

H_∞ 容错控制器设计及其在线优化选择容错控制

余臻¹, 刘利军^{1†}, 沈毅²

(1. 厦门大学信息科学与技术学院, 福建 厦门 361005; 2. 哈尔滨工业大学控制科学与工程系, 黑龙江 哈尔滨 150001)

摘要: 本文设计了主动 H_∞ 容错控制器及其在线优化选择的多种容错控制策略, 并且构造了“离线设计在线选择”容错控制模式下故障模式与容错控制器的多对多映射关系. 首先, 提出了针对给定故障模型的 H_∞ 容错控制器设计方法, 离线设计了可恢复故障模式的容错控制器; 其次, 根据不同的需求, 设计了3种方法缩小故障模式与容错控制器的所有可容错映射关系; 然后, 提出了4种主动容错控制器在线优化选择策略来满足不同的优化需求, 提高容错控制性能; 最后, 仿真验证了所提出的主动 H_∞ 容错控制器及在线优化选择策略的有效性.

关键词: 容错控制系统; 在线选择策略; H_∞ 控制; Markov故障模型

中图分类号: TP273 **文献标识码:** A

Active H_∞ fault-tolerant control design and online optimal selection schemes of fault-tolerant controllers

YU Zhen¹, LIU Li-jun^{1†}, SHEN Yi²

(1. School of Information Science and Engineering, Xiamen University, Xiamen Fujian 361001, China;

2. Department of Control Science and Engineering, Harbin Institute of Technology, Harbin Heilongjiang 150001, China)

Abstract: This paper proposes an active H_∞ fault-tolerant control and optimal schemes for selecting a controller online, and constructs many-to-many mappings between fault modes and controllers under the “off-line design, online selection” fault-tolerant structure. According to the specific fault model, the active H_∞ fault-tolerant control is designed off-line for every recoverable fault mode. Then, three methods are presented to shrink all fault-tolerant mappings between fault modes and fault-tolerant controllers for different requirements. As a result, four selection schemes are proposed to choose a proper controller from a given set of controllers for a given fault mode. These four selections are designed for different requirements to improve the fault-tolerant performances of systems. Finally, a simulation is performed to illustrate and validate the effectiveness of the active H_∞ fault-tolerant controllers and the selection schemes.

Key words: fault-tolerant control system; online selection scheme; H_∞ control; Markov fault model

1 引言(Introduction)

随着现代系统越来越复杂而且对控制系统的安全性、可靠性的要求越来越高, 设计具有容错控制能力的控制系统得到了学术界和工业界的广泛关注. 经过多年的发展, 国际国内的学者提出了很多具有容错控制能力的控制器设计方法^[1-8].

系统故障往往多样复杂, 一般将故障的表现形式或故障现象称为故障模式, 并将建立的相关数学模型称为故障模型. 目前, 容错控制的设计分为被动方法与主动方法^[8], 而主动方法一般又分为在线设计容错控制器和在线选择容错控制器两类方法. 其中在线选择容错控制器方法的控制结构如图1所示, 其总体思路是根据可能发生的故障以及相应的故障模型分别离线设计容错控制器, 然后在线运行时, 根据故障检

测与诊断得到的当前故障, 按照某种方法, 在容错控制器集合中选择一个合适的容错控制器, 保证系统的稳定性、安全性和系统性能. 相比于直接在线重构设计容错控制器的方法, 离线设计在线选择的方法对实时性的要求容易满足, 特别对于高维系统, 使得容错控制器设计可以不受计算复杂度的限制, 非常易于实施^[9]. 因为图1中的离线设计部分、在线选择策略和故障检测与诊断模块是相互独立的, 可以分别设计, 所以本文的主要研究内容是离线设计部分和在线控制器选择策略, 并不包含在线容错控制时非常重要的故障检测与诊断方法.

对于离线设计在线选择容错控制器的研究已经取得了一些成果, 比如增益调度方法^[10]、多模型自适应选择方法^[11-14]、基于分离集的选择方法^[15]、最优化

性能指标^[9]等. 由于多个故障模式之间往往并不是孤立的, 而且一般的容错控制器设计方法都对故障具有一定的鲁棒性, 因此很多时候一个故障可以被多个容错控制器控制, 一个容错控制器也可以容错控制多个故障. 但是在一般情况下, 这样的对应关系是不明确的. 显然如果能够明确不同故障模式对应的控制器之

间的包容关系, 就能够很明确的优化选择出当前故障模式对应的容错控制器, 但是目前这方面的研究成果仍然非常少^[16]. 另外, 若一个容错控制器可以控制多个故障模式, 那么故障诊断环节只需诊断出包含当前系统故障的一个故障模式集合, 可以降低对故障诊断精确性的要求.

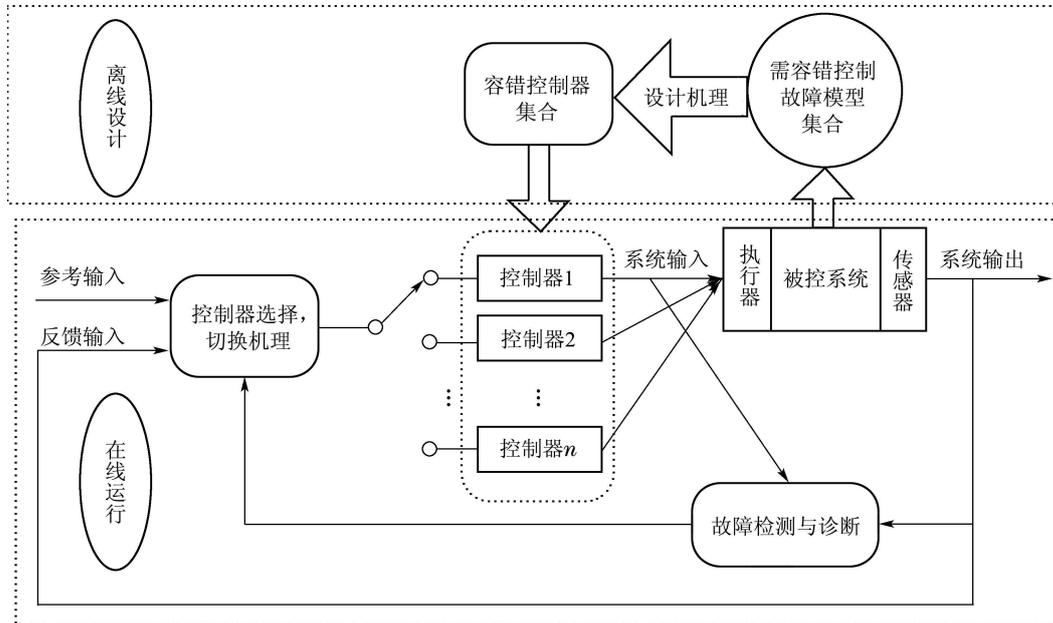


图1 在线选择容错控制器的控制结构图

Fig. 1 Structure of the online selection of fault-tolerant controllers

针对离线设计在线选择容错控制器方法的这些新挑战, 本文提出了一种新的 H_∞ 离线容错控制器设计方法, 明确建立了一个故障模式可以被哪些容错控制器控制的充分条件, 建立了在线选择容错控制器的理论基础, 而且因为设计的容错控制器具有包容关系, 即一个容错控制器可以控制多个故障模式, 所以可以放宽对故障诊断的要求. 然后建立了故障模式与容错控制器的多对多映射关系, 而且为了提高选择效率降低复杂度, 设计了3种方法优化在线选择需要的多对多映射关系. 最后针对优化后的故障模式与容错控制器的多对多映射关系, 设计了4种在线优化选择控制器策略来满足不同的应用需求, 提高容错控制的性能. 使用简化的F-18战斗机模型仿真验证了所提方法的有效性.

2 系统与故障模型(System and fault model)

考虑如下受到干扰的线性系统:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + B_f u(t) + B_w w(t), \\ z(t) = Cx(t) + D_f u(t), \end{cases} \quad (1)$$

其中: $x(t) \in \mathbb{R}^n$ 是系统状态; $u(t) \in \mathbb{R}^m$ 是控制输入命令; $w(t) \in \mathbb{R}^l$ 是外界干扰或模型不确定性, 满

足 $w(t) \in L_2$; $z(t) \in \mathbb{R}^p$ 是评价输出; A, B_f, B_w, C, D_f 是常矩阵, 为了简化证明, 假设 $C^T D_f = 0$.

本文仅考虑执行器乘性故障, 其故障模型为

$$\begin{aligned} B_f u(t) &= B(\Lambda + \Delta)u(t), \\ D_f u(t) &= D(\Lambda + \Delta)u(t), \end{aligned}$$

其中: C 和 D 是正常系统的系统矩阵, $0 \leq \Lambda + \Delta \leq I$, $\Lambda = \text{diag}\{\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_m\} \geq 0$ 是对故障的建模, 是已知的; $\Delta = \text{diag}\{\delta_1, \delta_2, \dots, \delta_m\} \geq 0$ 用来补偿故障建模和真实故障的误差, 是未知的.

对于第 k 个执行器, 如果故障诊断结果为正常状态, 则 $\lambda_k = 1, \delta_k = 0$; 如果故障诊断结果为效率下降, 则 $\lambda_k = \sigma_k, 0 \leq \delta_k \leq 1 - \sigma_k$, 其中 σ_k 为提前设定的已知的执行器有效性下界; 如果故障诊断的结果为完全失效, 则 $\lambda_k = 0, 0 \leq \delta_k \leq 1$. 因此, 用 $\{\lambda_k^1, \lambda_k^{\sigma_k}, \lambda_k^0\}$ 表示执行器分别处于正常、效率下降和完全失效的状态. 设所有执行器故障模式的集合为 \mathcal{I} , 其共有 3^m 个元素. \mathcal{I} 中的第 i 个故障模式可以表示为 $i \in \mathcal{I}$ 或者 $\Lambda_i \in \mathcal{I}$. 对两个故障模式 Λ_i 和 Λ_j , 如果从矩阵的角度出发满足关系式 $\Lambda_i - \Lambda_j \geq 0$, 则称故障模式 $\Lambda_i \succeq \Lambda_j$, 从而可以在 \mathcal{I} 上定义一个偏序关

系“ \succeq ”.在此基础上,定义集合 $\mathcal{P}(A_i) = \{A_j \mid A_j \succeq A_i\}$ 和集合 $\mathcal{S}(A_i) = \{A_j \mid A_i \succeq A_j\}$.

假设执行器故障的发生本身是一个时间齐次的Markov链^[17],给定初始时间 t_0 时的故障模式为 A_0 ,那么在 $t_n = t_0 + nT$ 时刻,执行器故障是故障模式 A_i 的概率为

$$P(A_i(nT)) = P(\lambda_{i_1}(nT) = \lambda_1^{u_1}, \dots, \lambda_{i_m}(nT) = \lambda_m^{u_m}),$$

其中: n 是一个正整数且 $u_k \in \{1, \sigma_k, 0\}$,其概率分布定义为

$$p^n = (P(A_0(nT)), \Pr(A_1(nT)), \dots, P(A_{3^m-1}(nT)))^T.$$

由于初始故障模式已知,那么初始分布 p^0 也是已知的,根据历史故障统计数据,可以假设状态转移概率矩阵 Q 已知,那么在时间 t_n 时的概率分布 $p^n = Qp^{n-1} = Q^n p^0$.

3 H_∞ 容错控制设计(H_∞ fault-tolerant control design)

假设系统(1)的状态反馈控制律为 $u = Kx$,那么当执行器故障模式是 A_i 时,从 w 到 z 的传递函数为

$$T_{wz}^i(s) = (C + D_{fi}K)(sI - (A + B_{fi}K))^{-1}B_w,$$

其中: $B_{fi} = B(A_i + \Delta_i)$, $D_{fi} = D(A_i + \Delta_i)$. H_∞ 控制器的设计指标是找到一个反馈矩阵 K 使得 $(A + B_{fi}K)$ 是Hurwitz矩阵,且对于一个给定的正数 $\gamma > 0$ 保证 $\|T_{wz}^i(s)\|_\infty < \gamma$.使得系统满足 H_∞ 设计指标的控制律 $u = Kx$ 称为可行控制器.

对于一个控制系统,必然存在无法容错控制的严重故障,所以首先需要区分哪些故障是可以容错控制的,哪些是不可以容错控制的.

定义1 对于故障模式 A_i ,如果存在可行控制器,那么定义 A_i 为结构可恢复的.

按照以上定义,故障模式的集合 \mathcal{I} 可分为 \mathcal{I}^+ 和 \mathcal{I}^- ,其中 \mathcal{I}^+ 为结构可恢复的故障模式集合, \mathcal{I}^- 为非结构可恢复的故障模式集合.

定理1 假设 (A, C) 是可检测的,当执行器故障为故障模式 A_i ,如果存在一个正定对称矩阵 P_i 和一个半正定对称矩阵 Y_i 使得不等式(2)成立,且令反馈矩阵

$$K = -A_i B^T Y_i P_i, \\ P_i A + A^T P_i + P_i B A_i K + K^T A_i B^T P_i + (C + DK)^T (C + DK) + \frac{1}{\gamma^2} P_i B_w B_w^T P_i =$$

$$P_i A + A^T P_i - P_i B A_i^2 B^T Y_i P_i - P_i Y_i B A_i^2 B^T P_i + (C - D A_i B^T Y_i P_i)^T (C - D A_i B^T Y_i P_i) + \frac{1}{\gamma^2} P_i B_w B_w^T P_i < 0, \tag{2}$$

那么 $u = Kx = -A_i B^T Y_i P_i x$ 能够保证故障模式 A_i 时的系统 H_∞ 设计指标被满足.

证 如果 (A, C) 是可检测的,根据有界实引理^[18], $\|T_{wz}^i(s)\|_\infty < \gamma$ 等价于存在对称正定矩阵 P 使得如下不等式成立:

$$PA + A^T P + PB_{fi}K + K^T B_{fi}^T P + \frac{1}{\gamma^2} PB_w B_w^T P + (C + D_{fi}K)^T (C + D_{fi}K) < 0. \tag{3}$$

显然,如果不等式(3)成立,那么 $(A + B_{fi}K_i)$ 是Hurwitz的,且 $\|T_{wz}^i(s)\|_\infty < \gamma$.但是这个不等式包含未知项 B_{fi} 和 D_{fi} ,不能直接求解.

假设不等式(2)成立,且其解为正定对称矩阵 P_i 和半正定对称矩阵 Y_i ,那么令不等式(3)中的 $P = P_i$ 以及 $K = -A_i B^T Y_i P_i$.计算式(3)减去式(2)有

$$(3) - (2) = -P_i B(A_i + \Delta_i)A_i B^T Y_i P_i + P_i B A_i^2 B^T Y_i P_i - P_i Y_i B A_i(A_i + \Delta_i)B^T P_i + P_i Y_i B A_i^2 B^T P_i + P_i Y_i B A_i(A_i + \Delta_i)D^T D(A_i + \Delta_i)A_i B^T Y_i P_i - P_i Y_i B A_i D^T D A_i B^T Y_i P_i = P_i Y_i B A_i(A_i + \Delta_i - I)D^T D(A_i + \Delta_i + I)A_i B^T Y_i P_i - P_i B A_i \Delta_i B^T Y_i P_i - P_i Y_i B A_i \Delta_i B^T P_i \leq 0.$$

显然,如果不等式(2)成立,那么不等式(3)也成立.那么控制器 $u = Kx = -A_i B^T Y_i P_i x$ 能够保证故障模式为 A_i 时的系统 H_∞ 设计指标被满足. 证毕.

注1 对于故障模式 A_i ,假设不等式(2)使得系统 H_∞ 增益 γ 最小的最优解为 P_i^* 和 Y_i^* ,那么在本文接下来的部分,故障模式 A_i 对应的容错控制器特指最优控制器

$$u = K_i x = -A_i B^T Y_i^* P_i^* x.$$

注2 令 $X_i = P_i^{-1}$,不等式(2)的求解可以转化为如下线性矩阵不等式的求解:

$$\begin{pmatrix} AX_i + X_i A^T - B A_i^2 B^T Y_i - Y_i B A_i^2 B^T & \star & \star \\ B_w^T & -\gamma^2 I & \star \\ CX_i - D A_i B^T Y_i & 0 & -I \end{pmatrix} < 0, \tag{4}$$

其中 \star 代表相应的对称项.

4 容错控制器在线优化选择(Online optimal selections of fault-tolerant controllers)

通过求解不等式(2), 可以将所有故障模式集合 \mathcal{I} 分为 \mathcal{I}^+ 和 \mathcal{I}^- , 其中 \mathcal{I}^- 包含了在本文的理论框架内无法容错控制的故障模式. 对每个 \mathcal{I}^+ 中的故障模式, 都可以求一个对应的最优控制器. 但是在很多情况下, 一个容错控制器可以控制多个故障模式, 而一个故障模式也可以被多个容错控制器所控制, 所以需要进一步来优化控制器的选择, 以满足不同的容错控制需求. 定理2给出了故障模式与控制器对应的一般原理.

定理 2 假设两个故障模式 $A_i, A_j \in \mathcal{I}^+$ 且 $A_i \succeq A_j$, 那么控制器 $u = K_j x = -A_j B^T Y_j^* P_j^* x$ 也是 A_i 的一个可行控制器.

证 对于故障模式 A_j , 根据定理1有

$$P_j^* A + A^T P_j^* + P_j^* B A_j K_j + K_j^T A_j B^T P_j^* + \frac{1}{\gamma^2} P_j B_w B_w^T P_j + (C + D K_j)^T (C + D K_j) < 0. \quad (5)$$

将 P_j^* 与 K_j 代入与故障模式 A_i 相关的不等式(2)的左边得

$$P_j^* A + A^T P_j^* + P_j^* B A_i K_j + K_j^T A_i B^T P_j^* + \frac{1}{\gamma^2} P_j B_w B_w^T P_j + (C + D K_j)^T (C + D K_j). \quad (6)$$

计算式(5)减去式(6)得

$$(5) - (6) = P_j^* B (A_j - A_i) K_j + K_j^T (A_j - A_i) B^T P_j^* - P_j^* B (A_j - A_i) A_j B^T Y_j^* P_j^* - P_j^* Y_j^* B A_j (A_j - A_i) B^T P_j^* \geq 0,$$

所以, 式(6) \leq 式(5) < 0 , 根据定理1可知, 控制器 $u = K_j x = -A_j B^T Y_j^* P_j^* x$ 是 A_i 的一个可行控制器. 证毕.

定义 2 容错策略(fault tolerant strategy, FTS)是指从 \mathcal{I}^+ 到某控制器集合 \mathcal{K} 的一个映射. 如果FTS建立了 \mathcal{I}^+ 中每个故障模式到 \mathcal{K} 中相应的可行控制器的映射, 那么此FTS称为一个完整的FTS.

定义 3 扩展的容错策略(extended fault tolerant strategy, EFTS)是指从 \mathcal{I}^+ 到 $2^{\mathcal{K}}$ 的一个映射, 其中 $2^{\mathcal{K}}$ 表示控制器集合 \mathcal{K} 的幂集. 一个完整的FTS, 其EFTS称为完整的EFTS.

完整的EFTS表明了所有的容错控制器与故障模式的多对多映射关系, 但是随着执行器个数的线性增长, 故障模式的数量和相应的控制器数量将指数

增长, EFTS所表征的多对多映射关系的规模必然是非常庞大的, 是不利于在线选择控制器的. 所以需要根据不同的设计需求, 缩小控制器集合和EFTS的规模, 提高在线控制器选择的效率. 本文提出了3种EFTS的构造方法, 分别针对不同的设计需求.

令 \mathcal{K}_i 是故障模式 A_i 的可行控制器的集合, \mathcal{M}^+ 是 \mathcal{I}^+ 的最小元素集合, $\mathcal{I}^+(K_j)$ 表示控制器 K_j 能够控制的故障模式的集合.

EFTS方法 1 令 \mathcal{H} 是所有控制器集合 $\{\mathcal{K}_i, i \in \mathcal{M}^+\}$ 的最小碰集, 且令 $\mathcal{H}_i = \mathcal{H} \cap \mathcal{K}_i$. 那么最小的完整EFTS可以构造如下:

$$A_i \in \mathcal{I}^+ \Rightarrow u = K x, K \in \mathcal{H}_i.$$

EFTS方法 2 设 q_0 是 \mathcal{I}^+ 的最大元素, q_k 是集合 $\{\mathcal{I}^+ \setminus \{\bigcup_{0 \leq j \leq k-1} \mathcal{I}^+(K_{q_j})\}\}$ 的极大元素.

当 $\{\bigcup_{0 \leq j \leq k} \mathcal{I}^+(K_{q_j})\} = \mathcal{I}^+$ 时, 一个完整的EFTS可以构造如下:

$$A_i \in \mathcal{I}^+ \Rightarrow u = K x, K \in \{K_{q_j} \mid A_i \in \mathcal{I}^+(K_{q_j})\}.$$

构造EFTS的方法1能够构造最小的EFTS, 相应的控制器集合 \mathcal{K} 由最严重的结构可恢复的故障模式对应的控制器组成, 但是控制性能比较保守. 而EFTS的方法2包含了那些能够最大化系统性能的控制器的数量, 往往数量较多. 一般情况下, 因为故障诊断的错误在所难免, 所以当估计到故障不严重时, 应当以保证系统性能为主, 如EFTS方法2; 当估计到故障十分严重时, 应当保证系统安全性为主, 如EFTS方法1. 以下构造方法兼顾了这两方面的考虑. 令 \mathcal{R} 是 \mathcal{I}^+ 的一个完全无序的子集, 且任意 \mathcal{I}^+ 中的故障模式都可以与 \mathcal{R} 中的某个元素建立偏序关系“ \succeq ”. 对于某个故障模式 $A_i \in \mathcal{I}^+$, 如果存在 $A_s \in \mathcal{R}$ 使得 $A_i \succeq A_s$, 那么定义 $A_i \succeq \mathcal{R}$, 反之则定义 $A_i \triangleleft \mathcal{R}$. 选择可以区分故障严重程度的故障模式构造 \mathcal{R} , 将故障模式分为较严重的和较轻的, 分别采用不同的方法构造EFTS.

EFTS方法 3 选择用来划分故障严重程度的故障模式组成 \mathcal{R} , 然后一个完整的EFTS可以构造如下:

$$\text{If } A_i \in \mathcal{I}^+ \ \& \ A_i \succeq \mathcal{R} \Rightarrow$$

$$u = K x, K \in \{K_j \mid A_i \in \mathcal{I}^+(K_j) \ \& \ j \in \mathcal{R}\};$$

$$\text{Else if } A_i \in \mathcal{I}^+ \ \& \ A_i \triangleleft \mathcal{R} \Rightarrow$$

$$u = K x, K \in \mathcal{H}_i.$$

以上3种构造EFTS的方法是为了构造容错控制策略FTS所作的准备, 而FTS是在线选择容错控制

方法的关键. 假设已经给定某个EFTS, 下面首先介绍两种常用的设计思想, 即FTS的方法1和2.

FTS方法1 假设 $\gamma_{i_k}^*$ 是关于故障模式 $\Lambda_i \in \mathcal{I}^+$ 和控制律 $K_k \in \mathcal{K}_i$ 的最优 H_∞ 增益, 那么对于故障模式 Λ_i , 最优的容错控制器是使得 $\gamma_{i_j}^*$ 最小的控制器 K_j^* .

FTS方法2 对一个给定的故障模式 $\Lambda_i \in \mathcal{I}^+$ 以及相应的可行控制器集合 \mathcal{K}_i , 定义

$$S\mathcal{K}_{ij} = \mathcal{S}(\Lambda_i) \cap \mathcal{I}^+(K_j),$$

其中 $\forall K_j \in \mathcal{K}_i$. 如果对应于故障模式 Λ_i 的当前控制器为 K_j , 那么根据定理2, K_j 仍然是集合 $S\mathcal{K}_{ij}$ 中其他故障模式的可行控制器. 因此, 当故障模式从 Λ_i 切换到 $S\mathcal{K}_{ij}$ 中的故障模式时, 不需要切换控制器. 令 $\Phi(\Lambda_i, K_j, t_0, t_n)$ 是对于故障模式 Λ_i 从时间 t_0 到预期终止时间 t_n 控制器 K_j 不切换的概率, 其中

$$\Phi(\Lambda_i, K_j, t_0, t_n) = \sum_{\Lambda_j \in S\mathcal{K}_{ij}} P(\Lambda_j(t_n) | \Lambda_i(t_0)).$$

那么对于故障模式 Λ_i 以及 $S\mathcal{K}_{ij}^*$ 中的故障模式, 最优容错控制器是使得 $\Phi(\Lambda_i, K_j^*, t_0, t_n)$ 最大的控制器 K_j^* .

FTS方法1一般总是选择故障模式本身对应的控制器或者对应于较轻故障模式的控制器, 而FTS方法2一般总是选择对应于严重故障模式的控制器. 有时需要在系统性能和控制器不切换两者之间折中考虑, 笔者提出了FTS方法3和4.

FTS方法3 当给定故障模式 Λ_i 、相应的可行控制器集合 \mathcal{K}_i 、不切换故障模式集合 $S\mathcal{K}_{ij}$ 、当前时间 t_c 和预期终止时间 t_n , 对控制器 $K_j \in \mathcal{K}$, 定义系统 H_∞ 增益的伪期望为

$$E_i(K_j, t_c, t_n) = \frac{\sum_{m \in S\mathcal{K}_{ij}} \gamma_{m_j}^* P(\Lambda_m(t_n) | \Lambda_i(t_c))}{\sum_{k \in \mathcal{S}(\Lambda_i)} P(\Lambda_k(t_n) | \Lambda_i(t_c))} + \frac{\kappa \sum_{l \in \{\mathcal{S}(\Lambda_i) \setminus S\mathcal{K}_{ij}\}} \gamma P(\Lambda_l(t_n) | \Lambda_i(t_c))}{\sum_{k \in \mathcal{S}(\Lambda_i)} P(\Lambda_k(t_n) | \Lambda_i(t_c))},$$

其中 $\kappa \geq 1$ 是不能容错控制故障模式的加权参数. 那么对于故障模式 Λ_i 的最优容错控制器是使得 $E_i(K_j^*, t_0, t_n)$ 最小的控制器 K_j^* . 这是一个动态FTS设计方法, 因为故障发生的当前时间 t_c 是不确定的, 需要根据故障情况, 在线设计FTS.

FTS方法4 提前设定区分故障严重程度的故障模式集合 \mathcal{R} , 假设当前故障模式为 Λ_i , 如果 $\Lambda_i \geq$

\mathcal{R} , 那么使用FTS方法1为 Λ_i 选择容错控制器; 如果 $\Lambda_i < \mathcal{R}$, 那么使用FTS方法2为 Λ_i 选择容错控制器.

以上4种FTS方法是针对不同的设计需求, 在这4种FTS方法中, FTS方法1的优点是系统控制性能最好, 缺点是容错控制器切换最频繁; FTS方法2的优点是容错控制器切换的次数最少, 缺点是系统控制性能最不好; FTS方法3和FTS方法4从不同角度对以上两种FTS方法的优缺点进行平衡. FTS方法3的优点是当前控制器对当前故障模式和可能的后续故障模式都具有较好的控制性能, 缺点是FTS方法3不是完全离线设计的, 需要在线确定当前故障模式发生的时间点, 是一个动态的FTS; FTS方法4的优点是能区分故障的严重程度, 对于故障较轻的故障模式可以尽量保证系统性能良好, 对于故障较重的故障模式可以尽量保证系统的稳定性和安全性, 缺点是需要提前设定对故障严重性区分的故障模式, 而且一般情况控制器切换次数也比较多.

5 仿真实验(Simulation results)

在某高度和马赫数下, 简化的F18战斗机纵向运动控制的线性状态方程^[19]为

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = \begin{pmatrix} -1.175 & 0.9871 \\ -8.458 & -0.8776 \end{pmatrix} x(t) + \begin{pmatrix} -0.194 & -0.03593 \\ -19.29 & -3.803 \end{pmatrix} u(t) + \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \end{pmatrix} w(t), \\ z(t) = \begin{pmatrix} 0 & 4 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} x(t) + \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} u(t), \end{cases} \quad (7)$$

其中: 系统状态 $x(t) = (\alpha(t) \ q(t))^T$, $\alpha(t)$ 代表攻角($^\circ$), $q(t)$ 代表俯仰角速率($^\circ/s$); 系统的执行器输入为对称升降舵角度($^\circ$)和对称俯仰推力喷管角度($^\circ$), 这两个执行器分别记为“a”与“b”. 若执行器正常, 则表示为 a, b ; 若执行器效率下降, 则表示为 \tilde{a}, \tilde{b} ; 若某个执行器完全失效, 则忽略相应的字母表示. 两个执行器字母状态的组合代表当前的故障模式, 比如故障模式 \tilde{a} 表示执行器“a”效率下降且执行器“b”完全失效. 假设两个执行器有效性的下界都是0.2, 则

$$\begin{cases} \{\lambda_a^1 = 1, \lambda_a^{\sigma_a} = 0.2, \lambda_a^0 = 0\}, \\ \{\lambda_b^1 = 1, \lambda_b^{\sigma_b} = 0.2, \lambda_b^0 = 0\}. \end{cases}$$

假设故障模式在时间间隔 T 内的状态转移概率矩阵 Q 为

$$Q = \begin{pmatrix} 0.955 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.01 & 0.95 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.005 & 0.025 & 0.94 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.025 & 0 & 0 & 0.92 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.0008 & 0.018 & 0 & 0.0238 & 0.9 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.0001 & 0.0027 & 0.05 & 0.004 & 0.05 & 0.92 & 0 & 0 & 0 \\ 0.004 & 0 & 0 & 0.05 & 0 & 0 & 0.93 & 0 & 0 \\ 0.00009 & 0.004 & 0 & 0.002 & 0.04 & 0 & 0.06 & 0.89 & 0 \\ 0.00001 & 0.0003 & 0.01 & 0.0002 & 0.01 & 0.08 & 0.01 & 0.11 & 1 \end{pmatrix}.$$

假设容许的最大 H_∞ 增益为 $\gamma = 2.5$, 那么根据不等式(2)得到每个故障模式 $\mathcal{A}_i \in \mathcal{I}$ 的最优 H_∞ 容错控制器 K_i . 然后将容错控制器分别作用到每个故障模式, 计算最优 H_∞ 增益. 如果计算出的最优 H_∞ 增益小于 2.5, 那么此容错控制器就是这个故障模式的一个可行控制器. 表 1 显示了不同的控制器作用于不同的故障模式所得到的最优 H_∞ 增益, “-” 代表 H_∞ 增益大于等于 2.5. 从表 1 可以验证定理 2 的正确性, 但同时也显示出定理 2 并不能全面的反映对某个故障模式的所有的可行控制器. 另外, 从表 1 可知 $\mathcal{I}^+ = \{ab, a\tilde{b}, a, \tilde{a}b, \tilde{a}\tilde{b}, \tilde{a}, b\}$ 和 $\mathcal{I}^- = \{\tilde{b}\}$.

表 1 不同故障模式在不同控制器作用下的最优 H_∞ 增益

Table 1 Optimal H_∞ gains for all fault modes and fault-tolerant controllers

γ^*	ab	$a\tilde{b}$	a	$\tilde{a}b$	$\tilde{a}\tilde{b}$	\tilde{a}	b	\tilde{b}
K_{ab}	0.40	-	-	-	-	-	-	-
$K_{a\tilde{b}}$	0.41	0.41	-	-	-	-	-	-
K_a	0.41	0.41	0.41	-	-	-	-	-
$K_{\tilde{a}b}$	1.43	1.43	1.43	1.43	-	-	-	-
$K_{\tilde{a}\tilde{b}}$	1.95	1.95	1.95	1.95	1.95	-	-	-
$K_{\tilde{a}}$	1.98	1.98	1.98	1.98	1.98	1.98	-	-
K_b	2.01	-	-	2.01	-	-	2.01	-
$K_{\tilde{b}}$	-	-	-	-	-	-	-	-

然后, 利用构造 EFTS 的方法 1-3 构造不同设计需求的 EFTS.

EFTS 方法 1: $\mathcal{M}^+ = \{\tilde{a}, b\}$, 在这个简单的例子里, $\mathcal{H} = \{\tilde{a}, b\}$, 但一般情况下 $\mathcal{H} \subset \mathcal{M}^+$. 用此方法构造的 EFTS 是表 2 中的 “EFTS1”.

EFTS 方法 2: 选择

$$\{q_0 = ab, q_1 = \tilde{a}b, q_2 = \tilde{a}\tilde{b}, q_3 = \tilde{a}, q_4 = b\},$$

用此方法构造的 EFTS 是表 2 中的 “EFTS2”.

EFTS 方法 3: 选择用来划分故障严重程度故障模式集合 $\mathcal{R} = \{a\tilde{b}, \tilde{a}b\}$, 即本文认为故障模式 $\{ab,$

$a\tilde{b}, \tilde{a}b\}$ 是不严重的故障, 应该尽量保证其性能. 用此方法构造的 EFTS 是表 2 中的 “EFTS3”.

表 2 方法 1-3 构造的 EFTS

Table 2 EFTSs constructed by methods 1-3

方法	ab	$a\tilde{b}$	a	$\tilde{a}b$	$\tilde{a}\tilde{b}$	\tilde{a}	b
EFTS1	$K_{\tilde{a}}$	$K_{\tilde{a}}$	$K_{\tilde{a}}$	$K_{\tilde{a}}$	$K_{\tilde{a}}$	$K_{\tilde{a}}$	K_b
	K_b			K_b			
	K_{ab}	$K_{\tilde{a}b}$	$K_{\tilde{a}b}$	$K_{\tilde{a}b}$	$K_{\tilde{a}\tilde{b}}$	$K_{\tilde{a}}$	K_b
	$K_{\tilde{a}b}$	$K_{\tilde{a}\tilde{b}}$	$K_{\tilde{a}\tilde{b}}$	$K_{\tilde{a}\tilde{b}}$	$K_{\tilde{a}}$		
EFTS2	$K_{\tilde{a}\tilde{b}}$	$K_{\tilde{a}}$	$K_{\tilde{a}}$	$K_{\tilde{a}}$			
	$K_{\tilde{a}}$			K_b			
	K_b						
EFTS3	$K_{\tilde{a}\tilde{b}}$	$K_{\tilde{a}b}$	$K_{\tilde{a}}$	$K_{\tilde{a}b}$	$K_{\tilde{a}}$	$K_{\tilde{a}}$	K_b
	$K_{\tilde{a}b}$	$K_{\tilde{a}\tilde{b}}$					

从表 2 可知, EFTS 给出的故障模式与容错控制器的映射关系显示出, 有的故障模式对应多个容错控制器, 所以需要进一步设计 FTS, 对每个故障模式选择最优的容错控制器. 假设现有 EFTS 方法 2 构造的 EFTS2, 接下来使用 FTS 方法 1-4 构造优化的 FTS.

FTS 方法 1: 根据表 1, 可以容易的构造出 FTS1, 结果为表 3 中的 “FTS1”.

FTS 方法 2: 已知两个执行器在时间 t_0 是完全正常的, 假设预期终止时间为 $t_n = t_0 + 8T$, 那么要保证控制器尽量不切换的 FTS 为表 3 中的 “FTS2”.

FTS 方法 3: 已知两个执行器在时间 t_0 是完全正常的, 预期终止时间为 $t_n = t_0 + 10T$, 且令加权参数 $\kappa = 2$, 使用 FTS 方法 3 构造的动态 FTS 为表 3 中的 “FTS3”, 其中: $\mathcal{K}_{a\tilde{b}} = \{K_{\tilde{a}b}, K_{\tilde{a}\tilde{b}}, K_{\tilde{a}}\}$, $\mathcal{K}_a = \{K_{\tilde{a}b}, K_{\tilde{a}\tilde{b}}, K_{\tilde{a}}\}$, $\mathcal{K}_{\tilde{a}b} = \{K_{\tilde{a}b}, K_{\tilde{a}\tilde{b}}, K_{\tilde{a}}, K_b\}$, $\mathcal{K}_{\tilde{a}\tilde{b}} = \{K_{\tilde{a}\tilde{b}}, K_{\tilde{a}}\}$, 故障模式对应一个控制器集合表示在当前故障信息下还不能选出最优的容错控制器, 需要新的故障发生, 才能选出相关故障模式的最优容错控制器. 本文设计以下故障情形进行说明. 假设执行器 “a” 在 $t_{c1} = t_0 + 2T$ 发生故障, 损失 50% 的性

能,在 $t_{c_2} = t_0 + 4T$ 执行器“b”损失50%的性能,在 $t_{c_3} = t_0 + 6T$ 执行器“b”完全失效,在时间 t_{c_1} , t_{c_2} 和 t_{c_3} ,分别进一步选择控制器,使用FTS方法3构造的实际的FTS为表3中的“FTS3*”。

FTS方法4:选择用来划分故障模式严重程度的 \mathcal{R} 为 $\mathcal{R} = \{a\tilde{b}, \tilde{a}b\}$,使用FTS方法3构造的FTS为表3中的“FTS4”。

表3 4种方法1-4构造的FTS

Table 3 FTSs constructed by methods 1-4

方法	ab	$a\tilde{b}$	a	$\tilde{a}b$	$\tilde{a}\tilde{b}$	\tilde{a}	b
FTS1	K_{ab}	$K_{\tilde{a}b}$	$K_{\tilde{a}b}$	$K_{\tilde{a}b}$	$K_{\tilde{a}\tilde{b}}$	$K_{\tilde{a}}$	K_b
FTS2	$K_{\tilde{a}}$	$K_{\tilde{a}}$	$K_{\tilde{a}}$	$K_{\tilde{a}}$	$K_{\tilde{a}}$	$K_{\tilde{a}}$	K_b
FTS3	$K_{\tilde{a}b}$	$K_{\tilde{a}b}$	K_a	$K_{\tilde{a}b}$	$K_{\tilde{a}\tilde{b}}$	$K_{\tilde{a}}$	K_b
FTS3*	$K_{\tilde{a}b}$			K_b	$K_{\tilde{a}\tilde{b}}$	$K_{\tilde{a}}$	
FTS4	K_{ab}	$K_{\tilde{a}b}$	$K_{\tilde{a}}$	$K_{\tilde{a}b}$	$K_{\tilde{a}}$	$K_{\tilde{a}}$	K_b

执行器“a”是主要的控制飞行器俯仰运动的机构,执行器“b”是大机动时或者飞行器受到强干扰时发挥强有力的辅助控制作用.为了验证所设计的容错控制器和选择策略的性能,设计如下故障情形进行验证.假设在初始时刻 t_0 ,系统正常,系统预计运行到 $t_0 + 10T$.执行器“a”在 $t_{c_1} = t_0 + 2T$ 发生故障,损失60%的性能,即对称升降舵只剩下40%的有效性;执行器“b”在 $t_{c_2} = t_0 + 4T$ 时刻损失50%的性能,即对称俯仰推力喷管的偏转角度只剩下50%的有效性;在 $t_{c_3} = t_0 + 6T$ 时刻,执行器“b”完全失效,即对称俯仰推力喷管偏转彻底失效.以上故障将会严重影响飞行器受到强干扰时稳态恢复的能力.故障模式的演变为“ $ab \rightarrow \tilde{a}b \rightarrow \tilde{a}\tilde{b} \rightarrow \tilde{a}$ ”.假设外界干扰为

$$w(t) = \begin{cases} -1 + r(t), & 1 < t \leq 3, \\ 1 + r(t), & 3 < t \leq 7, \\ r(t), & \text{其他}, \end{cases}$$

其中 $r(t)$ 代表方差为0.2的白噪声.

图2显示了在不同容错控制策略下的飞机俯仰速率的响应曲线.在这个简单的例子之中,FTS1与FTS4的响应曲线重合,RH是被动 H_∞ 容错控制^[20]下的响应曲线,从图2中飞机俯仰速率的变化,可以看出本文的设计的方法具有更强的稳态恢复能力,控制效果更好.而且进一步对比FTS1-4的控制器切换和仿真结果,也反映出了笔者不同的设计需求,比如FTS1和FTS4主要考虑最优化 H_∞ 增益,具有较好的响应曲线,但是FTS1切换了3次控制器,FTS4切换了2次控制器;FTS2主要考虑最优化控制器切换,通过表3可知,FTS2没有切换控制器;而FTS3

恰好具备了两者的优点,切换了2次控制器且具有较好的响应曲线.

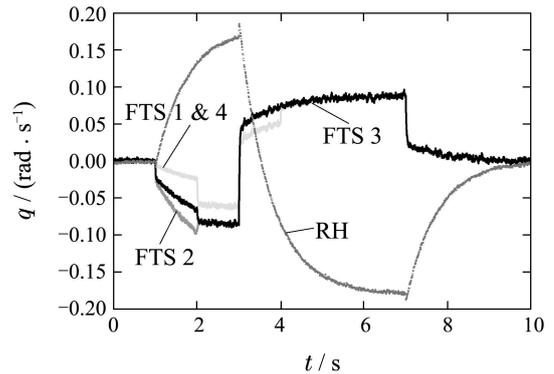


图2 俯仰速率的响应曲线

Fig. 2 Response curve of pitch rate

6 结论(Conclusions)

本文设计了在线选择方式的主动容错控制策略,提出了针对特定故障模型的 H_∞ 容错控制器设计方法,得到了新的故障模式与容错控制器多对多映射关系,设计了3种EFTS构造方法来缩小故障模式与容错控制器的所有映射关系,最后提出了4种主动容错控制器在线选择策略来满足不同的应用需求,对提出的各种方法进行了仿真验证和说明.

但是由于故障模型为简单的乘性故障模型,限制了此方法的使用范围,需要将现有理论扩展到一般的故障模型,另外在线切换控制器时会引起系统一定程度的暂态响应,而且更为严重的是对故障检测与诊断构成干扰,现在的处理方法是在切换控制器的同时断开故障检测与诊断模块一段时间,待系统平稳后再加入故障检测与诊断模块,显然这样的处理会造成故障漏报,这些问题将是笔者下一步研究的重点.

参考文献(References):

- [1] STEINBERG M. Historical overview of research in reconfigurable flight control [J]. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part G: Journal of Aerospace Engineering*, 2005, 219(3): 263 - 275.
- [2] TAO G. *Adaptive Control of Systems with Actuator Failures* [M]. London: Springer-Verlag, 2004.
- [3] HWANG I, KIM S, KIM Y, et al. A survey of fault detection, isolation, and reconfiguration methods [J]. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 2010, 18(3): 636 - 653.
- [4] 霍星, 胡庆雷, 肖冰, 等. 带有饱和和受限的挠性卫星变结构姿态容错控制 [J]. *控制理论与应用*, 2011, 28(9): 1063 - 1068. (HUO Xing, HU Qinglei, XIAO Bing, et al. Variable-structure fault-tolerant attitude control for flexible satellite with input saturation [J]. *Control Theory & Applications*, 2011, 28(9): 1063 - 1068.)
- [5] YANG G, YE D. Reliable H_∞ control of linear systems with adaptive mechanism [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2010, 55(1): 242 - 247.

- [6] 陶洪峰, 胡寿松. 执行器饱和和TS模糊系统的鲁棒耗散容错控制 [J]. 控制理论与应用, 2010, 27(2): 205 – 210.
(TAO Hongfeng, HU Shousong. Robust dissipative tolerant-control of Takagi-Sugeno fuzzy systems with actuator saturation [J]. *Control Theory & Applications*, 2010, 27(2): 205 – 210.)
- [7] 王燕锋, 井元伟, 张嗣瀛. 基于观测器的非线性网络控制系统容错控制 [J]. 控制理论与应用, 2012, 29(10): 1348 – 1352.
(WANG Yanfeng, JING Yuanwei, ZHANG Siying. Fault-tolerant control for nonlinear networked control systems based on observer [J]. *Control Theory & Applications*, 2012, 29(10): 1348 – 1352.)
- [8] ZHANG Y, JIANG J. Bibliographical review on reconfigurable fault-tolerant control systems [J]. *Annual Reviews in Control*, 2008, 32(2): 229 – 252.
- [9] STAROSWIECKI M, BERDJAG D. A general fault tolerant linear quadratic control strategy under actuator outages [J]. *International Journal of Systems Science*, 2010, 41(8): 971 – 985.
- [10] MOERDER D, HALYO N, BROUSSARD R, et al. Application of precomputed control laws in a reconfigurable aircraft flight control system [J]. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 1989, 12(3): 325 – 333.
- [11] ZHANG Y, JIANG J. Integrated active fault-tolerant control using IMM approach [J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2002, 37(4): 1221 – 1235.
- [12] BOŠKOVIĆ D, JACKSON A, MEHRA K, et al. Multiple-model adaptive fault-tolerant control of a planetary lander [J]. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 2009, 32(6): 1812 – 1826.
- [13] JUNG B, KIM Y, HA C. Fault tolerant flight control system design using a multiple model adaptive controller [J]. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part G: Journal of Aerospace Engineering*, 2009, 223(1): 39 – 50.
- [14] 杨辉, 张坤鹏, 王昕. 高速动车组多模型切换主动容错预测控制 [J]. 控制理论与应用, 2012, 29(9): 1211 – 1214.
(YANG Hui, ZHANG Kumpeng, WANG Xin. Multi-model switching predictive control with active fault tolerance for high-speed train [J]. *Control Theory & Applications*, 2012, 29(9): 1211 – 1214.)
- [15] SERON M, DE DONÁ A. Actuator fault tolerant multi-controller scheme using set separation based diagnosis [J]. *International Journal of Control*, 2010, 83(11): 2328 – 2339.
- [16] LIU L, SHEN Y, DOWELL E, et al. A general H_∞ fault tolerant control and management for a linear system with actuator faults [J]. *Automatica*, 2012, 48(8): 1676 – 1682.
- [17] GOBLE W. *Control Systems Safety Evaluation and Reliability* [M]. North Carolina: International Society of Automation, 2010.
- [18] BOYD S, GHAOUI E, FERON E, et al. *Linear Matrix Inequalities in System and Control Theory* [M]. Philadelphia: Society for Industrial Mathematics, 1994.
- [19] ADAMS J, BUFFINGTON M, SPARKS G, et al. *Robust Multivariable Flight Control* [M]. London: Springer-Verlag, 1994.
- [20] ZHAO Q, JIANG J. Reliable state feedback control system design against actuator failures [J]. *Automatica*, 1998, 34(10): 1267 – 1272.

作者简介:

余 臻 (1965–), 男, 教授, 目前研究方向为容错控制、船舶操纵控制, E-mail: yuzhen20@xmu.edu.cn;

刘利军 (1985–), 男, 助理教授, 目前研究方向为故障检测与诊断以及容错控制设计, E-mail: liulijun@xmu.edu.cn;

沈 毅 (1965–), 男, 教授, 目前研究方向为飞行器容错控制、导航制导与控制, E-mail: shen@hit.edu.cn.