

驻留概率信息方法的离散切换系统鲁棒 H_∞ 控制

袁月华^{1†}, 岳 东², 田恩刚¹

(1. 南京师范大学 电气与自动化工程学院, 江苏 南京 210042; 2. 华中科技大学 控制科学与工程系, 湖北 武汉 430074)

摘要: 本文通过驻留概率信息的方法, 研究了一类离散时间切换系统的鲁棒 H_∞ 控制问题. 通过对切换系统在每个子系统的驻留概率信息加以利用, 建立一种新的切换系统模型. 通过共同Lyapunov泛函方法, 给出切换系统的鲁棒 H_∞ 随机稳定的充分条件. 然后, 利用锥补线性化的方法得到控制器增益. 最后, 通过仿真算例验证本文所用方法的有效性.

关键词: 驻留概率; 切换系统; Lyapunov泛函; 鲁棒 H_∞ 控制

中图分类号: TP273 **文献标识码:** A

Robust H-infinity control for discrete switched systems by using sojourn-probability-dependent method

YUAN Yue-hua^{1†}, YUE Dong², TIAN En-gang¹

(1. School of Electrical and Automation Engineering, Nanjing Normal University, Nanjing Jiangsu 210042, China;
2. Department of Control Science and Engineering, Huazhong University of Science and Technology, Wuhan Hubei 430074, China)

Abstract: We propose a sojourn-probability-dependent method to investigate robust H-infinity control for a class of discrete switched systems. A new type of switched system model is built by using the sojourn probability information. The sufficient condition of robust H-infinity stochastic stability for switched systems is given via Lyapunov functional method. Then, robust controller feedback gains are derived by using the cone complement linearization method. A numerical example is given to demonstrate the effectiveness and applicability of the proposed method.

Key words: sojourn probability; switched systems; Lyapunov functional; robust H-infinity control

1 引言(Introduction)

切换系统(switched systems)由一组连续(或离散)时间子系统及一组切换规则构成, 它能够有效描述许多单一模型无法刻画的复杂系统, 可应用于许多领域, 如智能交通系统、电力系统、飞行器控制系统等^[1-2]. 切换系统的稳定性不仅依赖于各子系统的稳定性, 还跟切换律密切相关, 即, 即使各子系统都稳定, 最终的切换系统也不一定稳定; 反之, 各子系统都不稳定的切换系统最终有可能稳定. 因此, 切换律对切换系统稳定性的影响非常大, 有必要对其深入研究.

目前应用比较多的切换律有时间依赖的切换律、状态依赖的切换律、随机切换律及任意切换等. 针对现有的切换律, 取得了不少的研究成果: 文献[3]采用任意切换规则, 研究了含有状态延迟的离散切换系统的 H_∞ 滤波器设计问题; 文献[4]采用了随机切换律的方法, 研究了含有控制器延迟的切换系统的稳定性分析; 文献[5]对一类含有不确定性扰动的切换系统

进行鲁棒稳定分析, 并给出了切换控制及各个子控制器的设计方案来保证整个系统的鲁棒稳定性能. 随机概率的方法中, 比较典型的例子就是 Markov 跳变系统, 它由一组基于有限模态集 Markov 链关系的线性(或非线性)系统通过相互切换组成. 现已有不少成果是基于概率切换的, 如文献[4, 6-8]等.

本文提出了一种基于驻留概率信息的方法来对切换系统进行研究. 驻留概率信息是指在一个足够长的时间内, 切换系统停留在每个子系统上的概率信息. 在本文中, 笔者用一个恒定的随机变量来对驻留概率信息进行建模. 相比 Markov 跳变系统, 本文的概率转移值个数相对较少, 只要确定 n 个驻留概率值即可, 而 Markov 跳变系统需要转移概率的值有 n^2 个; 而且采用本文方法的系统性能也比任意切换的系统性能要好(见注4). 本文通过对切换系统在每个子系统的驻留概率信息加以利用, 利用共同 Lyapunov 泛函方法, 研究了一类具有时变延迟的离散切换系统的鲁

棒 H_∞ 控制问题,并给出控制器的设计方法,保证了整个系统的稳定性.最后,通过仿真算例说明本文所用方法的有效性.

2 问题描述(Problem description)

考虑如下具有时变延迟的离散切换系统:

$$\begin{cases} x(k+1) = A_{r(k)}(k)x(k) + A_{dr(k)}(k)x(k-d_k) + B_{r(k)}u(k) + G_{r(k)}w(k), \\ z(k) = C_{r(k)}x(k) + D_{r(k)}u(k), \\ x(k) = \varphi(k), k = -d, -d+1, \dots, -1, 0, \end{cases} \quad (1)$$

其中: $x(k) \in \mathbb{R}^m$, $u(k) \in \mathbb{R}^p$, $z(k) \in \mathbb{R}^q$ 分别是系统状态、控制输入及被控输出, $k \in [1, +\infty)$; $w(k) \in \mathbb{R}^r$ 是外界扰动且 $w(k) \in l_2[0, +\infty)$; $r(k) : [0, 1, 2, \dots) \rightarrow N(N = 1, 2, \dots, n)$ 是切换规则, $r(k) = i$ 表示当前第 i 个子系统活动; $\varphi(k)$ 是系统初始值, d_k 是系统时变延迟, 且满足 $1 \leq d_k \leq d$, d 是一个已知的正常数, 且满足

$$A_i(k) = A_i + \Delta A_i(k), \quad A_{di}(k) = A_{di} + \Delta A_{di}(k),$$

其中: $\Delta A_i(k)$, $\Delta A_{di}(k)$ 是第 i 个子系统的未知不确定性参数, 且满足

$$[\Delta A_i(k) \quad \Delta A_{di}(k)] = HF(k)[E_{1i} \quad E_{2i}],$$

其中: H , E_{1i} , E_{2i} 是已知具有合适维数的常数矩阵, 且 $F^T(k)F(k) \leq I$. A_i , A_{di} , B_i , C_i , D_i , G_i 是第 i 个系统的已知具有合适维数的常数阵.

采用如下控制器:

$$u(k) = K_{r(k)}x(k). \quad (2)$$

将式(2)代入式(1), 可得

$$\begin{cases} x(k+1) = (A_{r(k)}(k) + B_{r(k)}K_{r(k)})x(k) + A_{dr(k)}(k)x(k-d_k) + G_{r(k)}w(k), \\ z(k) = C_{r(k)}x(k) + D_{r(k)}u(k), \\ x(k) = \varphi(k), k = -d, -d+1, \dots, -1, 0. \end{cases} \quad (3)$$

注1 本文主要是对切换系统进行研究, 当 $r(k)$ 取某一定值之后, 系统(3)就为一确定系统. 根据文献[7-8]中对控制器的处理方法, 本文采用了控制器(2)方法.

本文采用基于驻留概率信息的方法, 为了研究方便, 给出以下假设:

假设1 系统停留在每个子系统的概率是已知的, 即 $P\{r(k) = \delta_i\}$, $i \in N$, 其中 δ_i 称为第 i 个子系统的驻留概率, 即停留在第 i 个子系统的概率. 只有第 i 个子系统活动时 $\delta\{r(k) = i\} = 1$, $k \in [1, +\infty)$, 其余均为0, 即 $\delta_i(k)$ 为一个两点分布的随机变量:

$$\delta_i(k) = \begin{cases} 1, & r(k) = i, \\ 0, & r(k) \neq i. \end{cases}$$

假设2 为了便于分析, 本文假设时滞小于最小驻留时间, 这样可以确保系统在切换时, 是当前子系统在活动.

注2 基于驻留概率的切换律既不依赖于时间、当前状态, 也不依赖于当前活动的子系统. 相比其他的切换律, 驻留概率可以通过统计方法求得: $\delta_i = \lim_{k \rightarrow \infty} (k_i/k)$, 其中: k_i 是 $r(k) = i$ 在 $[1, k]$, $k \in N$ 内的次数, 显然 $\sum_{i=1}^n k_i = k$.

相比Markov跳变系统中的跳变转移概率, 驻留概率信息更容易获得: 假设切换系统含有 n 个子系统,

1) Markov跳变系统的转移概率矩阵需求 n^2 个概率值, 而驻留概率方法只要确定 n 个概率值即可;

2) Markov系统中, 当前状态要已知而本文所用方法与当前状态无关. 下面用 $\delta_i(k)$ 来代替 $\delta\{r(k) = i\}$, 显然根据 $r(k)$ 及 $\delta_i(k)$, 有

$$E\{\delta_i(k)\} = P\{r(k) = i\} = \delta_i,$$

且 $\sum_{i=1}^n \delta_i(k) = 1$, $\sum_{i=1}^n \delta_i = 1$, 则系统(3)可写为

$$\begin{cases} x(k+1) = \sum_{i=1}^n \delta_i(k) \{ (A_i(k) + B_i K_i) x(k) + A_{di}(k) x(k-d_k) + G_i w(k) \}, \\ z(k) = \sum_{i=1}^n \delta_i(k) \{ (C_i + D_i K_i) x(k) \}, \\ x(k) = \varphi(k), k = -d, -d+1, \dots, -1, 0. \end{cases} \quad (4)$$

令 $y(k) = x(k+1) - x(k)$, 则系统(4)和 $y(k)$ 可写成

$$\begin{cases} x(k+1) = \sum_{i=1}^n \delta_i(k) \{ (A_i(k) + B_i K_i) x(k) + A_{di}(k) x(k-d_k) + G_i w(k) \}, \\ y(k) = \sum_{i=1}^n \delta_i(k) \{ (\bar{A}_i(k) + B_i K_i) x(k) + A_{di}(k) x(k-d_k) + G_i w(k) \}, \\ z(k) = \sum_{i=1}^n \delta_i(k) \{ (C_i + D_i K_i) x(k) \}, \end{cases} \quad (5)$$

其中 $\bar{A}_i(k) = A_i(k) - I$.

文献[9]中给出了跳变系统随机稳定的定义, 结合系统(4), 下面给出采用本文方法的切换系统随机稳定的定义.

定义1 假设系统满足以下两个条件:

1) 当外界扰动 $w(k) = 0$ 时, 如果存在一个常数 $\lambda > 0$, 使得

$$E\left\{ \sum_{k=0}^{\infty} \|x(k)\|^2 \right\} \leq -\lambda \sup_{-d \leq i \leq 0} E\{ \|\varphi(i)\|^2 \}.$$

2) 在零初始条件下, 被控输出 $z(k)$ 满足

$$E\left\{ \sum_{k=0}^{\infty} \|z(k)\|^2 \right\} \leq \gamma^2 E\{ \|w(k)\|^2 \},$$

其中: $w(k) \in l_2 = \{w(k) : E\{ \sum_{k=0}^{\infty} \|w(k)\|^2 \} < \infty\}$,

则系统(4)是随机稳定的,且在零初始条件下具有H_∞性能抑制水平γ.

3 主要结果(Main results)

引理 1(Schur补)^[10] 给定对称矩阵

$$M = M^T = \begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} \\ * & M_{22} \end{bmatrix},$$

其中M₁₁ ∈ ℝ^{n×n}. 以下3个条件是等价的:

- 1) M < 0;
- 2) M₁₁ < 0, M₂₂ - M₁₂^TM₁₁⁻¹M₁₂ < 0;
- 3) M₂₂ < 0, M₁₁ - M₁₂M₂₂⁻¹M₁₂^T < 0.

引理 2^[11] 给定对称矩阵Q = Q^T, H, E, 则

$$Q + HFE + E^T F^T H^T < 0$$

对所有满足F^TF ≤ I的F都成立的充要条件是存在一正数ε > 0使得下式成立:

$$Q + \varepsilon HH^T + \varepsilon^{-1} E^T E < 0.$$

引理 3 给定γ > 0, 如果存在合适维数的对称矩阵P > 0, Q > 0, R > 0及合适维数的矩阵K_i(i ∈ ℕ), 使得以下线性矩阵不等式成立:

$$\begin{bmatrix} \Phi_{11} & * & * & * \\ \Phi_{21} & \Phi_{22} & * & * \\ \Phi_{31} & 0 & \Phi_{33} & * \\ \Phi_{41} & 0 & 0 & \Phi_{44} \end{bmatrix} < 0, \quad (6)$$

式中:

$$\Phi_{11} = \begin{bmatrix} -P + Q - R & * & * & * \\ R & -2R & * & * \\ 0 & R & -Q - R & * \\ 0 & 0 & 0 & -\gamma^2 I \end{bmatrix},$$

$$\Phi_{21} = \begin{bmatrix} \sqrt{\delta_1}(A_1(k) + B_1 K_1) & \sqrt{\delta_1} A_{d1}(k) & 0 & \sqrt{\delta_1} G_1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \sqrt{\delta_n}(A_n(k) + B_n K_n) & \sqrt{\delta_n} A_{dn}(k) & 0 & \sqrt{\delta_n} G_n \end{bmatrix},$$

$$\Phi_{22} = \text{diag}\{-P^{-1}, \dots, -P^{-1}\},$$

$$\Phi_{31} = \begin{bmatrix} \mathcal{X} & d\sqrt{\delta_1} A_{d1}(k) & 0 & d\sqrt{\delta_1} G_1 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \mathcal{Y} & d\sqrt{\delta_n} A_{dn}(k) & 0 & d\sqrt{\delta_n} G_n \end{bmatrix},$$

$$\mathcal{X} = d\sqrt{\delta_1}(\bar{A}_1(k) + B_1 K_1),$$

$$\mathcal{Y} = d\sqrt{\delta_n}(\bar{A}_n(k) + B_n K_n),$$

$$\Phi_{33} = \text{diag}\{-R^{-1}, \dots, -R^{-1}\},$$

$$\Phi_{41} = \begin{bmatrix} \sqrt{\delta_1}(C_1 + D_1 K_1) & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \sqrt{\delta_n}(C_n + D_n K_n) & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

$$\Phi_{44} = \text{diag}\{-I, \dots, -I\},$$

则系统(4)是随机稳定的,且在零初始条件下具有H_∞性能抑制水平γ.

证 本文利用最大时延的处理方法^[14], 构造如下共同Lyapunov泛函:

$$V(k) = x^T(k)Px(k) + \sum_{s=k-d}^{k-1} x^T(s)Qx(s) + d \sum_{s=-d}^{-1} \sum_{\alpha=k+s}^{k-1} y^T(\alpha)Ry(\alpha).$$

令E{ΔV(k)} = E{V(k+1) - V(k)}, 且令事件

$$A_i := \{\delta_i(k) = 1\}, \bar{A}_i := \{\delta_i(k) = 0\}, i \in \mathbb{N},$$

事件A_i(k)发生, 必定意味着其他Ā_j(k)同时发生, 因此A_i(k)与Ā_j(k)(j ∈ ℕ)之间是相互关联的, 那么有

$$E\{\delta_i(k)\delta_j(k)\} = \begin{cases} \delta_i, & i = j, \\ 0, & i \neq j, \end{cases}$$

则有

$$\begin{aligned} E\{\Delta V(k) + z^T(k)z(k) - \gamma^2 w^T(k)w(k)\} &= \\ E\{x^T(k+1)Px(k+1) - x^T(k)Px(k)\} &+ \\ E\{x^T(k)Qx(k) - x^T(k-d)Qx(k-d)\} &+ \\ E\{d^2 y^T(k)Ry(k) - d \sum_{\alpha=k-d}^{k-1} y^T(\alpha)Ry(\alpha)\} &+ \\ E\{z^T(k)z(k) - \gamma^2 w^T(k)w(k)\}. & \end{aligned} \quad (7)$$

利用Jessen不等式^[12],

$$\begin{aligned} -d \sum_{\alpha=k-d}^{k-1} y^T(\alpha)Ry(\alpha) &\leq \\ \begin{bmatrix} x(k) \\ x(k-d_k) \\ x(k-d) \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} -R & R & 0 \\ R & -2R & R \\ 0 & R & -R \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(k) \\ x(k-d_k) \\ x(k-d) \end{bmatrix}. & \end{aligned} \quad (8)$$

令

$$\xi^T(k) = [x^T(k) \quad x^T(k-d_k) \quad x^T(k-d) \quad w^T(k)],$$

式(7)可化为

$$\begin{aligned} E\{\Delta V(k) + z^T(k)z(k) - \gamma^2 w^T(k)w(k)\} &\leq \\ E\{\sum_{i=1}^n \delta_i \xi^T(k) \Gamma_i^T P \Gamma_i \xi(k) - x^T(k)Px(k)\} &+ \\ E\{x^T(k)Qx(k) - x^T(k-d)Qx(k-d) + \\ E\{d^2 \sum_{i=1}^n \delta_i \xi^T(k) \bar{\Gamma}_i^T R \bar{\Gamma}_i \xi(k) + \\ E\{-d \sum_{\alpha=k-d}^{k-1} y^T(\alpha)Ry(\alpha)\} &+ \\ E\{\sum_{i=1}^n \delta_i \xi^T(k) A_i^T A_i \xi(k) - \gamma^2 w^T(k)w(k)\} &\leq \\ E\{\xi^T(k) \Phi \xi(k)\}, & \end{aligned} \quad (9)$$

其中:

$$\begin{aligned} \Gamma_i &= [A_i + B_i K_i \quad A_{di} \quad 0 \quad G_i], \\ \bar{\Gamma}_i &= [\bar{A}_i + B_i K_i \quad A_{di} \quad 0 \quad G_i] \\ A_i &= [C_i + D_i K_i \quad 0 \quad 0 \quad 0], \end{aligned}$$

且

$$\begin{aligned} \Phi &= \Phi_{11} + \sum_{i=1}^n \delta_i \Gamma_i^T P \Gamma_i + d^2 \sum_{i=1}^n \delta_i \bar{\Gamma}_i^T R \bar{\Gamma}_i + \\ &\quad \sum_{i=1}^n \delta_i A_i^T A_i. \end{aligned} \quad (10)$$

利用Schur补,由式(6)–(10)可知存在一正数 μ 使得

$$\begin{aligned} E\{\Delta V(k) + z^T(k)z(k) - \gamma^2 w^T(k)w(k)\} \leq \\ -\mu E\{\xi^T(k)\xi(k)\}. \end{aligned} \quad (11)$$

当 $w(k) = 0$ 时,上式变为

$$\begin{aligned} E\{\Delta V(k)\} \leq -\mu E\{\xi^T(k)\xi(k)\} \leq \\ -\mu E\{x^T(k)x(k)\}. \end{aligned} \quad (12)$$

对上式从0到 ∞ 相加得

$$E\left\{\sum_{k=0}^{\infty} x^T(k)x(k)\right\} \leq \frac{1}{\mu} E\{V(0)\}. \quad (13)$$

根据 $V(k)$,那么存在一常数 ρ 使得

$$E\{V(0)\} \leq \mu \rho \sup_{-d \leq i \leq 0} E\{\varphi^T(i)\varphi(i)\}. \quad (14)$$

由式(13)–(14)可得

$$E\left\{\sum_{k=0}^{\infty} x^T(k)x(k)\right\} \leq \rho \sup_{-d \leq i \leq 0} E\{\varphi^T(i)\varphi(i)\}. \quad (15)$$

同理,当 $w(k) \neq 0$ 时,在零初始条件下,由式(9)很容易得到

$$E\left\{\sum_{k=0}^{\infty} z^T(k)z(k)\right\} \leq \gamma^2 E\left\{\sum_{k=0}^{\infty} w^T(k)w(k)\right\}. \quad (16)$$

根据定义1,系统(4)是随机稳定的,且在零初始条件下具有 H_∞ 性能抑制水平 γ . 证毕.

推论 1 若采用任意切换方法,即将系统中出现的 δ_i 去掉.相应的将LMI(6)中的 δ_i 去掉,证明过程类似于引理3,结果易得采用本文方法的系统性能性比任意切换的系统性能要好.

定理 1 给定 $\gamma > 0$,如果存在合适维数的对称矩阵 $P > 0, Q > 0, R > 0$ 和合适维数的矩阵 $K_i (i \in \mathbb{N})$ 及变量 $\varepsilon > 0$ 使得以下线性矩阵不等式成立:

$$\begin{bmatrix} \Psi_{11} & * & * & * & * \\ \Psi_{21} & \Psi_{22} & * & * & * \\ \Psi_{31} & 0 & \Psi_{33} & * & * \\ \Psi_{41} & 0 & 0 & \Psi_{44} & * \\ \Psi_{51} & 0 & 0 & 0 & \Psi_{55} \end{bmatrix} < 0, \quad (17)$$

其中:

$$\Psi_{11} = \Phi_{11}, \Psi_{21} = \Phi_{21}, \Psi_{31} = \Phi_{31}, \Psi_{41} = \Phi_{41},$$

$$\Psi_{22} = \text{diag}\{-P^{-1} + \varepsilon \delta_1 H H^T, \dots, -P^{-1} + \varepsilon \delta_n H H^T\},$$

$$\Psi_{33} = \text{diag}\{-R^{-1} + \varepsilon d^2 \delta_1 H H^T, \dots, -R^{-1} + \varepsilon d^2 \delta_n H H^T\},$$

$$\Psi_{44} = \text{diag}\{-I, \dots, -I\},$$

$$\Psi_{51} = [E_{1i} \quad E_{2i} \quad 0 \quad 0],$$

$$\Psi_{55} = -\varepsilon I,$$

则系统(4)是随机稳定的,且在零初始条件下具有 H_∞ 性能抑制水平 γ .

证 将 $A_i + HF(k)E_{1i}, A_{di} + HF(k)E_{2i}$ 分别代替引理3中的 A_i, A_{di} ,利用引理2,证明过程类似于引理3,结果易得式(17). 证毕.

注 3 由于变量的逆的存在,引理3和定理1不是严格的LMI,可以通过采用Laurent El^[13]中锥补线性化的方法,求得增益 K_i .

4 仿真例算(Numerical example)

考虑含有3个子系统的切换系统(4),参数如下:

$$A_1 = \begin{bmatrix} -0.55 & -0.17 \\ -0.92 & 1.28 \end{bmatrix}, A_2 = \begin{bmatrix} -0.45 & 0.54 \\ 0.86 & 0.36 \end{bmatrix},$$

$$A_3 = \begin{bmatrix} -0.92 & -0.34 \\ 0.29 & 1.02 \end{bmatrix}, A_{d1} = \begin{bmatrix} 0.1 & 0.1 \\ 0 & 0.1 \end{bmatrix},$$

$$A_{d2} = \begin{bmatrix} 0.1 & 0 \\ 0.1 & 0.1 \end{bmatrix}, A_{d3} = \begin{bmatrix} 0 & 0.1 \\ 0.1 & 0 \end{bmatrix},$$

$$B_1 = \begin{bmatrix} 0.5 \\ 0.1 \end{bmatrix}, B_2 = \begin{bmatrix} -0.1 \\ 0.2 \end{bmatrix},$$

$$B_3 = \begin{bmatrix} 0.5 \\ 0.1 \end{bmatrix}, C_1 = C_2 = C_3 = [1 \quad 2],$$

$$D_1 = -0.1, D_2 = 0.1, D_3 = 0.3,$$

$$G_1 = \begin{bmatrix} 0.3 \\ 0.1 \end{bmatrix}, G_2 = \begin{bmatrix} 0.4 \\ 0.1 \end{bmatrix},$$

$$G_3 = \begin{bmatrix} 0.5 \\ 0.1 \end{bmatrix}, I = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

取 $d = 2$ 及 $\delta_1 = 0.1, \delta_2 = 0.3, \delta_3 = 0.6$.通过引理3得到的 $\gamma_{\min} = 0.54$,控制器增益为

$$K_1 = [4.0754 \quad -0.3869],$$

$$K_2 = [-4.2565 \quad -4.4147],$$

$$K_3 = [0.7031 \quad -2.0474].$$

当外界干扰为 $0 \sim 0.05$ 之间均匀分布的白噪声序列时,利用上面所求的控制器增益,得到的一组状态响应曲线、随机切换序列、随机时延序列图及性能指标图分别见图1–3.

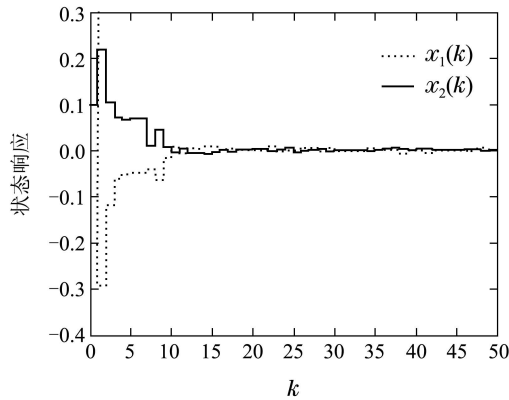


图 1 系统状态响应曲线

Fig. 1 The state response of the system

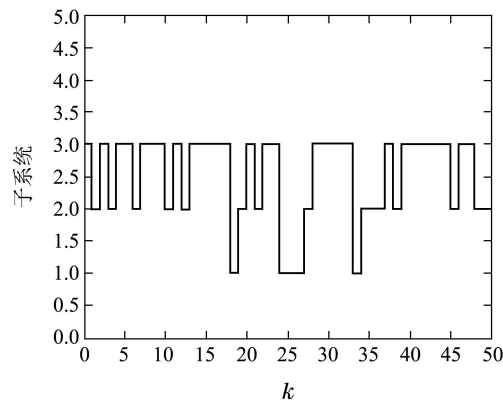


图 2 已知驻留概率的随机切换序列

Fig. 2 A random switching sequence with known sojourn probabilities

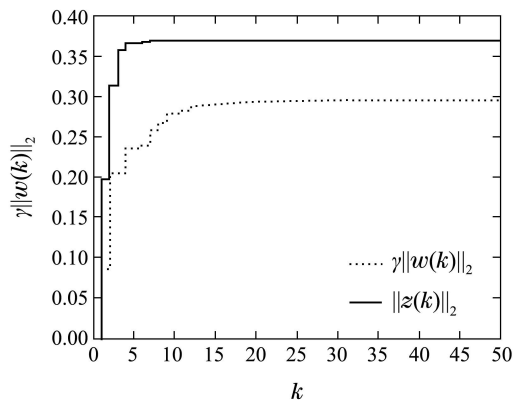


图 3 零初始条件下H_∞性能抑制水平γ

Fig. 3 H_∞ norm bound γ under the zero initial condition

对其他的驻留概率组合得到的γ_{min}如表1所示.

表 1 不同已知驻留概率下的γ_{min}值
Table 1 γ_{min} with different known sojourn probabilities

| 组别 | δ ₁ | δ ₂ | δ ₃ | γ _{min} |
|----|----------------|----------------|----------------|------------------|
| 1 | 0.1 | 0.3 | 0.6 | 0.54 |
| 2 | 0.1 | 0.5 | 0.4 | 0.56 |
| 3 | 0.5 | 0.2 | 0.3 | 0.75 |

注 4 通过推论1得到的γ_{min} = 1.38, 通过引理3和推论1得到的γ_{min}可以看出, 采用本文方法的系统性能比任意切换方法的系统性能要好.

当考虑参数不确定性时, 参数如下:

$$H = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, E_{11} = \begin{bmatrix} 0.02 & 0 \\ 0.04 & 0.07 \end{bmatrix},$$

$$E_{12} = \begin{bmatrix} 0.03 & 0.03 \\ 0.06 & 0.05 \end{bmatrix}, E_{13} = \begin{bmatrix} 0.02 & 0.05 \\ 0.04 & 0.09 \end{bmatrix},$$

$$E_{21} = \begin{bmatrix} 0.02 & 0 \\ 0.02 & 0.04 \end{bmatrix}, E_{22} = \begin{bmatrix} 0.02 & 0.03 \\ 0.02 & 0.06 \end{bmatrix},$$

$$E_{23} = \begin{bmatrix} 0.02 & 0.01 \\ 0.02 & 0.06 \end{bmatrix}.$$

取d = 2及δ₁ = 0.3, δ₂ = 0.4, δ₃ = 0.3通过定理1得到的γ_{min} = 0.66, 控制器增益为

$$K_1 = [3.3513 \quad -1.6604],$$

$$K_2 = [-4.8085 \quad -4.2321],$$

$$K_3 = [0.7712 \quad -2.2409].$$

当外界干扰为0 ~ 0.05之间均匀分布的白噪声序列时, 利用上面所求的控制器增益, 得到的状态响应曲线及一组随机切换序列见图4-5.

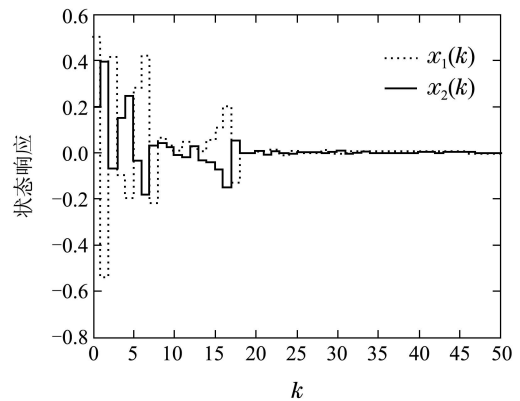


图 4 含不确定性的系统状态响应曲线

Fig. 4 The state response of the system with uncertainties

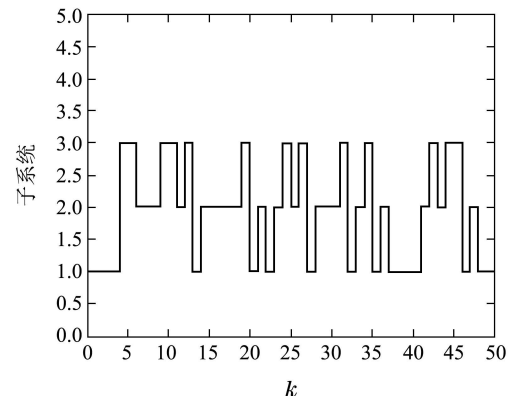


图 5 含不确定性的随机切换序列

Fig. 5 A random switching sequence with uncertainties

综上,从表1可以看出,子系统2和3(稳定子系统)比子系统1(不稳定子系统)更容易稳定,因此,增加子系统2和3的概率值,可以使系统的性能变得更好;从图1和图4可以看出,当系统存在不确定性时整个切换系统仍能稳定.从所有的结果和仿真图像可以看出,本文所用的方法是有效的,所设计的控制器在系统出现延迟及不确定性的情况下,仍具有较好的鲁棒性.

5 结论(Conclusion)

本文利用驻留概率信息的方法,研究了一类含状态延迟的离散切换系统的鲁棒 H_∞ 控制问题.与已有的切换系统不同的是,本文利用一组随机变量,通过对切换系统在每个子系统的驻留概率信息加以利用,建立一种新型切换系统模型.然后,通过共同Lyapunov泛函及LMI分析方法,得到切换系统的鲁棒 H_∞ 随机稳定的充分条件及控制器设计方法.最后,通过仿真算例验证了本文所用方法的有效性.本文的不足之处就是没有对只有部分驻留概率已知情况做出讨论,这将是本文以后的工作.

参考文献(References):

- [1] 俞立, 张安文. 网络化控制系统分析与设计: 切换系统处理方法 [M]. 北京: 科学出版社, 2012.
(YU Li, ZHANG Anwen. *Analysis and Design of Networked Control System: A Switched System Approach* [M]. Beijing: Science Press, 2012.
- [2] LIN H, ANTSAKLIS P. Stability and stabilizability of switched linear systems: a survey of recent results [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2009, 54(2): 308 – 322.
- [3] DU D, JIANG B, SHI P, et al. H_∞ filtering of discrete time switched systems with state delays via switched lyapunov function approach [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2007, 52(8): 1520 – 1525.
- [4] XIONG J, LAM J. Stabilization of discrete-time markovian jump linear systems via time-delayed controllers [J]. *Automatica*, 2006, 42(5): 747 – 753.
- [5] 王泽宁, 费树岷, 冯纯伯. 一类混杂系统的鲁棒性分析与控制 [J]. 控制理论与应用, 2001, 18(3): 375 – 379.
(WANG Zening, FEI Shumim, FENG Chunbo. Robustness analysis and robust control for a class of hybrid systems [J]. *Control Theory & Applications*, 2001, 18(3): 375 – 379.)
- [6] YU J, WANG L, YU M. Switched system approach to stabilization of networked control systems [J]. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 2011, 21(17): 1925 – 1946
- [7] WU J, CHEN T, WANG L. Delay-dependent robust stability and H_∞ control for jump linear systems with delays [J]. *Systems & Control Letters*, 2006, 55(11): 939 – 948.
- [8] ZHANG L X, BOUKAS E K. Stability and stabilization of Markovian jump linear systems with partly unknown transition probabilities [J]. *Automatica*, 2009, 45: 463 – 468.
- [9] FENG X, LOPARO K, JI Y, et al. Stochastic stability properties of jump linear systems [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1992, 37(1): 38 – 53.
- [10] BOYD S, GHAOUI L E, FERON E. Linear matrix inequality in system and control theory [M] // *SIAM Studies in Applied Mathematics*. Philadelphia: Society for Industrial and Applied Mathematics, 1994.
- [11] PETERSEN I. A stabilization algorithm for a class of uncertain linear systems [J]. *Systems & Control Letters*, 1987, 8(4): 351 – 357.
- [12] SUN X M, ZHAO J, DAVID J H. Stability and L_2 -gain analysis for switched delay systems: a delay-dependent method [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2006, 42(10): 1769 – 1774.
- [13] GHAOUI L E, OUSTRY F, AITRAMI M. A cone complementarity linearization algorithm for static output-feedback and related problems [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1997, 42(8): 1171 – 1176.
- [14] 赵霞, 田恩刚. 含有时变延迟的离散系统的稳定性分析 [J]. 微电子学与计算机, 2009, 26(4): 222 – 225.
(ZHAO Xia, TIAN Engang. Improved stability analysis for discrete system with time-varying delay [J]. *Microelectronics Computer*, 2009, 26(4): 222 – 225.

作者简介:

袁月华 (1988–), 女, 硕士研究生, 目前研究方向为网络控制系统、切换系统等, E-mail: yyh1013@126.com;

岳东 (1964–), 男, 教授, 博士生导师, 目前研究方向为网络控制系统、智能控制等, E-mail: medongy@vip.163.com;

田恩刚 (1980–), 男, 副教授, 硕士生导师, 目前研究方向为网络控制系统、关联系统、模糊控制等, E-mail: teg@njnu.edu.cn.