

具有随机观测滞后和丢失的网络系统鲁棒 H_∞ 滤波

李秀英, 王金玉, 孙书利[†]

(黑龙江大学 电子工程学院, 黑龙江 哈尔滨 150080)

摘要: 研究一类同时具有随机观测滞后和丢失的网络控制系统鲁棒 H_∞ 滤波问题. 网络建模采用新近同时描述随机一步时滞和数据包丢失的模型, 基于Lyapunov理论和线性矩阵不等式技术设计系统的满阶滤波器, 减小了状态增广带来的计算负担, 同时引入松弛变量使Lyapunov矩阵和系统矩阵分离, 降低结果的保守性, 得到了使滤波误差系统在均方意义下鲁棒指数稳定并具有给定 H_∞ 性能的一个LMI形式的充分条件. 仿真结果验证了该方法有效性.

关键词: H_∞ 滤波; 网络控制系统; 数据包丢失; 观测滞后; 线性矩阵不等式

中图分类号: TP273 文献标识码: A

Robust H-infinity filtering for network-based systems with delayed and missing measurements

LI Xiu-ying, WANG Jin-yu, SUN Shu-li[†]

(School of Electronic Engineering, Heilongjiang University, Harbin Heilongjiang 150080, China)

Abstract: The robust H-infinity filtering problem is studied for a class of networked control systems (NCSs) with random delayed and missing measurements. The recent model of NCSs is adopted to describe the random one-step transmission delay and possible packet dropouts, simultaneously. A full-order filter is designed based on Lyapunov theory and the linear matrix inequality (LMI) technique which can reduce the computational burden involved in the state augmentation method. Meanwhile, the slack matrix is introduced to separate the system matrix and the Lyapunov matrix, and a less conservative result is obtained. An LMI-based sufficient condition is established such that the filtering error system is robustly exponentially stable in the sense of mean square and achieves the prescribed H-infinity disturbance attenuation level. Simulation results are given to illustrate the effectiveness of the proposed method.

Key words: H-infinity filtering; networked control systems; data packet dropout; delayed measurement; linear matrix inequality (LMI)

1 引言(Introduction)

自从卡尔曼提出随机系统的最优滤波理论^[1]之后, 滤波(状态估计)问题在目标跟踪、信号处理及控制等领域得到了广泛的应用^[2-5]. 但是Kalman滤波假设系统噪声为高斯分布的白噪声且其统计特性精确已知, 这在实际中常常不能满足. 而 H_∞ 滤波不需要精确已知噪声的先验信息, 当噪声为任意能量有限的信号时, H_∞ 滤波能保证给定的噪声抑制水平, 有效的克服了Kalman滤波的限制, 引起了国内外学者的研究兴趣^[6-8].

近年来, 网络控制系统(networked control systems, NCSs)成为控制领域研究的热点之一^[9]. 所谓NCSs, 是指通过网络将被控对象和系统各部件连接而构成的闭环反馈控制系统. 由于网络拥塞及通讯带宽有限

等原因, 系统的测量数据在以打包方式通过网络进行传输时, 不可避免的会发生时滞甚至丢失. 加之系统的未建模动态以及外界环境存在的干扰等不确定现象, 使NCSs的鲁棒滤波问题受到人们的普遍关注. 对鲁棒滤波的研究早期主要是Riccati代数方程处理方法, 现在基于线性矩阵不等式(LMI)技术的 H_∞ 理论成为鲁棒性能分析和综合的主流技术之一^[10-13]. 目前, 对NCSs鲁棒 H_∞ 滤波的研究中, 大多分别讨论随机数据包丢失^[10-11]或传输时滞^[12-13]问题, 而对于网络环境中, 上述两种现象可能同时发生的情况, 并不能统一处理.

文献[14]提出了一个同时描述一步随机时滞和多丢包的数学模型, 并基于此模型设计了最优线性滤波器. 然而, 要求系统噪声是带有已知统计信息的高斯

收稿日期: 2013-02-05; 收修改稿日期: 2013-05-07.

[†]通信作者. E-mail: sunsl@hlju.edu.cn; Tel.: +86 13674686865.

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(NSFC-60874062, 61174139); 教育部新世纪人才资助项目(NCET-10-0133); 黑龙江大学高层次人才资助项目(Hdtd2010-03); 黑龙江省研究生创新科研资助项目(YJSCX2012-271HLJ); 黑龙江省重点实验室基金资助项目(DZZD20100023).

噪声,而且不能处理非随机噪声干扰.文献[15]采用文献[14]中的模型,设计了 H_∞ 滤波器,避免文献[14]中对噪声干扰的限制,但是滤波误差系统是基于状态增广方法得到的,所设计的滤波器具有较高的维数,并且没有考虑系统的未建模不确定动态.本文仍采用文献[14]中的模型来描述观测数据包在网络传输过程中的随机一步时滞和多丢包现象,针对离散时间不确定线性系统,设计系统的 H_∞ 满阶滤波器,使得滤波误差系统鲁棒指数稳定并具有给定的 H_∞ 性能.与文献[15]相比,在设计滤波器时考虑了系统未建模动态,使系统具有较强的鲁棒性,并且所设计的滤波器是满阶的,避免了文献[15]中增广状态的高维滤波器设计,可明显减小计算负担.

2 问题描述(Problem formulation)

考虑如下离散时间线性不确定系统:

$$\begin{cases} \mathbf{x}_{k+1} = (A + \Delta A_k)\mathbf{x}_k + B\mathbf{w}_k, \\ \tilde{\mathbf{y}}_k = C_1\mathbf{x}_k + C_2\mathbf{w}_k, \\ \mathbf{z}_k = D_1\mathbf{x}_k + D_2\mathbf{w}_k, \end{cases} \quad (1)$$

其中: $\mathbf{x}_k \in \mathbb{R}^n$ 是系统状态向量, $\tilde{\mathbf{y}}_k \in \mathbb{R}^r$ 是观测输出, $\mathbf{w}_k \in \mathbb{R}^p$ 是属于平方可积 $l_2[0, \infty)$ 空间的外部干扰, $\mathbf{z}_k \in \mathbb{R}^m$ 是待估状态, A, B, C_1, C_2, D_1, D_2 是已知常数矩阵. 参数不确定性具有形式 $\Delta A_k = GF_kH$, 其中 F_k 是未知的时变矩阵, 且满足 $F_k^T F_k \leq I$, G 和 H 是适当维数的常矩阵.

假设传感器是时钟驱动, 观测数据 $\tilde{\mathbf{y}}_k \in \mathbb{R}^r$ 打包后经过网络传输到远端的滤波器. 由于网络拥塞及通讯带宽有限等原因, 数据包在传输过程中不可避免的发生时滞甚至丢失, 这种现象是随机的, 文献中通常采用Bernoulli分布的随机序列来描述.

测量数据丢失^[11]

$$\mathbf{y}_k = \xi_k \tilde{\mathbf{y}}_k + (1 - \xi_k) \mathbf{y}_{k-1},$$

一步传输时延^[12]

$$\mathbf{y}_k = \xi_k \tilde{\mathbf{y}}_k + (1 - \xi_k) \tilde{\mathbf{y}}_{k-1}.$$

其中: $\mathbf{y}_k \in \mathbb{R}^r$ 为滤波器接收到的观测, ξ_k 是取值为0和1的Bernoulli分布的随机序列, 满足 $P\{\xi_k = 1\} = \bar{\xi}$, $P\{\xi_k = 0\} = 1 - \bar{\xi}$, $\bar{\xi} \in [0, 1]$, $P\{\cdot\}$ 表示事件“·”发生的概率.

文献[14]通过引入2个Bernoulli分布的随机变量, 将数据包丢失和随机发生的一步传输时滞现象用一个模型来描述:

$$\mathbf{y}_k = \xi_k \tilde{\mathbf{y}}_k + (1 - \xi_k)(1 - \xi_{k-1})\delta_k \tilde{\mathbf{y}}_{k-1} + (1 - \xi_k)[1 - (1 - \xi_{k-1})\delta_k] \mathbf{y}_{k-1}, \quad (2)$$

其中: δ_k 与 ξ_k 是互不相关的满足Bernoulli分布的随机变量, 且 $P\{\delta_k = 1\} = \bar{\delta}$, $P\{\delta_k = 0\} = 1 - \bar{\delta}$, $\bar{\delta} \in [0, 1]$. 由模型(2)易知, 数据按时接收的概率为 $P\{\xi_k = 1\} = \bar{\xi}$; 一步时延概率为 $P\{\xi_k = 0, \xi_{k-1} = 0, \delta_k = 1\} =$

$(1 - \bar{\xi})^2 \bar{\delta}$; 丢包概率为 $P\{\xi_k = 0, \xi_{k-1} = 1\} + P\{\xi_k = 0, \xi_{k-1} = 0, \delta_k = 0\} = (1 - \bar{\xi})\bar{\xi} + (1 - \bar{\xi})^2(1 - \bar{\delta})$.

本文设计如下形式的满阶滤波器:

$$\begin{cases} \hat{\mathbf{x}}_{k+1} = A_f \hat{\mathbf{x}}_k + B_f \mathbf{y}_k, \\ \hat{\mathbf{z}}_k = C_f \hat{\mathbf{x}}_k, \end{cases} \quad (3)$$

其中: $\hat{\mathbf{x}}_k \in \mathbb{R}^n$ 是状态估计, $\hat{\mathbf{z}}_k \in \mathbb{R}^m$ 是滤波器输出, A_f, B_f, C_f 是待设计的滤波器参数. 定义滤波误差为 $\mathbf{e}_k = \mathbf{z}_k - \hat{\mathbf{z}}_k$. 为进一步得到滤波误差系统, 本文引入新的变量, 令

$$\theta_k = \xi_k, \vartheta_k = (1 - \xi_k)\delta_{k+1}, \quad (4)$$

则有如下统计特性(E 表示随机变量的数学期望):

$$\begin{aligned} E[\theta_k] &= E[\xi_k] = \bar{\xi} = \bar{\theta}, \\ E[\vartheta_k] &= E[(1 - \xi_k)\delta_{k+1}] = (1 - \bar{\xi})\bar{\delta} = \bar{\vartheta}, \\ E[(\theta_k - \bar{\theta})^2] &= \bar{\theta}(1 - \bar{\theta}) = \rho_1^2, \\ E[(\vartheta_k - \bar{\vartheta})^2] &= \bar{\vartheta}(1 - \bar{\vartheta}) = \rho_2^2, \\ E[(\theta_k - \bar{\theta})(\vartheta_k - \bar{\vartheta})] &= -\bar{\theta}\bar{\vartheta} = -\rho_3^2. \end{aligned}$$

将式(4)代入式(2), 可得

$$\mathbf{y}_k = \theta_k \tilde{\mathbf{y}}_k + (1 - \theta_k) \mathbf{Y}_{k-1}, \quad (5)$$

其中定义

$$\mathbf{Y}_k = \vartheta_k \tilde{\mathbf{y}}_k + (1 - \vartheta_k) \mathbf{y}_k. \quad (6)$$

注意到 $\theta_k \vartheta_k = \xi_k(1 - \xi_k)\delta_{k+1} = 0$, 则由式(1)和式(3), 可得如下的滤波误差系统:

$$\begin{cases} \boldsymbol{\eta}_{k+1} = \tilde{A}_k \boldsymbol{\eta}_k + \tilde{B}_k \mathbf{w}_k, \\ \mathbf{e}_k = \tilde{C} \boldsymbol{\eta}_k + \tilde{D} \mathbf{w}_k, \end{cases} \quad (7)$$

其中:

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\eta}_k &= [\mathbf{x}_k^T \quad \hat{\mathbf{x}}_k^T \quad \mathbf{Y}_{k-1}^T \quad \mathbf{y}_{k-1}^T]^T, \\ \tilde{A}_k &= \bar{A} + (\theta_k - \bar{\theta})S_1 + (\vartheta_k - \bar{\vartheta})S_2, \\ \tilde{B}_k &= \bar{B} + (\theta_k - \bar{\theta})R_1 + (\vartheta_k - \bar{\vartheta})R_2, \\ \tilde{C} &= [D_1 \quad -C_f \quad 0 \quad 0], \quad \tilde{D} = D_2, \end{aligned}$$

$$\bar{A} = \begin{bmatrix} A + \Delta A_k & 0 & 0 & 0 \\ \bar{\theta}B_f C_1 & A_f & (1 - \bar{\theta})B_f & 0 \\ (\bar{\theta} + \bar{\vartheta})C_1 & 0 & (1 - \bar{\theta} - \bar{\vartheta})I & 0 \\ \bar{\theta}C_1 & 0 & (1 - \bar{\theta})I & 0 \end{bmatrix},$$

$$\bar{B} = \begin{bmatrix} B \\ \bar{\theta}B_f C_2 \\ (\bar{\theta} + \bar{\vartheta})C_2 \\ \bar{\theta}C_2 \end{bmatrix}, \quad S_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ B_f C_1 & 0 & -B_f & 0 \\ C_1 & 0 & -I & 0 \\ C_1 & 0 & -I & 0 \end{bmatrix},$$

$$R_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ B_f C_2 \\ C_2 \\ C_2 \end{bmatrix}, \quad S_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ C_2 & 0 & -I & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad R_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ C_2 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

注1 文献[15]中基于状态增广方法所设计的滤波器维数为 $n + 2r$, 所得滤波误差系统状态变量的维数为 $2(n + 2r)$, 而本文提出的满阶滤波器维数为 n , 所得滤波误差系统的

状态变量维数为 $2n + 2r$, 低于文献[15]中的方法. 当 r 较大时, 可明显减小计算负担.

本文要研究的问题可以描述为: 对不确定离散时间系统(1), 在观测数据存在一步传输时滞甚至丢失的网络环境下, 设计形如式(3)的满阶滤波器, 使得滤波误差系统(7)是均方意义下鲁棒指数稳定的, 且具有给定的H_∞性能 $\gamma (\gamma > 0)$. 也就是说, 下面2个条件满足:

i) 在外部扰动 $w_k = 0$ 时, 对于所有 $\eta_0 \in \mathbb{R}^{2(n+r)}$, 存在常数 $\varphi > 0$ 和 $\tau \in (0, 1)$, 使得下式成立:

$$E\|\eta_k\|^2 \leq \varphi \tau^k E\|\eta_0\|^2. \quad (8)$$

ii) 在零初始条件下, 对于所有的非零 $w_k \in l_2[0, \infty)$ 和给定的H_∞性能指标 $\gamma > 0$, 滤波误差 e_k 满足

$$\sum_{k=0}^{\infty} E\|e_k\|^2 < \gamma^2 \sum_{k=0}^{\infty} \|w_k\|^2. \quad (9)$$

3 滤波性能分析(Filtering performance analysis)

引理 1^[16] $V(\eta_k)$ 为Lyapunov函数. 如果存在 $\kappa \geq 0, \mu > 0, v > 0$ 和 $0 < \varphi < 1$, 使得

$$\mu\|\eta_k\|^2 \leq V_k(\eta_k) \leq v\|\eta_k\|^2,$$

$$E\{V_{k+1}(\eta_{k+1})|\eta_k\} - V_k(\eta_k) \leq \kappa - \varphi V_k(\eta_k),$$

那么有

$$E\{\|\eta_k\|^2\} \leq \frac{v}{\mu}(1 - \varphi)^k E\{\|\eta_0\|^2\} + \frac{\kappa}{\mu\varphi}.$$

引理 2^[17](S-procedure) 令 $\Sigma = \Sigma^T, G$ 和 H 是适当维数的实数矩阵, F 满足 $F^T F \leq I$, 那么

$$\Sigma + GFH + (GFH)^T < 0.$$

当且仅当存在一个标量 $\varepsilon > 0$, 使得

$$\Sigma + \varepsilon^{-1}GG^T + \varepsilon H^T H < 0$$

成立, 或者等价的

$$\begin{bmatrix} \Sigma & G & \varepsilon H^T \\ G^T & -\varepsilon I & 0 \\ \varepsilon H & 0 & -\varepsilon I \end{bmatrix} < 0.$$

定理 1 假设滤波器参数 A_f, B_f, C_f 已知. 对于给定标量 $\gamma > 0$, 滤波误差系统(7)是均方意义下鲁棒指数稳定的, 且当 $w_k \neq 0$ 时具有给定的H_∞性能 γ , 如果存在矩阵 $P = P^T > 0$, 标量 $\varepsilon > 0$, 使得

$$\begin{bmatrix} -P & * & * & * & * & * & * & * & * \\ 0 & -\gamma^2 I & * & * & * & * & * & * & * \\ P\bar{M} & P\bar{B} & -P & * & * & * & * & * & * \\ \lambda_1 P S_1 & \lambda_1 P R_1 & 0 & -P & * & * & * & * & * \\ \lambda_2 P S_2 & \lambda_2 P R_2 & 0 & 0 & -P & * & * & * & * \\ \rho_3 P S_3 & \rho_3 P R_3 & 0 & 0 & 0 & -P & * & * & * \\ \bar{C} & \bar{D} & 0 & 0 & 0 & 0 & -I & * & * \\ 0 & 0 & \bar{G}^T & 0 & 0 & 0 & 0 & -\varepsilon I & * \\ \varepsilon \bar{H} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\varepsilon I \end{bmatrix} < 0 \quad (10)$$

成立, 其中:

$$\bar{M} = \begin{bmatrix} A & 0 & 0 & 0 \\ \bar{\theta} B_f C_1 & A_f & (1 - \bar{\theta}) B_f & 0 \\ (\bar{\theta} + \bar{\vartheta}) C_1 & 0 & (1 - \bar{\theta} - \bar{\vartheta}) I & 0 \\ \bar{\theta} C_1 & 0 & (1 - \bar{\theta}) I & 0 \end{bmatrix},$$

$$S_3 = S_1 - S_2, R_3 = R_1 - R_2,$$

$$\lambda_1 = \sqrt{\rho_1^2 - \rho_3^2}, \lambda_2 = \sqrt{\rho_2^2 - \rho_3^2},$$

$$\bar{G} = [G^T \ 0 \ 0 \ 0]^T, \bar{H} = [H \ 0 \ 0 \ 0].$$

证 选取Lyapunov函数为

$$V_k(\eta_k) = \eta_k^T P \eta_k. \quad (11)$$

当 $w_k = 0$ 时, 有

$$\begin{aligned} E\{\Delta V_k\} &= E\{V_{k+1}(\eta_{k+1})|\eta_k\} - V_k(\eta_k) = \\ &= E\{\eta_k^T (\bar{A}_k^T P \bar{A}_k - P) \eta_k\} = \\ &= \eta_k^T E\{(\bar{A}^T P \bar{A} - P) + (\theta_k - \bar{\theta})^2 S_1^T P S_1 + \\ &+ (\vartheta_k - \bar{\vartheta})^2 S_2^T P S_2 + (\theta_k - \bar{\theta})(\vartheta_k - \bar{\vartheta}) S_1^T P S_2 + \\ &+ (\theta_k - \bar{\theta})(\vartheta_k - \bar{\vartheta}) S_2^T P S_1\} \eta_k = \\ &= \eta_k^T (\bar{A}^T P \bar{A} - P + \rho_1^2 S_1^T P S_1 + \\ &+ \rho_2^2 S_2^T P S_2 - \rho_3^2 S_1^T P S_2 - \rho_3^2 S_2^T P S_1) \eta_k. \end{aligned} \quad (12)$$

对 S_1, S_2 有如下关系成立:

$$\begin{aligned} -S_1^T P S_2 - S_2^T P S_1 = \\ (S_1 - S_2)^T P (S_1 - S_2) - S_1^T P S_1 - S_2^T P S_2. \end{aligned} \quad (13)$$

将式(13)代入式(12)可得

$$\begin{aligned} E\{\Delta V_k\} &= \eta_k^T \{-P + \bar{A}^T P \bar{A} + \lambda_1^2 S_1^T P S_1 + \\ &+ \lambda_2^2 S_2^T P S_2 + \rho_3^2 S_3^T P S_3\} \eta_k = \eta_k^T \Omega \eta_k, \end{aligned} \quad (14)$$

其中 $\Omega = -P + \bar{A}^T P \bar{A} + \lambda_1^2 S_1^T P S_1 + \lambda_2^2 S_2^T P S_2 + \rho_3^2 S_3^T P S_3$. 由Schur补引理, 并注意到 $\Delta A_k = GF_k H$, 可得 $\Omega < 0$ 等价于

$$\begin{aligned} \Psi = \begin{bmatrix} -P & * & * & * & * \\ P\bar{M} & -P & * & * & * \\ \lambda_1 P S_1 & 0 & -P & * & * \\ \lambda_2 P S_2 & 0 & 0 & -P & * \\ \rho_3 P S_3 & 0 & 0 & 0 & -P \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \bar{G} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} F_k \begin{bmatrix} \bar{H}^T \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \\ [\bar{H} \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]^T F_k^T [0 \ \bar{G}^T \ 0 \ 0 \ 0] < 0. \end{aligned} \quad (15)$$

由引理2, 式(15)成立意味着式(10)成立. 进一步, 类似文献[18]中的证明, 有

$$\begin{aligned} E\{\Delta V_k\} &\leq \eta_k^T \Omega \eta_k \leq \\ &= -\lambda_{\min}(-\Omega) \eta_k^T \eta_k \leq -\alpha \eta_k^T \eta_k, \end{aligned}$$

其中 $0 < \alpha \leq \lambda_{\min}(-\Omega)$. 必然存在 $0 < \alpha \leq v, v = \lambda_{\max}(P)$, 有

$$\begin{aligned} E\{V_{k+1}(\boldsymbol{\eta}_{k+1})|\boldsymbol{\eta}_k\} - V_k(\boldsymbol{\eta}_k) &\leq \\ -\frac{\alpha}{\nu}V_k(\boldsymbol{\eta}_k) &= -\varphi V_k(\boldsymbol{\eta}_k). \end{aligned}$$

又由于 $\mu\|\boldsymbol{\eta}_k\|^2 \leq V_k(\boldsymbol{\eta}_k) \leq \nu\|\boldsymbol{\eta}_k\|^2$, 其中: $\mu = \lambda_{\min}(P)$, 这里 $\lambda_{\min}(\cdot)$ 和 $\lambda_{\max}(\cdot)$ 分别表示最小和最大特征值, 那么由引理1可知 $E\{\|\boldsymbol{\eta}_k\|^2\} \leq \frac{\nu}{\mu}(1-\varphi)^k \cdot E\{\|\boldsymbol{\eta}_0\|^2\}$. 于是可得系统(7)是均方意义下鲁棒指数稳定的.

当 $\boldsymbol{w}_k \neq 0$ 时, 有

$$\begin{aligned} E\{V_{k+1}(\boldsymbol{\eta}_{k+1})|\boldsymbol{\eta}_k\} - V_k(\boldsymbol{\eta}_k) + \\ E\{\mathbf{e}_k^T \mathbf{e}_k\} - \gamma^2 E\{\mathbf{w}_k^T \mathbf{w}_k\} = \boldsymbol{\zeta}_k^T \bar{\Omega} \boldsymbol{\zeta}_k, \end{aligned}$$

其中:

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\zeta}_k &= \begin{bmatrix} \boldsymbol{\eta}_k \\ \mathbf{w}_k \end{bmatrix}, \quad \bar{\Omega} = \begin{bmatrix} \bar{\Omega}_{11} & * \\ \bar{\Omega}_{21} & \bar{\Omega}_{22} \end{bmatrix}, \\ \bar{\Omega}_{11} &= -P + \bar{A}^T P \bar{A} + \lambda_1^2 S_1^T P S_1 + \\ &\quad \lambda_2^2 S_2^T P S_2 + \rho_3^2 S_3^T P S_3 + \bar{C}^T \bar{C}, \\ \bar{\Omega}_{21} &= \bar{B}^T P \bar{A} + \lambda_1^2 R_1^T P S_1 + \lambda_2^2 R_2^T P S_2 + \\ &\quad \rho_3^2 R_3^T P S_3 + \bar{D}^T \bar{C}, \\ \bar{\Omega}_{22} &= -\gamma^2 I + \bar{B}^T P \bar{B} + \lambda_1^2 R_1^T P R_1 + \\ &\quad \lambda_2^2 R_2^T P R_2 + \rho_3^2 R_3^T P R_3 + \bar{D}^T \bar{D}. \end{aligned}$$

由Schur补及引理2可知, 式(10)意味着 $\bar{\Omega} < 0$. 于是

$$\begin{aligned} E\{V_{k+1}(\boldsymbol{\eta}_{k+1})|\boldsymbol{\eta}_k\} - V_k(\boldsymbol{\eta}_k) + E\{\mathbf{e}_k^T \mathbf{e}_k\} - \\ \gamma^2 E\{\mathbf{w}_k^T \mathbf{w}_k\} = \boldsymbol{\zeta}_k^T \bar{\Omega} \boldsymbol{\zeta}_k < 0. \end{aligned} \quad (16)$$

对式(16), 将 k 从0到 ∞ 累加可以得到

$$\begin{aligned} \sum_{k=0}^{\infty} E\{\mathbf{e}_k^T \mathbf{e}_k\} < \\ \gamma^2 \sum_{k=0}^{\infty} E\{\mathbf{w}_k^T \mathbf{w}_k\} + E\{V_0\} - E\{V_{\infty}\}. \end{aligned}$$

由于系统是均方指数稳定的, 且在零初始条件下, 有 $V_0(\boldsymbol{\eta}_0) = 0$, 则

$$\sum_{k=0}^{\infty} E\{\|\mathbf{e}_k\|^2\} < \gamma^2 \sum_{k=0}^{\infty} E\{\|\mathbf{w}_k\|^2\},$$

即性能指标(9)满足, 系统具有给定 H_{∞} 性能 γ .

证毕.

4 H_{∞} 滤波器设计(H_{∞} filter design)

定理1在滤波系数矩阵 A_f, B_f, C_f 已知的前提下, 给出了滤波误差系统(7)均方意义下鲁棒指数稳定且具有给定 H_{∞} 性能的一个充分条件. 下面讨论在滤波器参数 A_f, B_f, C_f 未知时, 将不等式(10)转化为LMI的问题.

定理 2 给定标量 $\gamma > 0$. 滤波误差系统(7)是均方意义下指数稳定的且具有给定的 H_{∞} 性能 γ , 如果存在矩阵 $0 < P_1 = P_1^T \in \mathbb{R}^{2n}, 0 < P_2 = P_2^T \in \mathbb{R}^{2r}$ 和矩阵 Q, A_f, B_f, C_f 以及标量 $\varepsilon > 0$, 使得

$$\begin{bmatrix} -P & * & * & * & * & * & * & * & * & * \\ 0 & -\gamma^2 I & * & * & * & * & * & * & * & * \\ \bar{\Phi} & \bar{\Gamma} & \Xi & * & * & * & * & * & * & * \\ \lambda_1 \bar{\Phi}_1 & \lambda_1 \Gamma_1 & 0 & \Xi & * & * & * & * & * & * \\ \lambda_2 \bar{\Phi}_2 & \lambda_2 \Gamma_2 & 0 & 0 & \Xi & * & * & * & * & * \\ \rho_3 \bar{\Phi}_3 & \rho_3 \Gamma_3 & 0 & 0 & 0 & \Xi & * & * & * & * \\ \bar{C} & \bar{D} & 0 & 0 & 0 & 0 & -I & * & * & * \\ 0 & 0 & \bar{G}^T & 0 & 0 & 0 & 0 & -\varepsilon I & * & * \\ \varepsilon \bar{H} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\varepsilon I & * \end{bmatrix} < 0 \quad (17)$$

成立, 其中:

$$\begin{aligned} P &= \text{diag}\{P_1, P_2\}, \\ \Xi &= \text{diag}\{P_1 - Q - Q^T, -P_2\}, \\ \bar{\Phi} &= \begin{bmatrix} Q\hat{A}_1 & Q\hat{A}_2 \\ P_2\hat{A}_3 & P_2\hat{A}_4 \end{bmatrix}, \quad \bar{\Phi}_1 = \begin{bmatrix} Q\hat{S}_1 & Q\hat{S}_2 \\ P_2\hat{S}_3 & P_2\hat{S}_4 \end{bmatrix}, \\ \bar{\Phi}_2 &= \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ P_2\hat{S}_5 & P_2\hat{S}_6 \end{bmatrix}, \\ \bar{\Gamma} &= \begin{bmatrix} Q\hat{B}_1 \\ P_2\hat{B}_2 \end{bmatrix}, \quad \Gamma_1 = \begin{bmatrix} Q\hat{R}_1 \\ P_2\hat{R}_2 \end{bmatrix}, \quad \Gamma_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ P_2\hat{R}_3 \end{bmatrix}, \\ \bar{\Phi}_3 &= \bar{\Phi}_1 - \bar{\Phi}_2, \quad \Gamma_3 = \Gamma_1 - \Gamma_2, \\ \hat{A}_1 &= \begin{bmatrix} A & 0 \\ \bar{\theta}B_f C_1 & A_f \end{bmatrix}, \quad \hat{A}_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ (1-\bar{\theta})B_f & 0 \end{bmatrix}, \\ \hat{A}_3 &= \begin{bmatrix} (\bar{\theta} + \bar{\vartheta})C_1 & 0 \\ \bar{\theta}C_1 & 0 \end{bmatrix}, \\ \hat{A}_4 &= \begin{bmatrix} (1-\bar{\theta} - \bar{\vartheta})I & 0 \\ (1-\bar{\theta})I & 0 \end{bmatrix}, \\ \hat{B}_1 &= \begin{bmatrix} B \\ \bar{\theta}B_f C_2 \end{bmatrix}, \quad \hat{B}_2 = \begin{bmatrix} (\bar{\theta} + \bar{\vartheta})C_2 \\ \bar{\theta}C_2 \end{bmatrix}, \\ \hat{S}_1 &= \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ B_f C_1 & 0 \end{bmatrix}, \quad \hat{S}_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -B_f & 0 \end{bmatrix}, \\ \hat{S}_3 &= \begin{bmatrix} C_1 & 0 \\ C_1 & 0 \end{bmatrix}, \quad \hat{S}_4 = \begin{bmatrix} -I & 0 \\ -I & 0 \end{bmatrix}, \\ \hat{S}_5 &= \begin{bmatrix} C_2 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \hat{S}_6 = \begin{bmatrix} -I & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \\ \hat{R}_1 &= \begin{bmatrix} 0 \\ B_f C_2 \end{bmatrix}, \quad \hat{R}_2 = \begin{bmatrix} C_2 \\ C_2 \end{bmatrix}, \quad \hat{R}_3 = \begin{bmatrix} C_2 \\ 0 \end{bmatrix}, \\ \bar{C} &= [\hat{C} \ 0], \quad \hat{C} = [D_1 \ -C_f]. \end{aligned}$$

证 令 $P_1 = Q = Q^T$, 由式(10)得到式(17). 另一方面, 如果式(17)成立, 则 $Q + Q^T - P_1 > 0$. 由 P_1 正定可知 Q 非奇异. 于是由 $(Q - P_1)P_1^{-1}(Q - P_1)^T \geq 0$, 有 $P_1 - Q - Q^T \geq -QP_1^{-1}Q^T$. 则可得到式(18):

$$\begin{bmatrix} -P & * & * & * & * & * & * & * & * \\ 0 & -\gamma^2 I & * & * & * & * & * & * & * \\ \bar{\Phi} & \bar{\Gamma} & \bar{\Xi} & * & * & * & * & * & * \\ \lambda_1 \bar{\Phi}_1 & \lambda_1 \bar{\Gamma}_1 & 0 & \bar{\Xi} & * & * & * & * & * \\ \lambda_2 \bar{\Phi}_2 & \lambda_2 \bar{\Gamma}_2 & 0 & 0 & \bar{\Xi} & * & * & * & * \\ \rho_3 \bar{\Phi}_3 & \rho_3 \bar{\Gamma}_3 & 0 & 0 & 0 & \bar{\Xi} & * & * & * \\ \bar{C} & \bar{D} & 0 & 0 & 0 & 0 & -I & * & * \\ 0 & 0 & \bar{G}^T & 0 & 0 & 0 & 0 & -\varepsilon I & * \\ \varepsilon \bar{H} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\varepsilon I \end{bmatrix} < 0, \quad (18)$$

其中 $\bar{\Xi} = \text{diag}\{-QP_1^{-1}Q^T, -P_2\}$. 令

$$T = \text{diag}\{P_1 Q^{-1}, I\},$$

对不等式(18)做全等变换 $\text{diag}\{I, I, T^T, T^T, T^T, T^T, I, I, I\}$, 可得式(10). 证毕.

注 2 定理2引入了松弛变量 Q , 由于 Q 不要求是正定的, 因此同文献[15]中所采用的矩阵分解的方法相比, 增加了矩阵设计时的灵活性, 从而减小设计的保守性. 但是所得到的不等式(17)对于滤波器系数矩阵 A_f, B_f, C_f 不是线性的, 需要进一步将不等式(17)转化成LMI, 以方便用MATLAB的LMI工具箱求解.

定理 3 考虑基于网络的离散时间不确定线性系统(1), 对于可能存在的一步随机时延和多丢包的情形, 存在一个形如式(3)的H_∞滤波器, 使得滤波误差系统(7)是均方意义下鲁棒指数稳定的并且满足给定的H_∞干扰抑制水平 γ , 如果存在矩阵

$$\tilde{P} = \tilde{P}^T = \begin{bmatrix} \tilde{P}_{11} & * \\ \tilde{P}_{21} & \tilde{P}_{22} \end{bmatrix} > 0, \quad \tilde{Q} = \begin{bmatrix} \tilde{Q}_1 & \tilde{Q}_2 \\ \tilde{Q}_3 & \tilde{Q}_4 \end{bmatrix},$$

$$P_2 = P_2^T > 0,$$

$\bar{A}_f, \bar{B}_f, \bar{C}_f$, 以及标量 $\varepsilon > 0$, 使得LMI

$$\begin{bmatrix} \tilde{\Upsilon} & * & * & * & * & * & * & * & * \\ \Psi_1 & \Theta & * & * & * & * & * & * & * \\ \lambda_1 \Psi_2 & 0 & \Theta & * & * & * & * & * & * \\ \lambda_2 \Psi_3 & 0 & 0 & \Theta & * & * & * & * & * \\ \rho_3 \Psi_4 & 0 & 0 & 0 & \Theta & * & * & * & * \\ \Psi_5 & 0 & 0 & 0 & 0 & -I & * & * & * \\ 0 & \bar{G}^T & 0 & 0 & 0 & 0 & -\varepsilon I & * & * \\ \varepsilon \bar{H} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\varepsilon I \end{bmatrix} < 0 \quad (19)$$

成立. 其中:

$$\tilde{\Upsilon} = \text{diag}\{-\tilde{P}, -P_2, -\gamma^2 I\}, \quad \bar{H} = [\bar{H} \ 0 \ 0],$$

$$\Theta = \text{diag}\{\tilde{P} - \tilde{Q} - \tilde{Q}^T, -P_2\}, \quad \Psi_1 = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} & Y_{13} \\ Y_{21} & Y_{22} & Y_{23} \end{bmatrix},$$

$$\Psi_2 = \begin{bmatrix} Y_{31} & Y_{32} & Y_{33} \\ Y_{41} & Y_{42} & Y_{43} \end{bmatrix}, \quad \Psi_3 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ Y_{61} & Y_{62} & Y_{63} \end{bmatrix},$$

$$\Psi_4 = \begin{bmatrix} Y_{71} & Y_{72} & Y_{73} \\ Y_{81} & Y_{82} & Y_{83} \end{bmatrix}, \quad \Psi_5 = [D_1 - \bar{C}_f \ 0 \ D_2],$$

$$Y_{11} = \begin{bmatrix} \tilde{Q}_1 A + \bar{\theta} \bar{B}_f C_1 & \bar{A}_f \\ \tilde{Q}_3 A + \bar{\theta} \bar{B}_f C_1 & \bar{A}_f \end{bmatrix}, \quad Y_{12} = \begin{bmatrix} (1 - \bar{\theta}) \bar{B}_f & 0 \\ (1 - \bar{\theta}) \bar{B}_f & 0 \end{bmatrix},$$

$$Y_{13} = \begin{bmatrix} \tilde{Q}_1 B + \bar{\theta} \bar{B}_f C_2 \\ \tilde{Q}_3 B + \bar{\theta} \bar{B}_f C_2 \end{bmatrix}, \quad Y_{31} = Y_{71} = \begin{bmatrix} \bar{B}_f C_1 & 0 \\ \bar{B}_f C_1 & 0 \end{bmatrix},$$

$$Y_{32} = Y_{72} = \begin{bmatrix} -\bar{B}_f & 0 \\ -\bar{B}_f & 0 \end{bmatrix}, \quad Y_{33} = Y_{73} = \begin{bmatrix} \bar{B}_f C_2 \\ \bar{B}_f C_2 \end{bmatrix},$$

$$Y_{21} = P_2 \hat{A}_3, \quad Y_{22} = P_2 \hat{A}_4, \quad Y_{23} = P_2 \hat{B}_2,$$

$$Y_{41} = P_2 \hat{S}_3, \quad Y_{42} = P_2 \hat{S}_4, \quad Y_{43} = P_2 \hat{R}_2,$$

$$Y_{61} = P_2 \hat{S}_5, \quad Y_{62} = P_2 \hat{S}_6, \quad Y_{63} = P_2 \hat{R}_3,$$

$$Y_{81} = P_2(\hat{S}_3 - \hat{S}_5), \quad Y_{82} = P_2(\hat{S}_4 - \hat{S}_6),$$

$$Y_{83} = P_2(\hat{R}_2 - \hat{R}_3),$$

则滤波器的参数如下:

$$A_f = \tilde{Q}_2^{-1} \bar{A}_f, \quad B_f = \tilde{Q}_2^{-1} \bar{B}_f, \quad C_f = \bar{C}_f. \quad (20)$$

证 假设存在正定矩阵 P_1, P_2 和矩阵 Q 使得式(17)成立, 则滤波误差系统(7)是均方意义下鲁棒指数稳定的, 并具有给定的H_∞干扰抑制水平 γ . 在不等式(17)中 $P_1 - Q - Q^T$ 是负定的. 因为 P_1 是正定的, 所以矩阵 Q 是非奇异的. 不失一般性, 引入分解 $Q = \begin{bmatrix} Q_1 & Q_2 \\ Q_3 & Q_4 \end{bmatrix}$, 并且假设 Q_2 是非奇异的. 注意到 Q_4 是可逆的, 则 $Q_2 Q_4^{-1}$ 是非奇异的. 定义

$$J_1 = \begin{bmatrix} I & 0 \\ 0 & Q_4^{-T} Q_2^T \end{bmatrix}, \quad \tilde{Q} = \begin{bmatrix} \tilde{Q}_1 & \tilde{Q}_2 \\ \tilde{Q}_3 & \tilde{Q}_4 \end{bmatrix} = J_1^T Q J_1,$$

$$\tilde{P} = \begin{bmatrix} \tilde{P}_{11} & * \\ \tilde{P}_{21} & \tilde{P}_{22} \end{bmatrix} = J_1^T P_1 J_1 > 0.$$

令 $\tilde{J} = \text{diag}\{J_1, I\}$, 对不等式(17)做全等变换 $\text{diag}\{\tilde{J}, I, \tilde{J}, \tilde{J}, \tilde{J}, I, I, I\}$, 并引入如下新变量:

$$\bar{A}_f = Q_2 A_f Q_4^{-T} Q_2^T, \quad \bar{B}_f = Q_2 B_f, \quad \bar{C}_f = C_f Q_4^{-T} Q_2^T,$$

可以得到不等式(19). 注意到滤波器参数满足

$$\begin{bmatrix} A_f & B_f \\ C_f & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_2^{-1} & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{A}_f & \bar{B}_f \\ \bar{C}_f & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Q_2^{-T} Q_4^T & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix},$$

则从 y_k 到 \hat{z}_k 的离散时间传递函数可以表示为

$$T_{zy} = C_f(zI - A_f)^{-1} B_f = \bar{C}_f(zI - \tilde{Q}_2^{-1} \bar{A}_f)^{-1} \tilde{Q}_2^{-1} \bar{B}_f.$$

由此可得滤波参数为 $A_f = \tilde{Q}_2^{-1} \bar{A}_f, B_f = \tilde{Q}_2^{-1} \bar{B}_f, C_f = \bar{C}_f$. 证毕.

推论 1 最小的H_∞干扰抑制水平 γ 可以通过求解下面的凸优化问题而得到:

$$\min_{\substack{\bar{P}>0, \bar{P}_2>0, \bar{Q}, \bar{A}_f, \bar{B}_f, \bar{C}_f, \varepsilon>0}} \gamma^2, \text{ s.t. 式(19).}$$

5 数值算例(Numerical example)

为了验证本文提出的鲁棒H_∞滤波器设计方法的有效性,考虑文献[6]中的一个离散时间系统:

$$A = \begin{bmatrix} 0.2 & 0 & 0.1 \\ 0.1 & -0.3 & 0.1 \\ 0.1 & 0 & -0.2 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} -0.2 & 0 & 0.1 \\ -0.1 & 0.1 & 0.1 \\ 0 & 0.2 & 0.1 \end{bmatrix},$$

$$C_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0.8 & 0.7 \\ -0.6 & 0.9 & 0.6 \\ 0.2 & 0.1 & 0.1 \end{bmatrix}, C_2 = \begin{bmatrix} 0.9 & -0.6 & 0.1 \\ 0.5 & 0.8 & 0.1 \\ 0.2 & 0.3 & 0.1 \end{bmatrix},$$

$$D_1 = [-0.1 \ 0 \ 0.1], D_2 = 0, G = [0.1 \ 0.2 \ 0.1]^T, F_k = \sin(0.6k), H = [0.1 \ 0.1 \ 0.1].$$

在仿真中,不失一般性,假设 $\bar{\xi} = 0.7, \bar{\delta} = 0.5$,即观测数据在传输过程中能够被按时接收的概率为0.7,一步随机时滞的概率为0.045,丢包的概率为0.255.通过求解式(19),可得最小的干扰抑制水平 $\gamma_{\min} = 0.0302$.滤波器参数矩阵为

$$A_f = \begin{bmatrix} 0.1728 & -0.1697 & 0.1152 \\ 0.0855 & -0.4408 & 0.1158 \\ 0.0447 & -0.1348 & -0.1892 \end{bmatrix},$$

$$B_f = \begin{bmatrix} 0.0439 & -0.0179 & 0.1532 \\ 0.0524 & -0.0170 & 0.0020 \\ 0.0339 & 0.0029 & -0.2493 \end{bmatrix},$$

$$C_f = [0.1022 \ 0.0014 \ -0.0993].$$

当 w_k 为零均值,方差为 $Q_w = 1$ 的白噪声时,状态初值选取为 $x_k = [0.1 \ 0.2 \ -0.1]^T, \hat{x}_k = [0 \ 0 \ 0]^T$.被估计状态 z_k 和它的滤波结果如图1所示.经计算可得

$$\frac{\sum_{k=0}^{\infty} E\{\|e_k\|^2\}}{\sum_{k=0}^{\infty} E\{\|w_k\|^2\}} = 0.00081020 < \gamma^2 = 0.00091204.$$

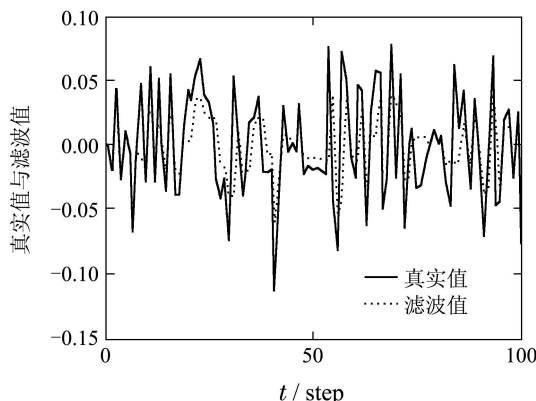


图1 z_k 真实值与H_∞滤波值

Fig. 1 True value of z_k and its H_∞ estimation

当外部干扰 $w_k = e^{-0.1k} \sin(0.1\pi k)$,其他条件不变,仿真结果如图2所示.经计算可得

$$\frac{\sum_{k=0}^{\infty} E\{\|e_k\|^2\}}{\sum_{k=0}^{\infty} E\{\|w_k\|^2\}} = 0.00015620 < \gamma^2 = 0.00091376.$$

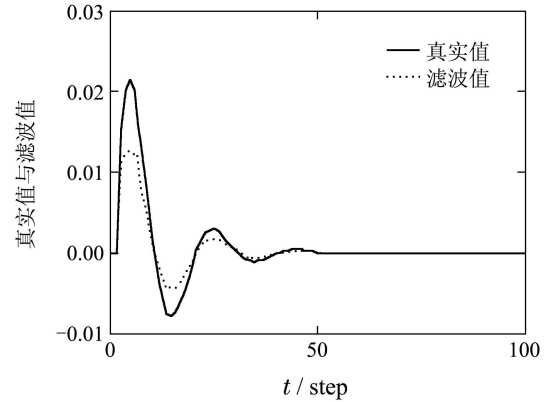


图2 z_k 真实值与H_∞滤波值

Fig. 2 True value of z_k and its H_∞ estimation

从图1和图2中可以看出,无论噪声为统计特性已知的白噪声还是任意能量有限的信号时,本文所设计的H_∞滤波算法都是有效的.

进一步,针对名义系统(即 $\Delta A_k = 0$),采用本文算法和文献[14]中的最优滤波估计对比. w_k 仍选取为零均值,方差为 $Q_w = 1$ 的白噪声,通过200次Monte-Carlo仿真测试所得的均方误差比较结果如图3所示.

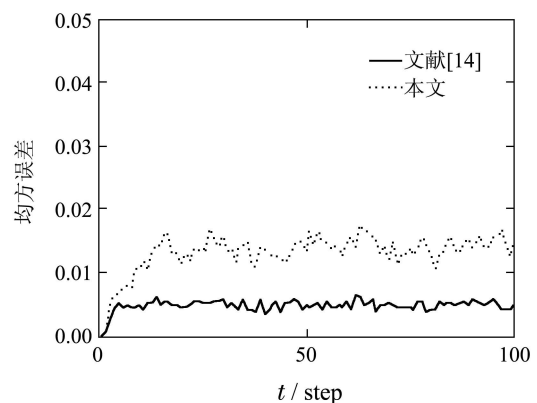


图3 本文方法与文献[14]均方误差MSE比较

Fig. 3 Comparison of mean square error (MSE) between reference [14] and this paper

从图3可以看出,本文所设计的H_∞滤波方法虽然可以克服Kalman滤波方法对噪声统计特性的要求,但是与文献[14]所设计的最优滤波相比,精度稍低.

6 结论(Conclusion)

本文研究了一类离散时间网络化不确定系统的鲁棒H_∞滤波器设计问题.其中所考虑的对象包括系统的未建模动态,随机发生的观测一步滞后和数据包丢

失, 以及满足 $l_2[0, \infty)$ 的外部干扰等各种不确定现象. 利用LMI方法, 设计了 H_∞ 满阶滤波器, 使滤波误差系统是均方意义下鲁棒指数稳定的, 并且具有给定的 H_∞ 性能. 仿真算例表明了本文所提出的设计方法的有效性. 同文献[14]相比, 克服了噪声统计特性需要精确已知的要求; 同文献[15]相比, 在滤波器设计时, 引入了松弛变量, 降低了保守性, 而且避免了状态增广, 维数较低, 同时由于考虑了系统的未建模动态, 使得所设计的滤波器具有较强的鲁棒性.

参考文献(References):

- [1] KALMAN R E. A new approach to linear filtering and prediction problems [J]. *Transactions of the American Society of Mechanical Engineers*, 1960, 82(Series D): 35 – 45.
- [2] SHI Y, FANG H, YAN M. Kalman filter-based adaptive control for networked systems with unknown parameters and randomly missing output [J]. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 2009, 19(18): 1976 – 1992.
- [3] 陈军勇, 邹依林, 祁恬. 无线传感器网络分布式量化卡尔曼滤波 [J]. *控制理论与应用*, 2011, 28(12): 1729 – 1739. (CHEN Junyong, ZOU Yilin, QI Tian. Distributed quantized Kalman filtering for wireless sensor networks [J]. *Control Theory & Applications*, 2011, 28(12): 1729 – 1739.)
- [4] 张鹏, 邓自立. 带未知有色观测噪声的自校正融合Kalman滤波器 [J]. *控制理论与应用*, 2012, 29(1): 85 – 90. (ZHANG Peng, DENG Zili. Self-tuning fusion Kalman filter with unknown colored observation noises [J]. *Control Theory & Applications*, 2012, 29(1): 85 – 90.)
- [5] SHENG J, CHEN T W, SHAH S L. Optimal filtering for multirate systems [J]. *IEEE Transactions on Circuits and Systems-II: Express Briefs*, 2005, 52(4): 228 – 232.
- [6] DONG H L, WANG Z D, GAO H J. Robust H_∞ filtering for a class of nonlinear networked systems with multiple stochastic communication delays and packet dropouts [J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2010, 58(4): 1957 – 1965.
- [7] GAO H J, CHEN T W. H_∞ estimation for uncertain systems with limited communication capacity [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2007, 52(11): 2070 – 2084.
- [8] LIANG Y, CHEN T W, PAN Q. Multi-rate stochastic filtering for networked multi-sensor fusion [J]. *Automatica*, 2010, 46(2): 437 – 444.
- [9] 邱丽, 胥布工, 黎善斌. 具有数据包丢失及转移概率部分未知的网络控制系统 H_∞ 控制 [J]. *控制理论与应用*, 2011, 28(8): 1105 – 1112. (QIU Li, XU Bugong, LI Shanbin. H-infinity control for networked control systems with data packet dropouts and partly unknown transition probabilities [J]. *Control Theory & Applications*, 2011, 28(8): 1105 – 1112.)
- [10] 阮玉斌, 王武, 杨富文. 具有测量数据丢失的网络化系统的故障检测滤波 [J]. *控制理论与应用*, 2009, 26(3): 291 – 295. (RUAN Yubin, WANG Wu, YANG Fuwen. Fault detection filter for networked systems with missing measurements [J]. *Control Theory & Applications*, 2009, 26(3): 291 – 295.)
- [11] SAHEBSARA M, CHEN T W, SHAH S L. Optimal H_∞ filtering in networked control systems with multiple packet dropouts [J]. *Systems & Control Letters*, 2008, 57(9): 696 – 702.
- [12] ZHOU S S, FENG G. H_∞ filtering for discrete-time systems with randomly varying sensor delays [J]. *Automatica*, 2008, 44(7): 1918 – 1922.
- [13] SONG H B, YU L, ZHANG W A. H_∞ filtering of network-based systems with random delay [J]. *Signal Processing*, 2009, 89(4): 615 – 622.
- [14] 孙书利. 具有一步随机滞后和多丢包的网路系统的最优线性估计 [J]. *自动化学报*, 2011, 38(8): 1105 – 1112. (SUN Shuli. Optimal linear estimation for networked systems with one-step random delays and multiple packet dropouts [J]. *Acta Automatica Sinica*, 2012, 38(3): 349 – 356.)
- [15] 李秀英, 王金玉, 孙书利. 具有一步随机时滞和多丢包的网路系统 H_∞ 滤波器设计 [J]. *自动化学报*, [2013/11/8]. <http://www.cnki.net/kcms/11.2109.TP.20130116.1735.004.html>. (LI Xiuying, WANG Jinyu, SUN Shuli. H_∞ filter design for networked control systems with one-step random delays and multiple packet dropouts [J]. *Acta Automatica Sinica*, [2013/11/8]. <http://www.cnki.net/kcms/11.2109.TP.20130116.1735.004.html>.)
- [16] YANG F W, WANG Z D, HUNG Y S, et al. H_∞ control for networked systems with random communication delays [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2006, 51(3): 511 – 518.
- [17] XIE L. Output feedback H_∞ control of systems with parameter uncertainty [J]. *International Journal of Control*, 1996, 63(4): 741 – 750.
- [18] 王武, 林琼斌, 杨富文. 具有随机通讯时延的离散网络化系统的 H_∞ 滤波器设计 [J]. *控制理论与应用*, 2007, 24(3): 366 – 370, 379. (WANG Wu, LIN Qiongbin, YANG Fuwen. H_∞ filter design for discrete-time networked systems with random communication delays [J]. *Control Theory & Applications*, 2007, 24(3): 366 – 370, 379.)

作者简介:

李秀英 (1978–), 女, 讲师, 博士研究生, 研究方向为网络控制系统、鲁棒滤波与控制等, E-mail: xiuxiu4480@sina.com;

王金玉 (1985–), 女, 硕士研究生, 研究方向为网络系统的 H_∞ 滤波, E-mail: wangjinyu20061537@126.com;

孙书利 (1971–), 男, 教授, 博士生导师, 研究方向为网络系统滤波、多传感器信息融合等, E-mail: sunsl@hlju.edu.cn.