

## 多元指数加权移动平均主元分析的微小故障检测

邱天<sup>†</sup>, 白晓静, 郑茜予, 朱祥

(华北电力大学 新能源电力系统国家重点实验室, 北京102206)

**摘要:** 主元分析(principal component analysis, PCA)是一种有效的数据分析方法,在故障诊断与状态监测方面已得到广泛应用.多元指数加权移动平均-主元分析(multivariate exponentially weighted moving average principal component analysis, MEWMA-PCA)方法用于解决PCA不能有效检出微小故障的问题.本文深入研究了MEWMA-PCA中EWMA影响主元分析进行故障检测的机制,导出了MEWMA-PCA可检出微小故障的原因.本文确定了MEWMA-PCA中遗忘因子 $\lambda$ 、单传感器故障幅值和延迟时间三者的关系,并进行了数值仿真和火电厂磨煤机组运行状态的仿真实验.实验结果验证了MEWMA-PCA中EWMA提高PCA的监测性能的机制,并给出了根据系统实际要求来选取合适的遗忘因子值,从而在规定的时间内检出微小故障的实例.

**关键词:** 微小故障; 主元分析; 指数加权移动平均; 故障检测

中图分类号: TP277 文献标识码: A

## Incipient fault detection of multivariate exponentially weighted moving average principal component analysis

QIU Tian<sup>†</sup>, BAI Xiao-jing, ZHENG Xi-yu, ZHU Xiang

(State Key Laboratory of Alternate Electrical Power System with Renewable Energy Sources,  
North China Electric Power University, Beijing 102206, China)

**Abstract:** The principal component analysis (PCA) is a useful tool for data analysis and has been widely used in fault detection and process monitoring. MEWMA-PCA (multivariate exponentially weighted moving average principal component analysis) is used to solve the problem where PCA cannot detect incipient faults properly. This paper further investigates the mechanism of the effect of EWMA on the fault detection of PCA in MEWMA-PCA. The reason that MEWMA-PCA can detect incipient faults is analyzed. The relationship among the forgetting factor, the detectable amplitude of a single sensor and the delay time introduced by EWMA is derived. Both numerical simulation results and historical data simulation result of a coal grinding unit in a power plant validate the mechanism of the improvement of fault detection by MEWMA-PCA. An example is given for showing the detection of an incipient fault within a specified time range satisfying the practice requirement, by setting appropriate forgetting factor.

**Key words:** incipient faults; principal component analysis (PCA); exponentially weighted moving average (EWMA); fault detection

### 1 引言(Introduction)

随着现代生产流程的复杂性不断提高,微小故障的检测和诊断逐渐成为预防和减少事故发生和扩大的关键.经典故障诊断研究侧重于对征兆显著的故障的诊断,因微小故障幅值小,诊断较为困难,相关的研究成果还很少.李娟等<sup>[1]</sup>提出将微小故障分为缓变微小故障、突变微小故障和间歇性微小故障,并对微小故障诊断方法进行了归类.

作为基于数据驱动的多元统计方法,主元分析法(principal component analysis, PCA)使用当前过程

信息来判断系统的状态,对于微小故障不能很好的检出.王海清等<sup>[2-3]</sup>提出了主元分析临界故障幅值的概念,用来描述经典PCA的故障检测能力,并对经典PCA方法的故障可检测性的必要条件与充分条件进行了讨论与分析.当过程故障幅值小于对应的临界故障幅值时,PCA并不一定能有效地检出该故障.指数加权移动平均控制图(exponentially weighted moving average, EWMA)是用来检测缓慢漂移和微小故障的方法,但是其仅适用单变量<sup>[4-5]</sup>.为了解决以上问题,Dunia等<sup>[6]</sup>提出将EWMA与PCA结合起来提高主元分析

收稿日期: 2013-02-17; 录用日期: 2013-09-17.

<sup>†</sup>通信作者. E-mail: qiutian@ncepu.edu.cn; Tel.: +86 13810697170.

基金项目: 国家重点基础研究发展计划“973”计划资助项目(2012CB215203); 国家自然科学基金重点资助项目(51036002); 中央高校基本科研业务费专项资金资助项目.

的检测性能, Qin等<sup>[7-8]</sup>将该方法用于空气排放物检测, 并且给出了检测指标控制限的计算方法, 但未分析EWMA与PCA结合后的故障可检测性. 为了进一步分析采用EWMA之后PCA统计指标的变化规律, Chen等<sup>[9]</sup>分析了EWMA对PCA的检测指标 $T^2$ 统计量和SPE统计量均值的影响. 葛志强等<sup>[10]</sup>提出将单变量EWMA扩展为多变量EWMA, 并与PCA相结合, 即MEWMA-PCA(multivariate EWMA-PCA), 同样讨论了EWMA对PCA的影响. 但现有的研究均未分析MEWMA-PCA方法的检测能力随时间变化的情况.

此外, 遗忘因子 $\lambda$ 的选取存在主观性. EWMA滤波会对系统的检测引入一定的延迟, 上述研究均未对EWMA滤波引入的延迟进行详细的分析. 在实际工程中, 当设备发生故障, 在一定的时间内检出故障有助于对设备进行及时的维修和调整, 避免不必要的经济和安全损失. 因此确定延迟长度 $L$ (系统从发生故障开始, 到第一次检出故障运行的长度)、可检出故障幅值和遗忘因子 $\lambda$ 三者之间的关系是必要的.

本文分析了MEWMA-PCA中EWMA对PCA统计指标的影响, 重点分析了监测系统长时间运行后, 即EWMA中的初始值对滤波结果的影响可以忽略时, SPE和 $T^2$ 统计指标相对于经典PCA指标的变化. 并且结合已有的研究结果中有关控制限的变化规律, 分析MEWMA-PCA对微小故障的检测效果. 并给出了MEWMA-PCA故障可检测幅值的计算方法, 深入研究遗忘因子 $\lambda$ 对故障可检测幅值的影响与延迟时间的影响. 最后采用仿真数据实验和磨煤机运行数据实验证明本文分析的准确性和可靠性.

## 2 MEWMA-PCA方法(MEWMA-PCA method)

主元分析方法构建的主元模型为

$$\mathbf{X} = \mathbf{TP}' + \mathbf{E}, \quad (1)$$

其中:  $\mathbf{X}$ 为 $n \times m$ 维数据矩阵,  $n$ 为采样点数,  $m$ 为传感器个数;  $\mathbf{T}$ 为 $n \times k$ 维数据矩阵, 称为得分矩阵,  $k$ 为保留主元个数;  $\mathbf{P}$ 为 $k \times m$ 维数据矩阵, 称为载荷矩阵;  $\mathbf{E}$ 为 $n \times m$ 维数据矩阵, 称为残差矩阵.

对于一组已标准化的观测数据 $\mathbf{X}$ , 对其协方差矩阵 $\mathbf{R}$ 进行奇值分解, 得

$$\mathbf{R} = \mathbf{UDU}', \quad (2)$$

其中:  $\mathbf{U}$ 为 $m \times m$ 维酉矩阵,  $\gamma_i$ 为 $\mathbf{R}$ 的特征值,

$$\mathbf{D} = \text{diag}\{\gamma_1, \dots, \gamma_m\}.$$

设 $\mathbf{u}_i$ 为 $m$ 维列向量, 则 $\mathbf{U}$ 可表述为

$$\mathbf{U} = [\mathbf{u}_1 \ \dots \ \mathbf{u}_m],$$

当主元个数选取为 $k$ 时, 载荷矩阵

$$\mathbf{P} = [\mathbf{u}_1 \ \dots \ \mathbf{u}_k],$$

其对应的特征值矩阵为 $\mathbf{D}_k = \text{diag}\{\gamma_1, \dots, \gamma_k\}$ .

主元分析方法通常采用 $T^2$ 统计量和SPE统计量进行过程监视<sup>[11]</sup>.  $T^2$ 统计量的定义为

$$T^2 = \|\mathbf{D}_k^{-\frac{1}{2}} \mathbf{P}' \mathbf{x}\|^2 \leq T_\alpha^2, \quad (3)$$

其中:  $T_\alpha^2$ 为 $T^2$ 统计量的控制限, 而 $\alpha$ 为其置信度,  $F_{\alpha, k, n-k}$ 表示置信度为 $\alpha$ 的 $F$ 分布, 其分布参数为 $k$ ,  $n-k$ .  $T_\alpha^2$ 的计算公式为

$$T_\alpha^2 = \frac{k(n+1)(n-1)}{n^2 - nk} F_{\alpha, k, n-k}. \quad (4)$$

SPE统计量的定义为

$$\text{SPE} = \|\tilde{\mathbf{C}} \mathbf{x}\|^2 \leq \text{SPE}_\alpha, \quad (5)$$

其中:  $\tilde{\mathbf{C}} = \mathbf{I} - \mathbf{PP}'$ ,  $\text{SPE}_\alpha$ 为SPE统计量的控制限,  $\alpha$ 为其置信度. 具体计算公式为

$$\text{SPE}_\alpha = \theta_1 \left[ \frac{c_\alpha \sqrt{2\theta_2 h_0^2}}{\theta_1} + 1 + \frac{\theta_2 h_0 (h_0 - 1)}{\theta_1^2} \right]^{\frac{1}{h_0}}, \quad (6)$$

其中:  $\theta_i = \sum_{j=k+1}^m \gamma_j^i$ ,  $i = 1, 2, 3$ ,  $h_0 = 1 - \frac{2\theta_1 \theta_3}{3\theta_2^2}$ .

EWMA控制图中, 过去数据对当前时刻数据按照不同的权值产生影响, 即构造出一组新的时间相关的数据, 设第 $i$ 时刻原始采样数据为 $x_i$ , 则第 $i$ 时刻的构造数据 $\bar{x}_i$ 表示如下:

$$\bar{x}_i = (1 - \lambda)\bar{x}_{i-1} + \lambda x_i, \quad (7)$$

其中:  $\lambda$ 为遗忘因子,  $\lambda$ 越小, 过去时刻数据对当前时刻数据的影响越大. 设 $\mathbf{X}$ 为标准化之后数据,

$$\mathbf{X} = [\mathbf{x}'_1 \ \mathbf{x}'_2 \ \mathbf{x}'_3 \ \dots \ \mathbf{x}'_n]',$$

其中:  $n$ 为样本数,  $\mathbf{x}_i$ 为 $m$ 维行向量,  $\bar{x}_0 = 0$ . 对 $\mathbf{x}_i$ 进行滤波, 有

$$\bar{\mathbf{x}}_i = (1 - \lambda)\bar{\mathbf{x}}_{i-1} + \lambda \mathbf{x}_i = \lambda \sum_{j=1}^i (1 - \lambda)^{i-j} \mathbf{x}_j. \quad (8)$$

经过EWMA滤波之后产生的新数据矩阵

$$\bar{\mathbf{X}} = [\bar{\mathbf{x}}'_1 \ \dots \ \bar{\mathbf{x}}'_n]'$$

的协方差矩阵为 $\bar{\mathbf{R}}$ 与原始数据协方差矩阵 $\mathbf{R}$ 满足如下关系<sup>[9]</sup>:

$$\bar{\mathbf{R}} = \frac{1}{n-1} \bar{\mathbf{X}}' \bar{\mathbf{X}} = \frac{\lambda}{2-\lambda} \mathbf{R}. \quad (9)$$

经EWMA滤波之后, 载荷矩阵 $\mathbf{P}$ 不变. 建模之后的 $T^2$ 统计量和SPE统计量计算公式如下:

$$\bar{T}^2 = \left\| \left( \frac{\lambda}{2-\lambda} \mathbf{D} \right)^{-\frac{1}{2}} \mathbf{P}' \bar{\mathbf{x}} \right\|^2. \quad (10)$$

第 $t$  ( $0 < t \leq n$ )个采样点的 $T^2$ 统计量为<sup>[9-10]</sup>

$$\bar{T}_t^2 = \bar{\mathbf{x}}_t \mathbf{P}' \left( \frac{\lambda}{2-\lambda} \mathbf{D} \right)^{-1} \mathbf{P} \bar{\mathbf{x}}_t' = \lambda \sum_{j=1}^t (1 - \lambda)^{t-j} \mathbf{x}_j \mathbf{P}' \left( \frac{\lambda}{2-\lambda} \mathbf{D} \right)^{-1} \times$$

$$P\lambda \sum_{j=1}^t (1-\lambda)^{t-j} \mathbf{x}'_j. \quad (11)$$

由于  $T^2$  统计量的控制限只与主元个数  $k$  和采样点数  $n$  有关, 因此

$$\bar{T}_\alpha^2 = T_\alpha^2. \quad (12)$$

第  $t$  ( $0 < t \leq n$ ) 采样点的  $\overline{\text{SPE}}$  统计量为

$$\begin{aligned} \overline{\text{SPE}}_t &= \bar{\mathbf{x}}_t \tilde{\mathbf{C}} \bar{\mathbf{x}}'_t = \\ &\lambda \sum_{j=1}^t (1-\lambda)^{t-j} \mathbf{x}_j \tilde{\mathbf{C}} \lambda \sum_{j=1}^t (1-\lambda)^{t-j} \mathbf{x}'_j. \end{aligned} \quad (13)$$

由式(9)可得  $\bar{\mathbf{R}}$  的特征值为  $\bar{\gamma}_i = \lambda/(2-\lambda)\gamma_i$ ,  $i = 1, \dots, m$ . 滤波之后的控制限  $\overline{\text{SPE}}_\alpha$  为<sup>[9]</sup>

$$\overline{\text{SPE}}_\alpha = \frac{\lambda}{2-\lambda} \text{SPE}_\alpha. \quad (14)$$

若从第  $i$  ( $0 < i < t$ ) 点开始第  $l$  个传感器发生故障, 故障幅值为  $d$ , 令  $\boldsymbol{\xi} = [0 \ \dots \ 0 \ \underset{l}{1} \ 0 \ \dots \ 0]$ , 则第  $t$  时刻的  $T^2$  统计量可表示为<sup>[9]</sup>

$$\begin{aligned} T_t^2 &= \mathbf{x}_t \mathbf{P}' \mathbf{D}^{-1} \mathbf{P} \mathbf{x}'_t + 2\mathbf{x}_t \mathbf{P}' \mathbf{D}^{-1} \mathbf{P} \boldsymbol{\xi}' d + \\ &\boldsymbol{\xi} d \mathbf{P}' \mathbf{D}^{-1} \boldsymbol{\xi}' d. \end{aligned} \quad (15)$$

经过 EWMA 滤波之后的 MEWMA-PCA 的  $\bar{T}^2$  统计量为

$$\begin{aligned} \bar{T}_t^2 &= \lambda \sum_{j=1}^t (1-\lambda)^{k-j} \mathbf{x}_j \mathbf{P}' \left(\frac{\lambda}{2-\lambda} \mathbf{D}\right)^{-1} \cdot \\ &\mathbf{P} \lambda \sum_{j=1}^t (1-\lambda)^{t-j} \mathbf{x}'_j + \\ &2\lambda \sum_{j=1}^t (1-\lambda)^{t-j} \mathbf{x}_j \mathbf{P}' \left(\frac{\lambda}{2-\lambda} \mathbf{D}\right)^{-1} \cdot \\ &\mathbf{P} \lambda \sum_{j=i}^t (1-\lambda)^{t-j} \boldsymbol{\xi}' d + \\ &\lambda \sum_{j=i}^t (1-\lambda)^{t-j} \boldsymbol{\xi} d \mathbf{P}' \left(\frac{\lambda}{2-\lambda} \mathbf{D}\right)^{-1} \cdot \\ &\mathbf{P} \lambda \sum_{j=i}^t (1-\lambda)^{t-j} \boldsymbol{\xi}' d. \end{aligned} \quad (16)$$

同理可得第  $i$  ( $0 < i < t$ ) 点开始第  $l$  个传感器发生故障幅值为  $d$  的故障后, 第  $t$  时刻的 SPE 统计量和 MEWMA-PCA 的统计量  $\overline{\text{SPE}}$  的表达式:

$$\text{SPE}_t = \mathbf{x}_t \tilde{\mathbf{C}} \mathbf{x}'_t + 2\mathbf{x}_t \tilde{\mathbf{C}} \mathbf{P} \boldsymbol{\xi}' d + \boldsymbol{\xi} d \tilde{\mathbf{C}} \boldsymbol{\xi}' d, \quad (17)$$

$$\begin{aligned} \overline{\text{SPE}}_t &= \lambda \sum_{j=1}^t (1-\lambda)^{t-j} \mathbf{x}_j \tilde{\mathbf{C}} \lambda \sum_{j=1}^t (1-\lambda)^{t-j} \mathbf{x}'_j + \\ &2\lambda \sum_{j=1}^t (1-\lambda)^{t-j} \mathbf{x}_j \tilde{\mathbf{C}} \lambda \sum_{j=i}^t (1-\lambda)^{t-j} \boldsymbol{\xi}' d + \\ &\lambda \sum_{j=i}^t (1-\lambda)^{t-j} \boldsymbol{\xi} d \tilde{\mathbf{C}} \lambda \sum_{j=i}^t (1-\lambda)^{t-j} \boldsymbol{\xi}' d. \end{aligned} \quad (18)$$

### 3 指数加权移动平均控制图对主元分析的影响(EWMA's effect to PCA)

#### 3.1 EWMA对PCA统计量均值的影响(EWMA's effect to the mean value of PCA indices)

由式(12)(14)知, 经过 EWMA 滤波,  $T^2$  统计量的控制限不变, 而 SPE 的控制限则变为原始控制限的  $\lambda/(2-\lambda)$  倍. 只是了解控制限的变化, 并不能解释 EWMA 对 PCA 的影响. 讨论经过 EWMA 滤波之后,  $T^2$  统计量和 SPE 统计量的均值变化是必要的.

PCA 中  $T^2$  统计量均值为<sup>[12]</sup>

$$E(T^2) = \sum_{j=1}^n T_j^2/n, \quad (19)$$

其中  $n$  为对应统计量个数. MEWMA-PCA 的  $T^2$  统计量均值为

$$E(\bar{T}^2) = \sum_{j=1}^n \bar{T}_j^2/n. \quad (20)$$

在理想条件下, 任意两时刻的过程数据  $\mathbf{x}_i$  与  $\mathbf{x}_j$  ( $i \neq j$ ) 不相关, 即  $\mathbf{x}_i \mathbf{x}'_j = 0$  ( $i \neq j$ ). 设

$$\mathbf{M} = \mathbf{P}' \left(\frac{\lambda}{2-\lambda} \mathbf{D}\right)^{-1} \mathbf{P},$$

则有  $\bar{T}_t^2 = \lambda^2 \sum_{j=1}^t (1-\lambda)^{2(t-j)} \mathbf{x}_j \mathbf{M} \mathbf{x}'_j$ , 其中  $t = 1, 2, \dots, n$ , 可得

$$\begin{aligned} \sum_{j=1}^n \bar{T}_j^2 &= \lambda^2 \left[ \sum_{j=1}^n \left( \sum_{i=1}^j (1-\lambda)^{2(j-i)} \right) \mathbf{x}_j \mathbf{M} \mathbf{x}'_j \right] = \\ &\lambda^2 \left[ \sum_{j=1}^n \frac{1 - (1-\lambda)^{2(n-j+1)}}{1 - (1-\lambda)^2} \mathbf{x}_j \mathbf{M} \mathbf{x}'_j \right] = \\ &\frac{\lambda^2}{1 - (1-\lambda)^2} \left[ n \frac{2-\lambda}{\lambda} E(T^2) - S \right], \end{aligned} \quad (21)$$

其中  $S = \sum_{j=1}^n (1-\lambda)^{2(n-j+1)} \mathbf{x}_j \mathbf{M} \mathbf{x}'_j$ . 令

$$\mathbf{x}_{\max} \mathbf{M} \mathbf{x}'_{\max} = \max(\mathbf{x}_1 \mathbf{M} \mathbf{x}'_1, \dots, \mathbf{x}_n \mathbf{M} \mathbf{x}'_n),$$

有

$$\begin{aligned} S' &= \sum_{j=1}^n (1-\lambda)^{2(n-j+1)} \mathbf{x}_{\max} \mathbf{M} \mathbf{x}'_{\max} = \\ &\frac{(1-\lambda)^2 (1 - (1-\lambda)^{2n})}{1 - (1-\lambda)^2} \mathbf{x}_{\max} \mathbf{M} \mathbf{x}'_{\max}. \end{aligned} \quad (22)$$

当  $n \rightarrow \infty$  时,  $S'/n = 0$ , 则当  $n \rightarrow \infty$  时,  $S/n = 0$ , 故当  $n \rightarrow \infty$  时有

$$\frac{E(\bar{T}^2)}{E(T^2)} = 1. \quad (23)$$

同理,

$$\sum_{j=1}^n \overline{\text{SPE}}_j =$$

$$\begin{aligned} & \lambda^2 \left[ \sum_{j=1}^n \left( \sum_{i=1}^j (1-\lambda)^{2(j-i)} \right) \mathbf{x}'_j \tilde{\mathbf{C}} \mathbf{x}_j \right] = \\ & \lambda^2 \left[ \sum_{j=1}^n \frac{1 - (1-\lambda)^{2(n-j+1)}}{1 - (1-\lambda)^2} \mathbf{x}'_j \tilde{\mathbf{C}} \mathbf{x}_j \right] = \\ & \frac{\lambda^2}{1 - (1-\lambda)^2} [nE(\text{SPE}) - S''], \end{aligned} \quad (24)$$

其中

$$S'' = \sum_{j=1}^n (1-\lambda)^{2(n-j+1)} \mathbf{x}'_j \tilde{\mathbf{C}} \mathbf{x}_j.$$

当  $n \rightarrow \infty$  时, 有

$$\frac{E(\overline{\text{SPE}})}{E(\text{SPE})} = \frac{\lambda}{2-\lambda}. \quad (25)$$

EWMA滤波对  $T^2$  和 SPE 统计量均值会产生一定的影响. 在文献[9]中, 对经过 EWMA 滤波之后的  $T^2$  统计量和 SPE 统计量均值进行了推导, 根据其推导结果得知, 经过 EWMA 滤波,  $T^2$  统计量均值变为未滤波的  $(2-\lambda)/\lambda$  倍, 而 SPE 均值不变. 但此结论与 EWMA 对 PCA 的影响效果并不相符. 由式(23)(25)可知, 在系统稳定运行足够长时间后, 经过 EWMA 滤波,  $T^2$  统计量均值不变, SPE 统计量均值与其控制限等比例下降, 为未滤波的  $\lambda/(2-\lambda)$  倍. 由式(16)可知, 对 PCA 加入 EWMA 滤波, 当系统发生故障时, 倘若故障发生时间足够长, 则  $T^2$  统计量对故障放大  $\sqrt{(2-\lambda)/\lambda}$  倍, 而其控制限并不发生变化. 因此  $T^2$  统计量可检出较小故障. 由式(18)可知, 若故障发生时间足够长, 则 SPE 统计量对故障幅值不进行改变, 而其控制限和正常工况下的均值等比例下降, 所以 SPE 可检出较小故障.

### 3.2 EWMA 滤波对 PCA 故障可检测幅值的影响 (EWMA's effect to the detectable amplitude of PCA)

EWMA 滤波与 PCA 相结合, 可以使 PCA 检出微小故障, 可见 EWMA 对 PCA 故障可检测幅值产生了一定的影响, 在此部分进一步的分析 EWMA 对 PCA 故障可检测幅值的影响. 并且, EWMA 滤波会对系统的检测引入迟延, 尚没有确切的理论基础和依据来选取合适的  $\lambda$ , 这也是造成 EWMA 与实际系统无法有效结合的原因. 在此, 推导遗忘因子  $\lambda$  与故障可检测幅值、迟延三者之间的关系, 为  $\lambda$  的选取提供一定的理论依据.

$$\overline{\text{SPE}}_k = \|\tilde{\mathbf{C}} \bar{\mathbf{x}}_k\|^2 \leq \delta^2, \quad (26)$$

其中  $\delta^2 = \overline{\text{SPE}}_\alpha$ . 为了简便计算, 先求取  $(0, \infty)$  区间内的可检测故障幅值, 若故障可检出, 则满足

$$\|\tilde{\mathbf{C}} \bar{\mathbf{x}}_k\| \geq \delta. \quad (27)$$

将  $\bar{\mathbf{x}}_k$  用正常工况值  $\bar{\mathbf{x}}^*$  和故障信息  $\boldsymbol{\xi}d$  表示, 则有

$$\|\tilde{\mathbf{C}}(\bar{\mathbf{x}}^* + \boldsymbol{\xi}d)\| \geq \delta. \quad (28)$$

由泛数性质得

$$\begin{aligned} & \|\tilde{\mathbf{C}}(\bar{\mathbf{x}}^* + \lambda \sum_{j=1}^t (1-\lambda)^{t-j} \boldsymbol{\xi}d)\| \geq \\ & \|\tilde{\mathbf{C}} \bar{\mathbf{x}}^*\| - \|\tilde{\mathbf{C}} \lambda \sum_{j=1}^t (1-\lambda)^{t-j} \boldsymbol{\xi}d\| \geq \delta. \end{aligned} \quad (29)$$

设理想状态下, 正常工况数值  $\bar{\mathbf{x}}^* = 0$ , 则在  $(0, \infty)$  区间内临界可检测幅值  $d'$  为

$$d' \geq \frac{\delta}{\Theta(\tilde{\mathbf{C}}\boldsymbol{\xi})(1 - (1-\lambda)^{t-i+1})}, \quad (30)$$

其中  $\Theta(\cdot)$  表示矩阵的最大特征值. 考虑在  $(-\infty, \infty)$  区间内, 临界可检测幅值  $d$  为

$$|d| = 2d'. \quad (31)$$

由式(30)–(31)可得 SPE 统计量的迟延长度为

$$L_{\text{SPE}} = \frac{\ln(1 - \frac{2\delta}{d\Theta(\tilde{\mathbf{C}}\boldsymbol{\xi})})}{\ln(1-\lambda)} - 1. \quad (32)$$

同理,  $T^2$  的临界可检测幅值为

$$|d| \geq \frac{2\chi}{\Theta(\mathbf{P}'(\frac{\lambda}{2-\lambda}\mathbf{D})^{-1}\mathbf{P}\boldsymbol{\xi})(1 - (1-\lambda)^{t-i+1})}. \quad (33)$$

其迟延长度  $L_{T^2}$  为

$$L_{T^2} = \frac{\ln(1 - \frac{2\chi}{d\Theta(\mathbf{P}'(\frac{\lambda}{2-\lambda}\mathbf{D})^{-1}\boldsymbol{\xi})})}{\ln(1-\lambda)} - 1, \quad (34)$$

其中  $\chi^2 = \bar{T}_\alpha^2$ . 由于 SPE 统计量的故障可检测幅值往往小于  $T^2$  统计量的故障可检测幅值. 倘若故障发生, 故障幅值大于  $T^2$  统计量故障可检测幅值, 则 SPE 统计量可以立即检出. 而 SPE 统计量可检出的故障幅值  $T^2$  统计量则不一定检出. 因此, 遗忘因子  $\lambda$  的值可以根据公式(32)来确定.

由式(30)(33)可知, 遗忘因子  $\lambda$  的大小影响 PCA 可检测幅值, 随着  $\lambda$  的增大, 在故障发生之后一定时间内故障可检测幅值增大, 若故障发生时间足够长, 则  $T^2$  的临界可检测幅值趋近为滤波前的  $\sqrt{\lambda/(2-\lambda)}$ . 由式(14)可以得知, 经过 EWMA 滤波,  $\delta$  变为滤波前的  $\sqrt{\lambda/(2-\lambda)}$ , 因而当运行时间足够长时, SPE 统计量临界可检测幅值变为滤波前的  $\sqrt{\lambda/(2-\lambda)}$ . 但由于 EWMA 滤波会引入一定的迟延, 若故障发生时间太短, 则无法检出故障, 因此在系统能够接受的迟延范围内选择合适的  $\lambda$  是很重要的. 式(32)(34)确定了系统可以接受的最大迟延时间  $L$  和系统需要的可检出故障幅值之间的关系, 即当系统发生某一故障后, 随着  $\lambda$  增大,  $L$  减小, 从而过程监视中的迟延时间减小, 但 PCA 的可检测幅值随之增大, 在某一固定的  $\lambda$  下, 随着系统故障幅值的增大,  $L$  减小, 当故障幅值大于某一值之



由以上数据可以看出,  $\lambda$ 取值越小, PCA对故障越敏感, 即可检出故障幅值越小. 然而经过EWMA滤波, 会引入一定的延迟,  $\lambda$ 越小, 延迟现象越严重. 在 $\lambda$ 值一定的情况下, 故障幅值越小, 延迟时间越长, 当故障小于可检出幅值时, 系统无法有效检出故障; 当故障大于某一幅值时, 则可以立即检出. 因此, 可以根据系统的实际需求, 选取合适的 $\lambda$ 值, 使其在规定的时间内检出较小的故障.

为了对比遗忘因子大小对PCA检出故障及延迟时间的影响, 对第2传感器从100点到300点叠加幅值为1的恒值故障, 分别采用传统PCA、 $\lambda = 0.2$ 的MEWMA-PCA和 $\lambda = 0.5$ 的MEWMA-PCA对故障进行检测, 检测结果如图1-3所示. 由图1与图2对比可知, 使用传统PCA并不能很好地检出该微小故障. 若进行EWMA滤波, 可明显检出故障, 但是引入了一定的延迟, 系统在106点才检出故障.

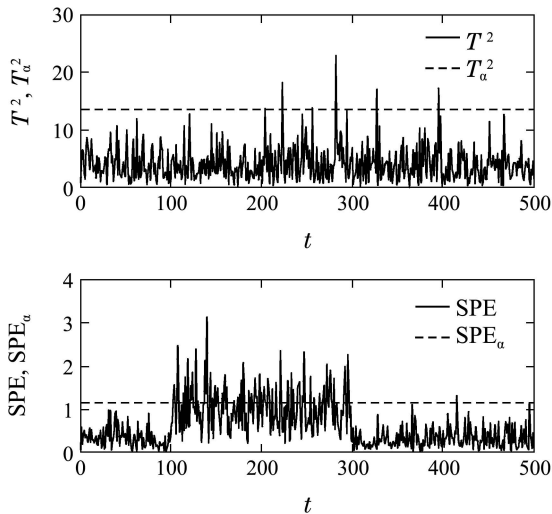


图1 未进行滤波的PCA检测效果图

Fig. 1 Fault detection results of PCA without EWMA

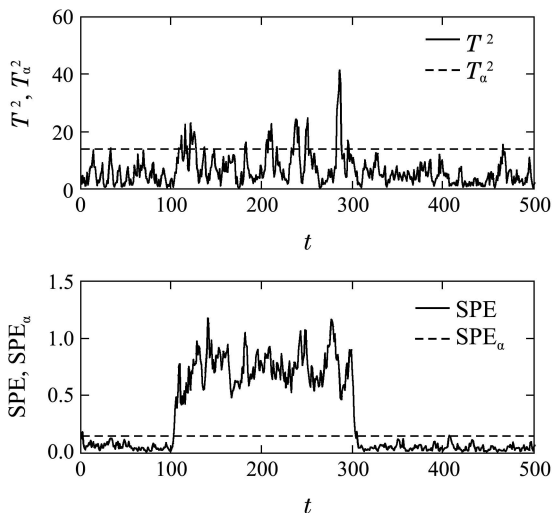


图2  $\lambda$ 取0.2时PCA检测效果图

Fig. 2 Fault detection results of MEWMA-PCA with  $\lambda = 0.2$

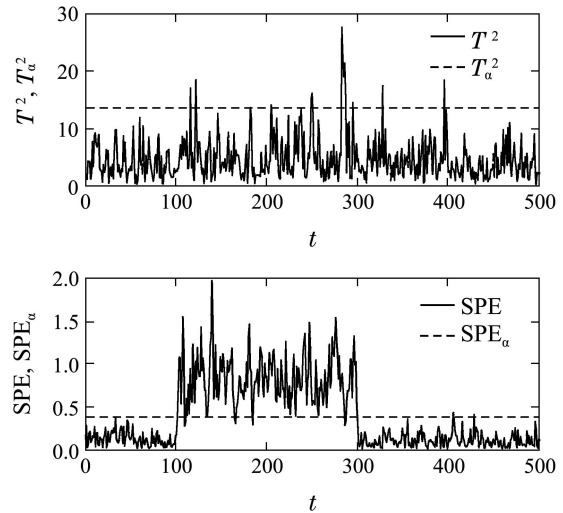


图3  $\lambda$ 取0.5时PCA检测效果图

Fig. 3 Fault detection results of MEWMA-PCA with  $\lambda = 0.5$

图3中, 若选取 $\lambda$ 为0.5时, 在103点开始就能检出故障, 但存在漏报率高达19%. 由此可见, EWMA的确能使PCA检出更小的故障, 从而提高了PCA的监测性能.  $\lambda$ 越小, 对微小故障的检测效果越明显, 但同时延迟现象越严重. 因此, EWMA滤波的延迟时间与遗忘因子 $\lambda$ 和故障幅值有关, 在一定故障幅值范围内, 其与故障幅值和遗忘因子 $\lambda$ 成反比, 故障幅值越大, 遗忘因子 $\lambda$ 越大, 延迟时间越短. 若使用EWMA与PCA相结合的方法, 针对系统的需求选取合适的 $\lambda$ 是十分重要的. 若 $\lambda$ 选取过大, 则有可能无法检出微小故障, 不能起到提高PCA监测效果的作用; 若 $\lambda$ 选取过小, 引入延迟严重, 不能及时检出故障. 因此根据系统的实际需求, 根据式(35)计算得出合适的 $\lambda$ 来达到系统的监测要求.

## 4.2 实例仿真(Example simulation)

试验数据为某火电厂A磨煤机数据(推力轴承温度1, 推力轴承温度2, 出口风粉混合物温度1, 出口风粉混合物温度2, 出口风粉混合物温度3, 磨辊轴承润滑油温3, 出口风粉混合物压力, 出口风粉混合物温度A), 采样时间间隔为1 min, 这8个观测量之间存在一定的耦合关系, 采用主元分析有效的降低了数据维度. 使用贡献率的方法选取主元个数为2. 采用正常工况下300 min的采样点进行建模, 然后对某段发生缓慢漂移故障的工况进行监测, 已知这段工况从235 min开始发生缓慢漂移故障.  $\lambda$ 选取原则是单个传感器的故障可检测幅值为3.5, 最大延迟时间为10 min, 即当任意传感器(已进行标准化)故障幅值超过3.5时, 需在10 min内检出. 不使用EWMA滤波的情况下, 计算其故障可检测幅值如表5所示.

从表5可以看出, PCA存在故障可检测幅值, 即

临界故障幅值, 当系统故障大于临界故障幅值时, PCA可以有效检出故障; 但系统故障幅值小于临界幅值时, 则不一定能检出. 若第6变量发生故障, 当故障幅值超过6.05时, PCA可以检出其故障, 但故障幅值已经超出了系统可接受的范围, 这将会给系统

造成一定的损失. 由系统需求, 可以根据式(35)计算得出 $\lambda = 0.5$ , 采用EWMA滤波技术, 然后再进行主元分析, 则可使系统在规定的时间内检出幅值大于3.5的故障. 图4-5分别为经典PCA和采用EWMA与PCA相结合的MEWMA-PCA方法对故障的监测图.

表 5 未经滤波时PCA的故障可检测幅值

Table 5 The detectable amplitudes of PCA without filtering

变量	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$	$x_6$	$x_7$	$x_8$
$T^2$ 可检测幅值	27.93	43.05	23.79	19.80	17.52	8.39	25.62	36.16
SPE可检测幅值	3.79	3.64	3.84	3.91	3.98	6.05	3.80	3.75

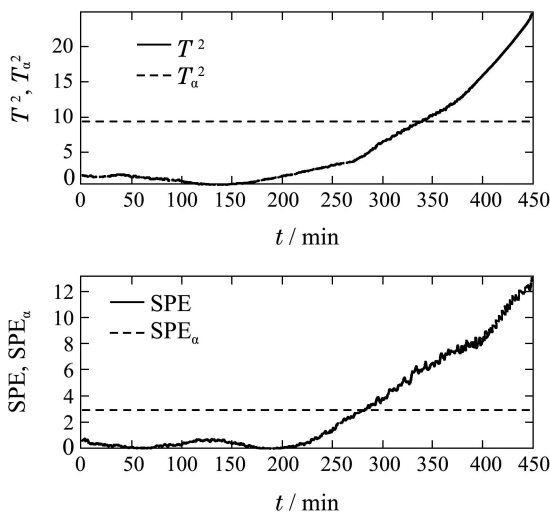


图 4 不使用EWMA滤波时PCA对其监测效果

Fig. 4 Fault detection results of PCA without EWMA

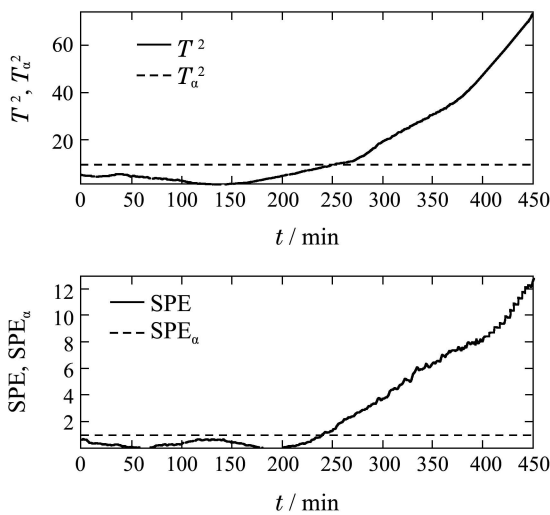


图 5  $\lambda = 0.5$ 时MEWMA-PCA的监测效果

Fig. 5 Fault detection results of MEWMA-PCA with  $\lambda = 0.5$

由图4可以看出, 采用经典PCA对故障进行监测时, 从第235点开始发生漂移故障, 但当其故障幅值

累积到某一可以检出的故障幅值为止, 才检出其故障, 到此时, 故障已发生了30 min, 若故障发生在第6传感器, 且故障幅值超过3.5, 并且是在故障发生了30 min之后才检出故障, 则已经超出了系统的最大限度, 会给系统的安全性和经济性带来一定的威胁.

从图5可以看出, MEWMA-PCA方法在系统发生故障后很快就检出了故障. 这说明选取合适的 $\lambda$ , 可以显著提高MEWMA-PCA方法的故障检测效果.

### 5 结论(Conclusion)

提高监测系统对微小故障的检测能力对实际工业设备和系统的安全和经济运行具有重要意义. 本文分析了MEWMA-PCA方法中EWMA对PCA的影响, 讨论了过程长时间运行下, 可忽略EWMA初始值对滤波结果的影响时, EWMA对 $T^2$ 和SPE指标均值的影响. 同时, 研究了遗忘因子 $\lambda$ 与故障可检测幅值和迟延时间的关系, 给出了MEWMA-PCA方法故障可检测幅值的计算方法, 并进一步分析了经过EWMA之后PCA可以检出微小故障的原因. 在数值仿真和火电厂磨煤机运行状态的仿真实验中, 分析验证了MEWMA-PCA中EWMA对故障检测效果的影响. 结果表明合适选取遗忘因子 $\lambda$ , 可以显著提高MEWMA-PCA对微小故障的检测效果.

### 参考文献(References):

- [1] 李娟, 周东华, 司小胜, 等. 微小故障诊断方法综述 [J]. 控制理论与应用, 2012, 29(12): 1517 - 1529. (LI Juan, ZHOU Donghua, SI Xiaosheng, et al. Review of incipient fault diagnosis methods [J]. *Control Theory & Applications*, 2012, 29(12): 1517 - 1529.)
- [2] WANG H, ZHOU H, HANG B. Number selection of principal components with optimized process monitoring performance [C] // *Proceedings of Decision and Control*. Hangzhou, China: Zhejiang University, 2004: 4726 - 4731.
- [3] 王海清, 宋执环, 李平. 主元分析方法的故障可检测性研究 [J]. 仪器仪表学报, 2002, 23(3): 232 - 235. (WANG Haiqing, SONG Zhihuan, LI Ping. Study on the fault de-

- tectability of principal component analysis [J]. *Chinese Journal of Scientific Instrument*, 2002, 23(3): 232 – 235.)
- [4] AKHILESH J, RAJEEV U, SUMANA C. Exponentially weighted moving average scaled PCA for on-line monitoring of Tennessee Eastman challenge process [J]. *International Journal of Systems, Algorithms & Applications*, 2012, 2(12): 183 – 186.
- [5] ZHANG G, LI N, LI S. A modified multivariate EWMA control chart for monitoring process small shifts [C] // *Proceedings of Modelling, Identification and Control*. Shanghai: Shanghai JiaoTong University, 2011: 75 – 80.
- [6] DUNIA R, QIN S J, EDGAR T F, et al. Identification of faulty sensors using principal component analysis [J]. *AIChE Journal*, 2004, 42(10): 2797 – 2812.
- [7] QIN S J, YUE H, DUNIA R. Self-validating inferential sensors with application to air emission monitoring [J]. *Industrial & Engineering Chemistry Research*, 1997, 36(5): 1675 – 1685.
- [8] QIN S J, YUE H, DUNIA R. A self-validating inferential sensor for emission monitoring [C] // *Proceedings of American Control*. Austin, TX, USA: Texas University, 1997: 473 – 477.
- [9] CHEN J, LIAO C M, LIN F R J, et al. Principle component analysis based control charts with memory effect for process monitoring [J]. *Industrial & Engineering Chemistry Research*, 2001, 40(6): 1516 – 1527.
- [10] 葛志强, 杨春节, 宋执环. 基于MEWMA-PCA的微小故障检测方法研究及其应用 [J]. *信息与控制*, 2007, 36(5): 650 – 656.
- (GE Zhiqiang, YANG Chunjie, SONG Zhihuan. Research and application of small shifts detection method based on MEWMA-PCA [J]. *Information and Control*, 2007, 36(5): 650 – 656.)
- [11] JACKSON J E. *A User's Guide to Principal Components* [M]. New York: John Wiley & Sons, 1991.
- [12] 盛骤, 谢式千, 潘承毅. 概率论与数理统计 [M]. 北京: 高等教育出版社, 2001.
- (SHENG Zhou, XIE Shiqian, PAN Chengyi. *Probability Theory and Mathematical Statistics* [M]. Beijing: Higher Education Press, 2001.)
- [13] QIN S J. Statistical process monitoring: basics and beyond [J]. *Journal of Chemometrics*, 2003, 17(8): 480 – 502.

#### 作者简介:

邱天 (1976-), 男, 副教授, 硕士生导师, 主要研究方向为工业过程监测、故障检测、故障诊断, E-mail: qiutian@ncepu.edu.cn;

白晓静 (1987-), 女, 硕士研究生, 主要研究方向为故障诊断, E-mail: xiaoj\_bai@163.com;

郑茜予 (1989-), 女, 硕士研究生, 主要研究方向为故障诊断, E-mail: xiyuer.zheng@gmail.com;

朱祥 (1988-), 男, 硕士研究生, 主要研究方向为过程监测, E-mail: xuchunhonghappy03@163.com.