

和声搜索算法探索能力研究及其修正

欧阳海滨^{1†}, 高立群¹, 邹德旋², 孔祥勇¹

(1. 东北大学 信息科学与工程学院, 辽宁 沈阳 110819; 2. 江苏师范大学 电气工程及自动化学院, 江苏 徐州 221116)

摘要: 和声搜索算法(harmony search, HS)的一大缺点是它容易陷入局部最优. 针对此缺点, 深入研究了近期文献中所提出的步长(bw)调整方法. 首先具体分析了和声搜索算法即兴创作过程的探索能力, 而后推导出在不对称区间下即兴创作过程的探索能力与各参数的关系, 并进一步讨论了bw对探索能力和算法收敛的影响, 证明了方差期望和均值期望所组成的迭代方程的迭代收敛充分性. 基于这些分析和证明, 提出一种修正和声搜索算法(modified harmony search, MHS), 并分析了参数和声记忆库大小(harmony memory size, HMS)、基音调整概率(pitch adjusting rate, PAR)及和声记忆库的考虑概率(harmony memory considering rate, HMCR)对MHS优化性能的影响. 数值仿真结果表明MHS算法优于HS及最新文献所报道的8种改进HS算法, 具有良好的优化性能.

关键词: 和声搜索算法; 步长; 探索能力; 迭代收敛

中图分类号: TP301 **文献标识码:** A

Exploration ability study of harmony search algorithm and its modification

OUYANG Hai-bin^{1†}, GAO Li-qun¹, ZOU De-xuan², KONG Xiang-yong¹

(1. College of Information Science and Engineering, Northeastern University, Shenyang Liaoning 110819, China;

2. School of Electrical Engineering and Automation, Jiangsu Normal University, Xuzhou Jiangsu 221116, China)

Abstract: Harmony search (HS) algorithm often generates solutions that are only local optimal. To conquer this disadvantage, the distance bandwidth adjusting methods that were proposed in recent publications are deeply studied. At first, the exploration ability of HS improvisation is investigated. Secondly, the relationship between improvisation exploration and each parameter under asymmetric interval is deduced. Finally, the effects of the parameter bw on the exploration ability and convergence of HS are discussed, and the iterative convergence sufficiency of the iteration equation which consists of variance expectation and mean expectation is theoretically proven. Based on the above analyses and proof, a modified harmony search (MHS) algorithm is proposed. The effects of the key parameters HMS, PAR and HMCR on the performance of MHS algorithm are also discussed in detail. Experimental results demonstrated that the proposed MHS algorithm has better performance than HS and the other eight state-of-the-art HS variants that were recently proposed.

Key words: harmony search algorithm; bandwidth; exploration ability; iterative convergence

1 引言(Introduction)

音乐家通过个人的音乐记忆和音乐音符的调节获得美妙的音乐, 类似于优化算法通过解空间的历史记忆和解变量的调整获得合理有效的解. 受此启发, Geem等于2001年提出一种启发式智能优化算法, 命名为和声搜索算法(harmony search algorithm, HS)^[1]. HS具有以下几点优势^[1-3]: 一是HS产生的新和声考虑了现存所有的和声, 而遗传算法(genetic algorithm, GA)仅考虑了父代的两个解; 二是HS通过独立的变量调节产生新和声; 三是HS的即兴创作通过随机数的变化来进行和声记忆库考虑, 基音调整, 随机变异操作, 是一种全局的随机搜索模式. 基于HS的优势和特点,

近几年HS已被成功应用到许多实际优化问题中, 如电力系统环境经济调度问题^[4]、地下水管理^[5]、电力分布系统中非技术损耗探测问题^[6]、混合稳态自适应模糊控制器的设计^[7]和中等规模的时尚零售供应链销售预测问题^[8]等.

HS的探索能力与即兴创作过程有密切联系. 而在即兴创作过程中如何合理有效地调整步长(bandwidth, bw), 一直是学者们研究的热点和难点之一. 如果bw的设置策略不合理, 将会导致HS盲目地随机搜索, 降低HS寻优的效率和精度, 影响HS的探索能力. Omran和Mahdavi等提出改进和声搜索算法(IHS)^[2], 将bw设计为随着迭代次数的增加而呈指数递减. 高立

群等提出了自适应和声粒子群算法^[9]. 该算法利用和声记忆库中每一维解变量的最大最小值及变量的上下限值来调整bw, 加快了算法的收敛速度. Geem和Sim提出一种参数自整定HS算法^[10], 该算法建立两个相同大小的和声记忆库, 一个用来存储和声向量, 另一个用来存储参数值, 随着和声的变化, 参数也自适应变化, 实现每一个解变量有与其独立对应的bw值. Wang等提出自适应和声搜索算法(SAHS)^[11], 该算法利用和声记忆库中每一维和声变量的最大最小值分别与当前的和声变量的偏差来自适应调节bw. Majid Jaberipour等提出了两种改进和声搜索算法(PHS, IPHS)^[12], 利用和声变量和目标函数的等效微分关系来调节bw. Swagatam Das等对HS的探索能力进行了分析和改进, 提出了探索和声搜索算法(EHS)^[13], 利用和声变量的方差信息对bw进行调整, 提高了算法的探索能力. 这些算法采用不同的策略对bw进行了调节, 并取得了一定的效果, 提高了算法的优化性能, 但这些算法仍存在优化精度低, 易陷入局部最优的缺陷.

本文分析讨论了HS即兴创作过程的搜索能力, 以确定HS算法各参数与即兴创作的探索能力之间的关系, 以此为基础考虑了不同bw调整方式对HS算法探索能力的影响, 并提出了一种修正和声搜索算法(modified harmony search, MHS). 该算法设计了bw自适应调整方式, 以平衡算法迭代过程中的聚集和发散, 增强算法逃离局部最优的能力. 数值实验验证了本文算法的有效性.

2 和声搜索算法的探索能力与各参数的关系 (Relation between the exploration ability of HS and each parameters)

2.1 即兴创作过程(Improvisation process)

在HS中, 即兴创作过程采用3种操作规则: 一是根据和声记忆库的考虑概率(harmony memory consideration rate, HMCR), 从和声记忆库(harmony memory, HM)中进行选择, 称为和声记忆库考虑; 二是根据基音调整概率(pitch adjusting rate, PAR)值来决定是否对所选择的和声进行调整, 如果调整则利用步长bw逐步微调和声音符, 称为基音调整; 三是采用随机扰动策略探索新的音符, 称为随机变异. 其具体流程伪代码如下所示:

```

For  $i=1$  to  $N$  即兴创作过程开始
  If  $\text{rand} < \text{HMCR}$  和声记忆库考虑
     $r \subseteq (1, 2, \dots, \text{HMS}), x_i^{\text{new}} = x_i^r$ 
  If  $\text{rand} < \text{PAR}$  基音调整
     $x_i^{\text{new}} = x_i^r \pm \text{rand} \times \text{bw}$ 
  End If
  Else  $x_i^{\text{new}} = x_i^L + \text{rand} \times (x_i^U - x_i^L)$  随机变异
  End If
End For 即兴创作结束

```

其中: 进行基音调整时, 当随机数大于0.5时, 取‘+’号; 小于0.5时, 取‘-’号; N 为和声向量的最大维数, HMS为和声记忆库大小(harmony memory size), rand为0和1之间的随机数; x_i^L 和 x_i^U 分别是第 i 维和声变量的上下限, r 为1和HMS之间的随机正整数. x_i^{new} 为新产生的和声的第 i 维和声变量.

2.2 探索能力分析(Exploration ability analysis)

根据HS算法的即兴创作过程, 文献[13]提出应用整个和声记忆库和声的标准差的期望来衡量算法的探索能力, 并得到了探索能力与各参数的关系, 为参数设置提供了理论依据. 本文考虑到HS即兴创作过程主要对解向量的每一维进行独立的进化, 因此, 为了分析简单, 将和声记忆库中的解向量定义为单维向量, 即 $N=1$. 设 $\text{HM} = x = (x^1, x^2, x^3, \dots, x^{\text{HMS}})$, $\bar{x} = 1/\text{HMS} \sum_{l=1}^{\text{HMS}} x^l$, 即兴创作过程探索能力的衡量表达式如下所示:

$$E(D_x) = E\left(\frac{1}{\text{HMS}} \sum_{i=1}^{\text{HMS}} (x^i - \bar{x})^2\right) = E(\bar{x}^2 - \bar{x}^2). \quad (1)$$

文献[13]给出了对称区间 $[-a, a]$ 情况下, 探索能力表达式, 本文依据文献[13]的思想, 考虑实际优化问题区间基本为不对称区间 $[a, b]$ 的情况下, 进一步分析验证即兴创作过程的探索能力与各参数的关系.

定理 1 假设当前的和声记忆库为 $x = (x^1, x^2, \dots, x^{\text{HMS}})^T$, $y = (y^1, y^2, y^3, \dots, y^{\text{HMS}})^T$ 是通过即兴创作后得到的新的和声记忆库. HMCR为和声记忆库考虑概率, PAR为基音调整概率, bw为基音调整步长, 所有变量的范围都在区间 $[x_{\min}, x_{\max}]$ 中, 其中: $x_{\min} = a, x_{\max} = b$. 则有

$$E(D_y) = \left(1 - \frac{1}{\text{HMS}}\right) \cdot (\text{HMCR} \cdot E(D_x) + \text{HMCR} \cdot (1 - \text{HMCR}) \cdot \bar{x}^2 + \frac{\text{bw}^2}{3} \cdot \text{HMCR} \cdot \text{PAR} + \frac{1}{12}(1 - \text{HMCR}) \cdot (a - b)^2). \quad (2)$$

证 本文的证明过程与文献[13]基本一致, 主要的不同在随机扰动部分, 由于变量范围的不对称, 导致求解的结果有偏差. 随机扰动部分具体的计算过程如下:

由文献[13]得到

$$E(y^l) = \text{HMCR} \cdot (1 - \text{PAR}) \cdot E(x^r) + 0.5 \cdot \text{HMCR} \cdot \text{PAR} \cdot E(x^r + \text{bw} \cdot \text{rand}) + 0.5 \cdot \text{HMCR} \cdot \text{PAR} \cdot E(x^r - \text{bw} \cdot \text{rand}) + (1 - \text{HMCR}) \cdot E(x^0), \quad (3)$$

$$\begin{aligned} E((y^l)^2) = & \\ & \text{HMCR} \cdot (1 - \text{PAR}) \cdot E((x^r)^2) + 0.5 \cdot \text{HMCR} \cdot \\ & \text{PAR} \cdot E((x^r + \text{bw} \cdot \text{rand})^2) + 0.5 \cdot \text{HMCR} \cdot \text{PAR} \cdot \\ & E((x^r - \text{bw} \cdot \text{rand})^2) + (1 - \text{HMCR})E((x^0)^2). \end{aligned} \quad (4)$$

由式(3)–(4)可知, 需要进一步计算期望 $E(x^0)$ 和 $E((x^0)^2)$, 对随机扰动部分, $x^0 = x_{\min} + \text{rand}(x_{\max} - x_{\min})$, 设随机数 $\text{rand} = R$, 得

$$x^0 = a + R(b - a), \quad (5)$$

$$(x^0)^2 = a^2 + 2aR(b - a) + R^2(b - a)^2. \quad (6)$$

由 R 在区间 $[0, 1]$ 上服从均匀分布, 则

$$\varphi(R) = \begin{cases} 1, & R \in [0, 1] \\ 0, & \text{其他}, \end{cases} \quad (7)$$

$$E(R) = \int_0^1 R \cdot \varphi(R) dR = \left[\frac{R^2}{2} \right]_0^1 = \frac{1}{2}, \quad (8)$$

$$E(R^2) = \int_0^1 R^2 \cdot \varphi(R) dR = \left[\frac{R^3}{3} \right]_0^1 = \frac{1}{3}. \quad (9)$$

所以有

$$\begin{cases} E(x^0) = a + E(R) \cdot (b - a) = \frac{b + a}{2}, \\ E((x^0)^2) = \frac{1}{3}(b^2 + ab + a^2). \end{cases} \quad (10)$$

将式(3)–(4)化简得到

$$E(y^l) = \text{HMCR} \cdot E(x^r) + \frac{1}{2}(1 - \text{HMCR}) \cdot (a + b), \quad (11)$$

$$\begin{aligned} E((y^l)^2) = & \text{HMCR} \cdot E((x^r)^2) + \frac{\text{bw}^2}{3} \cdot \text{HMCR} \cdot \\ & \text{PAR} + \frac{1}{3}(1 - \text{HMCR})(a^2 + ab + b^2), \end{aligned} \quad (12)$$

进一步将 \bar{x} , \bar{x}^2 代入得到

$$E(y^l) = \text{HMCR} \cdot \bar{x} + \frac{1}{2}(1 - \text{HMCR})(a + b), \quad (13)$$

$$\begin{aligned} E((y^l)^2) = & \text{HMCR} \cdot \bar{x}^2 + \frac{\text{bw}^2}{3} \cdot \text{HMCR} \cdot \text{PAR} + \\ & \frac{1}{3}(1 - \text{HMCR})(a^2 + ab + b^2), \end{aligned} \quad (14)$$

易知:

$$\begin{aligned} \bar{y} = & \frac{1}{\text{HMS}} \sum_{l=1}^{\text{HMS}} y^l, \quad \bar{y}^2 = \frac{1}{\text{HMS}} \sum_{l=1}^{\text{HMS}} (y^l)^2, \\ E(\bar{y}^2) = & \text{HMCR} \cdot \bar{x}^2 + \frac{\text{bw}^2}{3} \cdot \text{HMCR} \cdot \text{PAR} + \\ & \frac{1}{3}(1 - \text{HMCR})(a^2 + ab + b^2), \end{aligned} \quad (15)$$

$$\begin{aligned} \bar{y}^2 = & \left(\frac{1}{\text{HMS}} \sum_{l=1}^{\text{HMS}} y^l \right)^2 = \left(\frac{1}{\text{HMS}} \right)^2 \left(\sum_{l=1}^{\text{HMS}} y^l \right)^2 = \\ & \left(\frac{1}{\text{HMS}} \right)^2 \left(\sum_{l=1}^{\text{HMS}} (y^l)^2 + \sum_{l_1 \neq l_2} y^{l_1} y^{l_2} \right). \end{aligned} \quad (16)$$

显然 y^{l_1} 和 y^{l_2} 的产生是相互独立的, 因此可以得到

$$\begin{aligned} E(\bar{y}^2) = & \\ E\left(\frac{1}{\text{HMS}}\right)^2 & \left(\sum_{l=1}^{\text{HMS}} (y^l)^2 + \sum_{l_1 \neq l_2} (y^{l_1} y^{l_2}) \right) = \\ \left(\frac{1}{\text{HMS}}\right)^2 & \left(\sum_{l=1}^{\text{HMS}} E((y^l)^2) + \sum_{l_1 \neq l_2} E(y^{l_1})E(y^{l_2}) \right) = \\ \frac{1}{\text{HMS}} \cdot E((y^l)^2) & + \frac{1}{\text{HMS}} (\text{HMS} - 1) (E(y^l))^2, \end{aligned} \quad (17)$$

从而求得

$$\begin{aligned} E(D_y) = & \left(1 - \frac{1}{\text{HMS}}\right) (\text{HMCR} \cdot E(D_x) + \\ & \text{HMCR} \cdot (1 - \text{HMCR}) \bar{x}^2 + \\ & \frac{\text{bw}^2}{3} \cdot \text{HMCR} \cdot \text{PAR} + \\ & \frac{1}{12} (1 - \text{HMCR}) (a - b)^2). \end{aligned} \quad (18)$$

证毕.

3 步长调整的研究(Research of bandwidth adjustment)

由定理1可知, 即兴创作过程的探索能力与算法的关键参数HMCR, PAR和bw, 以及变量的上、下限 a, b 有关. 如果设 $\text{HMCR} = 1 - \varepsilon$, ε 为很小的正数, 那么 $E(D_y)$ 可以表示如下:

$$\begin{aligned} E(D_y) = & \left(1 - \frac{1}{\text{HMS}}\right) \left((1 - \varepsilon) \cdot E(D_x) + \frac{\text{bw}^2}{3} \cdot \right. \\ & (1 - \varepsilon) \cdot \text{PAR} \left. + \left(1 - \frac{1}{\text{HMS}}\right) \cdot \varepsilon (1 - \right. \\ & \left. \varepsilon) \cdot \bar{x}^2 + \left(1 - \frac{1}{\text{HMS}}\right) \cdot \varepsilon \cdot \frac{1}{12} (a - b)^2 \right). \end{aligned} \quad (19)$$

由于 ε 为很小的正数, 则在 $E(D_y)$ 表达式中 $(1 - (1/\text{HMS})) \cdot \varepsilon (1 - \varepsilon) \cdot \bar{x}^2$ 相对其他部分可以忽略不计. 进而得到

$$\begin{aligned} E(D_y) = & \left(1 - \frac{1}{\text{HMS}}\right) \left((1 - \varepsilon) \cdot E(D_x) + \frac{\text{bw}^2}{3} \cdot \right. \\ & (1 - \varepsilon) \cdot \text{PAR} \left. + \left(1 - \frac{1}{\text{HMS}}\right) \cdot \frac{\varepsilon}{12} (a - b)^2 \right). \end{aligned} \quad (20)$$

文献[13]提出将bw设置为 $k\sqrt{E(D_x)}$, 得到

$$\begin{aligned} E(D_y) = & \left(1 - \frac{1}{\text{HMS}}\right) (1 - \varepsilon) \left(1 + \frac{k^2}{3} \cdot \text{PAR}\right) \cdot \\ & E(D_x) + \left(1 - \frac{1}{\text{HMS}}\right) \cdot \frac{\varepsilon}{12} (a - b)^2, \end{aligned} \quad (21)$$

那么经过 g 次迭代后, 得到

$$\begin{aligned} E(D_y^g) = & \left[\left(1 - \frac{1}{\text{HMS}}\right) (1 - \varepsilon) \left(1 + \frac{k^2}{3} \cdot \text{PAR}\right) \right]^g \cdot \\ & E(D_x) + \left(1 - \frac{1}{\text{HMS}}\right) \cdot \frac{\varepsilon}{12} (a - b)^2. \end{aligned} \quad (22)$$

若 k 值设置合理, $E(D_y^g)$ 随着迭代次数 g 的增加将急剧膨胀, 迅速扩大即兴创作过程的探索能力. 但是从算法聚集和发散两个角度来看, 这样很容易导致HS算法发散或者说几乎无法收敛. 为了既能有效提高即兴创作过程的探索能力, 又能很好的保证即兴创作过程的收敛性, 本文提出将 bw 设置为 $\sqrt{\gamma \cdot E(\bar{x})}$, γ 为缩放比例因子. 同时考虑到和声记忆库和声的期望信息, 将和声记忆库和声的期望信息和方差的期望相结合, 进一步探讨HS算法即兴创作过程的探索能力和收敛性.

引理 1 对于任意初始向量, 迭代方程收敛的充分必要条件是迭代矩阵 M 的谱半径 $\rho(M) < 1$ ^[14].

定理 2 在定理1的条件下, 若 $\text{bw} = \sqrt{\gamma \cdot E(\bar{x})}$, 则由 $E(D_y)$ 和 $E(\bar{y})$ 组成的迭代方程收敛的充分条件是 $\text{HMCR} = 1 - \varepsilon$, ε 为很小的正数.

证 若 $\text{bw} = \sqrt{\gamma \cdot E(\bar{x})}$, $\text{HMCR} = 1 - \varepsilon$, 且知

$$E(D_y) = (1 - \frac{1}{\text{HMS}})((1 - \varepsilon)E(D_x) + \frac{\text{bw}^2}{3} \cdot (1 - \varepsilon) \cdot \text{PAR}) + (1 - \frac{1}{\text{HMS}}) \cdot \frac{\varepsilon}{12}(a - b)^2, \quad (23)$$

易得

$$E(D_y) = (1 - \frac{1}{\text{HMS}})((1 - \varepsilon)E(D_x) + \frac{\gamma \cdot E(\bar{x})}{3} \cdot (1 - \varepsilon) \cdot \text{PAR}) + (1 - \frac{1}{\text{HMS}}) \cdot \frac{\varepsilon}{12}(a - b)^2, \quad (24)$$

$$E(\bar{y}) = \frac{1}{\text{HMS}} \sum_{l=1}^{\text{HMS}} E(y^l) = (1 - \varepsilon)E(\bar{x}) + \frac{\varepsilon}{2}(a + b). \quad (25)$$

从而得到由 $E(D_y)$ 和 $E(\bar{y})$ 组成的迭代方程 $Y = MX + B$, 其中:

$$Y = \begin{bmatrix} E(D_y) \\ E(\bar{y}) \end{bmatrix}, X = \begin{bmatrix} E(D_x) \\ E(\bar{x}) \end{bmatrix},$$

$$B = \begin{bmatrix} (1 - \frac{1}{\text{HMS}}) \cdot \varepsilon \cdot \frac{1}{12}(a - b)^2 \\ \frac{1}{2}\varepsilon \cdot (a + b) \end{bmatrix},$$

$$M = \begin{bmatrix} \mathcal{A}(1 - \varepsilon) & \mathcal{A} \cdot \frac{\gamma(1 - \varepsilon) \cdot \text{PAR}}{3} \\ 0 & 1 - \varepsilon \end{bmatrix},$$

$$\mathcal{A} = \frac{\text{HMS} - 1}{\text{HMS}}.$$

经过 g 次迭代后, 得到

$$Y^g = M^g X + (M^{g-1} + M^{g-2} + \dots + M^2 + M)B.$$

由迭代矩阵 M 易求得特征根为

$$\lambda_1 = (1 - \frac{1}{\text{HMS}}) \cdot (1 - \varepsilon), \lambda_2 = 1 - \varepsilon.$$

已知HMS为和声记忆库大小且 $\text{HMS} > 1$, 故迭代矩阵 M 的谱半径为 $\rho(M) = 1 - \varepsilon$, 故 $\rho(M) < 1$, 所以 $E(D_y)$ 和 $E(\bar{y})$ 组成的迭代方程是迭代收敛的. 证毕.

4 修正和声搜索算法(Modified harmony search algorithm)

基于第2节对HS算法即兴创作过程探索能力与参数关系的分析和第3节对 bw 的研究, 本文提出一种修正和声搜索算法(MHS). 下面将详细地探讨参数 bw , HMCR , HMS , PAR 以及 γ 的具体设置.

4.1 参数 bw , HMCR , HMS , PAR 以及 γ 的具体设置(Parameters setting of bw , HMCR , HMS , PAR and γ)

在第3节基音调整步长讨论中, $\text{bw} = \sqrt{\gamma \cdot E(\bar{x})}$ 在理论上是较合理的. 在分析的过程中 \bar{x} 的表达式为

$$\bar{x} = \frac{1}{\text{HMS}} \sum_{l=1}^{\text{HMS}} x^l, \quad (26)$$

其中 x^l 是和声记忆库中单维和声向量, 如果扩展到 N 维向量, 那么和声记忆库中和声向量的第 j 维分量的均值为 $\bar{x}_j = \frac{1}{\text{HMS}} \sum_{l=1}^{\text{HMS}} x_j^l / \text{HMS}$, 显然即兴创作过程中从和声记忆库中随机选择第 r 个解向量的第 j 维变量的期望为

$$E(x_j^r) = \sum_{w=1}^{\text{HMS}} P_w \cdot x_j^w = \sum_{w=1}^{\text{HMS}} P(r = w) \cdot x_j^w = \frac{1}{\text{HMS}} \cdot \sum_{w=1}^{\text{HMS}} x_j^w = \bar{x}_j. \quad (27)$$

由此可知对于任意随机选择第 r 个解向量的第 j 维变量的期望等于其对应维的均值, 因此, 考虑

$$\sqrt{\gamma \cdot E(\bar{x})} \propto \sqrt{\gamma \cdot E(\bar{x}_j)} \propto \sqrt{\gamma \cdot \bar{x}_j},$$

则有 $\text{bw}^2 \propto \gamma \cdot \bar{x}_j$, 因此可以设置 $\text{bw} = \sqrt{\gamma \cdot \bar{x}_j}$, 这样能够有效地利用和声记忆库中所有和声向量第 j 维分量的平均信息, 确保算法能够进行快速有效地探索.

在 $\text{bw} = \sqrt{\gamma \cdot \bar{x}_j}$ 的条件下, 根据定理2可知, 在和声记忆库中, 和声向量第 j 维分量的期望信息和方差的期望组成的迭代方程收敛的充分条件是 $\text{HMCR} = 1 - \varepsilon$, ε 为很小的正数, ε 可取0.0001, 即 $\text{HMCR} = 0.9999$. 在定理2中, 迭代矩阵 M 的谱半径 $\rho(M)$ 与 HMS 和 HMCR 有关, 与 PAR 以及 γ 没有关系, 且 HMS 一般都取5, 保证了即兴创作过程的迭代收敛. 对于 PAR , 大致在范围0.3 ~ 0.5之间, 而对于缩放比例因子 γ , 如果设置为固定的常数, 将有可能影响 bw 的有效调节, 因为和声向量每一维分量的变化幅度是不同. 所以缩放比例因子 γ 也应该随着和声向量第 j 维分量的变化进行自适应的变化. 最简单有效的方式就是 $\gamma = \bar{x}_j$, 这样使得 $\text{bw} = \bar{x}_j$ 能够直接快速地应用当前和声向量第 j 维分量的均值信息.

4.2 算法步骤(Steps of the algorithm)

MHS算法与HS算法的基本步骤一致, 主要的不同在于对bw的调节. MHS算法的基本步骤如下:

Step 1 算法参数初始化, 给定和声记忆库大小HMS、最大迭代次数 G 、和声记忆库考虑概率HMCR、基音调整概率PAR、缩放比例因子 γ .

Step 2 给定范围 $[x_i^L, x_i^U]$, 其中 x_i^L 和 x_i^U 分别为第 i 维变量的下限和上限. 根据式(28)随机初始化, 产生HMS个和声向量存入和声记忆库HM.

$$x_i = x_i^L + \text{rand} \times (x_i^U - x_i^L). \quad (28)$$

Step 3 基于HMCR, PAR和bw进行即兴创作, 产生一个新的和声向量. 具体伪代码与HS的即兴创作过程大致相同, 但是 $\text{bw} = \bar{x}_j$ 是不断变化的.

Step 4 更新和声记忆库. 判断新和声是否优于当前HM内最坏和声, 若是则用新和声代替当前HM内最坏和声.

Step 5 核查终止准则. 如果当前迭代次数 k 等于最大迭代次数 K , 则终止运行HS算法, 否则重复执行Step 3和Step 4.

5 实验结果与分析(Experimental results and analysis)

5.1 实验准备(Experimental preparation)

10个测试函数的表达式如下所示, 测试函数的维数、搜索空间和最优值如表1所示.

$$f_1: \text{Sphere function, } \min f_1 = \sum_{i=1}^N x_i^2.$$

f_2 : Rastrigrin function,

$$\min f_2 = \sum_{i=1}^N (x_i^2 - 10 \cos(2\pi x_i) + 10).$$

f_3 : Griewank function,

$$\min f_3 = \frac{1}{4000} \sum_{i=1}^N x_i^2 - \prod_{i=1}^N \cos\left(\frac{x_i}{\sqrt{i}}\right) + 1.$$

f_4 : Ackley's function,

$$\min f_4 = 20 + e - 20 \exp\left(-0.2 \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N x_i^2}{N}}\right) - \exp\left(\frac{\sum_{i=1}^N \cos(2\pi x_i)}{N}\right).$$

f_5 : Schwefel's problem 2.22,

$$\min f_5 = \sum_{i=1}^N |x_i| + \prod_{i=1}^N |x_i|.$$

f_6 : rotated hyper-ellipsoid function,

$$\min f_6 = \sum_{i=1}^N \left(\sum_{j=1}^i x_j\right)^2.$$

f_7 : rotated high conditioned Elliptic function,

$$\min f_7 = \sum_{i=1}^N (10^6)^{\frac{i-1}{N-1}} x_i^2 - 450.$$

f_8 : Schafferf 7 function,

$$\min f_8 = \sum_{i=1}^{n-1} [(x_i^2 + x_{i+1}^2)^{0.25} \cdot (\sin(50(x_i^2 + x_{i+1}^2)^{0.1})^2 + 1)].$$

f_9 : 带有噪声的shifted Schwefel's problem 1.2,

$$\min f_9 = \sum_{i=1}^N \left(\sum_{j=1}^i x_j\right)^2 (1 + 0.4|N(0, 1)|) - 450.$$

f_{10} : Zakharov function,

$$\min f_{10} = \sum_{i=1}^N x_i^2 + \left(\sum_{i=1}^N 0.5ix_i\right)^2 + \left(\sum_{i=1}^N 0.5ix_i\right)^4.$$

表1 维数、搜索空间和最优值

Table 1 Dimension, search space and optimal value

函数	维数	搜索区间	最优值
f_1	30	$[-100, 100]$	0
f_2	30	$[-100, 100]$	0
f_3	30	$[-600, 600]$	0
f_4	30	$[-32, 32]$	0
f_5	30	$[-100, 100]$	0
f_6	30	$[-100, 100]$	0
f_7	30	$[-100, 100]$	-450
f_8	30	$[-100, 100]$	0
f_9	30	$[-100, 100]$	-450
f_{10}	30	$[-100, 100]$	0

5.2 MHS算法的参数仿真研究(Parameters study of MHS)

为了分析和探索参数HMS和PAR对MHS算法性能的影响, 选取了 f_3 和 f_4 函数进行测试. 参数HMCR = 0.9999, $\gamma = \bar{x}_j$ 保持不变, 进行独立仿真30次, 表2和表3记录了测试所得到的平均最优值. 由表2和表3可知, 当HMS值相同, PAR变化时, 优化所得出的结果变化较小, 表明本文算法对参数PAR不太敏感. 其原因是在随机数满足基音调整概率PAR时, 步长bw都能根据和声记忆库的信息进行有效地自适应调整, 同时定理2也证明了本文算法即兴创作迭代收敛主要由HMCR决定, 受PAR影响较小. 仿真结果表明PAR取0.3到0.5之间是较合理的. 当PAR保持不变, HMS变化时, 数据结果说明HMS不宜过大, 如果超过100将会影响算法的优化精度. 之所以HMS过大容易造成算法精度减低, 是因为和声记忆库在迭代过程中主要是保存较好的解, 如果过大, 将会有一部分的劣解保存在和声记忆库中, 不仅会影响bw值的设置, 同时也容易造成和声记忆库无法快速有效地更新, 导致陷入局部最优. 因此, HMS一般取5到40之间是较合理的. 为了进一步验证定理2所提出的 $\text{HMCR} = 1 - \varepsilon$, ε 取很小的正数, 能使即兴创作过程的期望和方差期望迭代收敛. 本文针对 f_9 函数进行了测试, 数值结果如

表4所示.

表2 参数HMS和PAR的影响(f_3)

Table 2 Affection of parameter HMS and PAR (f_3)

HMS/PAR	0.1	0.2	0.3	0.4
5	1.23E-02	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00
10	5.68E-15	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00
20	2.46E-03	1.97E-03	0.00E+00	0.00E+00
40	1.83E-03	3.69E-04	0.00E+00	0.00E+00
80	5.51E-03	0.00E+00	9.06E-04	0.00E+00
100	4.92E-03	0.00E+00	0.00E+00	0.00E+00
200	6.32E-13	1.41E-13	5.03E-14	5.02E-14
500	2.25E-03	2.27E-03	1.20E-03	1.35E-03

表3 参数HMS和PAR的影响(f_4)

Table 3 Affection of parameter HMS and PAR (f_4)

HMS/PAR	0.1	0.2	0.3	0.4
5	7.10E-15	6.39E-15	4.26E-15	3.90E-15
10	5.68E-15	6.39E-15	4.26E-15	4.26E-15
20	7.10E-15	5.68E-15	4.26E-15	4.26E-15
40	7.10E-15	4.26E-15	6.39E-15	4.26E-15
80	7.10E-15	5.68E-15	4.97E-15	4.26E-15
100	1.56E-14	6.39E-15	5.68E-15	5.68E-15
200	7.15E-08	3.59E-08	2.69E-08	3.29E-08
500	5.30E-03	4.33E-03	3.89E-03	3.83E-03

表4 参数HMCR的影响(f_9)

Table 4 Affection of parameter HMCR (f_9)

HMCR	最优值	最差值	平均最优值	标准差
0.1	6.82E+06	1.14E+07	9.49E+06	1.44E+06
0.25	4.59E+06	8.41E+06	6.63E+06	1.27E+06
0.5	2.32E+06	3.92E+06	2.91E+06	5.12E+05
0.75	4.56E+04	1.64E+05	9.90E+04	3.75E+04
0.9	-450	-4.50E+02	-450	5.36E-14
0.95	-450	-4.50E+02	-450	2.68E-14
0.99	-450	-4.50E+02	-450	1.89E-14
0.999	-450	-450	-450	0
0.9999	-450	-450	-450	0

由表4可知, $HMCR = 1 - \varepsilon$, 当 ε 取的值很小时, 优化所得最优值、最差值、平均最优值和标准差较好, 仿真结果验证了定理2的可靠性, 为参数的设置提供了保证.

5.3 对比实验及性能分析(Contrast experimental and performance analysis)

为了与最近文献提出的各种改进和声搜索算法进行比较, 测试本文算法的有效性, 针对10个标准测试函数进行测试仿真. 并且与HS算法^[1]、IHS算法^[2]、SAHS算法^[11]、EHS算法^[13]、GHS算法^[15]、SGHS算

法^[16]、NDHS算法^[17]、NGHS算法^[18]和ITHS算法^[19]进行了比较. 各个算法的参数均按照文献提供的最佳参数设置, 具体为: 对于HS算法, $HMS = 5$, $HMCR = 0.9$, $PAR = 0.33$, $bw = 0.01$; IHS算法, $HMS = 5$, $HMCR = 0.9$, $PAR_{\min} = 0.1$, $PAR_{\max} = 0.99$, $bw_{\min} = 10^{-6}$, $bw_{\max} = (x_i^U - x_i^L)/20$; GHS算法, $HMS = 5$, $HMCR = 0.9$, $PAR_{\min} = 0.1$, $PAR_{\max} = 0.99$; SAHS算法, $HMS = 5$, $HMCR = 0.9$, $PAR_{\min} = 0$, $PAR_{\max} = 1$; SGHS算法, $HMS = 5$, $HMCR_m = 0.9$, $PAR_m = 0.98$, $bw_{\min} = 0.0005$, $bw_{\max} = (x_i^U - x_i^L)/10$; NDHS算法, $HMS = 5$, $HMCR = 0.99$, $PAR_{\min} = 0.01$, $PAR_{\max} = 0.99$; NGHS算法, $HMS = 5$, $P_m = 0.005$; ITHS算法, $HMS = 10$, $HMCR = 0.99$, $PAR_{\min} = 0$, $PAR_{\max} = 1$; EHS算法,

$HMS = 50$, $HMCR = 0.99$, $PAR = 0.33$,

$bw = k\sqrt{E(D_x)}$, $k = 1.17$.

在本文算法中,

$HMS = 5$, $HMCR = 0.9999$, $PAR = 0.4$, $\gamma = \bar{x}_j$.

本文实验仿真环境为Windows XP系统, Intel(R) Pentium(R) 4 CPU 2.93 GHz, 2.94 GHz, 512 MB内存, 仿真软件MATLAB 7.1. 对 $f_1 \sim f_{10}$ 进行30次独立优化仿真, 最大迭代次数为50000次, 所得的结果如表5-7所示, 表5-7中: “mean”表示平均最优值, “SD”表示标准差.

表5 4种HS算法所获得的 $f_1 - f_{10}$ 的结果

Table 5 Results of 4 HS algorithms for $f_1 - f_{10}$

函数	值	HS	GHS	SGHS	SAHS
f_1	mean	2.12E-01	1.13E-03	7.44E-04	3.23E-16
	SD	2.59E-01	4.81E-03	1.62E-03	1.51E-15
f_2	mean	1.39E+00	8.62E-02	1.77E-02	2.48E-03
	SD	8.24E-01	1.52E-01	6.75E-02	8.42E-03
f_3	mean	1.00E+00	1.02E-01	5.04E-02	8.45E-05
	SD	8.06E-01	2.56E-01	3.54E-02	2.37E-04
f_4	mean	8.57E-01	2.09E-02	4.43E-05	7.34E-04
	SD	4.26E-01	2.17E-02	2.90E-05	4.99E-04
f_5	mean	1.72E-01	7.28E-02	1.02E-04	8.53E-04
	SD	7.29E-01	1.15E-01	1.70E-05	2.55E-03
f_6	mean	4.29E+03	5.15E+03	1.18E+01	5.65E+03
	SD	1.36E+03	6.35E+03	7.45E+00	2.34E+03
f_7	mean	-1.56E+02	1.12E+04	-4.40E+02	-4.50E+02
	SD	2.11E+02	6.72E+02	1.20E+01	4.32E-08
f_8	mean	2.43E+01	3.74E+01	9.55E+00	1.39E+03
	SD	3.38E+00	3.88E+00	5.47E+00	1.39E+03
f_9	mean	3.45E+03	-2.80E+02	-4.50E+02	-3.85E+02
	SD	1.46E+03	1.70E+02	5.24E-12	2.83E+01
f_{10}	mean	1.29E+04	1.35E+04	3.95E+04	6.80E+03
	SD	3.57E+03	3.38E+03	1.39E+04	2.86E+03

表 6 4种HS算法所获得的 $f_1 - f_{10}$ 的结果

Table 6 Results of 4 HS algorithms for $f_1 - f_{10}$

函数	值	IHS	NDHS	ITHS	NGHS
f_1	mean	4.89E-07	0.00E+00	1.10E-03	2.82E-25
	SD	1.71E-07	0.00E+00	1.74E-03	1.54E-24
f_2	mean	3.50E+00	8.35E-01	2.28E-03	1.57E-11
	SD	1.78E+00	1.02E+00	3.71E-03	7.56E-11
f_3	mean	8.10E-03	4.59E-01	2.69E-03	7.50E-02
	SD	7.30E-03	4.59E-01	5.26E-03	5.76E-02
f_4	mean	2.79E-02	4.00E-03	4.91E-15	2.59E-09
	SD	1.01E-01	2.17E-02	1.74E-15	5.66E-09
f_5	mean	1.10E+00	6.46E-320	1.13E-290	1.26E-20
	SD	1.81E-01	0.00E+00	0.00E+00	5.21E-20
f_6	mean	4.31E+03	2.34E+00	5.38E-42	4.80E+03
	SD	1.06E+03	1.46E+00	2.19E-44	2.43E+03
f_7	mean	7.00E-01	-450	-4.49E+02	-4.50E+02
	SD	2.71E+00	0	3.95E+00	1.41E-13
f_8	mean	3.03E+01	2.38E+00	1.66E-63	1.59E-12
	SD	1.20E+04	1.89E+01	8.88E-63	6.60E-12
f_9	mean	5.85E+03	-450	-3.05E+02	-4.50E+02
	SD	1.42E+01	0	2.46E+02	6.24E-12
f_{10}	mean	1.28E+04	4.76E+03	3.40E-37	1.89E+04
	SD	2.86E+03	4.36E+03	1.40E-36	5.80E+03

表 7 2种HS算法所获得的 $f_1 - f_{10}$ 的结果

Table 7 Results of 2 HS algorithms for $f_1 - f_{10}$

函数	值	EHS	MHS
f_1	mean	1.34E-06	0.00E+00
	SD	7.34E-06	0.00E+00
f_2	mean	8.15E-14	0.00E+00
	SD	9.06E-13	0.00E+00
f_3	mean	5.89E-16	0.00E+00
	SD	6.00E-15	0.00E+00
f_4	mean	2.03E-15	3.55E-15
	SD	6.75E-16	1.70E-15
f_5	mean	6.06E-54	0.00E+00
	SD	4.79E-54	0.00E+00
f_6	mean	2.16E-18	2.37E-143
	SD	8.22E-19	1.22E-144
f_7	mean	-4.50E+02	-450
	SD	2.39E-02	1.49E-14
f_8	mean	5.47E-03	0.00E+00
	SD	1.42E-02	0.00E+00
f_9	mean	-4.49E+02	-450
	SD	1.11E-01	1.05E-14
f_{10}	mean	1.99E+04	6.74E-20
	SD	4.32E+03	2.82E-19

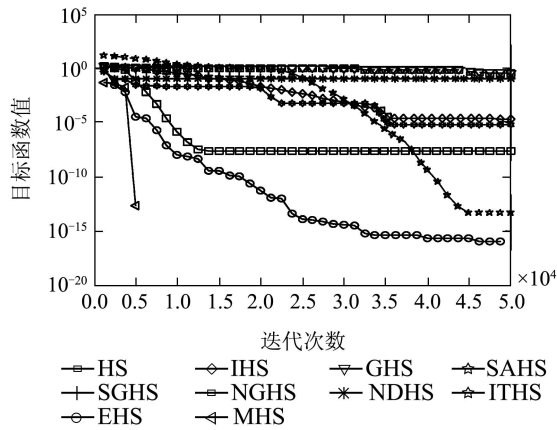
由表5-7可以看出, HS算法所得到的结果基本都不理想. GHS算法优化 $f_1 \sim f_5$ 得到的平均最优值要比HS算法要好, 但是对于 $f_6 \sim f_{10}$ GHS优化出的结果

跟HS算法差不多, 其原因是GHS算法在HS算法的基础上, 引用了全局最好和声向量的有效信息, 虽然在一定程度上, 提高了算法优化精度, 却容易过早陷入局部最优. 对于 f_1, f_3 和 f_4 , IHS算法优化得到的平均最优值和标准差都优于HS算法, 但对于余下的函数, IHS优化出的结果不理想, 其主要原因是IHS算法对PAR和bw进行动态调整, 在理论上参数PAR和bw在迭代过程中的变化趋势有利于算法搜索能力的提升, 但bw的变化范围和精准度受到了限制, 使得IHS算法仿真优化出来的结果并不好. $f_1 \sim f_5$ 及 f_9 函数, SGHS算法得到结果优于GHS算法, 但对于余下的函数SGHS算法优化出的平均最优值并没有得到提高, 其原因是SGHS算法在GHS算法的基础上, 设置了一个学习周期, 使HMCR和PAR分别按照不同的正态分布进行动态调节, 增强了算法的全局搜索能力, 但仍没有改变算法易早熟的不足. SAHS算法运用整个和声记忆库中对应维的最大和声变量和最小和声变量对bw进行了调节, 同时采用动态形式对PAR进行了调整, 使得它优化 f_1, f_5 及 f_7 函数的效果比HS算法要好. 在SAHS算法中, 和声记忆库中的变量信息得到了利用, 但由于最大和声变量和最小和声变量信息并不能较好体现整个和声记忆库变量信息的变化, 导致SAHS算法难以有效地跳出局部最优. 受群智能PSO算法的启发, NGHS算法用位置更新和变异操作作为即兴创作过程, 快速有效地提高了HS的优化性能, 除了 f_6 及 f_9 函数优化的结果较差外, 其他结果都比HS算法要好. 在这10个函数中, NDHS算法能够优化出 f_6, f_7 和 f_9 函数的全局最优解, 对于 f_5 函数也能搜索到靠近全局最优解的解, 其原因在于DNHS在和声记忆库考虑部分采用锦标赛操作, 对bw进行了多选择调整, 另外对整个搜索过程运用两阶段不同基音调整方式, 调节出有效的和声. 但DNHS算法对余下函数优化的结果并不理想, 原因是DNHS算法对bw的选择调整在有些迭代过程中不合理.

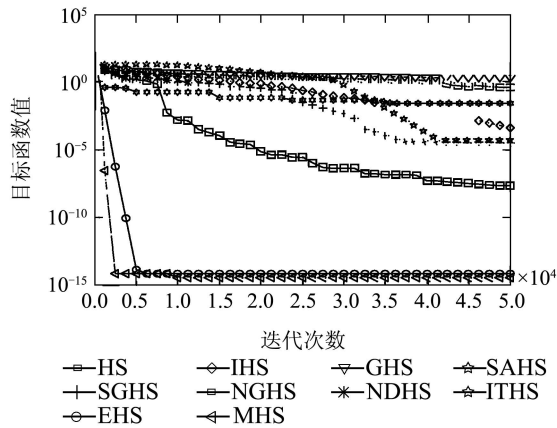
ITHS算法除了 f_9 函数优化效果较差外, 对于其他函数都能优化出较优的值. 尤其对于 $f_4 \sim f_6$ 及 f_8 和 f_{10} 函数, ITHS算法能够搜索出合理有效的解. 其原因在于ITHS基于目标函数将和声向量分为群体A和群体B, 并利用当前最优和声向量和最差和声向量对bw进行智能调节. EHS算法所优化出的结果除了 f_{10} 函数不理想外, 其他9个函数都有较好的值, 并且在 f_4 函数上取得了所有算法中最好的值, 其关键原因在于EHS分析了HS的探索能力, 并自适应地设置了参数bw, 但是对于变量与维数混合复杂的 f_{10} 函数, EHS算法容易陷入局部最优. 本文算法优化出的结果都是较理想的, 对 f_4 函数优化精度略微比EHS算法差一些, 但也达到了 10^{-15} . 本文算法对 f_{10} 函数优化得到的平均最优值仅次于ITHS算法, 优化 f_7 和 f_9 函数得到的标准差分别为 $1.49E-014$ 和 $1.05E-014$ 比NDHS算法

差,对于其余函数本文算法优化出的结果都是最好的,并且本文算法能稳定地找到 $f_1 \sim f_3$ 及 f_5 和 f_8 函数的全局最优值,其关键原因在于本文算法有效合理地分析了HS算法即兴创作过程,并自适应地设置了关键参数bw,应用了和声记忆库中的整体变量信息,有效平衡了算法的全局搜索和局部搜索,提高了算法的优化性能.由以上的分析可知,本文算法具有良好的收敛性和优化能力.

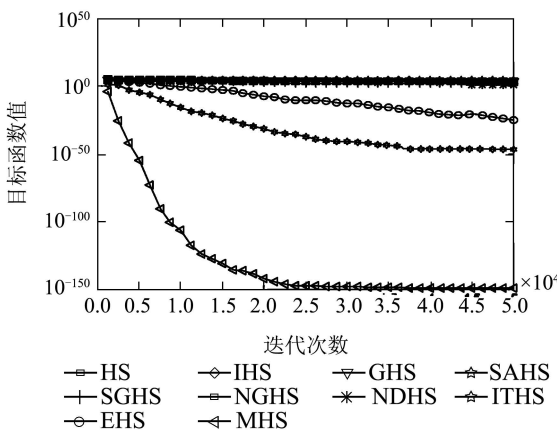
为了进一步比较算法的收敛性能,选取了函数 f_3 , f_4 , f_6 和 f_{10} 测试,迭代次数为50000,图1给出了4个函数的最优值进化曲线.



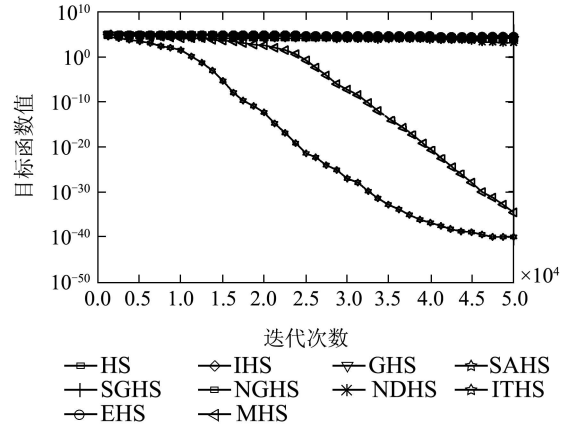
(a) f_3



(b) f_4



(c) f_6



(d) f_{10}

图1 10种算法的优化进化曲线

Fig. 1 Evolution curve of 10 algorithms

由图1看出,除了 f_{10} 函数,本文算法的收敛速度和精度没有ITHS算法好外,其余函数本文算法的进化收敛速度和精度都是最好的,表明本文算法具有良好的收敛性.原因在于本文算法快速有效地自适应调整bw值,使算法进行有效地探索,避免陷入局部最优.

5.4 计算复杂度分析(Computational complexity analysis)

算法的计算复杂度包括空间复杂度和时间复杂度.对于空间复杂度指一个算法计算所占用存储空间的度量.本文算法、EHS算法和HS算法最大的区别是本文算法和EHS算法对步长bw进行了计算,但存储空间没有变化.因此,本文算法、EHS算法和HS算法的空间复杂度相差不大.

本文运用定性评价算法时间复杂度的方法(即大O方法)对HS算法、EHS算法和本文算法进行简单的时间复杂度分析. HS算法最关键的操作是和声记忆库考虑、基音调整、随机变异和选择更新操作,每一种操作都至少需要执行3条指令语句,对于 N 维的优化问题,每迭代一次,产生一个新的 N 维和声向量,如果最大迭代次数为 K ,则HS算法的时间复杂度 T_{HS} 近似为

$$T_{HS} = 12\alpha \times NK + \beta \times K + \gamma, \quad (29)$$

其中: $b \times K + c$ 表示考虑算法初始化以及目标函数值的计算所需要的额外时间, α, β, γ 为时间复杂度系数, $\alpha > 1$,用大O记法表示为

$$T_{HS} = O(NK). \quad (30)$$

说明HS算法是关于 K 的一次线性渐进时间复杂度.

EHS算法和本文算法除了进行HS算法运行所需要的指令外,每一次迭代都需要进行一次bw的计算. EHS算法需要计算所有和声每一维的标准差,本文算法需要计算所有和声每一维的平均值.计算标准差包括计算平均值及各和声分量与平均值的偏差.假设和声的总数目为HMS,那么EHS算法的时间复杂度为

$$T_{EHS} = 12\alpha \times NK + \beta \times K + \gamma + HMSN^2K. \quad (31)$$

本文算法的时间复杂度为

$$T_{MHS} = 12\alpha \times NK + \beta \times K + \gamma + HMS \cdot NK. \quad (32)$$

如果迭代次数 K 远大于和声的数目及问题的维数, HS 算法、EHS 算法和本文算法都可用大 O 记法表示为

$$T = O(NK). \quad (33)$$

说明 HS 算法、EHS 算法和本文算法都是关于 K 的一次线性渐进时间复杂度. 但从算法的实际时间复杂度来看, HS 算法、EHS 算法和本文算法满足

$$T_{HS} < T_{MHS} < T_{EHS}. \quad (34)$$

为了验证分析 HS 算法、EHS 算法和本文算法的时间复杂度, 针对 f_2 , f_5 , f_7 和 f_8 函数进行测试, 迭代次数设为 400000, 独立运行 30 次, 表 8 给出了各算法的平均运行时间, 单位为计算机时间 s. 由表 8 可知本文算法的平均运行时间大于 HS 算法但小于 EHS 算法, 验证了本文算法时间复杂度分析的结果.

表 8 平均运行时间比较

Table 8 Comparison of the mean run time

函数	HS/s	EHS/s	MHS/s
f_2	3.47E + 01	4.40E + 01	3.85E + 01
f_5	3.09E + 01	4.05E + 01	3.53E + 01
f_7	3.38E + 01	4.33E + 01	3.81E + 01
f_8	3.23E + 01	4.23E + 02	3.66E + 01

6 结论(Conclusion)

本文分析了在不对称区间下即兴创作过程的探索能力与各参数的关系, 从理论上证明了算法即兴创作过程迭代收敛的充分条件为 $HMCR = 1 - \varepsilon$, ε 为很小的正数, 并提出了一种修正和声搜索算法. 首先通过参数仿真实验, 分析了参数 HMS, PAR 和 HMCR 对算法性能的影响, 验证了算法收敛性充分条件. 其次, 基于 10 个标准函数的仿真, 对比了本文算法与各种改进和声搜索算法的优化性能, 数值仿真表明本文算法在整体上优于 HS 及最近文献报道的 8 种改进 HS 算法, 具有良好的收敛性, 能够有效地跳出局部最优, 优化出满意理想的值.

参考文献(References):

- [1] GEEM Z W, KIM J H, LOGANATHAN G V. A new heuristic optimization algorithm: harmony search [J]. *Simulation*, 2001, 76(2): 60 – 68.
- [2] MAHDAVI M, FESANGHARY M, DAMANGIR E. An improve harmony search algorithm for solving optimization problems [J]. *Applied Mathematics and Computation*, 2007, 188(2): 1567 – 1579.
- [3] ALATAS B. Chaotic harmony search algorithms [J]. *Applied Mathematics and Computation*, 2010, 216(9): 2687 – 2699.
- [4] SIVASUBRAMANI S, SWARUP K S. Environmental/economic dispatch using multi-objective harmony search algorithm [J]. *Electrical Power & Energy Systems*, 2011, 81(9): 1778 – 1785.

- [5] AYZAZ M T. Application of harmony search algorithm to the solution of groundwater management models [J]. *Advances in Water Resources*, 2009, 32(6): 916 – 924.
- [6] CAIO C O, RAMOS, SOUZA A N, et al. A novel algorithm for feature selection using harmony search and its application for non-technical losses detection [J]. *Computers and Electrical Engineering*, 2011, 37(6): 886 – 894.
- [7] DAS SHARMA K, CHATTERJEE A, RAKSHIT A. Design of a hybrid stable adaptive fuzzy controller employing Lyapunov theory and harmony search algorithm [J]. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 2010, 18(6): 1440 – 1447.
- [8] WONG W K, GUO Z X. A hybrid intelligent model for medium-term sales forecasting in fashion retail supply chains using extreme learning machine and harmony search algorithm [J]. *International Journal of Production Economics*, 2010, 128(2): 614 – 624.
- [9] 高立群, 葛延峰, 孔芝, 等. 自适应和声粒子群搜索算法 [J]. *控制与决策*, 2010, 25(7): 1101 – 1104.
(GAO Liqun, GE Yanfeng, KONG Zhi, et al. Adaptive harmony PSO search algorithm [J]. *Control and Decision*, 2010, 25(7): 1101 – 1104.)
- [10] GEEM Z W, KWEE B S. Parameter-setting-free harmony search algorithm [J]. *Applied Mathematics and Computation*, 2010, 217(8): 3881 – 3889.
- [11] WANG C M, HUANG Y F. Self-adaptive harmony search algorithm for optimization [J]. *Expert Systems with Applications*, 2010, 37(4): 2826 – 2837.
- [12] JABERIPOUR M, KHORRAM E. Two improved harmony search algorithms for solving engineering optimization problems [J]. *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*, 2010, 15(11): 3316 – 3331.
- [13] DAS S, MUKHOPADHYAY A, ROY A, et al. Exploratory power of the harmony search algorithm: analysis and improvements for global numerical optimization [J]. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part B: Cybernetics*, 2011, 41(1): 89 – 106.
- [14] 张铁, 阎家斌. 数值分析 [M]. 北京: 冶金工业出版社, 2007: 44 – 59.
(ZHANG Tie, YAN Jiabin. *Numerical Analysis* [M]. Beijing: Metallurgical Industry Press, 2007: 44 – 59.)
- [15] OMRAN M G H, MAHDAVI M. Global-best harmony search [J]. *Applied Mathematics and Computation*, 2008, 198(2): 643 – 656.
- [16] PAN Q K, SUGANTHAN P N, TASGETIREN M F, et al. A self-adaptive global best harmony search algorithm for continuous optimization problems [J]. *Applied Mathematics and Computation*, 2010, 216(3): 830 – 848.
- [17] CHEN J, PAN Q K, LI J Q. Harmony search algorithm with dynamic control parameters [J]. *Applied Mathematics and Computation*, 2012, 219(2): 592 – 604.
- [18] ZOU D X, GAO L Q, WU J H, et al. Novel global harmony search algorithm for unconstrained problems [J]. *Neurocomputing*, 2010, 73(16/18): 3308 – 3318.
- [19] YADAV P, KUMAR R, S K PANDA, et al. An intelligent tuned harmony search algorithm for optimization [J]. *Information Sciences*, 2012, 196: 47 – 72.

作者简介:

欧阳海滨 (1987–), 男, 博士生, 主要研究方向为智能优化算法、复杂系统建模及其优化, E-mail: oyhb1987@163.com;

高立群 (1949–), 男, 教授, 博士生导师, 主要研究方向为智能优化与图象处理等, E-mail: gaoliqun@mail.neu.edu.cn;

邹德旋 (1982–), 男, 副教授, 主要研究方向为智能优化算法及其应用、控制理论与系统建模, E-mail: zoudexuan@163.com;

孔祥勇 (1988–), 男, 博士生, 主要研究方向为智能优化算法, E-mail: kxy2006@126.com.