

具有不同观测丢失率多传感器随机不确定系统的 加权观测融合估计

吴黎明², 马 静², 孙书利^{1†}

(1. 黑龙江大学 电子工程学院, 黑龙江 哈尔滨 150080; 2. 黑龙江大学 数学科学学院, 黑龙江 哈尔滨 150080)

摘要: 本文研究了具有丢失观测的多传感器线性离散随机不确定系统的最优线性估计问题, 其中不同的传感器具有不同的丢失率. 首先将乘性噪声转化为加性噪声, 然后基于矩阵满秩分解和加权最小二乘理论, 提出了具有较小计算负担的加权观测融合估计算法. 分析了加权观测融合估计算法的稳态特性, 给出了稳态存在的一个充分条件. 所提出的加权观测融合估值器与集中式融合估值器具有相同的精度, 即具有全局最优性. 仿真研究验证了算法的有效性.

关键词: 多传感器; 丢失观测; 乘性噪声; 加权观测融合; 满秩分解

中图分类号: TP273 文献标识码: A

Weighted measurement fusion estimation for stochastic uncertain systems with multiple sensors of different missing measurement rates

WU Li-ming², MA Jing², SUN Shu-li^{1†}

(1. School of Electronic Engineering, Heilongjiang University, Harbin Heilongjiang 150080, China;

2. School of Mathematics Science, Heilongjiang University, Harbin Heilongjiang 150080, China)

Abstract: This paper is concerned with the optimal linear estimation problem for a multisensor linear discrete-time stochastic uncertain system with missing measurements. Different sensors have different missing measurement rates. Firstly, multiplicative noises are transferred to additive noises. Then, based on full-rank decomposition of a matrix and weighted least-squares theory, the weighted measurement fusion estimation algorithms with small computational burden are developed. The steady-state property of the weighted measurement fusion estimation algorithms is analyzed. A sufficient condition for the existence of the steady state is given. The weighted measurement fusion estimators proposed here have the same accuracy as the centralized fusion estimators, i.e., they have the global optimality. A simulation example shows the effectiveness of the algorithms.

Key words: multisensor; missing measurement; multiplicative noise; weighted measurement fusion; full-rank decomposition

1 引言(Introduction)

近年来, 基于不完整观测数据随机系统的滤波问题引起了人们的广泛关注^[1-4]. 文献[1-4]基于不同的方法研究了丢失观测系统的滤波问题. 文献[5-7]研究了带随机时滞和丢包的网络系统的状态估计问题. 但在实际中, 系统除了存在由数据传输带来的随机不确定性的同时往往还受到各种不可测的外部扰动的影响. 对于模型中含有乘性噪声的随机不确定系统, 文献[8-9]设计了一种非线性多项式滤波器. 然而计算较为复杂, 不便于实时应用. 文献[10-11]基于LMI方法研究了鲁棒滤波问题.

以上文献都是针对单传感器系统开展的研究. 随着科学技术的发展, 系统对精度的要求越来越高, 单传感器已无法满足高科技领域的需要. 因此, 多传感器信息融合技术, 已成为一项重要研究课题. 目前, 常用的观测融合方法有两种: 集中式观测融合算法^[12]和加权观测融合算法^[13]. 其中集中式融合算法具有全局最优性, 但是计算负担大. 加权观测融合也就是将各传感器的观测利用加权方法折算成一个等效的传感器的观测, 再利用Kalman滤波得到最终的融合估计. 它的优点是可减小在线计算负担, 同时还能获得与集中式融合相同的全局最优的估计精度. 文献[13]提出

收稿日期: 2013-02-24; 录用日期: 2013-09-17.

†通信作者. E-mail: sunsl@hlju.edu.cn; Tel.: +86 13674686865.

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(NSFC-61174139); 黑龙江省高校长江学者后备支持计划资助项目(2013CJHB005); 黑龙江省高校科技创新团队资助项目(2012TD007); 黑龙江大学高层次人才资助项目(Hdtd2010-03); 省重点实验室基金资助项目.

了多传感器加权观测融合滤波算法, 但该算法假设所有传感器具有相同的观测矩阵. 文献[14]对文献[13]进行了改进, 但仍要求增广的观测矩阵列满秩或所有传感器的观测矩阵具有极大右公因子. 文献[15–16]在文献[13–14]的基础上, 基于矩阵满秩分解和加权最小二乘理论, 提出了新的加权观测融合估计算法, 该算法避免了文献[13–14]对观测矩阵的附加条件. 文献[17]对一类非线性系统提出了加权观测融合滤波算法. 以上文献都是在完整观测数据和无乘性噪声随机干扰下的状态估计问题. 文献[18–19]考虑了丢失观测和乘性噪声扰动, 但采用的是集中式融合算法, 因此, 计算负担随着传感器数量的增加而迅速增加.

本文在文献[15, 19]的基础上, 研究具有乘性噪声不确定性和不同传感器具有不同观测丢失率的多传感器系统的加权观测融合估计问题. 首先将乘性噪声转化为加性噪声, 然后利用矩阵满秩分解和加权最小二乘法理论, 将增广的观测压缩成一个具有较低维数的观测, 提出了加权观测融合滤波器、预报器和平滑器, 分析了算法的稳态特性, 并证明了其全局最优性, 即所提出的加权观测融合估值器同集中式融合估值器在数值上是相等的.

2 问题阐述(Problem formulation)

考虑如下含有乘性噪声和丢失观测的多传感器线性离散随机系统:

$$\begin{aligned} x(t+1) &= (A + \sum_{k=1}^{n_\alpha} \alpha_k(t) A_k) x(t) + \Gamma w(t), \quad (1) \\ y^{(i)}(t) &= \gamma^{(i)}(t) H^{(i)} x(t) + v^{(i)}(t), \\ i &= 1, 2, \dots, L, \quad (2) \end{aligned}$$

其中: $x(t) \in \mathbb{R}^n$ 为系统的状态向量, $y^{(i)}(t) \in \mathbb{R}^{m^{(i)}}$ 为第 i 个传感器的观测向量, $w(t) \in \mathbb{R}^r$ 和 $v^{(i)}(t) \in \mathbb{R}^{m^{(i)}}$ 为系统噪声和观测噪声, $\alpha_k(t) \in \mathbb{R}$ 是均值为 0、方差为 Q_{α_k} 的白噪声序列, 且与其他随机变量不相关. $\gamma^{(i)}(t) (i = 1, 2, \dots, L)$ 是 Bernoulli 分布的随机变量, 满足 $P\{\gamma^{(i)}(t) = 1\} = \pi^{(i)}$, $P\{\gamma^{(i)}(t) = 0\} = 1 - \pi^{(i)}$, $0 \leq \pi^{(i)} \leq 1$, 且与其他随机变量不相关. A , A_k , $H^{(i)}$ 和 Γ 为已知的适当维数的常值矩阵. 上标 (i) 表示第 i 个传感器, L 是传感器的个数.

假设 1 $w(t)$ 和 $v^{(i)}(t) (i = 1, 2, \dots, L)$ 是不相关的白噪声, 且满足

$$\begin{aligned} E[w(t)w^T(k)] &= Q_w \delta_{tk}, \quad E[w(t)v^{(i)T}(k)] = 0, \\ E[v^{(i)}(t)v^{(j)T}(k)] &= Q_{v^{(i)}} \delta_{tk} \delta_{ij}, \end{aligned}$$

其中 E 为均值, T 为转置, δ_{tk} 为 Kronecker delta 函数.

假设 2 初值 $x(0)$ 与 $\alpha_k(t)$, $k = 1, \dots, n_\alpha$, $w(t)$, $v^{(i)}(t)$ 和 $\gamma^{(i)}(t)$, $i = 1, 2, \dots, L$ 不相关, 且 $E\{x(0)\} = \mu_0$, $E\{(x(0) - \mu_0)(x(0) - \mu_0)^T\} = P_0$.

本文的目的是基于多传感器的观测 $y^{(i)}(t)$, $i =$

$1, 2, \dots, L$, 求加权观测融合滤波器 $\hat{x}^{(w)}(t|t)$ 、预报器 $\hat{x}^{(w)}(t+N|t)$ 和平滑器 $\hat{x}^{(w)}(t|t+N)$, $N > 0$.

3 加权观测融合估计(Weighted measurement fusion estimation)

3.1 系统转化(System transform)

系统(1)–(2)可等价地转化为如下系统:

$$x(t+1) = Ax(t) + W(t), \quad (3)$$

$$y^{(i)}(t) = \pi^{(i)} H^{(i)} x(t) + V^{(i)}(t), \quad (4)$$

其中:

$$W(t) = \sum_{k=1}^{n_\alpha} \alpha_k(t) A_k x(t) + \Gamma w(t),$$

$$V^{(i)}(t) = (\gamma^{(i)}(t) - \pi^{(i)}) H^{(i)} x(t) + v^{(i)}(t). \quad (5)$$

这样, 带乘性噪声的系统(1)和(2)化为了带加性噪声的系统(3)和(4). 由 $E\{(\gamma^{(i)}(t) - \pi^{(i)})^2\} = \pi^{(i)}(1 - \pi^{(i)})$, $E\{\gamma^{(i)}(t) - \pi^{(i)}\} = 0$ 和 $w(t)$, $\alpha_k(t)$, $x(t)$, $v^{(i)}(t)$ 相互正交的性质, 可得 $E\{W(t)\} = 0$ 和 $E\{V^{(i)}(t)\} = 0$, 且有如下噪声统计信息:

$$\begin{cases} E[W(t)W^T(t)] = Q_W(t), \\ E[V^{(i)}(t)V^{(i)T}(t)] = R_{V^{(i)}}(t), \\ Q_W(t) = \sum_{k=1}^{n_\alpha} Q_{\alpha_k} A_k X(t) A_k^T + \Gamma Q_w \Gamma^T, \\ R_{V^{(i)}}(t) = \pi^{(i)}(1 - \pi^{(i)}) H^{(i)} X(t) H^{(i)T} + Q_{v^{(i)}}. \end{cases} \quad (6)$$

由式(6)可知 $W(t)$, $V^{(i)}(t)$ 为互不相关的白噪声. 其中 $X(t)$ 为状态二阶矩, 由状态方程(1)得

$$\begin{aligned} X(t+1) &= E\{x(t+1)x^T(t+1)\} = \\ &= AX(t)A^T + \sum_{k=1}^{n_\alpha} Q_{\alpha_k} A_k X(t) A_k^T + \Gamma Q_w \Gamma^T. \quad (7) \end{aligned}$$

合并 L 个观测方程可得增广的观测

$$y^{(c)}(t) = H^{(c)} x(t) + V^{(c)}(t), \quad (8)$$

其中:

$$\begin{cases} y^{(c)}(t) = [y^{(1)T}(t) \dots y^{(L)T}(t)]^T, \\ H^{(c)} = [(\pi^{(1)} H^{(1)})^T \dots (\pi^{(L)} H^{(L)})^T]^T, \\ V^{(c)}(t) = [V^{(1)T}(t) \dots V^{(L)T}(t)]^T. \end{cases} \quad (9)$$

$V^{(c)}(t)$ 的方差阵为 $R^{(c)}(t) = \text{diag}\{R_{V^{(1)}}(t), R_{V^{(2)}}(t), \dots, R_{V^{(L)}}(t)\} > 0$, 其中 $\text{diag}\{\}$ 为对角矩阵.

对系统(3)和式(8)可直接由经典 Kalman 滤波算法^[20]获得集中式融合滤波器 $\hat{x}^{(c)}(t|t)$ 、预报器 $\hat{x}^{(c)}(t+N|t) (N \geq 1)$ 、平滑器 $\hat{x}^{(c)}(t|t+N) (N \geq 1)$ 及其相应的误差方差矩阵 $P^{(c)}(t|t)$, $P^{(c)}(t+N|t)$ 和 $P^{(c)}(t|t+N)$. 由增广观测 $y^{(c)}(t) \in \mathbb{R}^m$, $m = \sum_{i=1}^L m_i$, 可知集中式融合估值器具有计算量大的缺点. 为减小计算负担, 下面给出计算量小的加权观测融合估计算法.

3.2 加权观测融合估值器(Weighted measurement fusion estimators)

对增广的观测(8)可进行压缩处理. 不同于文献[15]中的观测加权融合系统带有定常噪声方差阵, 由式(5)和(9)可知增广观测方程(8)中的观测噪声 $V^{(c)}(t)$ 依赖于系统状态 $x(t)$, 进而观测噪声方差阵 $R^{(c)}(t)$ 依赖于状态的二阶矩阵 $X(t)$, 且为时变的. 类似文献[15], 这里本文不加证明地给出如下结论.

定理 1 在假设1-2下, 增广的观测(8)的加权融合观测为

$$y^{(w)}(t) = (F^T(R^{(c)}(t))^{-1}F)^{-1}F^T(R^{(c)}(t))^{-1}y^{(c)}(t), \quad (10)$$

$$V^{(w)}(t) = (F^T(R^{(c)}(t))^{-1}F)^{-1}F^T(R^{(c)}(t))^{-1}V^{(c)}(t). \quad (11)$$

新的压缩的融合观测方程为

$$y^{(w)}(t) = H^{(w)}x(t) + V^{(w)}(t), \quad (12)$$

新的观测噪声 $V^{(w)}(t)$ 的方差阵为

$$R^{(w)}(t) = (F^T(R^{(c)}(t))^{-1}F)^{-1}, \quad (13)$$

式中 F 和 $H^{(w)}$ 分别为矩阵 $H^{(c)}$ 满秩分解所得到的列满秩矩阵和行满秩矩阵, 且 $H^{(c)} = FH^{(w)}$.

对于系统(1)和(12), 基于定理1和经典Kalman滤波算法^[20]可得加权观测融合估值器, 包括滤波器、预报器和平滑器, 以及相应的估计误差方差矩阵. 为了节省空间, 这里只给出滤波算法:

$$\hat{x}^{(w)}(t|t) = [I_n - K^{(w)}(t|t)H^{(w)}]A\hat{x}^{(w)}(t-1|t-1) + K^{(w)}(t|t)y^{(w)}(t), \quad (14)$$

$$K^{(w)}(t|t) = P^{(w)}(t|t-1)H^{(w)T}[H^{(w)}P^{(w)}(t|t-1)H^{(w)T} + R^{(w)}(t)]^{-1}, \quad (15)$$

$$P^{(w)}(t|t) = [I_n - K^{(w)}(t|t)H^{(w)}]P^{(w)}(t|t-1), \quad (16)$$

$$P^{(w)}(t+1|t) = AP^{(w)}(t|t)A^T + Q_W(t), \quad (17)$$

其中: $K^{(w)}(t|t)$ 为加权观测融合滤波增益阵, $P^{(w)}(t|t)$ 和 $P^{(w)}(t|t-1)$ 为加权观测融合滤波和一步预报误差方差阵. 初值为

$$\hat{x}^{(w)}(0|0) = \mu_0, \quad P^{(w)}(0|0) = P_0.$$

3.3 稳态特性分析(Steady-state property analysis)

由前面分析可知 $R^{(c)}(t)$ 依赖于状态的二阶矩阵 $X(t)$, 因而 $R^{(w)}(t)$ 也依赖于状态的二阶矩阵 $X(t)$, 且为时变的. 下面本文研究加权观测融合滤波算法的稳态特性. 定义矩阵 $\bar{A} = A \otimes A + \sum_{k=1}^{n_\alpha} Q_{\alpha_k} A_k \otimes A_k$, 其中符号 \otimes 表示Kronecker积. 下面的定理2和定理3给出了

稳态估值器存在的充分条件.

定理 2 在假设1-2下, 当矩阵 \bar{A} 的谱半径 $\rho(\bar{A}) < 1$ 时, 则Lyapunov方程(7)在任意初始条件下的解 $X(t)$ 收敛于如下代数Lyapunov方程的解 X , 即 $\lim_{t \rightarrow \infty} X(t) = X$.

$$X = AXA^T + \sum_{k=1}^{n_\alpha} Q_{\alpha_k} A_k X A_k^T + \Gamma Q_w \Gamma^T, \quad (18)$$

且

$$\begin{cases} \lim_{t \rightarrow \infty} Q_W(t) = Q_W = \\ \sum_{k=1}^{n_\alpha} Q_{\alpha_k} A_k X A_k^T + \Gamma Q_w \Gamma^T, \\ \lim_{t \rightarrow \infty} R_{V^{(i)}}(t) = R_{V^{(i)}} = \\ \pi^{(i)}(1 - \pi^{(i)})H^{(i)}XH^{(i)T} + Q_{v^{(i)}}. \end{cases} \quad (19)$$

证 由矩阵分析理论^[5], 可知在 $\rho(\bar{A}) < 1$ 时, Lyapunov方程(7)的解收敛于式(18)的解. 进而, 由式(6)可得式(19)成立. 证毕.

定理 3 在假设1-2下, 当 $\rho(\bar{A}) < 1$, 且 (A, Q_W) 能稳, $(A, H^{(w)})$ 能检时, 则在任意初始条件 $P^{(w)}(0|0) \geq 0$ 下, 加权观测融合一步预报误差方差阵满足的Riccati方程(17)的解 $P^{(w)}(t|t-1)$ 将指数收敛于下面的代数Riccati方程的唯一半正定解 $P^{(w)}$, 即 $\lim_{t \rightarrow \infty} P^{(w)}(t|t-1) = P^{(w)}$.

$$P^{(w)} = AP^{(w)}A^T - AP^{(w)}H^{(w)T}[H^{(w)}P^{(w)}H^{(w)T} + R^{(w)}]^{-1}H^{(w)}P^{(w)}A^T + Q_W, \quad (20)$$

且加权观测融合稳态滤波器

$$\hat{x}^{(w)}(t|t) = [I_n - K^{(w)}H^{(w)}]A\hat{x}^{(w)}(t-1|t-1) + K^{(w)}y^{(w)}(t) \quad (21)$$

是渐近稳定的.

证 当 $\rho(\bar{A}) < 1$ 时, 由定理2可知 $\lim_{t \rightarrow \infty} X(t) = X$, $\lim_{t \rightarrow \infty} Q_W(t) = Q_W$ 和 $\lim_{t \rightarrow \infty} R_{V^{(i)}}(t) = R_{V^{(i)}}$. 则当 $t \rightarrow \infty$ 时, 式(17)可重新写为

$$P^{(w)}(t+1|t) = AP^{(w)}(t|t-1)A^T - AP^{(w)}(t|t-1)H^{(w)T} \times [H^{(w)}P^{(w)}(t|t-1)H^{(w)T} + R^{(w)}]^{-1} \times H^{(w)}P^{(w)}(t|t-1)A^T + Q_W. \quad (22)$$

那么, 由Kalman滤波理论^[20]可知, 在 (A, Q_W) 能稳, $(A, H^{(w)})$ 能检时, 式(22)的解收敛于式(20)的唯一半正定解. 于是, 有 $\lim_{t \rightarrow \infty} P^{(w)}(t|t-1) = P^{(w)}$. 进而可得 $\lim_{t \rightarrow \infty} K^{(w)}(t|t) = K^{(w)}$, 且矩阵 $[I_n - K^{(w)}H^{(w)}]A$ 是稳定的, 这引出滤波器(21)的渐近稳定性. 证毕.

注1 本文与文献[19]有着本质不同. 第一, 采用的融合算法不同, 文献[19]采用集中式融合算法, 而本文采用加权观测融合算法, 由于增广的高维观测 $y^{(c)}(t) \in \mathbb{R}^m$ 被压缩成较低维数的观测 $y^{(w)}(t) \in \mathbb{R}^r$, $r \leq \min\{m, n\}$. 当传感器的数量增多时, 特别是当 $m \gg n$ 时可明显减小计算负担. 第二, 对乘性噪声的处理不同, 文献[19]直接对乘性噪声进行处理, 本文是将乘性噪声转化为加性噪声进行处理. 这样, 以前的结果可以直接利用, 简化了推导过程.

注2 由定理3可知, 由于所设计的滤波器只依赖于数据丢失的概率, 具有稳态特性, 可离线计算, 因而具有较小的在线计算负担. 这不同于依赖随机变量 $\gamma^{(i)}(t)$ 值的滤波器(方程(2)中的 $\gamma^{(i)}(t)$ 在每时刻的取值是已知的)要求实时计算, 没有稳态特性, 因而具有在线计算负担. 由于本文所提出的滤波器只利用了观测丢失概率, 因而, 与依赖于随机变量的滤波器相比具有精度损失. 这一点在后面的仿真中给予了验证.

4 加权观测融合估值器的全局最优性 (Global optimality of weighted measurement fusion estimators)

为了节省空间, 这里详细的证明过程不再给出. 类似于文献[15]正常系统的稳态加权融合估计的全局最优性的推导过程, 对于本文的具有随机不确定性和丢失观测的多传感器系统, 本文有如下相同的结论.

定理4 在假设1-2下, 系统(3)和式(12)的加权观测融合滤波器 $\hat{x}^{(w)}(t|t)$ 、一步预报器 $\hat{x}^{(w)}(t+1|t)$ 及相应的误差方差阵 $P^{(w)}(t|t)$ 和 $P^{(w)}(t+1|t)$, 在数值上恒等同于系统(3)和式(8)的集中式融合滤波器 $\hat{x}^{(c)}(t|t)$ 、一步预报器 $\hat{x}^{(c)}(t+1|t)$ 及相应的误差方差阵 $P^{(c)}(t|t)$ 和 $P^{(c)}(t+1|t)$, 即

$$\begin{cases} \hat{x}^{(c)}(t|t) = \hat{x}^{(w)}(t|t), \\ P^{(c)}(t|t) = P^{(w)}(t|t), \quad \forall t > 0, \end{cases} \quad (23)$$

$$\begin{cases} \hat{x}^{(c)}(t+1|t) = \hat{x}^{(w)}(t+1|t), \\ P^{(c)}(t+1|t) = P^{(w)}(t+1|t), \quad \forall t > 0. \end{cases} \quad (24)$$

式(23)和(24)中的集中式融合和加权观测融合带相同的初值

$$\hat{x}^{(c)}(0|0) = \hat{x}^{(w)}(0|0), \quad P^{(c)}(0|0) = P^{(w)}(0|0), \quad (25)$$

或

$$\begin{cases} \hat{x}^{(c)}(0|-1) = \hat{x}^{(w)}(0|-1), \\ P^{(c)}(0|-1) = P^{(w)}(0|-1). \end{cases} \quad (26)$$

而且, 加权观测融合 N 步预报器 $\hat{x}^{(w)}(t+N|t)$ 和平滑器 $\hat{x}^{(w)}(t|t+N)$ 及其误差方差阵 $P^{(w)}(t+N|t)$ 和 $P^{(w)}(t|t+N)$, 在数值上分别恒等同于集中式融合 N 步预报器 $\hat{x}^{(c)}(t+N|t)$ 和平滑器 $\hat{x}^{(c)}(t|t+N)$ 及其误差方差阵 $P^{(c)}(t+N|t)$ 和 $P^{(c)}(t|t+N)$, 即

$$\begin{cases} \hat{x}^{(c)}(t+N|t) = \hat{x}^{(w)}(t+N|t), \\ P^{(c)}(t+N|t) = P^{(w)}(t+N|t), \quad N > 1, \quad \forall t > 0, \end{cases} \quad (27)$$

$$\begin{cases} \hat{x}^{(c)}(t|t+N) = \hat{x}^{(w)}(t|t+N), \\ P^{(c)}(t|t+N) = P^{(w)}(t|t+N), \quad N \geq 1, \quad \forall t > 0. \end{cases} \quad (28)$$

综上, 对含有乘性噪声和观测丢失的多传感不确定系统, 加权观测融合方法和集中式融合算法在相同的初值下, 估值器及相应的误差方差矩阵具有相同的数值. 因为集中式融合估值器是全局最优的, 所以加权观测融合估值器也是全局最优的. 由于加权观测融合估计具有更低维数的观测, 因而具有更小的计算量.

5 仿真研究(Simulation study)

考虑文献[7]中的一个不间断电力系统(uninterruptible power system, UPS)系统, 系统被5个传感器观测, 其离散时间模型为

$$A = \begin{bmatrix} 0.9226 & -0.6330 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad A_1 = \begin{bmatrix} 0.1 & 0.05 & -0.05 \\ 0.2 & 0.1 & 0.3 \\ 0.5 & 0.3 & 0.2 \end{bmatrix},$$

$$\Gamma = [0.5 \ 0 \ 0.2]^T,$$

$$H^{(1)} = H^{(2)} = [23.738 \ 20.287 \ 0],$$

$$H^{(3)} = H^{(4)} = H^{(5)} = [0 \ 20 \ 23].$$

其中所有变量如部分2中对系统(1)和(2)的变量的阐述. 仿真中取 $\pi^{(1)} = \pi^{(2)} = 0.5$, $\pi^{(3)} = \pi^{(4)} = \pi^{(5)} = 0.6$, $n_\alpha = 1$, $\alpha_1(t)$, $w(t)$ 和 $v^{(i)}(t)$ 是零均值, 方差分别是 $Q_{\alpha_1} = 0.1$, $Q_w = 1.5$, $Q_{v^{(1)}} = 1$, $Q_{v^{(2)}} = 1.5$, $Q_{v^{(3)}} = 2$, $Q_{v^{(4)}} = 2.5$, $Q_{v^{(5)}} = 3$ 相互独立的高斯白噪声.

问题是求集中式融合和加权观测融合滤波器 $\hat{x}^{(a)}(t|t)$ 、预报器 $\hat{x}^{(a)}(t+1|t)$ 和平滑器 $\hat{x}^{(a)}(t|t+1)$ 及其对应的误差方差矩阵 $P^{(a)}(t|t)$, $P^{(a)}(t+1|t)$ 和 $P^{(a)}(t|t+1)$, 其中 $a = c, w$, 并验证它们的估计精度是相同的.

由仿真数据可知增广观测矩阵

$$H^{(c)} = \begin{bmatrix} 11.8690 & 11.8690 & 0 & 0 & 0 \\ 10.1435 & 10.1435 & 12 & 12 & 12 \\ 0 & 0 & 13.8 & 13.8 & 13.8 \end{bmatrix}^T,$$

易知 $H^{(c)}$ 的秩为2. 对 $H^{(c)}$ 进行满秩分解 $H^{(c)} = FH^{(w)}$, 其中:

$$F = \begin{bmatrix} 11.8690 & 11.8690 & 0 & 0 & 0 \\ 10.1435 & 10.1435 & 12 & 12 & 12 \end{bmatrix}^T,$$

$$H^{(w)} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -0.9828 \\ 0 & 1 & 1.15 \end{bmatrix}.$$

为了清楚的比较加权观测融合和集中式融合的精度, 将估值器第1状态分量的误差方差的稳态值列入表1. 从表1中可以看出它们是恒等的. 但集中式融合

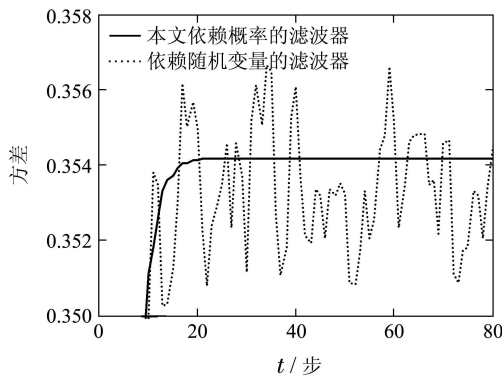
估计具有6维增广观测,而加权观测融合估计具有2维压缩的观测,因而本文所提出的加权观测融合估计算法具有更小的计算负担。

表1 两种融合算法关于第1个状态分量的稳态估计误差方差

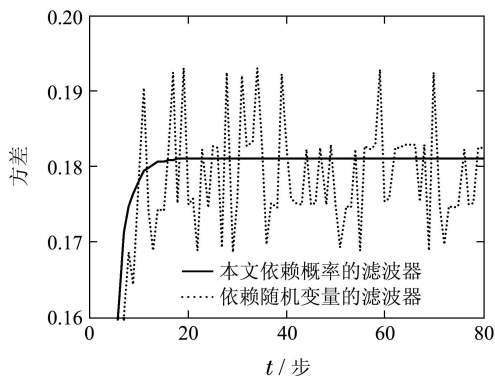
Table 1 Steady-state estimation error variance for the first state component of two fusion algorithms

第1状态分量	
$P^{(c)}(t t+1)$	0.187221232128463
$P^{(w)}(t t+1)$	0.187221232128463
$P^{(c)}(t t)$	0.354178307001192
$P^{(w)}(t t)$	0.354178307001192
$P^{(c)}(t t-1)$	0.681599704026125
$P^{(w)}(t t-1)$	0.681599704026125

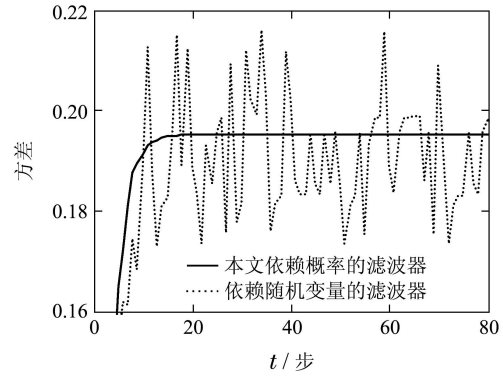
为了分析稳态特性,笔者将本文滤波器与依靠随机变量的滤波器的滤波误差方差比较结果绘于图1中。从图1中可以看出,本文滤波器存在稳态;而依靠随机变量取值的滤波器的滤波误差方差是随机的,不存在稳态值,因此增加了在线计算负担。但从两种滤波器的均方误差(MSE)比较曲线图2中,可以看出,由于本文所提出的滤波器仅仅利用观测丢失的概率,因而本文的依赖概率的滤波器的估计精度要略低于依靠随机变量取值的估计精度。



(a) 第1状态分量



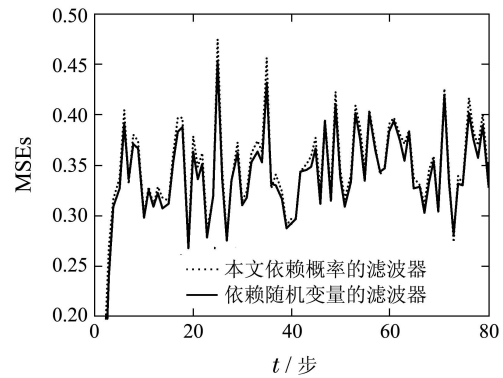
(b) 第2状态分量



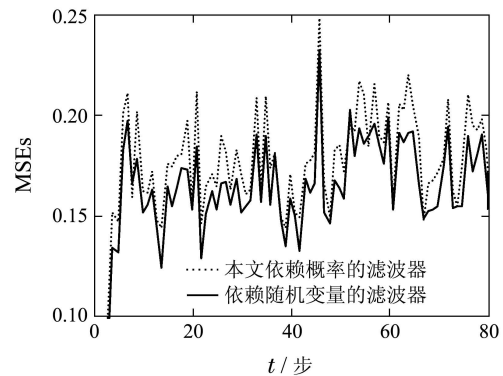
(c) 第3状态分量

图1 两种滤波器的误差方差曲线

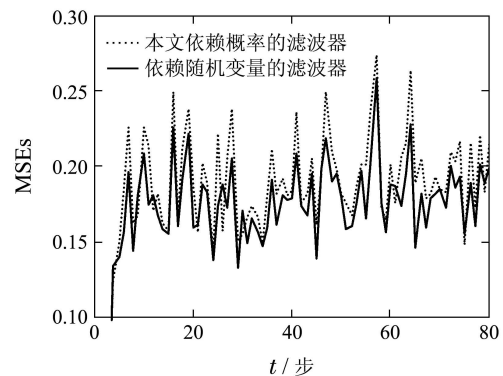
Fig. 1 Error variance curves of two filters.



(a) 第1状态分量



(b) 第2状态分量



(c) 第3状态分量

图2 两种滤波器的MSE曲线

Fig. 2 MSEs curves of two filters

6 结论(Conclusions)

针对状态方程中含有乘性噪声随机不确定性,且不同传感器具有不同观测丢失率的多传感器线性离散随机系统,基于矩阵满秩分解和加权最小二乘理论,将增广的高维观测压缩成维数较低的观测,提出了加权观测融合状态估值器.分析了加权观测融合估计算法的稳态特性,并给出了稳态存在的充分条件.并证明了所提加权观测融合估值器与集中式融合估值器具有相同的估计精度,即具有全局最优性.由于加权观测融合方程具有更低的观测维数,因此可明显减小在线计算负担,便于实时应用.

参考文献(References):

- [1] NAHI N E. Optimal recursive estimation with uncertain observation [J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 1969, 15(6): 457 – 462.
- [2] HADIDI M T, SCHWARTZ S C. Linear recursive state estimators under uncertain observations [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1979, 24(6): 944 – 948.
- [3] NAKAMORI S, CABALLERO-AGUILA R, HERMOSO-CARAZO A, et al. Linear recursive discrete-time estimators using covariance information under uncertain observations [J]. *Signal Processing*, 2003, 87(7): 1553 – 1559.
- [4] LIANG Y, CHEN T W, PAN Q. Optimal linear state estimator with multiple packet dropouts [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2010, 55(6): 1428 – 1443.
- [5] SUN S L, XIE L H, XIAO W D. Optimal full-order filtering for discrete-time systems with random measurement delays and multiple packet dropouts [J]. *Journal of Control Theory and Applications*, 2010, 8(1): 105 – 110.
- [6] 王宝凤, 郭戈. 具有Markovian时延与丢包的离散系统的状态估计 [J]. *控制理论与应用*, 2009, 26(12): 1331 – 1336.
(WANG Baofeng, GUO Ge. State estimation for discrete-time systems with Markovian time-delay and packet loss [J]. *Control Theory & Applications*, 2009, 26(12): 1331 – 1336.)
- [7] SHI P, LUAN X L, LIU F. H_∞ filtering for discrete-time systems with stochastic incomplete measurement and mixed delays [J]. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2012, 59(6): 2732 – 2739.
- [8] CARRAVETTA F, GERMANI A, RAIMONDI M. Polynomial filtering for discrete-time stochastic linear systems with multiplicative state noise [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1997, 42(8): 1106 – 1126.
- [9] DE SANTIS A, GERMANI A, RAIMONDI M. Optimal quadratic filtering of linear discrete-time non-Gaussian systems [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1995, 40(7): 1274 – 1278.
- [10] YANG F W, WANG Z D, HUNG Y S. Robust Kalman filtering for discrete time-varying uncertain systems with multiplicative noises [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2002, 47(7): 1179 – 1183.
- [11] 王武, 杨富文, 詹耀清. 测量数据丢失时的随机不确定离散系统的鲁棒 H_2 状态估计 [J]. *控制理论与应用*, 2008, 25(3): 439 – 445.
(WANG Wu, YANG Fuwen, ZHAN Yaoqing. Robust H_2 state estimation for stochastic uncertain discrete-time system with missing measurements [J]. *Control Theory & Applications*, 2008, 25(3): 439 – 445.)
- [12] 段战胜, 韩崇昭. 相关量测噪声情况下多传感器集中式融合跟踪 [J]. *系统工程与电子技术*, 2005, 27(7): 1160 – 1163.
(DUAN Zhansheng, HAN Chongzhao. Multi-sensor centralized fusion tracking with correlated measurement noises [J]. *Systems Engineering and Electronics*, 2005, 27(7): 1160 – 1163.)
- [13] QIANG G, CHRIS J H. Comparison of two measurement fusion methods for Kalman filter based multisensor data fusion [J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2001, 37(1): 273 – 279.
- [14] 冉陈键, 顾磊, 邓自立. 相关观测融合Kalman估值器及其全局最优性 [J]. *控制理论与应用*, 2009, 26(2): 174 – 178.
(RAN Chenjian, GU Lei, DENG Zili. Correlated measurement fusion Kalman estimators and their global optimality [J]. *Control Theory & Applications*, 2009, 26(2): 174 – 178.)
- [15] 王欣, 朱齐丹, 孙书利. 带相关噪声的加权观测融合估计算法及其全局最优性 [J]. *系统工程与电子技术*, 2010, 32(10): 2057 – 2061.
(WANG Xin, ZHU Qidan, SUN Shuli. Weighted measurement fusion estimation algorithm with correlated noises and its global optimality [J]. *Systems Engineering and Electronics*, 2010, 32(10): 2057 – 2061.)
- [16] 王欣, 朱齐丹, 孙书利. 不受约束的全局最优加权观测融合估计 [J]. *计算机工程与应用*, 2010, 46(24): 22 – 25.
(WANG Xin, ZHU Qidan, SUN Shuli. Unconstrained global optimal weighted measurement fusion estimation [J]. *Computer Engineering and Applications*, 2010, 46(24): 22 – 25.)
- [17] 郝钢, 叶秀芬, 陈亭. 加权观测融合非线性无迹卡尔曼滤波算法 [J]. *控制理论与应用*, 2011, 28(6): 753 – 758.
(HAO Gang, YE Xiufeng, CHEN Ting. Weighted measurement fusion algorithm for nonlinear unscented Kalman filter [J]. *Control Theory & Applications*, 2011, 28(6): 753 – 758.)
- [18] HOUNKPEVI F O, YAZ E E. Robust minimum variance linear state estimators for multiple sensors with different failure rates [J]. *Automatica*, 2007, 43(7): 1274 – 1280.
- [19] MA J, SUN S L. Optimal filter for stochastic uncertain systems with multiplicative noise and sensor failure rates [J]. *Lecture Notes in Electrical Engineering*, 2011, 156: 1319 – 1327.
- [20] 邓自立. 信息融合估计理论及其应用 [M]. 北京: 科学出版社, 2012.
(DENG Zili. *Information Fusion Estimation Theory and Applications* [M]. Beijing: Science Press, 2012.)

作者简介:

吴黎明 (1985–), 女, 硕士研究生, 目前研究方向为信息融合滤波, E-mail: wuliming.1985@163.com;

马静 (1979–), 女, 副教授, 目前研究方向为传感器网络和信息融合滤波, E-mail: majing427@gmail.com;

孙书利 (1971–), 男, 教授, 目前研究方向为状态估计、信号处理、信息融合、传感器网络等, E-mail: sunsl@hju.edu.cn.