

非均匀气隙永磁同步电机的有限时间混沌同步

唐传胜[†], 戴跃洪, 甄文喜

(电子科技大学 机械电子工程学院, 四川 成都 611731)

摘要: 针对非均匀气隙永磁同步电机(PMSM)混沌系统, 提出一种改进的主动有限时间同步控制器. 该控制器首先利用主动控制来实现动态误差系统非线性项和线性项的近似解耦, 再通过有限时间稳定控制来实现驱动系统和相应系统的有限时间同步. 通过仿真实验, 验证了该控制器比传统的控制器具有更强的鲁棒性和快速响应能力.

关键词: 永磁同步电机; 混沌同步; 主动控制; 有限时间稳定

中图分类号: TP302.1 文献标识码: A

Finite-time chaotic synchronization of permanent magnet synchronous motor with nonsmooth air-gap

TANG Chuan-sheng[†], DAI Yue-hong, ZHEN Wen-xi

(School of Mechatronics Engineering, University of Electronic Science and Technology of China, Chengdu Sichuan 611731, China)

Abstract: A novel active finite-time synchronous controller is proposed for the chaotic system of permanent magnet synchronous motor (PMSM) with nonsmooth air-gap. In this controller, the active control is used to decouple the linear terms and nonlinear terms of the dynamic error system. Then, we use finite-time stability theory to design the controller which can achieve finite-time chaos synchronization of the drive system and response system. Simulation results show that the presented control scheme is more effective than traditional ones in robustness and rapid response capability.

Key words: permanent magnet synchronous motor (PMSM); chaos synchronization; active control; finite-time stability

1 引言(Introduction)

自20世纪90年代混沌现象被发现存在于电机驱动中以来, 关于电机驱动中的混沌现象的分析与控制得到广泛关注. 混沌现象广泛存在于感应电机、永磁同步电机、直流电机、开关磁阻电机等伺服系统中, 国内外学者对其已进行了一定的研究^[1]. Hemati首次发现了永磁电机开环系统的混沌现象^[2], 随后Li等^[3]推导出其通用模型, 并进行了深入的理论分析. 永磁同步电机(permanent magnet synchronous motor, PMSM)中混沌现象的存在将引起系统不稳定, 甚至导致系统崩溃. 这就带来了混沌系统的抑制问题. 另一方面, 电机的混沌行为在某些特殊场合是有益的, 如可以利用电机的混沌现象来提高研磨与搅拌的效率等, 即电机的混沌化问题^[4-5].

目前关于PMSM混沌同步问题研究较少, 处于初步阶段. 现有的PMSM混沌同步控制策略主要有: 反馈同步^[6]、自适应同步^[7]、滑模同步^[8]和模糊同步^[9]等. 反馈同步依赖于系统的数学模型, 当系统存在不确定性时无法满足系统的要求; 自适应同步通过

引入自适应机制, 对系统参数进行在线估计, 以达到更好控制系统的性能, 但是自适应机制的引入必然增加系统的开支, 在一定程度上降低系统的响应能力; 滑模同步则需要满足一定的匹配条件, 且系统存在固有的抖振现象; 模糊控制虽具有较强的鲁棒性能, 但是其结构复杂, 且模糊规则的确定在一定程度上依赖于经验, 物理实现有一定的难度.

另一个重要的问题是: 以上控制器都是在一定程度上强调系统的鲁棒性, 没有从时间最优的角度来考虑系统的性能. 有限时间稳定控制除了能兼顾二者性能外, 由于其含有分数幂次项, 使得其与非有限时间稳定控制相比, 具有更强的鲁棒性能和抗扰动力^[10]. 因此, 有关混沌系统的有限时间稳定控制与同步的研究得到学者的关注^[11-13]. 文献[13]提出了统一混沌系统的有限时间稳定控制; 文献[11]首次将其应用于PMSM混沌系统, 但其稳定时间较长, 有待进一步改进.

本文在文献[7]和[11]的基础上, 通过引入终端吸引子比例因子, 提出一种PMSM的新型的鲁棒同步控

制器, 来进一步提高系统的性能.

2 有限时间同步控制器设计(The design of finite-time synchronization controller)

2.1 理论基础(Theoretical foundation)

为了下面控制器设计的需要, 首先给出有限时间稳定的定义和几个定理.

定义 1^[13] 对于动态系统: $\dot{x} = f(x)$, 如果存在某时刻 $T > 0$ (T 可能与初始状态的选择有关), 使得下面两个条件同时成立: $\lim_{t \rightarrow T} \|x(t)\| = 0$; 当 $t \geq T$ 时, $\|x(t)\| = 0$ 恒成立, 则该系统是有限时间稳定的. 其中 $x \in \mathbb{R}^n$ 为 n 维的状态变量, $f(x)$ 为光滑的非线性函数.

引理 1^[11] 如果存在连续、正定函数 $V(t)$ 和常实数 $m > 0$ 及 $0 < \xi < 1$ 满足下列条件:

$$\dot{V}(t) \leq -mV^\xi(t), \forall t \geq t_0, *V(t_0) \geq 0, \quad (1)$$

则对于任意初始时刻 t_0 , 下面的不等式成立: 当 $T \geq t \geq t_0$ 时,

$$V^{1-\xi}(t) \leq V^{1-\xi}(t_0) - m(1-\xi)(t-t_0), \quad (2)$$

且当 $t \geq T$ 时, $V(t) \equiv 0$. 其中 $T = t_0 + V^{1-\xi}(t_0) \setminus m(1-\xi)(t_0)$ 即为系统稳定所需要的时间.

该引理的证明可参见文献[11], 此处只对该定理进行简单分析. 由 T 的表达式可知, 当系统的参数 t_0 , ξ 固定时, 系统稳定时间与参数 m 成反比, 适当增大 m , 可以有效的缩短稳定时间. 本文就是鉴于此思想对文献[11]的控制器进行改进的.

引理 2 对于非零、正实数 a, b 和 c , 其中 $c \in (0, 1)$, 下列不等式成立:

$$a^c + b^c \leq (a+b)^c. \quad (3)$$

2.2 非均匀气隙 PMSM 混沌模型(The chaotic model of PMSM with nonsmooth air-gap)

经过变换后的永磁同步电动机无量纲数学模型^[7]为

$$\begin{cases} \tau_1 \dot{x}_1 = x_2 x_3 - x_1 + v_d, \\ \tau_2 \dot{x}_2 = -x_1 x_3 - x_2 - x_3 + v_q, \\ \tau_3 \dot{x}_3 = a x_1 x_2 + b x_2 - c x_3 - T_L, \end{cases} \quad (4)$$

其中: $(x_1, x_2, x_3) = (i_d, i_q, w)$, v_d, v_q 和 i_d, i_q 分别为变换后 d, q 轴的等效电压和电流; w 和 T_L 分别为变换后的等效速度和负载; $a, b, c, \tau_1, \tau_2, \tau_3$ 为相应变换后的模型参数, 其具体的变换关系为:

$$\begin{aligned} \tau_1 &= \frac{L_d}{R_s}, \tau_2 = \frac{L_q}{R_s}, \tau_3 = \frac{J R_s}{\Phi^2}, \\ x_1 &= \frac{L_d}{\phi} i_d, x_2 = \frac{L_q}{\phi \sqrt{\delta}} i_q, x_3 = \frac{n_p L_q}{R_s \sqrt{\delta}} w_r, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} v_d &= \frac{L_q}{R_s \phi \delta} u_d, v_q = \frac{L_q}{R_s \phi \sqrt{\delta}} u_q, \delta = \frac{L_q}{L_d}, \\ a &= (1-\delta)n_p^2, b = n_p^2, c = \frac{R_s b}{\phi^2}, \end{aligned}$$

其对应电机中具体参数的含义详见文献[7], 除时间 t 外其余各量均为无量纲的纯数, 这里不再累述.

由文献[7]分析可知:

当 $v_d = -12.70, v_q = 2.34, T_L = 0.525, \tau_1 = 7.125, \tau_2 = 6.45, \tau_3 = 1, a = 1.516, b = 16, c = 1.8$ 时, PMSM 将呈现典型的混沌现象.

2.3 有限时间同步控制器设计(Design for finite-time synchronization controller)

设驱动系统为系统(4), 响应系统为

$$\begin{cases} \tau_1 \dot{y}_1 = y_2 y_3 - y_1 + u_1, \\ \tau_2 \dot{y}_2 = -y_1 y_3 - y_2 - y_3 + u_2, \\ \tau_3 \dot{y}_3 = a y_1 y_2 + b y_2 - c y_3 - T_L + u_3. \end{cases} \quad (5)$$

令 $e_i = y_i - x_i, i = 1, 2, 3$. 则误差系统可表示为

$$\begin{cases} \tau_1 \dot{e}_1 = e_2 e_3 + e_2 x_3 + e_3 x_2 - e_1 + u_1, \\ \tau_2 \dot{e}_2 = -e_1 e_3 - e_1 x_3 - e_3 x_1 - e_2 - e_3 + u_2, \\ \tau_3 \dot{e}_3 = a e_1 e_2 + e_1 x_2 + e_2 x_1 + b e_2 - c e_3 + u_3. \end{cases} \quad (6)$$

针对系统(6), 基于主动控制和有限时间稳定理论, 设计的控制器如下所述.

定理 1 对于不确定性系统(6), 如果采用如下形式的控制器:

$$\begin{cases} u_1 = -e_2 e_3 - e_2 x_3 - e_3 x_2 - k_1 e_1^\alpha, \\ u_2 = e_3 x_1 + e_3 - k_2 e_2^\alpha, \\ u_3 = -a e_2 x_1 - b e_2 - k_3 e_3^\alpha, \end{cases} \quad (7)$$

其中: k_1, k_2, k_3 为终端吸引子系数且均为正实数, 为简化计算, 取 $k_1 = k_2 = k_3, \alpha = \frac{p}{q}, 0 < p < q$, 且 p, q 均为奇数, 则系统(6)的状态误差在有限时间趋近于零.

证 对于系统(6)中的第1个方程, 把控制器 u_1 代入可得

$$\tau_1 \dot{e}_1 = -e_1 - k_1 e_1^\alpha. \quad (8)$$

取 Lyapunov 函数 $V_1 = \frac{1}{2} e_1^2$, 则其沿式(8)的轨迹的导数可表示为

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 &= e_1(-e_1 - k_1 e_1^\alpha) \leq -k_1 e_1^{\alpha+1} = \\ &= -k_1 \left(\frac{1}{2} \tau_1\right)^{-0.5(\alpha+1)} \left(\frac{1}{2} \tau_1 e_1^2\right)^{0.5(\alpha+1)} = \\ &= -m_1 V_1^\xi, \end{aligned}$$

其中: $m_1 = k_1 \left(\frac{1}{2} \tau_1\right)^{-0.5(\alpha+1)}, \xi = 0.5(\alpha+1)$.

由于 $0 < \alpha < 1$, 则 $0 < \xi < 1$, 又 $m > 0$, 故根据引理1可知, 在有限时间 $t_1 = \frac{V_1^{(1-\xi)}(0)}{m_1(1-\xi)}$ 内 $e_1 \rightarrow 0$.

当 $t \geq t_1$ 时, $e_1 \equiv 0$.

因此, 当 $t \geq t_1$ 时, 将 $e_1 = 0$ 和 u_1, u_2 代入系统(6)的余下两个方程可得

$$\begin{cases} \tau_2 \dot{e}_2 = -e_2 - k_2 e_2^\alpha, \\ \tau_3 \dot{e}_3 = -e_3 - k_3 e_3^\alpha. \end{cases} \quad (9)$$

取Lyapunov函数 $V_2 = \frac{1}{2}(\tau_2 e_2^2 + \tau_3 e_3^2)$, 则其沿式(9)的轨迹的导数可表示为

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 &= e_2(-e_2 - k_2 e_2^\alpha) + e_3(-e_3 - k_3 e_3^\alpha) \leq \\ &-k_2 e_2^{\alpha+1} - k_3 e_3^{\alpha+1} = \\ &-k_2 \left(\frac{1}{2}\tau_2\right)^{-0.5(\alpha+1)} \left(\frac{1}{2}\tau_2 e_2^2\right)^{0.5(\alpha+1)} - \\ &k_3 \left(\frac{1}{2}\tau_3\right)^{-0.5(\alpha+1)} \left(\frac{1}{2}\tau_3 e_3^2\right)^{0.5(\alpha+1)} = \\ &-m_2 V_2^\xi, \end{aligned}$$

其中

$$m_2 = \max\left\{k_2 \left(\frac{1}{2}\tau_2\right)^{-0.5(\alpha+1)}, k_3 \left(\frac{1}{2}\tau_3\right)^{-0.5(\alpha+1)}\right\}.$$

由于 $0 < \alpha < 1$, 则 $0 < \xi < 1$, 又 $m > 0$, 故根据引理1可知, 系统误差 e_2, e_3 将在有限时间 $t_2 = t_1 + \frac{V_2^{1-\xi}}{m_2(1-\xi)}$ 内 $e_2 \rightarrow 0, e_3 \rightarrow 0$.

综上所述, 当 $t > t_2$ 时, 系统(6)在控制器(7)的作用下其状态误差将在有限时间内趋近于零, 定理得证. 这也就说明了驱动系统(4)和响应系统(5)在有限时间内达到了同步.

3 仿真分析(Simulation and analysis)

本部分主要是通过仿真与文献[7](自适应同步)和文献[11](传统有限时间同步)方案进行比较, 来说明本文方案的优越性. 为了便于比较, 仿真中均采用四阶Runge-Kutta法, 采样时间 = 0.01 s, 初始条件 $(x_1, x_2, x_3, y_1, y_2, y_3) = (1, 1, 1, 5, 5, 5)$, 其余参数与第2部分相同. 采用文献[11]中方法设计的控制器的形式为

$$\begin{cases} u_1 = -e_2 e_3 - e_2 x_3 - e_3 x_2 - e_1^\alpha, \\ u_2 = e_3 x_1 + e_3 - e_2^\alpha, \\ u_3 = -a e_2 x_1 - b e_2 - e_3^\alpha. \end{cases} \quad (10)$$

从该形式可以看出, 除了分数次幂 α 外, 该控制器没有提供给用户可以调整的参数, 这在实际的控制器设计中是不允许的. 而分数次幂对系统的响应能力的快慢影响较小, 因此有必要引入能够快速调整系统响应速度的可调参数.

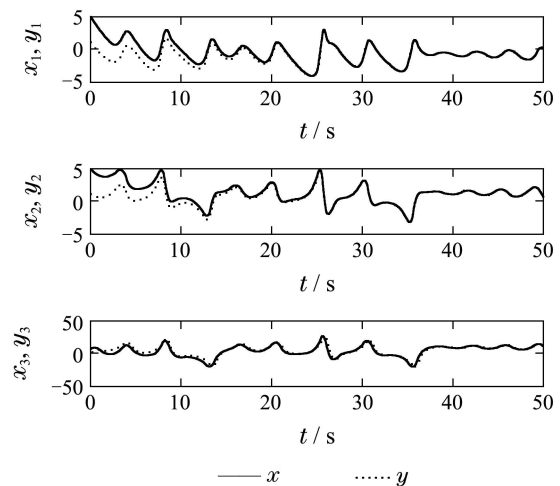
本文中的控制器参数为

$$k_1 = k_2 = k_3 = k = 10, \alpha = 7/9.$$

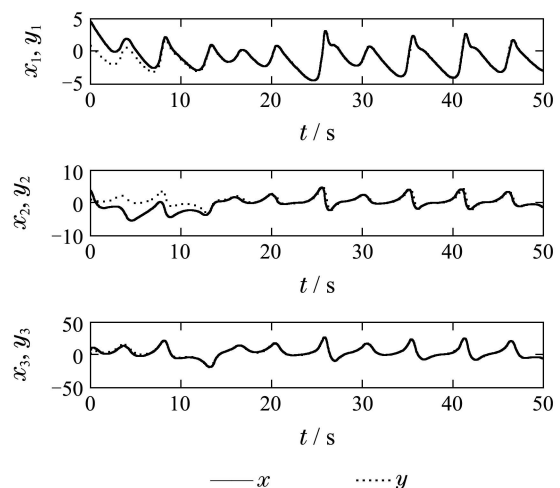
为了与文献[11]进行对比, 文献[11]中的控制器参数仍取 $\alpha = 7/9$. 下面分两种情况来验证所设计的控制器的有效性.

1) 为了验证所设计控制器的快速响应能力, 本文假设系统中不存在不确定性, 对文献[7]和文献[11]中的方案与本文的方案进行比较, 其仿真结果如图1所示.

图1表明: 3种控制方案都能实现响应系统和驱动系统的同步, 但是与文献[7]和文献[11]相比, 本文所提的方案具有更快的响应能力, 能够很快实现系统的同步, 其中状态 x_1 与 y_1 将于 $t_1 = \frac{V_1^{(1-\xi)}(0)}{m_1(1-\xi)} = \frac{(0.5 \times 16)^{1/9}}{3.2326 \times (1/9)} = 3.2326$ s 达到同步, 状态 x_2 与 y_2, x_3 与 y_3 均将于时间 $t_2 = t_1 + \frac{V^{1-\xi}}{m_2(1-\xi)} = 3.2326 + \frac{[0.5 \times (16 + 16)]^{1/9}}{3.2326 \times (1/9)} = 3.8940$ s 内达到同步; 而文献[7]大约在25 s时, 实现了系统的完全同步; 文献[11]实现系统的完全同步大约在18 s.



(a) 文献[7]方案



(b) 文献[11]方案

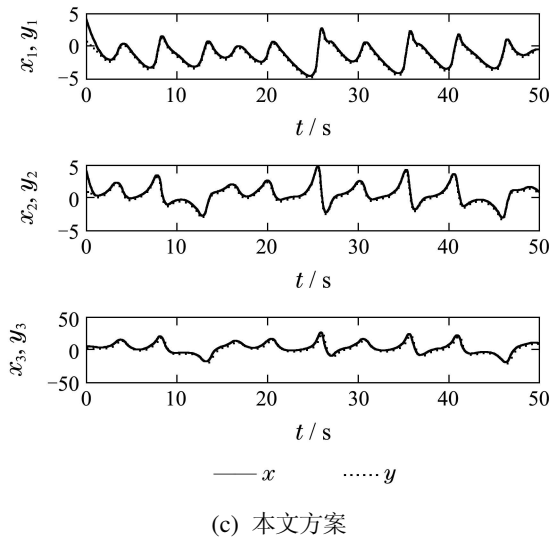


图 1 非均匀气隙PMSM混沌系统状态响应曲线
Fig. 1 States response of the PMSM chaotic system with non-smooth air-gap

2) 为了进一步验证系统的鲁棒性能, 假设系统的参数 c 有30%摄动, 其仿真结果如图2所示.

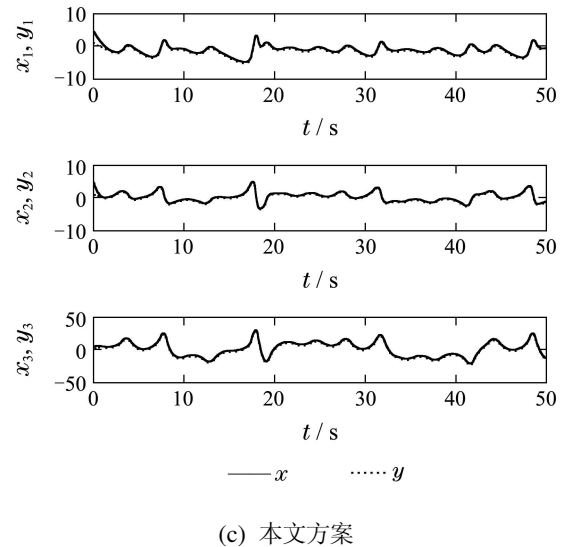
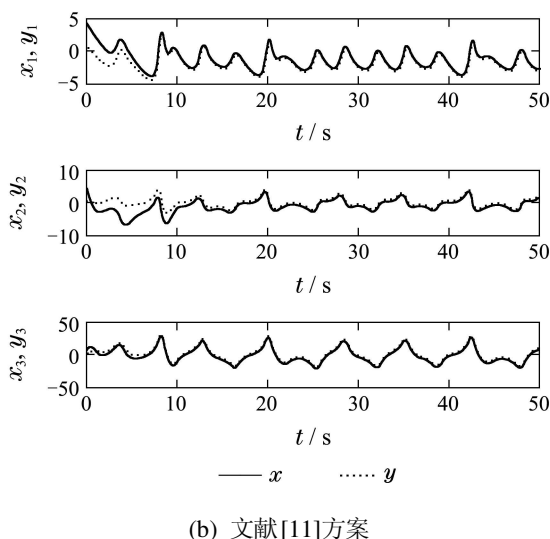
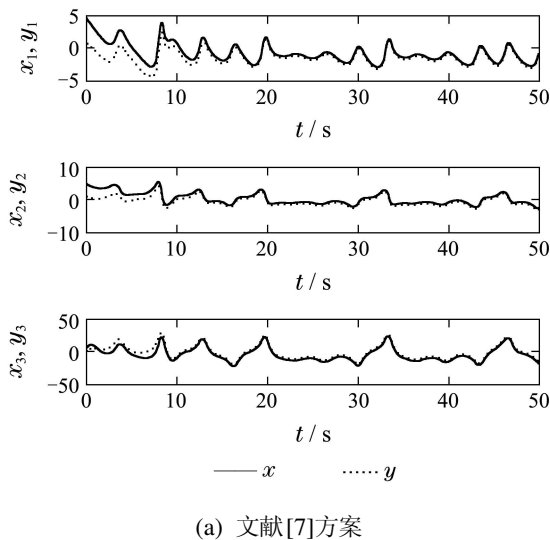


图 2 含参数不确定性时非均匀气隙PMSM混沌系统的状态响应曲线

Fig. 2 States response of the PMSM chaotic system with non-smooth air-gap considering the uncertain parameters

从图2可以看出, 在系统参数 c 存在30%摄动时, 文献[7]的方案引入了自适应机制, 能够很好的实现系统的补偿, 但是系统响应能力进一步降低; 与文献[7]相比, 文献[11]具有较强的鲁棒性, 且响应能力得到一定的改善; 而本文的方案在存在参数不确定性时仍然能够在有限时间内快速实现驱动系统和响应系统的同步与文献[7]方案相比, 具有明显的优越性.

总之, 本文设计的方案不仅能够较好的满足系统性能的要求, 而且提供给用户可以调节的控制器参数, 更加满足实际情况, 符合用户的需求.

4 结论(Conclusion)

本文结合主动控制与有限时间稳定理论, 提出一种非均匀气隙永磁同步电机的主动有限时间同步控制策略. 该策略通过调整终端吸引子比例系数, 有效地缩短系统的跟踪时间, 以提高系统的响应能力. 通过仿真与传统控制器进行对比, 验证了本方案不仅具有很强的鲁棒性能, 而且具有快速响应能力, 能够很好的满足系统性能的要求, 具有一定的研究价值.

参考文献(References):

- [1] 邹国堂, 王政, 程明. 混沌电机驱动及其应用 [M]. 北京: 科学出版社, 2009.
- [2] HEMATI N . Strange attractors in brushless DC motors [J]. *IEEE Transactions on Circuits and Systems - I : Fundamental Theory and Applications*, 1994, 41(1): 40 - 45.
- [3] LI Z, PARK J B, JOO Y H, et al. Bifurcations and chaos in a permanent-magnet synchronous motor [J]. *IEEE Transactions on Circuits and Systems- I : Fundamental Theory and Applications*, 2001, 49(3): 383 - 387.
- [4] 李忠, 张波, 毛宗源. 永磁同步电动机的混沌特性及其反混沌控制 [J]. *控制理论与应用*, 2002, 19(4): 545 - 548.

- (LI Zhong, ZHANG Bo, MAO Zongyuan. Anti-control of its chaos and chaos characteristics in the permanent magnet synchronous motors [J]. *Control Theory & Applications*, 2002, 19(4): 545 – 548.)
- [5] 朱海磊, 陈基和, 王赞基. 利用延时反馈进行异步电动机混沌反控制 [J]. 中国电机工程学报, 2004, 24(12): 156 – 159.
(ZHU Hailei, CHEN Jihe, WANG Zanji. Anti-control of chaos in induction motor drives by time delay feedback [J]. *Proceedings of the CSEE*, 2004, 24(12): 156 – 159.)
- [6] 韦笃取, 罗晓曙. 利非均匀气隙永磁同步电机混沌的状态反馈控制 [J]. 广西师范大学学报, 2006, 24(1): 13 – 17.
(WEI Duqu, LUO Xiaoshu. State variable feedback controlling chaos in permanent magnet synchronous motor [J]. *Journal of Guangxi Normal University*, 2006, 24(1): 13 – 17.)
- [7] 张兴华, 丁守刚. 非均匀气隙永磁同步电机的自适应混沌同步 [J]. 控制理论与应用, 2009, 26(6): 661 – 664.
(ZHANG Xinghua, DING Shougang. Adaptive chaotic synchronization of permanent magnet synchronous motors with nonsmooth air-gap [J]. *Control Theory & Applications*, 2009, 26(6): 661 – 664.)
- [8] 杨晓辉, 刘小平, 胡龙龙, 等. 永磁同步电机的鲁棒滑模变结构混沌同步控制 [J]. 组合机床与自动化加工技术, 2012, 8: 93 – 95.
(YANG Xiaohui, LIU Xiaoping, HU Longlong, et al. Robust sliding mode variable structure synchronization control of chaos in permanent magnet synchronous motor [J]. *Modular Machine Tool & Automatic Manufacturing Technique*, 2012, 8: 93 – 95.)
- [9] 王磊, 李颖晖, 朱喜华, 等. 存在扰动的永磁同步电机混沌运动模糊自适应同步 [J]. 电力系统保护与控制, 2011, 39(11): 33 – 37.
(WANG Lei, LI Yinghui, ZHU Xihua, et al. Chaos synchronization of permanent magnet synchronous motor with disturbance using fuzzy adaptive logic [J]. *Power System Protection and Control*, 2011, 39(11): 33 – 37.)
- [10] 丁世宏, 李世华. 有限时间控制问题综述 [J]. 控制与决策, 2011, 26(2): 161 – 169.
(DING Shihong, LI Shihua. A survey for finite-time control problems [J]. *Control and Decision*, 2011, 26(2): 161 – 169.)
- [11] WEI D Q, ZHANG B. Controlling chaos in permanent magnet synchronous motor based on finite-time stability theory [J]. *Chinese Physics B*, 2009, 18(4): 1399 – 1403.
- [12] AGHABABA M P. Finite-time chaos control and synchronization of fractional-order nonautonomous chaotic (hyperchaotic) systems using fractional nonsingular terminal sliding mode technique [J]. *Nonlinear Dynamics*, 2012, 69(8): 247 – 261.
- [13] WANG H, HAN Z Z, XIE Q Y, et al. Finite-time chaos synchronization of unified chaotic systems with uncertain parameters [J]. *Communication Nonlinear Science Number Simulation*, 2009, 14: 2239 – 2247.

作者简介:

唐传胜 (1982–), 男, 博士研究生, 研究方向为混沌理论在伺服系统中的应用、伺服系统非线性控制, E-mail: tcs111@163.com;

戴跃洪 (1967–), 男, 教授, 博士生导师, 目前研究方向为数字化制造、机器人控制、高档数控机床等, E-mail: daiyh@uestc.edu.cn;

甄文喜 (1986–), 男, 硕士研究生, 目前研究方向为伺服电机驱动及控制等, E-mail: zhen_2010ky@126.com.