

基于通用内模的变频电网有源电力滤波器自适应重复控制

高峰[†], 林辉

(西北工业大学 自动化学院, 陕西 西安 710129)

摘要: 为了提高变频电网并联型有源电力滤波器(APF)的电流控制性能, 针对谐波源的多样性和负载状态的变化, 提出了一种通用内模, 然后, 结合两次坐标变换, 通过内模 p 值的自适应调节, 建立了基于通用内模的重复控制器. 这种控制器, 能够根据电网或负载状态, 调整动态响应时间和补偿范围. 这样就解决了谐波源或负载的变化引起的补偿效果降低的问题. 针对电网频率的大范围变化, 又引入了周期自适应参数. 为了弥补重复控制动态延迟的缺陷, 将并联比例控制器组成复合控制系统, 并对该系统的主要特性进行了分析. 在飞机变频交流电网并联APF系统中, 首先将所提重复控制方法与其他四种方法进行了仿真对比, 最后进行了实验验证. 仿真和实验结果证明了基于通用内模的复合重复控制策略的有效性和优越性.

关键词: 飞机电网; 变频系统; 电能质量; 有源电力滤波器; 重复控制

中图分类号: TM71 文献标识码: A

An adaptive repetitive controller based on generic internal model for active power filter in variable-frequency power system

GAO Feng[†], LIN Hui

(School of Automation, Northwestern Polytechnical University, Xi'an Shaanxi 710129, China)

Abstract: To improve the current control of shunt active power filter (APF) in a variable-frequency power grid, we develop a generic internal model and build a repetitive controller based on this internal model. According to grid conditions or loads, this repetitive controller can adjust the dynamic response time and the compensation range through p and two coordinate transformations to guarantee the effective compensation for different harmonic sources and changing load status. It can also adapt to changes in a wide range of grid frequencies due to the introduction of its adaptive period parameter. To compensate for the dynamic delay in the repetitive controller, we form the composite control system by shunting the repetitive controller with a proportional controller. The major characteristics of this composite system are given. In the shunt APF system of an aircraft variable-frequency power grid, we perform simulations for the proposed repetitive control method and the other four existing control methods, and compare their simulations results. Simulation and experimental results confirm the validity and superiority of the proposed repetitive controller over other controllers.

Key words: aircraft power grid; variable-frequency system; power quality; active power filters; repetitive control

1 引言(Introduction)

“多电飞机”是飞机发展的必然趋势, 其主要特征是具有大容量的供电系统和广泛采用电力传动技术. 高效且可靠的变速变频供电系统成为先进民用飞机的首选, 例如B-787飞机采用了四通道独立供电, 单通道容量超过250kVA/230V的变频交流发电系统. 空客A-380采用了单通道容量为150kVA, 总容量为900kVA的变频交流供电系统. 然而大量电子设备等非线性负载也使飞机变频电网的谐波污染日益严重, 带来了较大的安全隐患. 有源电力滤波器(APF)与无源滤波器相比, 能动态抑制谐波和补偿无功功率, 已

成为治理谐波污染的有效工具. 而跟踪性及实时性好的补偿电流控制则是保证并联APF补偿性能的关键环节之一.

较常用的补偿电流控制方法有: 滞环比较法、三角载波比较法、空间矢量控制等, 其中载波比较法以其开关频率固定的优点应用广泛. 近年来, 变结构控制、模糊控制、神经网络控制、鲁棒控制、预测控制等现代或智能控制方法也应用到电流控制中, 增强了应对非线性、时变系统的能力^[1-2]. 由于并联APF的指令电流是由多次谐波(通常包含几次到几十次的谐波成分)叠加而成的周期信号, 传统PI控制器由于受带宽限

制电流跟踪效果较差,若调整参数加大带宽,不仅效果有限且易引起不稳定^[3]. 谐振控制虽能对特定频率谐波实现无差控制,但每次谐波均需一个控制器,实现起来非常复杂^[4]. 而滑模控制等智能方法虽能对任意有界信号渐近跟踪和完全抑制,但相对复杂且精度也不高.

重复控制是基于内模原理的适合跟踪或抑制周期输入或扰动的学习控制方法,实现简单且稳态性能极佳. 重复控制发展至今已涌现出许多研究成果及应用,对于线性时不变重复控制系统的研究已趋于成熟,如连续和离散时延的重复控制、有限维重复控制^[5-7]. 对于时变系统的重复控制也有探索^[8]. 近年来,一些学者利用重复学习控制^[9-10]、变结构重复控制^[11]来解决非线性系统控制问题. 重复控制在APF电流控制中已有不少成功的应用^[12-14].

实际上,大部分谐波源产生的谐波,大多只含部分次谐波,例如单相整流器只产生奇次谐波. 因此,基于选择性内模的重复控制成为了研究热点^[15]. 文献[16]为适应电力系统的需要,提出了可补偿全部奇次谐波的内模,将延迟时间缩短到半个周期. 文献[17]提出了包含零点的内模,不但可补偿全部奇次谐波,且内模零点增强了补偿灵敏度. 文献[18]又提出了可补偿 $6l \pm 1$ 次谐波的内模($l \in \mathbb{N}$),专门补偿平衡三相6脉波整流器产生的谐波. 这些成果改进了经典内模的全频段补偿策略,缩短了延迟时间,避免将位于无谐波频段的测量及干扰噪声放大^[15]. 然而,上述选择性内模只各自针对特定的谐波源或负载状态,当谐波源或负载状态发生变化后,指令电流的谐波成分也会发生变化,而这些内模无法动态调整补偿范围.

文献[19]提出了基于由滑动离散余弦变换(DCT)滤波器构成的内模的重复控制策略,可通过改变有限补偿集合的大小调整补偿范围且不增加计算复杂性,同时其对舍入和量化效应也不敏感. 然而,由于滤波器需要采集1个基波周期中的 N 个输入值而后滤波,使该方法总有1个指令周期的延迟,无法动态调节动态响应时间,而且有限个被补偿的谐波次数必须已知^[20-21]. 另外,指令周期的变化对重复控制影响很大,通常需引入自适应策略^[22].

本文首先提出了一种新型通用选择性重复控制内模,并进行了理论推导和证明. 接着建立了飞机变频电并联APF系统的数学模型,引入Park正,反变换为通用内模创造了使用环境;而后设计了包含新型自适应重复控制器的复合控制系统,分析了复合系统的主要特性. 最后,在负载变化的工况下,对5种不同方法作了仿真对比,如图1所示. 理论分析,仿真对比和实验结果证明了基于通用内模的复合重复控制策略的有效性和优越性.

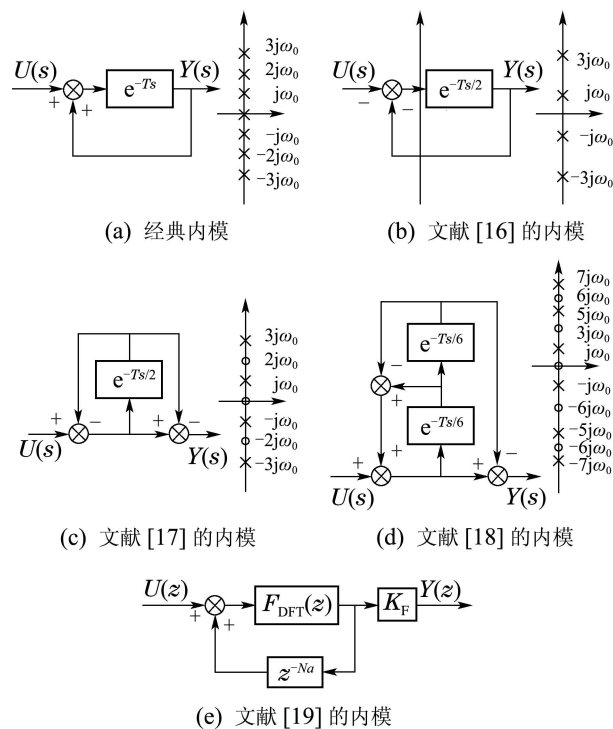


图1 重复控制内模结构图及零极点分布图

Fig. 1 Structure diagrams and pole-zero maps of internal model in repetitive controls

2 提出的通用内模(Proposed generic internal model)

经典内模采用正反馈,其极点为 $kj\omega_0$ ($k \in \mathbb{Z}$, ω_0 为基波角频率),可补偿所有奇、偶次谐波,但延迟时间为 T ;而选择性内模在结构上进行了改进,内模 b 采用负反馈,极点为 $(2k-1)j\omega_0$,可补偿所有奇次谐波,延迟时间缩短为 $T/2$;内模 c 中负反馈与前馈结合,其极点为 $(2k-1)j\omega_0$,零点为 $2kj\omega_0$,在补偿奇次谐波的基础上增加了灵敏度,延迟时间为 $T/2$;内模 d 中加入两个延迟环节,其极点为 $(6k \pm 1)j\omega_0$,零点为 $3kj\omega_0$,可补偿 $6k \pm 1$ 次谐波,延迟时间缩短到 $T/6$;可以看出,选择性内模 b, c, d 的极点均为奇极点,表明它们只能补偿奇次谐波,且结构差异较大.

内模 e 中含有一个可滑动的DFT(或称离散余弦变换DCT)滤波器,其实质是一个有限脉冲响应(FIR)带通滤波器,可补偿任意指定的若干次谐波,其算式如式(1)所示:

$$F_{\text{DFT}}(z) = \frac{2}{N} \sum_{i=0}^{N-1} \left(\sum_{h \in N_h} \cos\left[\frac{2\pi}{N} h(i + N_a)\right] \right) z^{-i}, \quad (1)$$

其中: N 为1个基波周期中的采样数, N_h 为指定补偿谐波次数的集合, N_a 为超前的步数,反馈上的 N_a 步延迟用于相位补偿, K_F 为增益系数. 因为需要用移位寄存器采集一个周期中 N 个输出值,故此内模总有1个 T 的延时.

本文提出了具有通用性的内模,其脉冲传递函数

推导如下:

定理 1 周期为 $N \in \mathbb{N}$ 的时间序列 $x(n) \in \mathbb{C}$ 中只含 pm 次谐波序列的充分必要条件是: $\forall n \in \mathbb{Z}, p \in B = \{x \in \mathbb{Z} | 1 \leq x < +\infty\}, m \in \mathbb{N}, x(n \pm \frac{N}{p}) = x(n)$ 成立.

证 1) 充分性.

离散周期序列 $x(n)$ 可表示为如下的傅立叶级数形式:

$$x(n) = \sum_{l=0}^{N-1} c_l e^{j \frac{2\pi l n}{N}}, l \in \mathbb{N}, \quad (2)$$

其中 c_l 是傅里叶级数的系数,

$$c_l = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x(n) e^{-j \frac{2\pi l n}{N}}, c_l \in \mathbb{C}. \quad (3)$$

由于 $x(n)$ 只含 pm 次谐波序列, 则有当 $l = pm$ 时, $c_l \neq 0$, l 为其余值时, $c_l = 0$, 则有:

$$\begin{aligned} x(n) &= \sum_{l=0}^{N-1} c_l e^{j \frac{2\pi l n}{N}} = \\ &= \sum_{m=0}^{(N-1)/p} c_{pm} e^{j \frac{2\pi pm n}{N}} e^{j \frac{2\pi m n}{N}} = \\ &= \sum_{m=0}^{N/p-1} c_{pm} e^{j \frac{2\pi pm(n \pm N/p)}{N}} = \\ &= x(n \pm \frac{N}{p}). \end{aligned} \quad (4)$$

2) 必要性.

$$\begin{aligned} x(n \pm \frac{N}{p}) &= \sum_{l=0}^{N-1} c_l e^{j \frac{2\pi l(n \pm \frac{N}{p})}{N}} = \\ &= \sum_{l=0}^{N-1} (c_l e^{\pm j \frac{2\pi l}{p}}) e^{j \frac{2\pi l n}{N}} = \\ &= \sum_{l=0}^{N-1} c_l e^{j \frac{2\pi l n}{N}} = x(n), \end{aligned} \quad (5)$$

得 $c_l e^{\pm j \frac{2\pi l}{p}} = c_l$, 分析可知, 只有当 $l = pm$ 时, $c_l \neq 0$, l 为其余值时, $c_l = 0$, 得证.

假设

$$x_1(n) = \begin{cases} x(n), & 0 \leq n \leq \frac{N}{p} - 1, \\ 0, & \text{其他,} \end{cases} \quad (6)$$

则 $x(n)$ 可表示为

$$x(n) = \sum_{l=0}^{+\infty} x_1(n - l \frac{N}{p}), \quad (7)$$

式(4)经 z 变换得

$$X(z) = \sum_{l=0}^{+\infty} (z^{-N/p})^l X_1(z) = \frac{1}{1 - z^{-N/p}} X_1(z). \quad (8)$$

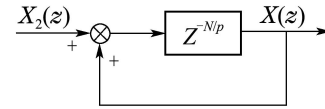
如果 $x_1(n)$ 中只含有 pm 次谐波, 那么根据定理 1 可以得到: $x_1(n) = x_1(n - \frac{N}{p})$, 此式经 z 变换后可以得

到: $X_1(z) = z^{-N/p} X_2(z)$, 代入式(8)得

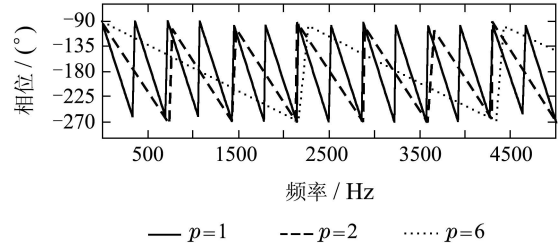
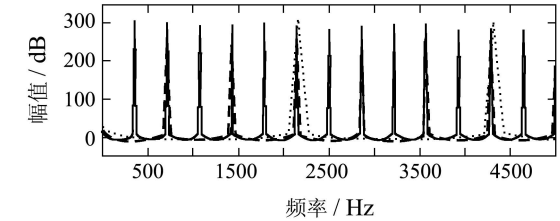
$$X(z) = \frac{z^{-N/p}}{1 - z^{-N/p}} X_2(z) = G(z) X_2(z), \quad (9)$$

$G(z)$ 即为通用内模的脉冲传递函数, 其结构如图 2(a) 所示, 其极点为 $pkj\omega_0 (p \geq 1)$, 此内模可补偿 pm 次谐波.

当 $p = 1$ 时即为经典内模, $p = 2$ 时可补偿偶次谐波, $p = 6$ 时可补偿 6m 次谐波, 以此类推. 其优点是结构简单固定, 只需根据输入选取不同 p 值. 从图 2(b) 可知, 此内模在谐波角频率 $\omega_k = 2\pi pm f_R$ 处增益都极大(图中基波频率 $f_R = 360 \text{ Hz}$).



(a) 结构图



(b) Bode图

图 2 提出的通用内模

Fig. 2 Proposed generic internal model

3 并联 APF 的数学模型与两次坐标变换(Mathematical model of APF and two coordinate transformations)

3.1 数学模型(Mathematical model)

图 3 为飞机变频电网并联型三相四桥臂 APF 系统示意图. 图中 G_1 至 G_8 为逆变器桥臂的开关管, L, L_n 为滤波电感, R, R_n 为滤波电感的内阻, V_{dc} 为直流侧电容 C 两端的电压, L_d, R_d 组成阻感负载, R_m 为中线连接电阻. V_{sa}, V_{sb} 和 V_{sc} 分别为各相电源相电压, $i_{ci} (i = a, b, c, n)$ 为第 i 相的补偿电流. C_h 和 R_h 串联连接在各相输出端之间组成无源滤波器(PF), 主要用于消除补偿电流中因主电路中器件通断而引起的谐波, 故在建模时暂时忽略.

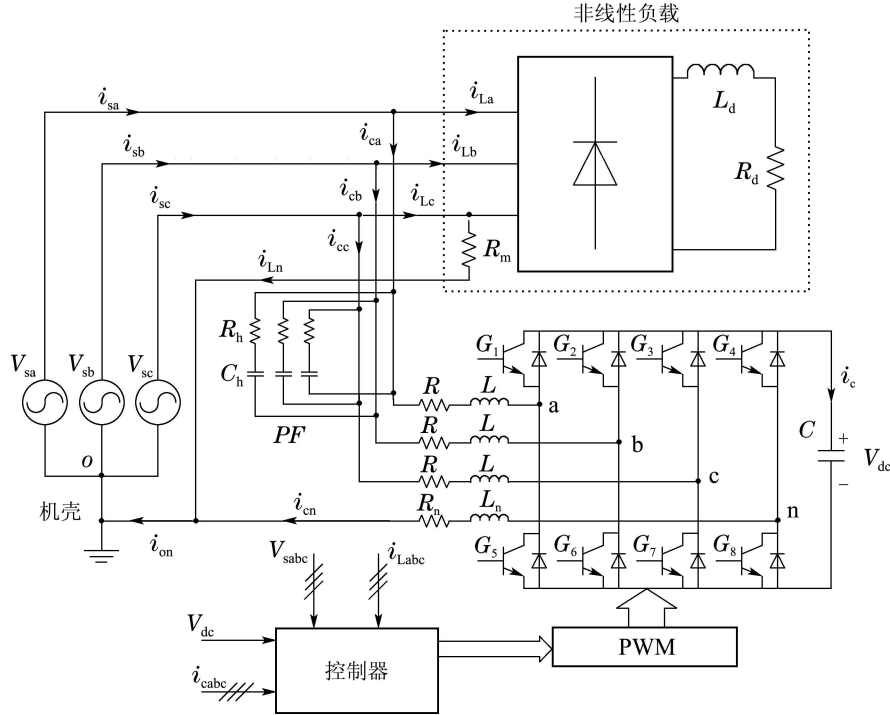


图3 飞机变频电网APF系统示意图

Fig. 3 Schematic diagram of APF in variable-frequency aircraft electric power system

式(10)为静止abc坐标系下三相四桥臂APF的数学模型,其中 s_i 代表 i 桥臂的开关函数, $s_i = 1$ 代表该桥臂上管导通下管关断, $s_i = 0$ 代表该桥臂下管导通上管关断。

$$\begin{cases} L \frac{di_{ca}}{dt} + L_n \frac{di_{cn}}{dt} = \\ V_{sa} - (s_a - s_n)V_{dc} - R_i i_{ca} - R_n i_{cn}, \\ L \frac{di_{cb}}{dt} + L_n \frac{di_{cn}}{dt} = \\ V_{sb} - (s_b - s_n)V_{dc} - R_i i_{cb} - R_n i_{cn}, \\ L \frac{di_{cc}}{dt} + L_n \frac{di_{cn}}{dt} = \\ V_{sc} - (s_c - s_n)V_{dc} - R_i i_{cc} - R_n i_{cn}, \\ C \frac{dV_{dc}}{dt} = \\ (s_a - s_n)i_{ca} + (s_b - s_n)i_{cb} + (s_c - s_n)i_{cc}. \end{cases} \quad (10)$$

设 $p_a = s_a - s_n$, $p_b = s_b - s_n$ 和 $p_c = s_c - s_n$, 且设 d 轴与电源电压矢量 V_{sa} 方向重合,可得到系统在 $dq0$ 旋转坐标系下的数学模型:

$$\begin{cases} L \frac{di_{cd}}{dt} + R_i i_{cd} = \omega L i_{cq} + V_{sd} - p_d V_{dc}, \\ L \frac{di_{cq}}{dt} + R_i i_{cq} = -\omega L i_{cd} + V_{sq} - p_q V_{dc}, \\ L_0 \frac{di_{c0}}{dt} + R_0 i_{c0} = V_{s0} - p_0 V_{dc}, \\ C \frac{dV_{dc}}{dt} = \frac{3}{2} p_d i_{cd} + \frac{3}{2} p_q i_{cq} + 3 p_0 i_{c0}, \end{cases} \quad (11)$$

其中: $R_0 = R + 3R_n$, $L_0 = L + 3L_n$, 上述模型推

导过程可参见文献[23].

$$\text{假设} \begin{cases} u_{rd} = \omega L i_{cq} + V_{sd} - p_d V_{dc}, \\ u_{rq} = -\omega L i_{cd} + V_{sq} - p_q V_{dc}, \\ u_{r0} = V_{s0} - p_0 V_{dc}, \end{cases} \text{则式(11)}$$

可解耦, d, q 和 0 轴电流则可独立控制。

3.2 两次坐标变换 (Two coordinate transformations)

根据获得的变频电网在静止坐标下的补偿电流指令矢量 $[i_{ca}^* \ i_{cb}^* \ i_{cc}^*]^T$,经式(12)的Park变换^[24]转换为 $dq0$ 坐标下的指令矢量 $[i_{cd}^* \ i_{cq}^* \ i_{c0}^*]^T$,控制系统输出电流矢量 $[i_{cd} \ i_{cq} \ i_{c0}]^T$,再经式(13)的Park反变换得到三相补偿电流矢量 $[i_{ca} \ i_{cb} \ i_{cc}]^T$ 。

$$\begin{bmatrix} i_{cd}^* \\ i_{cq}^* \\ i_{c0}^* \end{bmatrix} = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} \cos(\omega t) & -\sin(\omega t) & \frac{1}{2} \\ \cos(\omega t - \frac{2\pi}{3}) & -\sin(\omega t - \frac{2\pi}{3}) & \frac{1}{2} \\ \cos(\omega t + \frac{2\pi}{3}) & -\sin(\omega t + \frac{2\pi}{3}) & \frac{1}{2} \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} i_{ca}^* \\ i_{cb}^* \\ i_{cc}^* \end{bmatrix}, \quad (12)$$

$$\begin{bmatrix} i_{ca} \\ i_{cb} \\ i_{cc} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\omega t) & -\sin(\omega t) & 1 \\ \cos(\omega t - \frac{2\pi}{3}) & -\sin(\omega t - \frac{2\pi}{3}) & 1 \\ \cos(\omega t + \frac{2\pi}{3}) & -\sin(\omega t + \frac{2\pi}{3}) & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{cd} \\ i_{cq} \\ i_{c0} \end{bmatrix}. \quad (13)$$

第1次Park变换的作用是将指令电流中的负序

分量角频率系数增1, 正序分量的角频率系数减1. 这样不但可实现奇次与偶次谐波的相互转换, 而且可将如三相 p 脉波整流器产生的 $pl \pm 1$ 次谐波转换为 pk 次谐波, 为发挥所提内模的功能创造了条件. 第2次Park反变换的作用实现 $dq0$ 坐标系到 abc 坐标系的转换.

4 补偿电流控制(Compensation current control)

4.1 传统PI控制(Conventional PI control)

图4为PI控制时电流环模型. APF系统传递函数中, τ_s 为变流器延时, 取开关周期的一半, τ_f 表示滤波和采样延时; K_{PWM} 为变流器放大倍数, 即相电压峰值和直流侧电压之比. k_p, k_i 为比例和积分系数. 这种传统的电流控制虽动态响应快, 跟踪稳态误差较大, 严重影响补偿效果.

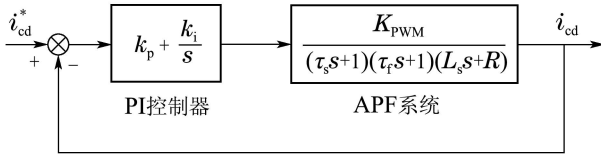


图4 PI控制电流环模型

Fig. 4 Current loop model about PI controller

4.2 复合自适应重复控制系统设计(Design of composite adaptive repetitive control system)

将所提新型重复控制器与动态响应快的比例控制并联, 组成复合数字重复控制系统. 由于重复控制有类似积分的作用, 故只用比例控制弥补其动态延迟的缺陷. 系统结构如图5所示, 通用内模 $G_m(z)$ 中加入系数 k_f , 用于增强重复控制器的稳定性. $B(z)$ 的作用是补偿复合系统的幅值和相位, k_f 为其幅值衰减系数. $P(z)$ 为APF系统的脉冲传递函数, $R(z)$ 代表系统给定输入信号, $E(z)$ 代表系统误差信号.

$$G_m(z) = \frac{k_f z^{-N/p}}{1 - k_f z^{-N/p}}, \quad (14)$$

$$B(z) = k_r \frac{1 + k_w P(z)}{k_w P(z)}, \quad (15)$$

$$P(z) = Z \left[\frac{K_{PWM}}{(\tau_s s + 1)(\tau_f s + 1)(Ls + R)} \right], \quad (16)$$

$P(z)$ 的极点为 e^{-T_s/τ_s} , e^{-T_s/τ_f} 和 $e^{-RT_s/L}$, T_s 为采样周期, 所有极点均在单位圆内, 故控制对象稳定.

在复合系统中, $f_r = 1/T_r$ 为指令电流频率, 也等于电源电压频率, T_r 为指令电流周期. $f_s = 1/T_s$ 为采样频率, $N = f_s/f_r$ 为每个指令周期采样次数.

当 f_s 固定时, 对象 $P(z)$ 为时不变; 若 f_s 可变, 则 $P(z)$ 为时变. 本文采用固定的 f_s , 通过锁相环(PLL)实时采集 f_r , 使 N 自适应改变, 同时为保证 N/p 为整数, 取

$$\frac{N}{p} = \left\lfloor \frac{f_s}{pf_r} \right\rfloor. \quad (17)$$

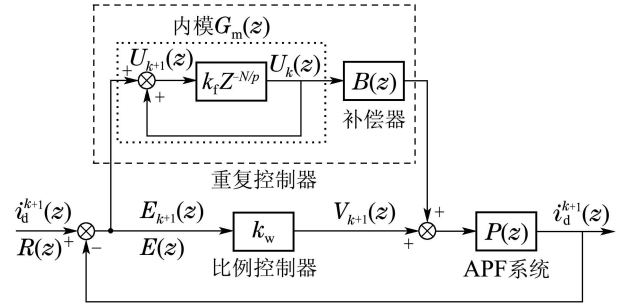


图5 复合数字重复控制系统

Fig. 5 Composite repetitive control system

5 复合控制系统特性分析(Characteristics analysis of the composite control system)

5.1 稳定性(Stability)

复合系统的稳定性分析的依据是离散再生频谱理论 (discrete regeneration spectrum theory)^[25]. 即: 若单输入单输出离散定常系统的闭环特征方程为

$$M(z) + N(z)z^{-N} = 0. \quad (18)$$

再生频谱函数定义为

$$R(\omega) = \left| \frac{N(e^{j\omega T})}{M(e^{j\omega T})} \right|, \quad (19)$$

当 $M(z)$ 在 z 域单位圆外无零点, 并且 $R(\omega) < 1$ 时, 该闭环系统对任何延时均稳定, 稳定性不依赖于延时大小. 复合控制系统的开环脉冲传递函数为

$$G_{op}(z) = [k_w + G_m(z)B(z)]P(z). \quad (20)$$

闭环脉冲传递函数为

$$G_{cl}(z) = G_{op}(z)/[1 + G_{op}(z)]. \quad (21)$$

系统闭环特征方程为

$$1 + G_{op}(z) = 0, \quad (22)$$

根据式(18)和式(21)可得

$$R(\omega) = |z^{N/p}|_{z=e^{j\omega T_s}} = |k_f(1 - k_r/k_w)|. \quad (23)$$

由于 $M(z) = 1 + k_w P(z)$ 在单位圆外没有零点, 依据该理论, 只要 $R(\omega) < 1$, 则闭环系统对任意延时都稳定.

为了保证系统的稳定性, 根据式(23), 控制参数可按以下方法选取:

1) 首先, 在未嵌入重复控制环节时, 绘制控制对

象在 S 域的开环系统Bode图,选取比例环节 k_w ,使系统在嵌入前有较大的稳定裕度;

2) 为使重复控制内模极点移至单位圆内,选取 $0 < k_f < 1$,保证重复控制器的稳定性,增强复合系统的稳定性。 k_f 的值选的越小,系统稳定性越强,但稳态误差也越大;

3) 在以上两步的基础上,适当选取 k_r 的值使 $R(\omega) < 1$,保证复合系统的稳定性,同时 k_r 的选取也要考虑收敛性因素(见5.3节)。

5.2 稳态误差(Steady-state error)

系统误差脉冲传递函数为

$$S(z) = \frac{E(z)}{R(z)} = \frac{S_0(z)}{1 + (k_r/k_w)G_m(z)} = S_0(z)A(z), \quad (24)$$

其中 $S_0(z) = 1/[1 + k_w P(z)]$ 为单独比例控制时的误差传函, $A(z)$ 为增益函数,与 $S(z)$ 相比缺少 $A(z)$ 。

$$|A(\omega_k)| = |A(z)|_{z=e^{j\omega_k T_s}} = \left| \frac{1}{1 + \frac{k_r}{k_w} \frac{k_f}{e^{j\omega_k N T_s/p} - k_f}} \right|, \quad (25)$$

其中: $\omega_k = k\omega_f$, ω_f 为基波角频率,因为 $e^{j\omega_k N T_s/p} = e^{j2\pi k/p}|_{k=pm} = 1$,所以在 pm 次谐波频率处,

$$|A(\omega_{pm})| = |1/(1 + \frac{k_r}{k_w} \frac{k_f}{1 - k_f})|, \quad (26)$$

根据式(26),当 $k_f \rightarrow 1$ 时, $|A(\omega_{pm})| \rightarrow 0$,可使系统稳态误差 $E(z) \rightarrow 0$,即 k_f 的取值越接近1,稳态误差越小。

5.3 收敛性(Convergence)

为了分析系统的收敛性,如图5中所示,假设内模延迟环节的输入为 $U_{k+1}(z)$,其中 k 代表重复周期数,输出为 $U_k(z)$,比输入落后1个重复周期(T_r/p)。 $E_{k+1}(z)$ 代表 $k+1$ 个重复周期的误差,那么 $E_k(z)$ 则代表 k 个重复周期的误差,比例环节的输出为 $V_{k+1}(z)$, $i_d^{k+1}(z)$ 代表 $k+1$ 个重复周期的某轴(如 d 轴)的指令电流值, $i_c^{k+1}(z)$ 代表 $k+1$ 个重复周期的系统输出电流值。

根据图5所示的信号执行顺序,可列出:

$$\begin{cases} U_{k+1}(z) = U_k(z) + E_{k+1}(z), \\ V_{k+1}(z) = k_w E_{k+1}(z), \\ E_{k+1}(z) = \\ i_d^{k+1}(z) - [U_k(z)B(z) + V_{k+1}(z)]P(z), \end{cases} \quad (27)$$

由式(27),式(15)和式(16)可推出

$$U_{k+1}(z) = (1 - \frac{k_r}{k_w})U_k(z) + \frac{1}{1 + k_w P(z)}i_d^{k+1}(z). \quad (28)$$

因为当控制系统达到稳定后,稳态误差可视为一个不变的量^[4],则

$$i_d^{k+1}(z) = i_d^k(z). \quad (29)$$

依据式(28)和式(27)的第1个公式,可递推出

$$\begin{cases} U_k(z) = U_{k-1}(z) + E_k(z), \\ U_k(z) = (1 - \frac{k_r}{k_w})U_{k-1}(z) + \frac{1}{1 + k_w P(z)}i_d^k(z), \end{cases} \quad (30)$$

则由式(30)可得

$$\begin{aligned} (1 - \frac{k_r}{k_w})E_k(z) = \\ (-\frac{k_r}{k_w})U_k(z) + \frac{1}{1 + k_w P(z)}i_d^k(z), \end{aligned} \quad (31)$$

由式(28)和式(27)的第1个公式还可推出

$$E_{k+1}(z) = (-\frac{k_r}{k_w})U_k(z) + \frac{1}{1 + k_w P(z)}i_d^{k+1}(z). \quad (32)$$

对比式(31)和式(32),代入式(29)可最终得到

$$E_{k+1}(z) = (1 - \frac{k_r}{k_w})E_k(z) = C(z)E_k(z), \quad (33)$$

其中 $C(z)$ 定义为收敛性函数。根据式(33),若 $0 < C(z) < 1$,则系统收敛。 $C(z)$ 越小收敛越快。结合稳定性分析可知,必须满足 $0 < k_r/k_w < 1$,而且此比值越接近1,收敛越快。另外,由于

$$U_k(z) = k_f z^{-N/p} U_{k+1}(z), \quad (34)$$

对式(34)进行 z 反变换,可得

$$u_k(t) = k_f u_{k+1}(t - \frac{N}{p}). \quad (35)$$

由式(35)可知,在延迟 $1/p$ 指令周期后,重复控制才起效,若 $p > 1$,则通用内模比经典内模的动态响应时间缩短 p 倍。

事实上,重复控制的收敛速度取决于两个因素,即延迟时间和收敛性函数^[4]。延迟时间的大小决定重复控制起效的快慢,而起效后的收敛快慢由收敛性函数决定,二者综合决定了重复控制总的收敛速度。因此,一方面可通过调节参数 p 的值来调节延迟时间的长短(见6.1节),影响收敛速度;另一方面,可通过调节 k_r 的值调节收敛性函数的大小,影响收敛速度。

5.4 鲁棒性(Robustness)

实际中,APF的参数如 L , R 的准确值时常难以获得且会发生变化,如 R 随温度而变化,即参数具有

不确定性, 这可能对控制系统的稳定性产生影响。

假设系统的电感和电阻的值存在不确定性, 即 $L' = L_1 + \Delta L$, $R' = R_1 + \Delta R$, 其中 L_1, R_1 为电感和电阻经验值, $\Delta L, \Delta R$ 为变动值, 并且 $|\Delta L| \leq \delta_1$, $|\Delta R| \leq \delta_2$, δ_1 和 δ_2 为远小于经验值的给定常数。将 L' 和 R' 代替式(16)中的 L 和 R 的值得到 $P'(z)$ 和 $B'(z)$ 。根据式(15)(22)可得

$$[1 + k_w P'(z)](z^{\frac{N}{p}} - k_f + k_f \frac{k_r}{k_w}) = 0. \quad (36)$$

由于 $[1 + k_w P'(z)]$ 不为0, 故可推出与式(23)相同的 $R(\omega)$ 求解公式, 只要适当的选择参数使 $R(\omega) < 1$, 可保证系统具有鲁棒稳定性。然而, 由于参数的不确定性, 系统的稳定裕度变小。

由于受不确定参数的影响, 系统的鲁棒性在嵌入重复控制前后会发生变化。重复控制系统的鲁棒性可由其补灵敏度函数 $T(z)$ 来反映^[26], 其值越小, 鲁棒性越强。

$$T(z) = \frac{G_{op}(z)}{1 + G_{op}(z)} = \frac{T_0(z) + (k_r/k_w)G_m(z)}{1 + (k_r/k_w)G_m(z)}, \quad (37)$$

其中 $T_0(z)$ 为在嵌入重复控制器之前原系统的补灵敏度函数

$$T_0(z) = \frac{k_w P(z)}{1 + k_w P(z)}, \quad (38)$$

由式(37)和式(24)可得

$$[T(z) - 1] = [T_0(z) - 1]A(z), \quad (39)$$

由式(39)可得

$$|A(\omega)| = |A(z)|_{z=e^{j\omega T_s}} = \frac{|T(e^{j\omega T_s}) - 1|}{|T_0(e^{j\omega T_s}) - 1|}. \quad (40)$$

根据式(25), 式(26)和式(49), 看得出以下结论:

1) 当 $\omega = pm\omega_f$ 时, 即在 pm 次谐波频率处, 由前述分析可知, $0 < k_f < 1$, $0 < k_r/k_w < 1$, 可得 $|A(\omega)| < 1$, 则 $T(e^{j\omega T_s}) > T_0(e^{j\omega T_s})$, 说明此时复合系统的鲁棒性较原系统有所降低;

2) 在其他某些频率点处, 复合系统的补灵敏度函数的值可以被降低, 即 $T(e^{j\omega T_s}) < T_0(e^{j\omega T_s})$, 鲁棒性有所提高;

6 仿真和实验(Simulation and experiment)

为验证所提重复控制方法的有效性, 模拟飞机变频电网的工作条件, 首先在 Matlab/Simulink 环境下进行仿真分析与比较, 然后搭建了一台的实验样机。并联 APF 系统参数如表 1 所示。

表 1 并联 APF 系统参数

Table 1 Parameters of shunt APF system

参数/单位	数值	说明
V_s/V	115	电网相电压
f_r/Hz	360~800	电网频率
Q/kVA	5	APF 容量
L/mH	1.5	交流侧滤波电感
$C/\mu F$	2000	直流侧电容
V_{dc}/V	800	直流侧电压
L_d/mH	2	负载电感
R_d/Ω	20	负载电阻
$C_h/\mu F$	0.5	PF 电容
R_h/Ω	1	PF 电阻

6.1 仿真分析(Simulation analysis)

按图3搭建仿真模型。其他仿真参数为:

$$\begin{aligned} R &= R_n = 0.1 \Omega, \quad f_s = 80 \text{ kHz}, \\ \tau_s &= 10^{-4} \text{ s}, \quad \tau_f = 5 \times 10^{-5} \text{ s}, \\ K_{PWM} &= 0.325, \quad k_r = 0.0075, \\ k_w &= 0.01, \quad k_f = 0.95. \end{aligned}$$

假设仿真过程中, 三相非线性负载在时间 t 从 0 s 到 0.01 s 期间处于平衡状态(等效为 $R_m = 10^5 \Omega$); 在 t 从 0.01 s 到 0.02 s 期间, 由于电网加入单相负载, 故负载处于不平衡状态(等效为 $R_m = 10 \Omega$); t 在 0.02 s 后负载恢复平衡状态。随着负载状态的变化, 指令电流中的谐波成分也将随之改变, 此时可调节通用内模中的 p 值, 保证较短的动态响应时间和较高跟踪精度。调节方法如下:

通常对于此系统, 负载平衡时, 静止坐标系下指令电流中几乎只有 $6l \pm 1$ 次谐波, 此时可取 $p = 6$, 缩短响应时间; 当负载出现不平衡时, 根据指令电流的谐波总畸变率(total harmonic distortion, THD) 变大, 判断除 $6l \pm 1$ 次谐波外, 出现其他较大的奇次谐波, 因此调节 $p = 2$ 。若指令电流的 THD 仍未明显改善, 判断可能有直流偏量引起了偶次谐波, 这时调节 $p = 1$, 可保证补偿精度。

图6和图7分别显示了电源基波频率 f_r 为 360 Hz 和 700 Hz 时, 整个工作过程中, 所提方法得到的 q 轴补偿电流 (I_{cq}) 对其指令电流 (I_{cq}^*) 的跟踪波形和跟踪误差 ($E_{cq} = I_{cq}^* - I_{cq}$)。可以看出, 从 $t = 0$ 开始经过约 $1/6$ 个指令周期过渡后, I_{cq} 便已紧跟 I_{cq}^* , 跟踪误差很小; 在 $0.01 \text{ s} \leq t \leq 0.02 \text{ s}$ 时, 负载电流出现明显的不平衡, I_{cq}^* 的谐波成分也发生了变化, 此时通过调节 p 值, 虽然过渡过程加长到 $1/2$ 个指令周期, 但跟踪误差依然很小, 保证跟踪精度; 当 $t \geq 0.02 \text{ s}$ 时, 负载

电流恢复平衡,再调节 p 值,恢复较短的动态响应时间.即通过调节通用内模中 p 值,实现了对指令电流谐波成分变化或系统工况变化的自适应.

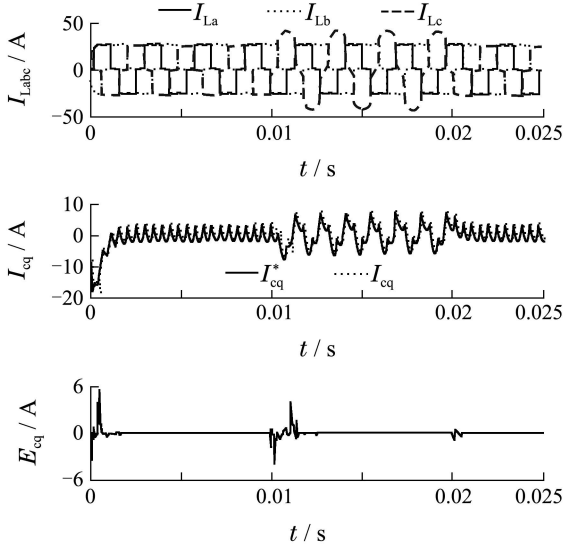


图6 $f_r = 360$ Hz时基于所提方法 q 轴补偿电流跟踪效果图
Fig. 6 Effect diagrams for tracking performance of q -axis compensation current based on proposed control as $f_r = 360$ Hz

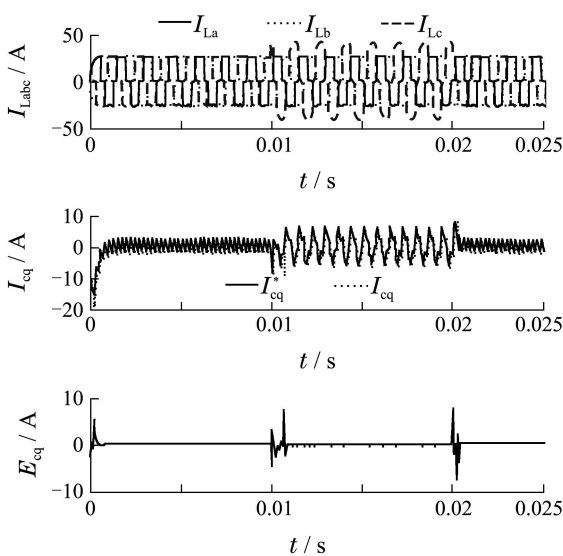


图7 $f_r = 700$ Hz时基于所提方法 q 轴补偿电流跟踪效果图
Fig. 7 Effect diagrams for tracking performance of q -axis compensation current based on proposed control as $f_r = 700$ Hz

另外,从图6和图7可知,通过调节通用内模中的 N 值,实现了对电源基频变化的自适应,跟踪效果未受电源电压基频变化的影响.

图8为 $f_r = 360$ Hz时,在前述负载变化过程中,基于5种不同的控制的跟踪误差(E_{ca})对比图.前4种方法,即本文提出的控制系统,传统PI控制,奇次谐波重复控制^[16]和 $6l \pm 1$ 次谐波重复控制^[18],采用A

相补偿电流跟踪误差($E_{ca} = I_{ca}^* - I_{ca}$)作比较,由于基于DCT的重复控制方法^[19]采用的是电源电流直接控制策略,因此采用了A相电源电流与负载基波电流之差($E_{sa} = I_{sa} - I_{fpa}$)作为跟踪误差参与比较.图中虚线圈出部分为跟踪中的过渡过程.5种控制方法的仿真参数值如下:

1) 所提方法:

$$T_s = 12.5 \mu\text{s}, N = 222, k_r = k_w = 0.01;$$

2) PI控制:

$$T_s = 12.5 \mu\text{s}, k_p = 0.00785, k_i = 3.5;$$

3) 奇次谐波重复控制:

$$T_s = 12.5 \mu\text{s}, N = 222;$$

4) $6l \pm 1$ 次谐波重复控制:

$$T_s = 12.5 \mu\text{s}, N = 222, \text{比例系数 } K_{11} = 0.01;$$

5) 基于DCT的重复控制:

$$T_s = 12.5 \mu\text{s}, N = 222,$$

$$N_a = 5, k_p = 0.006, k_i = 3,$$

$$N_h = \begin{cases} x|x=6l \pm 1, l \geq 8, & \text{负载平衡时;} \\ x|x=6l \pm 1, l \geq 8 \cup \{1, 3\}, & \text{负载不平衡时;} \end{cases}$$

从图8(b)可看出:基于传统PI控制的 E_{ca} 全程都很大,表明此方法的稳态跟踪误差很大,补偿效果差,其原因在引言中已说明.而图8(a)(c)(d)显示出基于这3种选择性重复控制的稳态 E_{ca} 较PI控制都小得多,图8(e)则显示出基于DCT的重复控制的稳态 E_{sa} 也较小.

对比分析图8(a)与图8(c),图8(d)和图8(e)可知:基于本文所提方法的跟踪误差在负载的不同状态均较小,而且在负载平衡状态时,过渡过程可缩短至 $1/6$ 个指令周期.而基于奇次谐波重复控制的跟踪误差在负载的不同状态也较小,但是其过渡过程始终为 $1/2$ 个指令周期,不能动态调节.基于 $6l \pm 1$ 谐波重复控制的跟踪误差在负载平衡时与所提方法相当,但负载不平衡时,由于其选择性或补偿范围不能调节,因此这时 E_{ca} 变大.从图8(e)可看出,由于含有FIR滤波器,要采集 N 个输入值,故基于DCT重复控制的收敛(过渡)过程必须是1个指令周期,不能动态调节.而且由于其补偿范围决定于给定的有限集合且重复控制输出后还需PI控制调节,因此其跟踪误差略大.

总之,所提方法由于可通过调节 p 值,动态调节动态响应时间和补偿范围,在负载状态变化时,其跟踪效果最好.

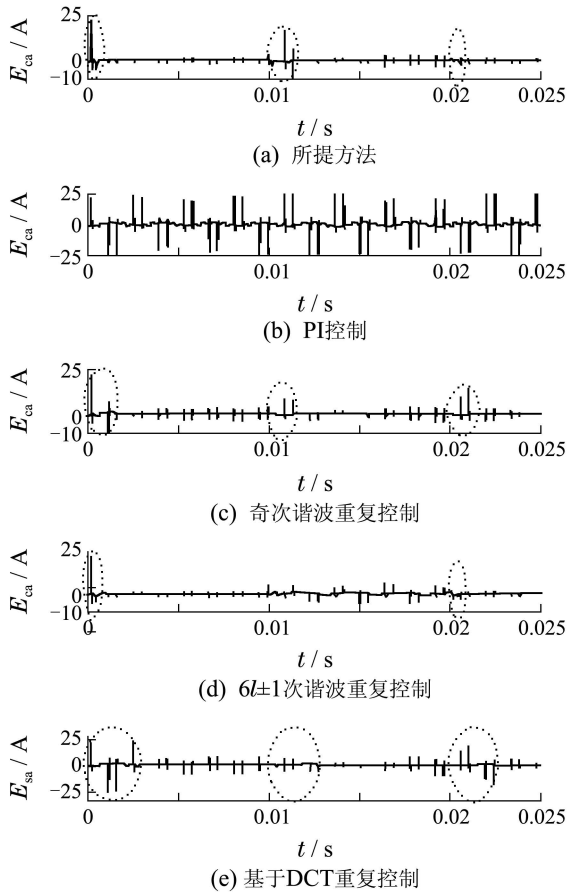


图8 $f_r = 360$ Hz时基于各种方法的跟踪误差

Fig. 8 Comparison chart for tracking errors as $f_r = 360$ Hz

6.2 实验结果(Experimental results)

图9和图10分别为 f_r 为360 Hz和700 Hz时基于所提重复控制器的APF系统的A相补偿电流 I_{ca} 和A相电源电流 I_{sa} 的实验波形. 可看出, 当负载变动后, I_{ca} 的幅值增加, 波形略有畸变, 说明负载的不平衡变动使指令电流中谐波成分增加, 跟踪的补偿电流也响应变化. 而在负载变动后, I_{sa} 不但幅值增加, 而且略微变形, 但基本保持了正弦性, 证明所提重复控制器随负载变化动态调整补偿范围的有效性.

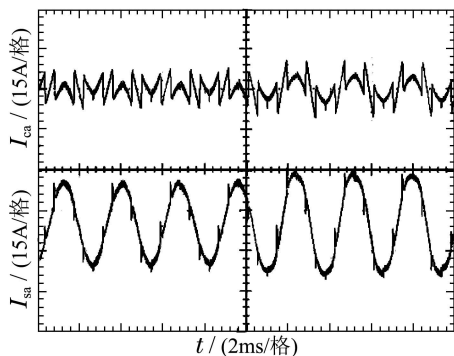


图9 $f_r = 360$ Hz时基于所提控制器的补偿电流 I_{ca} 和电源电流 I_{sa} 的实验波形

Fig. 9 Experimental results of I_{ca} and I_{sa} based on proposed controller as $f_r = 360$ Hz

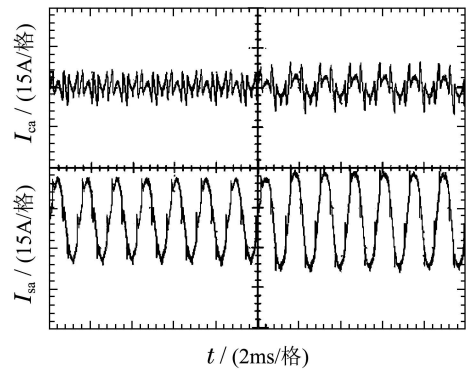


图10 $f_r = 700$ Hz时基于所提控制器的补偿电流 I_{ca} 和电源电流 I_{sa} 的实验波形

Fig. 10 Experimental results of I_{ca} and I_{sa} based on proposed controller as $f_r = 700$ Hz

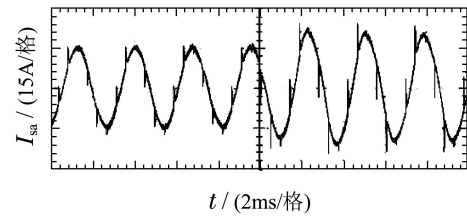


图11 $f_r = 360$ Hz时基于 $6l \pm 1$ 重复控制器的电源电流 I_{sa} 的实验波形

Fig. 11 Experimental results of I_{sa} based on $6l \pm 1$ repetitive controller as $f_r = 360$ Hz

图11显示了相同条件下, $f_r = 360$ Hz时采用 $6l \pm 1$ 重复控制器后, I_{sa} 的实验波形. 表2显示了分别采用所提重复控制器与 $6l \pm 1$ 重复控制器后, I_{sa} 的THD比较. 结合图11和表2可知, 采用 $6l \pm 1$ 重复控制器得到的 I_{sa} 在负载的不平衡变动后, 波形畸变较大, 电流毛刺变大, 说明补偿效果变差, 结果与仿真分析的结论一致. 另外, 采用所提重复控制器得到的 I_{sa} 在高频率时其THD值略有增加, 但仍满足要求. 证明了所提重复控制器能自适应电源频率的变化.

表2 两种方法电源电流 I_{sa} 的THD的对比

Table 2 Comparison of THD based on two controllers

控制器	f_r /Hz	THD
所提控制器	360	4.53%
$6l \pm 1$ 控制器	360	7.60%
所提控制器	700	4.87%

7 结论(Conclusions)

本文对变频电网中并联APF的补偿电流控制方法进行了研究, 结论如下:

- 1) 对于谐波源负载的不同状态, 可以动态调节

通用内模中的 p 值. 通常 p 取值越大, 内模的选择性越强, 补偿范围越窄, 重复控制起效也越快.

2) 仿真对比和实验结果表明, 提出的基于通用内模的自适应复合重复控制策略与坐标变换相结合具有根据系统或负载工况的变化动态调整动态响应时间和补偿范围的优势, 跟踪和补偿效果较好, 同时可以适应变频电网的工作环境.

参考文献(References):

- [1] 吴敬兵, 罗安, 徐先勇, 等. 大功率混合有源电力滤波器的智能控制策略[J]. 电力自动化设备, 2010, 30(4): 36–41.
(WU Jingbing, LUO An, XU Xianyong, et al. Intelligent control strategy of high-capacity hybrid active power filter [J]. *Electric Power Automation Equipment*, 2010, 30(4): 36–41.)
- [2] 王晓刚, 谢运祥, 帅定新. 智能控制方法应用于APF的综述与展望[J]. 电网技术, 2008, 32(8): 35–41.
(WANG Xiaogang, XIE Yunxiang, SHUAI Dingxin. Overview and prospect on application of intelligent control methods to active power filters [J]. *Power System Technology*, 2008, 32(8): 35–41.)
- [3] DANIYAL H, LAM E, BORLE L J, et al. Hysteresis, PI and ramp-time current control techniques for APF: an experimental comparison [C] // *Industrial Electronics and Applications*. Beijing: IEEE, 2011: 2151–2156.
- [4] 宫金武, 查晓明, 陈佰锋. 一种快速重复控制策略在APF中的实现和分析[J]. 电工技术学报, 2011, 26(10): 110–117.
(GONG Jinwu, ZHA Xiaoming, CHEN Baifeng. Analysis and realization of a fast repetitive controller in active power filter system [J]. *Transactions of China Electrotechnical Society*, 2011, 26(10): 110–117.)
- [5] 李翠艳, 张东纯, 庄显义. 重复控制综述[J]. 电机与控制学报, 2005, 9(1): 37–44.
(LI Cuiyan, ZHANG Dongchun, ZHUANG Xianyi. Repetitive control—a survey [J]. *Electric Machines and Control*, 2005, 9(1): 37–44.)
- [6] 全权, 蔡开元. 非线性重复控制系统综述与展望 [C] // 第三届中国导航、制导与控制学术会议. 北京: 科学出版社, 2009: 487–493.
(QUAN Quan, CAI Kaiyuan. A survey and perspective of nonlinear repetitive control systems [C] // *33th Chinese Guidance, Navigation and Control Conference*. Beijing: Science Press, 2009: 487–493.)
- [7] KASAC J, NOVAKOVIC B, MAJETIC D, et al. Passive finite-dimensional repetitive control of robot manipulators [J]. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 2008, 16(3): 570–576.
- [8] 赵叶蕾, 陈彭年. 控制方向未知的时变不确定系统的重复控制[J]. 控制理论与应用, 2013, 30(6): 781–784.
(ZHAO Yelei, CHEN Pengnian. Repetitive control for a class of systems with unknown time-varying parameters and unknown control direction [J]. *Control Theory & Applications*, 2013, 30(6): 781–784.)
- [9] DIXON W E, ZERGEROGLU E, DAWSON D M, et al. Repetitive learning control: A Lyapunov-based approach [J]. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part B: Cybernetics*, 2002, 32(4): 538–545.
- [10] 孙明轩, 王卿维, 陈彭年. 有限区间非线性系统的重复学习控制[J]. 中国科学: 信息科学, 2010, 40(3): 433–444.
(SUN Mingxuan, WANG Danwei, CHEN Pengnian. Repetitive learning control of nonlinear systems over finite intervals [J]. *Scientia Sinica Informationis*, 2010, 40(3): 433–444.)
- [11] 孙明轩, 王辉, 范伟云. 以幂次趋近的离散变结构重复控制[J]. 控制理论与应用, 2012, 29(11): 1426–1432.
(SUN Mingxuan, WANG Hui, FAN Weiyun. Discrete-time variable-structure repetitive control with power-rate reaching [J]. *Control Theory & Applications*, 2012, 29(11): 1426–1432.)
- [12] LIMONGI L R, BOJOI R, GRIVA G, et al. New control scheme for single-phase active power filters [C] // *Power Electronics Specialists Conference*. Rhodes: IEEE, 2008: 2894–2900.

- [13] 唐欣, 罗安. 基于重复控制的有源滤波器的三态滞环控制方法[J]. 电工技术学报, 2009, 24(9): 134–139.
(TANG Xin, LUO An. Repetitive control based three-state hysteresis control of a single-phase active filter [J]. *Transactions of China Electrotechnical Society*, 2009, 24(9): 134–139.)
- [14] 贾要勤, 王晓滨, 杨强. 并联有源电力滤波器的自适应重复控制[J]. 电工技术学报, 2011, 26(10): 118–122.
(JIA Yaoqin, WANG Xiaobin, YANG Qiang. Adaptive repetitive control of parallel active power filter [J]. *Transactions of China Electrotechnical Society*, 2011, 26(10): 118–122.)
- [15] RODRIGUEZ A, GIRON C, SAEZ V, et al. Analysis of repetitive-based controllers for selective harmonic compensation in active power filters [C] // *36th Annual Conference on Industrial Electronics Society*. Glendale: IEEE, 2010: 2013–2018.
- [16] COSTA-CASTELLO R, GRINO R, FOSSAS E. Odd-harmonic digital repetitive control of a single-phase current active filter [J]. *IEEE Transactions on Power Electronics*, 2004, 19(4): 1060–1068.
- [17] ESCOBAR G, MARTINEZ P R, LEYYA-RAMOS J. Analog circuits to implement repetitive controllers with feedforward for harmonic compensation [J]. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2007, 54(1): 567–573.
- [18] ESCOBAR G, HERNANDEZ-BRIONES P G, MARTINEZ P R, et al. A repetitive-based controller for the compensation of $6l \pm 1$ harmonic components [J]. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2008, 55(8): 3150–3158.
- [19] MATTAVELLI P, MARAFAO F P. Repetitive-based control for selective harmonic compensation in active power filters [J]. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2004, 51(5): 1018–1024.
- [20] GARCIA-CERRADA A, PINZON-ARDILA O, FELIU-BATLLE V. Application of a repetitive controller for a three-phase active power filter [J]. *IEEE Transactions on Power Electronics*, 2007, 22(1): 237–246.
- [21] RODRIGUEZ A, GIRON C, RIZO M, et al. Comparison of current controllers based on repetitive-based control and second order generalized integrators for active power filters [C] // *Industrial Electronics 35th Annual Conference*. Porto: IEEE, 2009: 3223–3228.
- [22] RAMOS G A, OLM J M, COSTA-CASTELLO R. Adaptive compensation strategy for the tracking/rejection of signals with time-varying frequency in digital repetitive control systems [C] // *Emerging Technologies & Factory Automation*. Mallorca: IEEE, 2009: 1–7.
- [23] 陈菊明, 刘锋, 梅生伟. 基于无源化方法的三相四线制APF控制器策略[J]. 电力系统自动化, 2006, 30(8): 32–37.
(CHEN Juming, LIU Feng, MEI Shengwei. Passivity-based controller for three-phase four-wire APF [J]. *Automation of Electric Power Systems*, 2006, 30(8): 32–37.)
- [24] 孙驰, 魏光辉, 毕增军. 基于同步坐标变换的三相不对称系统的无功与谐波电流的检测[J]. 中国电机工程学报, 2003, 23(12): 43–48.
(SUN Chi, WEI Guanghui, BI Zhengjun. Detection for reactive and harmonics currents of unbalanced three-phase systems based on synchronous reference frame transformation [J]. *Proceedings of the CSEE*, 2003, 23(12): 43–48.)
- [25] SHAW F R, SRINIVASAN K. Discrete-time repetitive control system design using the regeneration spectrum [C] // *American Control Conference*. Boston: IEEE, 1991: 2628–2633.
- [26] MI-CHING T, WU-SUNG Y. Design of a plug-in type repetitive controller for periodic inputs [J]. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 2002, 10(4): 547–555.

作者简介:

高峰 (1975–), 男, 博士研究生, 主要研究方向为电力电子技术、有源电力滤波器, E-mail: world_gao@163.com;

林辉 (1957–), 男, 教授, 博士生导师, 主要研究方向为电机调速、迭代学习控制理论, E-mail: linhui@nwpu.edu.cn.