad (16)$$

由式(15)–(16)可知, 状态  $x$  显然不会从  $P_2 P_3 \cup Q_2 Q_3$  处逃离区域. 因此, 系统状态  $x$  不会逃离区域  $\Omega_1$ . 即: 当  $t \geq T_1$  时,  $|S_3(t)| \leq \varepsilon_3$ .

**第2步** 证明存在时刻  $T_2 > T_1$  使得当  $t \geq T_2$  时,  $|S_3(t)| \leq \varepsilon_3$ ,  $|S_2(t)| \leq \varepsilon_2$ .

由于  $T_2 > T_1$ , 故当  $t \geq T_2$  时显然有  $|S_3(t)| \leq \varepsilon_3$ . 因此, 为了证明第2步, 只需证明存在  $T_2 > T_1$  使得当  $t \geq T_2$  时,  $|S_2(t)| \leq \varepsilon_2$ . 首先, 证明存在时刻  $T_2 > T_1$  使得  $|S_2(T_2)| < \varepsilon_2$ . 假设上式不成立, 则对任意的  $t > T_1$ , 有  $|S_2(t)| \geq \varepsilon_2$ . 此时只有两种情况, 即  $S_2(t) \geq \varepsilon_2$ ,  $\forall t > T_1$  和  $S_2(t) \leq -\varepsilon_2$ ,  $\forall t > T_1$ . 先证明第1种情况不成立.

由第1步的证明可知对  $\forall t > T_1$ ,  $|S_3(t)| \leq \varepsilon_3$ . 因

此对  $\forall t > T_1$ ,

$$\begin{aligned}\dot{x}_2 &= x_3 = -k_2 \sigma_{\varepsilon_2}(S_2) + x_3 + k_2 \sigma_{\varepsilon_2}(S_2) = \\ -k_2 \sigma_{\varepsilon_2}(S_2) + S_3 &\leq -k_2 \sigma_{\varepsilon_2}(S_2) + \varepsilon_3.\end{aligned}\quad (17)$$

当  $S_2(t) \geq \varepsilon_3$ ,  $\forall t > T_1$  时, 由式(17)可得

$$\dot{x}_2 \leq -k_2 \sigma_{\varepsilon_2}(S_2) + \varepsilon_3 \leq -k_2 \varepsilon_2 + \varepsilon_3,$$

也即

$$x_2(t) \leq x_2(0) - (k_2 \varepsilon_2 - \varepsilon_3)t. \quad (18)$$

结合式(6), 易知  $k_2 \varepsilon_2 > \varepsilon_3$ . 因此, 将式(18)代入  $S_2(t)$  可得  $S_2(t) = x_2(t) + k_1 \sigma_{\varepsilon_1}(x_1) \leq x_2(0) - (k_2 \varepsilon_2 - \varepsilon_3)t + k_1 \varepsilon_1$ . 当时间  $t$  趋于无穷时, 由上式可得  $S_2 < -\infty$ , 与  $S_2 \geq \varepsilon_2$ ,  $\forall t > T_1$  矛盾. 类似地, 也可证明  $S_2(t) \leq -\varepsilon_2$ ,  $\forall t > T_1$  不成立. 因此, 存在时刻  $T_2 > T_1$  使得  $|S_2(T_2)| < \varepsilon_2$ .

接下来将证明当  $t > T_2$  时,  $|S_2(t)| \leq \varepsilon_2$ .

令  $\Omega_2 = \{x : |S_2(t)| = |x_2 + k_1 \sigma_{\varepsilon_1}(x_1)| \leq \varepsilon_2\}$ .

当系统状态进入区域  $\Omega_2$  后, 若逃离该区域, 如图3所示, 只有如下两种可能, 即从  $H_1 H_2 H_3 H_4$  逃离区域  $\Omega_2$ , 或者从  $L_1 L_2 L_3 L_4$  逃离区域  $\Omega_2$ . 下面将证明上述两种情况都不会发生.

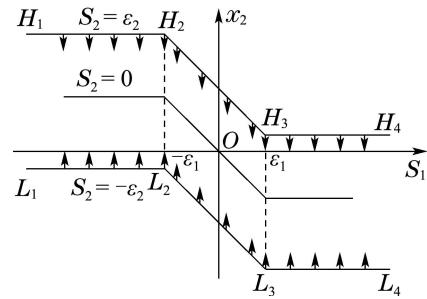


图3  $S_1 - x_2$  相平面示意图

Fig. 3 The phase plot of  $S_1 - x_2$

当  $x \in H_1 H_2$  时, 由于  $S_1 = x_1 < -\varepsilon_1$ , 则

$$S_2 = x_2 + k_1 \sigma_{\varepsilon_1}(x_1) = x_2 - k_1 \varepsilon_1.$$

因此, 当  $x \in H_1 H_2$  时,  $\dot{S}_2 = \dot{x}_2 = x_3$ . 注意到  $x(T_2) \in \Omega_2$ . 若系统状态穿越  $H_1 H_2$  逃离区域  $\Omega_2$ , 必定存在  $t^* > T_2 > T_1$ , 使得  $x(t^*) \in H_1 H_2$ . 因而, 当  $t = t^*$  时, 有  $|S_3(t^*)| \leq \varepsilon_3$ . 也即有

$$x_3(t^*) = S_3(t^*) - k_2 \sigma_{\varepsilon_2}(S_2(t^*)) \leq \varepsilon_3 - k_2 \varepsilon_2.$$

注意到  $k_2 \varepsilon_2 - \varepsilon_3 > 0$ . 因此, 当  $x \in H_1 H_2$  时,

$$\dot{S}_2 = \dot{x}_2 = x_3 < \varepsilon_3 - k_2 \varepsilon_2 < 0,$$

也即系统状态  $x$  无法穿越  $H_1 H_2$  逃离区域  $\Omega_2$ . 类似可以证明系统状态  $x$  不会穿越  $H_3 H_4, L_1 L_2, L_3 L_4$  逃离区域  $\Omega_2$ .

当  $x \in H_2 H_3$  时, 有  $|x_1| \leq \varepsilon_1$ , 则

$$\begin{aligned}\dot{S}_2 &= \dot{x}_2 + k_1 \dot{\sigma}_{\varepsilon_2}(x_1) = \\ x_3 + k_1 x_2 &= -k_2 \sigma_{\varepsilon_2}(S_2) + S_3 + k_1 x_2.\end{aligned}$$

又因为当 $x \in H_2H_3$ 时,  $S_2 = \varepsilon_2$ . 因此, 当 $x \in H_2H_3$ 时, 有 $|x_2| \leq \varepsilon_2 + k_1\varepsilon_1$ .

由上面分析可知, 当 $x \in H_2H_3$ 时,

$$\begin{aligned}\dot{S}_2 &\leq -k_2\varepsilon_2 + \varepsilon_3 + k_1x_2 \leq \\ &-k_2\varepsilon_2 + \varepsilon_3 + k_1(\varepsilon_2 + k_1\varepsilon_1).\end{aligned}$$

根据式(6)可知

$$k_2\varepsilon_2 > \varepsilon_3 + k_1(\varepsilon_2 + k_1\varepsilon_1),$$

即 $\dot{S}_2 < 0, \forall x \in H_2H_3$ . 因此, 系统状态无法从 $H_2H_3$ 逃离区域 $\Omega_2$ . 类似地可以证明系统状态也无法从 $L_2L_3$ 逃离.

综上可得, 系统的状态 $x$ 无法从边界 $H_1H_2H_3H_4$ 和 $L_1L_2L_3L_4$ 逃离区域 $\Omega_2$ , 也即当 $t \geq T_2$ 时,

$$|S_3(t)| \leq \varepsilon_3, |S_2(t)| \leq \varepsilon_2.$$

**第3步** 证明存在时刻 $T_3 > T_2$ 使得当 $t \geq T_3$ 时,

$$|S_3(t)| \leq \varepsilon_3, |S_2(t)| \leq \varepsilon_2, |x_1(t)| \leq \varepsilon_1.$$

由第1步和第2步的证明可知, 当 $t \geq T_2$ 时, 有 $|S_2(t)| \leq \varepsilon_2, |S_3(t)| \leq \varepsilon_3$ , 也即当 $t \geq T_2$ 时,

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= x_2 = \\ &-k_1\sigma_{\varepsilon_1}(x_1) + x_2 + k_1\sigma_{\varepsilon_1}(x_1) = \\ &-k_1\sigma_{\varepsilon_1}(x_1) + S_2.\end{aligned}\quad (19)$$

由式(19)和式(6)可知

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &< -k_1\varepsilon_1 + \varepsilon_2 < 0, \forall x_1 > \varepsilon_1, \\ \dot{x}_1 &> k_1\varepsilon_1 - \varepsilon_2 > 0, \forall x_1 < -\varepsilon_1,\end{aligned}$$

由上式可知存在 $T_3$ , 使得当 $t \geq T_3$ 时,

$$|x_1(t)| \leq \varepsilon_1, |S_2(t)| \leq \varepsilon_2, |S_3(t)| \leq \varepsilon_3,$$

即 $t > T_3$ 时, 控制器(5)退化为线性控制器(4). 故, 当 $t > T_3$ 时闭环系统(3)(5)退化为

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2, \\ \dot{x}_2 = x_3, \\ \dot{x}_3 = -k_3\sigma_{\varepsilon_3}(x_3 + k_2\sigma_{\varepsilon_2}(x_2 + k_1\sigma_{\varepsilon_1}(x_1))) = \\ \quad -k_3x_3 - k_3k_2x_2 - k_3k_2k_1x_1. \end{cases}\quad (20)$$

由控制设计的第I部分可知

$$s^3 + k_3s^2 + k_3k_2s + k_3k_2k_1 = 0$$

满足Hurwitz条件. 因此在退化后的控制器作用下, 系统将进一步稳定到平衡点.

综上, 在控制器(5)作用下, 系统(3)状态可被镇定到平衡点. 也即在控制器

$$u = -\frac{k_3L}{V_x^2}\sigma_{\varepsilon_3}\left(\frac{V_x^2}{L}\delta + k_2\sigma_{\varepsilon_2}(V_x\Psi + k_1\sigma_{\varepsilon_1}(y))\right)\quad (21)$$

的作用下, 系统(2)的状态可以被镇定到原点. 基于此,

可得本文的主要结果.

**定理1** 在控制器(21)的作用下, 拖拉机直线跟踪控制系统(2)可以沿着直线前进.

**注2** 事实上, 利用已有的饱和控制方法, 也可以对系统(2)设计出饱和控制器. 例如, 利用Teel<sup>[13]</sup>的方法, 可以构造控制器如下:

$$u = -\frac{L}{V_x^2}\sigma_{\varepsilon_3}(y_3 + \sigma_{\varepsilon_2}(y_2 + \sigma_{\varepsilon_1}(y_1))), \quad (22)$$

其中:

$$\varepsilon_3 > 2\varepsilon_2, \varepsilon_2 > 2\varepsilon_1,$$

$$y_1 = y + 2V_x\Psi + V_x\delta, y_2 = V_x\Psi + V_x\delta, y_3 = V_x\delta.$$

值得注意的是饱和度 $\varepsilon_i, i = 1, 2, 3$ 满足 $\varepsilon_3 > \varepsilon_2 > \varepsilon_1$ . 该性质限制了闭环系统的收敛速度. 例如, 若初始值 $y_2(0), y_3(0)$ 很小, 而 $y_1(0)$ 很大, 对控制器(22)来说, 此时控制器的饱和度近似为 $L\varepsilon_1/V_x^2$ . 由于 $\varepsilon_1$ 很小, 从而导致控制量很小, 因此系统状态的收敛速度较慢.

定理1中控制器参数没有这一限制, 因而可以大大提高系统的收敛速度.

#### 4 仿真(Simulation)

为了验证本文提出的直线路径跟踪算法的有效性, 基于MATLAB仿真平台, 进行了仿真研究. 以式(1)所描述的两轮车模型为控制对象, 仿真了在控制器(21)和控制器(22)作用下, 拖拉机直线跟踪控制系统的跟踪情况. 拖拉机轴距选取为2.4 m, 前进方向的速度为 $V_x = 1$  m/s.

为了仿真的公平性, 本文限制控制器满足 $|u| \leq 2$  rad/s. 在该条件和参数条件(6)下, 控制器(21)的参数可任意选择. 此处选取

$$\begin{aligned}k_1 &= \frac{1}{5}, k_2 = 1, k_3 = \frac{25}{3}, \\ \varepsilon_1 &= 3, \varepsilon_2 = \frac{1}{2}, \varepsilon_3 = \frac{1}{10}.\end{aligned}$$

控制器(22)的参数选取为

$$\varepsilon_3 = \frac{5}{6}, \varepsilon_2 = \frac{1}{3}, \varepsilon = \frac{1}{12}.$$

拖拉机导航系统的初始值为

$$(x(0), y(0), \Phi(0), \delta(0)) = (4, 3, \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}),$$

且假设反馈变量的测量误差为5%(白噪声). 在该初始值条件下, 仿真结果如图4-9所示, 其中: 实线是控制器(21)作用下的仿真结果, 虚线是控制器(22)作用下的仿真结果. 图4-6分别给出了上述两种控制器下横向偏差、航向角和转向角的输出响应曲线. 令

$$X = (y, \Phi, \delta),$$

则

$$\|X\| = \sqrt{y^2 + \Phi^2 + \delta^2}$$

的输出响应曲线如图7所示. 图8为拖拉机在平面内的

跟踪曲线。图9给出了控制器响应曲线。由图4~9可以看出,在相同的控制限幅条件下,与控制器(22)相比,控制器(21)作用下的闭环系统具有更为快速的收敛性能。

此外,由图4~8可知尽管反馈信号具有5%的测量误差,然而该测量误差对系统状态的收敛性能影响较小。这说明控制系统具有良好的鲁棒性能。但是由图9可知,反馈信号的测量误差对系统的控制量具有一定的影响。由于控制器包含了系统的所有状态,因此该现象主要由系统各个状态中的误差累积而成。

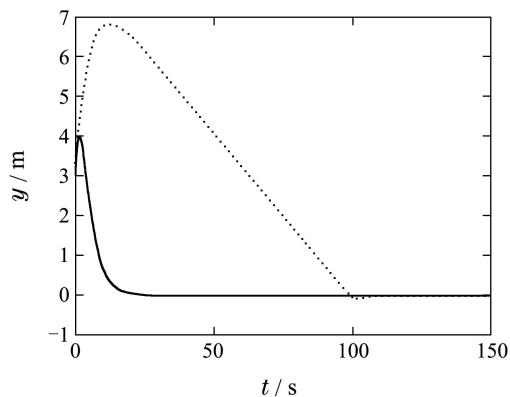


图4 横向偏差输出响应曲线

Fig. 4 The response curves of lateral deviation

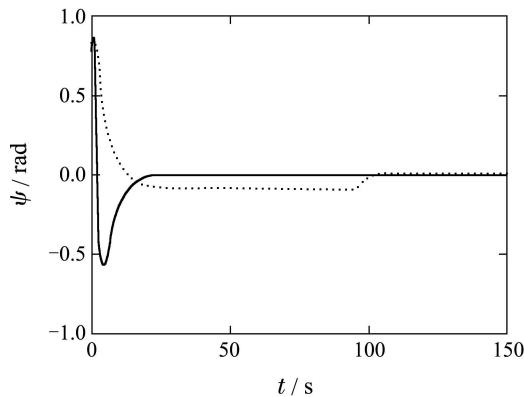


图5 航向角输出响应曲线

Fig. 5 The response curves of course angle

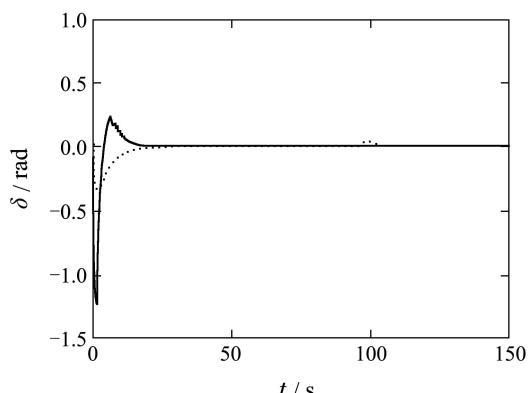


图6 转向角输出响应曲线

Fig. 6 The response curves of steering angle

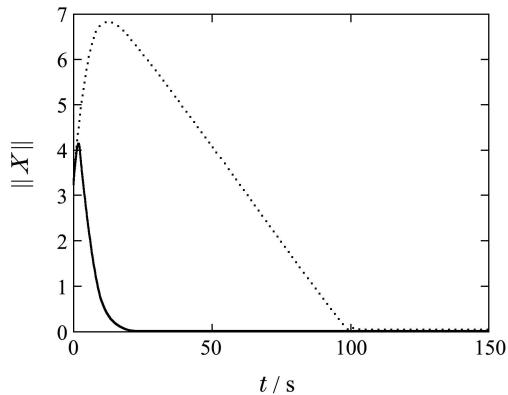


图7 系统变量范数 $\|X\|$ 的响应曲线

Fig. 7 The response curves of  $\|X\|$

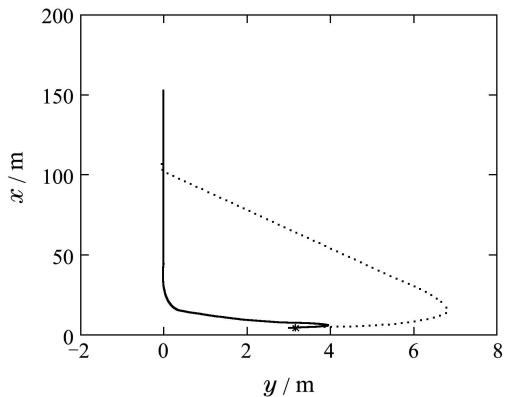


图8 拖拉机跟踪相平面y-x曲线

Fig. 8 The tractor tracking phase plot of  $y-x$

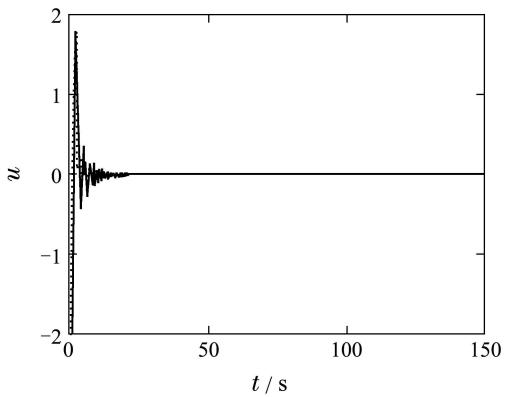


图9 控制器的响应曲线

Fig. 9 The response curves of controller

## 5 结论(Conclusions)

随着现代农业的发展,人们对农用机械的自主导航能力不断提出高的要求。本文研究了农用拖拉机的直线自动导航控制算法,在线性系统理论和饱和控制技术的基础上,设计了直线导航的饱和控制器。经过仿真验证,本文所设计的路径导航控制器可以显著提高农用拖拉机的直线自动导航的跟踪速度,改善了系统的控制品质。从理论上来说,该控制方法可以较好地控制拖拉机沿直线行驶。

## 参考文献(References):

- [1] ZHAO D A, LÜ J D, JI W, et al. Design and control of an apple harvesting robot [J]. *Biosystems Engineering*, 2011, 110(2): 112–122.
- [2] TANG J L, JING X, HE D J, et al. Visual navigation control for agricultural robot using serial BP neural network [J]. *Transactions of the Chinese Society of Agricultural Engineering*, 2011, 27(2): 194–198.
- [3] MEHTA S, BURKS T, DIXON W. Vision-based localization of a wheeled mobile robot for greenhouse applications: a daisy-chaining approach [J]. *Computers and Electronics in Agriculture*, 2008, 63(1): 28–37.
- [4] 陈军, 朱忠祥, 鸟巢谅, 等. 基于神经网络的农用车辆自动跟踪控制 [J]. 农机机械学报, 2007, 38(5): 131–133.  
(CHEN Jun, ZHU Zhongxiang, TORISU Ryo, et al. Automatic on-tracking control of farm vehicle based on neural network [J]. *Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery*, 2007, 38(5): 131–133.)
- [5] 李逃昌, 胡静涛, 高雷, 等. 基于模糊自适应纯追踪模型的农业机械路径跟踪方法 [J]. 农业机械学报, 2013, 44(1): 205–210.  
(LI Taochang, HU Jingtao, GAO Lei, et al. Agricultural machine path tracking method based on fuzzy adaptive pure pursuit model [J]. *Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery*, 2013, 44(1): 205–210.)
- [6] 窦志强, 毛志怀, 魏青. 基于激光扫描的田间目标跟踪系统 [J]. 农业机械学报, 2006, 37(12): 220–222.  
(DOU Zhiqiang, MAO Zhihuai, WEI Qing. The field target tracking system based on laser passing [J]. *Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery*, 2006, 37(12): 220–222.)
- [7] 罗锡文, 张智刚, 赵祚喜, 等. 东方红X-804拖拉机的DGPS自动导航控制系统 [J]. 农业工程学报, 2009, 25(11): 139–145.  
(LUO Xiwen, ZHANG Zhigang, ZHAO Zuoxi, et al. Design of DGPS navigation control system for Dongfanghong X-804 tractor [J]. *Transactions of the Chinese Society of Agricultural Engineering*, 2009, 25(11): 139–145.)
- [8] 张美娜, 林相泽, 丁永前, 等. 基于性能指标的农用车辆路径跟踪控制器设计 [J]. 农业工程学报, 2012, 28(9): 40–46.  
(ZHANG Meina, LIN Xiangze, DING Yongqian, et al. Design of path following controllers based on performance index for agricultural vehicle [J]. *Transactions of the Chinese Society of Agricultural Engineering*, 2012, 28(9): 40–46.)
- [9] 周建军, 张漫, 汪懋华, 等. 基于模糊控制的农用车辆路线跟踪 [J]. 农业机械学报, 2009, 40(4): 151–156.  
(ZHOU Jianjun, ZHANG Man, WANG Maohua, et al. Path tracking for agricultural vehicle based on fuzzy control [J]. *Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery*, 2009, 40(4): 151–156.)
- [10] 刘兆祥, 刘刚, 籍颖, 等. 基于自适应模糊控制的拖拉机自动导航系统 [J]. 农业机械学报, 2010, 41(11): 148–152.  
(LIU Zhaoxiang, LIU Gang, JI Ying, et al. Autonomous navigation system for agricultural tractor based on self-adapted fuzzy control [J]. *Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery*, 2010, 41(11): 148–152.)
- [11] 陈军, 朱忠祥, 鸟巢谅, 等. 拖拉机沿曲线路径的跟踪控制 [J]. 农业工程学报, 2006, 22(11): 108–111.  
(CHEN Jun, ZHU Zhongxiang, TORISU Ryo, et al. On-tracking control of tractor running along curved paths [J]. *Transactions of the Chinese Society of Agricultural Engineering*, 2006, 22(11): 108–111.)
- [12] DING S H, LI S H, LI Q. Stability analysis for a second-order continuous finite-time control system subject to a disturbance [J]. *Journal of Control Theory and Applications*, 2009, 7(3): 271–176.
- [13] TEEL A R. Global stabilization and restricted tracking for multiple integrators with bounded controls [J]. *Systems & Control Letters*, 1992, 18(3): 165–171.
- [14] DING S H, QIAN C, LI S H. Global stabilization of a class of feedforward systems with lower-order nonlinearities [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2010, 55(3): 691–696.
- [15] 陈华, 王朝立, 杨芳, 等. 基于视觉伺服非完整移动机器人的有限时间饱和镇定 [J]. 控制理论与应用, 2012, 29(6): 817–823.  
(CHEN Hua, WANG Chaoli, YANG Fang, et al. Finite-time saturated stabilization of nonholonomic mobile robots based on visual servoing [J]. *Control Theory & Applications*, 2012, 29(6): 817–823.)
- [16] O'CONNOR M. *Carrier-phase differential GPS for automatic control of land vehicles* [D]. CA: Stanford University, 1997.

## 作者简介:

**丁世宏** (1983–), 男, 博士, 副教授, 研究方向为非线性控制理论和农业机器人导航, E-mail: dsh@mail.ujs.edu.cn;

**姜月霞** (1990–), 女, 硕士研究生, 研究方向为农业机器人导航, E-mail: jiangyuexiayezi@163.com;

**赵德安** (1956–), 男, 博士, 教授, 研究方向为生产过程智能自动化和网络控制, E-mail: dazhao@mail.ujs.edu.cn;

**林相泽** (1978–), 男, 博士, 副教授, 研究方向为切换系统和机器人控制, E-mail: xzlin@njau.edu.cn.