

二阶系统线性自抗扰控制器频带特性与参数配置研究

袁东[†], 马晓军, 曾庆含, 邱晓波

(装甲兵工程学院 控制工程系, 北京 100072)

摘要: 本文从频域分析方法入手, 基于线性自抗扰控制器的闭环传递函数和频带特性曲线, 系统地分析了扩张状态观测器的跟踪估计能力和自抗扰控制器的稳定性、对外部扰动的抑制能力、对控制输入增益不确定性和模型参数不确定性的鲁棒性及其噪声传递特性, 探讨了系统动态特性与控制参数的关系; 在此基础上提出了控制参数的工程配置方法, 最后将其应用于某高精度武器控制系统, 验证该方法的有效性. 此外, 本文还分析了自抗扰控制器工程应用中的超调现象、控制量深度饱和以及前置滤波器设计等问题, 为工程设计提供理论依据和实践参考.

关键词: 线性自抗扰控制; 不确定性; 频带特性; 参数配置

中图分类号: TP13 文献标识码: A

Research on frequency-band characteristics and parameters configuration of linear active disturbance rejection control for second-order systems

YUAN Dong[†], MA Xiao-jun, ZENG Qing-han, QIU Xiao-bo

(Department of Control Engineering, Academy of Armored Force Engineering, Beijing 100072, China)

Abstract: Starting with frequency domain analysis, the tracking ability of linear extended state observer (LESO) and the characteristics of linear active disturbance rejection control (LADRC), such as the stability, rejection quality for external disturbance, robustness for control input gain uncertainty and model uncertainty, as well as noise sensitivity characteristics, are analyzed based on the close-loop transfer function and frequency response. Then, the relationship between the dynamic characteristics and the controller parameters is discussed and the method of parameter selection is proposed. Finally, the method is applied to a weapon control system, and its effectiveness is validated. In addition, issues such as overshoot phenomenon, actuator saturation and the design of pre-filter are addressed, establishing both the conceptual and practical foundation for engineering design.

Key words: linear active disturbance rejection control (LADRC); uncertainty; frequency-band characteristics; parameters configuration

1 引言(Introduction)

自抗扰控制(active disturbance rejection control, ADRC)技术是一种非线性控制方法, 由跟踪微分器、扩张状态观测器和非线性反馈律等部分组成, 具有控制精度高、响应速度快、抗干扰能力强等特点, 且对被控对象的模型依赖小, 已广泛的应用于电力系统、精密机械、加工车床、化工过程和现代武器系统等领域^[1-3]. 文献[4]利用带宽概念, 进一步将自抗扰控制器线性化, 提出了线性自抗扰控制(active disturbance rejection control, LADRC)方法, 该方法保持了自抗扰控制算法的优良控制性能, 且算法更为简单, 其理论分析也更加完备. 文献[5]分析了一阶对象LADRC控制器的稳定条件并提出了一种降阶观测

器; 文献[6]分析了线性扩张状态观测器(LESO)对不确定性的估计能力, 并给出了收敛条件; 文献[7]将LESO对不确定动态的估计收敛性推广到了不连续情形; 文献[8]分析了典型二阶系统LADRC的稳定性与参数选取的关系, 并给出了典型系统的稳定域; 文献[9]进一步分析了受控对象模型已知和动态大范围未知情况下LESO的收敛性. 但目前研究主要采用时域分析方法, 且侧重于LADRC的稳定性证明, 大都未对系统的动态响应特性进行理论分析, 且理论研究中未考虑噪声传递特性, 上述特性是影响工程控制效果的重要因素, 如何改善上述特性也成为工程实践中关注的焦点之一.

为此, 本文从频域特性入手, 首先分析LESO的动

态跟踪估计能力和滤波特性;在此基础上求取 LADRC 的闭环传递函数和频带特性曲线,进而系统地分析了控制器的稳定性、对外部扰动的动态抑制能力、对控制输入增益不确定性和模型参数不确定性的鲁棒性及其噪声传递特性等,并探讨了上述动态特性与参数配置的关系;最后据此提出了 LADRC 参数的工程配置方法,并将其应用于某高精度武器控制系统,验证其有效性。

2 二阶对象的 LADRC 模型(Model of LADRC for second-order plant)

一般地,考虑二阶系统

$$\ddot{y} = -a_1\dot{y} - a_2y + w + bu, \quad (1)$$

式中: u 为系统的输入, y 为输出, w 为外部扰动, a_1, a_2 为系统参数, b 为控制增益, a_1, a_2, b 未知, 且有 $b_0 \approx b$ 。若令 $x_1 = y, x_2 = \dot{y}$, 并设 $f(y, \dot{y}, w) = -a_1\dot{y} - a_2y + w + (b - b_0)u$ 为系统广义扰动, 包含系统内部不确定性和外部扰动, 将其扩展为系统的状态变量 $x_3 = f(y, \dot{y}, w)$, 则可得系统(1)状态方程

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2, \\ \dot{x}_2 = x_3 + b_0u, \\ \dot{x}_3 = h, \\ y = x_1, \end{cases} \quad (2)$$

式中: x_1, x_2, x_3 为系统状态变量, $h = \dot{f}(y, \dot{y}, w)$ 。

建立线性扩张状态观测器(LESO)

$$\begin{cases} \dot{z}_1 = z_2 - \beta_1(z_1 - y), \\ \dot{z}_2 = z_3 - \beta_2(z_1 - y) + b_0u, \\ \dot{z}_3 = -\beta_3(z_1 - y). \end{cases} \quad (3)$$

选取合适的观测器增益 $\beta_1, \beta_2, \beta_3$, LESO 能实现对系统(2)中各变量的实时跟踪, 即 $z_1 \rightarrow y, z_2 \rightarrow \dot{y}, z_3 \rightarrow f(y, \dot{y}, w)$ 。取

$$u = \frac{-z_3 + u_0}{b_0}, \quad (4)$$

并忽略 z_3 对 $f(y, \dot{y}, w)$ 的估计误差, 则系统(2)可简化为一个双积分串联结构

$$\ddot{y} = (f(y, \dot{y}, w) - z_3) + u_0 \approx u_0. \quad (5)$$

设计 PD 控制器

$$u_0 = k_p(v - z_1) - k_d z_2, \quad (6)$$

式中: v 为给定信号, k_p, k_d 为控制器增益。根据式(5)–(6)可得系统闭环传递函数

$$G_{cl}(s) = \frac{k_p}{s^2 + k_d s + k_p}. \quad (7)$$

选取合适的增益 k_p, k_d 可使系统稳定。

综上, 式(3)–(4)(6)构成系统(1)的线性自抗扰控制器(LADRC)^[4], 其结构如图1所示。

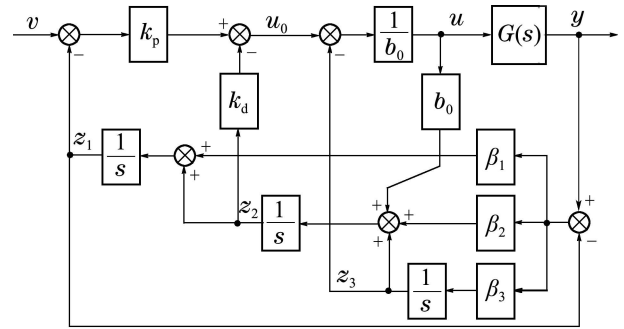


图 1 线性自抗扰控制器结构图
Fig. 1 Structure of LADRC

进一步求得 LESO(3) 的特征方程为

$$\lambda(s) = s^3 + \beta_1 s^2 + \beta_2 s + \beta_3. \quad (8)$$

选取理想特征方程 $\lambda(s) = (s + \omega_o)^3$, 则有

$$\beta_1 = 3\omega_o, \beta_2 = 3\omega_o^2, \beta_3 = \omega_o^3, \quad (9)$$

式中 ω_o 称为观测器带宽。

类似地, 根据文献[4], 可选取式(7)参数为

$$k_p = \omega_c^2, k_d = 2\xi\omega_c, \quad (10)$$

式中: ω_c 称为控制器带宽, ξ 为阻尼比。

本文取 $\xi = 1$, 并将其代入式(7), 可得特征方程为 $\lambda(s) = (s + \omega_c)^2$ 。

由此, LADRC 控制参数的配置问题简化为观测器带宽 ω_o 和控制器带宽 ω_c 的选取。

3 LESO 的收敛性与滤波性能分析(Convergence and filtering property analysis of LESO)

扩张状态观测器是自抗扰控制技术的核心, 其跟踪估计能力是影响自抗扰控制性能的关键所在, 为此本节首先对其进行分析。

3.1 LESO 收敛性与估计误差分析(Convergence and estimation error analysis of LESO)

根据式(3)(9)可求得 z_1, z_2, z_3 的传递函数为

$$z_1 = \frac{3\omega_o s^2 + 3\omega_o^2 s + \omega_o^3}{(s + \omega_o)^3} y + \frac{b_0 s}{(s + \omega_o)^3} u, \quad (11)$$

$$z_2 = \frac{(3\omega_o^2 s + \omega_o^3) s}{(s + \omega_o)^3} y + \frac{b_0 (s + 3\omega_o) s}{(s + \omega_o)^3} u, \quad (12)$$

$$z_3 = \frac{\omega_o^3 s^2}{(s + \omega_o)^3} y - \frac{b_0 \omega_o^3}{(s + \omega_o)^3} u. \quad (13)$$

令跟踪误差 $e_1 = z_1 - y, e_2 = z_2 - \dot{y}$, 可得

$$e_1 = -\frac{s^3}{(s + \omega_o)^3} y + \frac{s}{(s + \omega_o)^3} b_0 u, \quad (14)$$

$$e_2 = -\frac{(s + 3\omega_o) s^3}{(s + \omega_o)^3} y + \frac{s}{(s + \omega_o)^3} b_0 u. \quad (15)$$

令 $e_3 = z_3 - f(y, \dot{y}, w)$, 又据式(2)有

$$f(y, \dot{y}, w) = x_3 = \dot{x}_2 - b_0 u = \ddot{y} - b_0 u,$$

则

$$e_3 = z_3 - \ddot{y} + b_0 u = b_0 \left(1 - \frac{\omega_o^3}{(s + \omega_o)^3}\right) u - \left(1 - \frac{\omega_o^3}{(s + \omega_o)^3}\right) s^2 y. \quad (16)$$

考虑到分析典型性, y, u 均取幅值为 K 的阶跃信号 $y(s) = K/s, u(s) = K/s$, 则可以求得稳态误差

$$\begin{cases} e_{1s} = \lim_{s \rightarrow 0} s e_1 = 0, \\ e_{2s} = \lim_{s \rightarrow 0} s e_2 = 0, \\ e_{3s} = \lim_{s \rightarrow 0} s e_3 = 0. \end{cases} \quad (17)$$

上式表明, LESO具有很好的收敛性和估计能力, 且能实现系统状态变量和广义扰动的无差估计.

需要补充说明的是: 当式(2)中 $b_0 = 0$ 时, 其输出 z_3 跟踪 \ddot{y} , 此时LESO可以作为微分器使用.

下面进一步分析其动态跟踪过程, 当 $b_0 = 0$ 时, 式(11)对阶跃信号 $y(s) = K/s$ 的响应为

$$z_1 = \frac{3\omega_o s^2 + 3\omega_o^2 s + \omega_o^3}{(s + \omega_o)^3} \frac{K}{s} = K \left(\frac{1}{s} - \frac{1}{s + \omega_o} + \frac{2\omega_o}{(s + \omega_o)^2} - \frac{\omega_o^2}{(s + \omega_o)^3} \right). \quad (18)$$

进行反拉氏变换, 可得

$$z_1(t) = K - K \left(\frac{1}{2} \omega_o^2 t^2 - 2\omega_o t + 1 \right) e^{-\omega_o t}, \quad (19)$$

式中 $t \geq 0$. 对 t 求导并取 $\dot{z}_1(t) = 0$, 可得极值点为

$$t_1 = (3 - \sqrt{3})/\omega_o, \quad t_2 = (3 + \sqrt{3})/\omega_o. \quad (20)$$

代入式(19), 得到 t_1, t_2 两点极值为

$$\begin{cases} z_1(t_1) = K(\sqrt{3} - 1)e^{\sqrt{3}-3} + K \approx 1.206K, \\ z_1(t_2) = K(-\sqrt{3} - 1)e^{-\sqrt{3}-3} + K \approx 0.976K. \end{cases} \quad (21)$$

式(21)表明, 三阶LESO中 z_1 对 y 的跟踪过程存在约20%的超调, 这是由于观测信号 y 发生阶跃突变, 使得估计误差突然变大, 导致观测器输出出现较大尖峰而产生的. 上述超调现象是线性观测器的本质特征^[10-11], 且由式(21)可知, 对于阶跃响应, 三阶LESO输出 z_1 的超调量与其带宽 ω_o 选取无关. 在运动控制系统中, 由于惯性作用, 被控对象输出(速度或位置)一般不会发生突变, 因此LADRC观测信号不会出现严重的超调. 但三阶LESO单独作为微分器使用时, 其超调相当于给跟踪信号附加一个脉冲响应, 会导致观测信号失真. 因此, 采用变摄动参数等方法抑制其影响成为一个很有意义的研究问题^[12].

根据式(20), ω_o 虽不会影响超调量大小, 但是会影

响LESO的跟踪速度, ω_o 越大, 系统响应越快, 因此为了提高跟踪速度, 应该尽可能的提高 ω_o . 但在实际系统中 ω_o 的提高受观测噪声等因素的限制, 下面进一步从频带特性入手, 分析LESO对噪声的抑制能力.

3.2 LESO 的频带特性与滤波性能分析 (Frequency-band characteristics and filtering property analysis of LESO)

此处重点考虑观测量 y 的噪声 δ_o 和控制量 u 的输入端扰动 δ_c 对三阶LESO的影响. 根据式(11)可得观测噪声 δ_o 的传递函数为

$$\frac{z_1}{\delta_o} = \frac{3\omega_o s^2 + 3\omega_o^2 s + \omega_o^3}{(s + \omega_o)^3}. \quad (22)$$

取 $\omega_o = 10, 20, \dots, 50$ 可得频域特性曲线如图2所示. 由图可知, 随着 ω_o 增加, 系统响应速度加快, 但同时高频带增益随之增加, 噪声放大作用越明显.

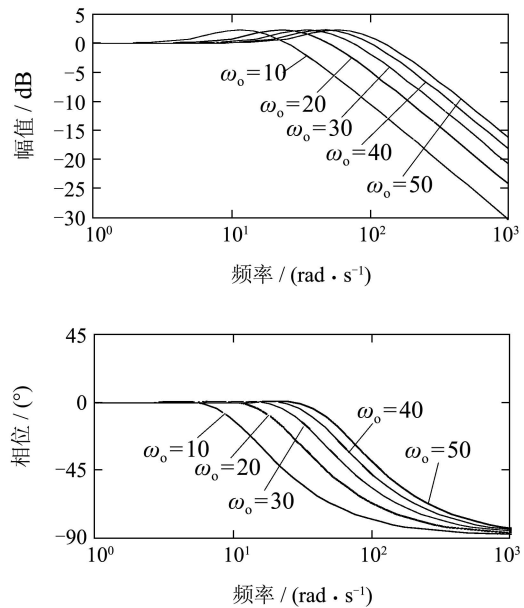


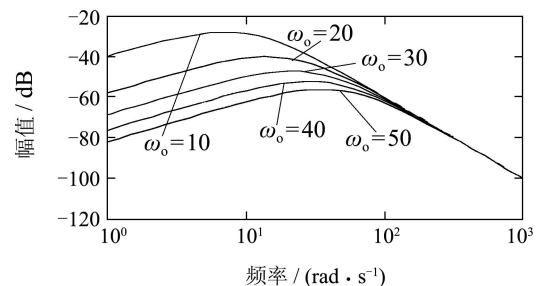
图 2 观测噪声的频域特性曲线

Fig. 2 Frequency domain characteristics of observation noise

同样可求得输入端扰动 δ_c 的传递函数

$$\frac{z_1}{\delta_c} = \frac{b_0 s}{(s + \omega_o)^3}. \quad (23)$$

选取 $b_0 = 10, \omega_o = 10, 20, \dots, 50$ 可得其频域特性如图3所示.



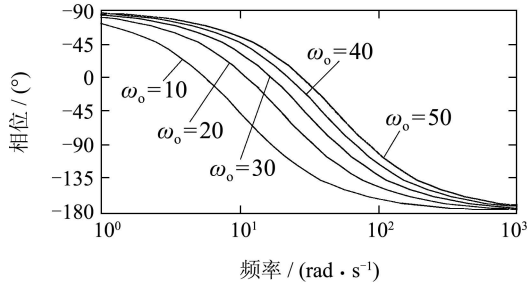


图 3 输入端扰动的频域特性曲线

Fig. 3 Frequency domain characteristics of input channel disturbance

区别于图2, 观测器带宽 ω_o 的增加可以减小跟踪信号的相位滞后, 且基本不影响高频带增益, 即三阶LESO对输入端扰动 δ_c 具有良好的抑制能力. 因此后

$$u = \frac{1}{b_0} \frac{(s + \omega_o)^3}{(s + \omega_o)^3 + 2\omega_c s^2 + (\omega_c^2 + 6\omega_o \omega_c) s - \omega_o^3} (\omega_c^2 v - \frac{(3\omega_c^2 \omega_o + 6\omega_c \omega_o^2 + \omega_o^3) s^2 + (3\omega_c^2 \omega_o^2 + 2\omega_c \omega_o^3) s + \omega_c^2 \omega_o^3}{(s + \omega_o)^3} y). \quad (25)$$

则根据式(25), 可将系统结构图1简化为图4.

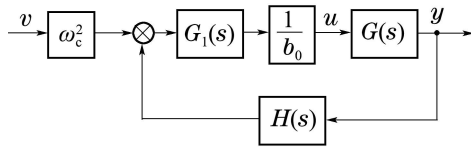


图 4 简化系统结构图

Fig. 4 Simplified system structure

图中:

$$G_1(s) = \frac{(s + \omega_o)^3}{(s + \omega_o)^3 + 2\omega_c s^2 + (\omega_c^2 + 6\omega_o \omega_c) s - \omega_o^3},$$

$$H(s) = \frac{(3\omega_c^2 \omega_o + 6\omega_c \omega_o^2 + \omega_o^3) s^2 + 3\omega_c^2 \omega_o^2 s + \frac{2\omega_c \omega_o^3 s + \omega_c^2 \omega_o^3}{(s + \omega_o)^3}}{(s + \omega_o)^3}.$$

根据式(2), 可将控制对象记为

$$y = \frac{1}{s^2} (f + b_0 u). \quad (26)$$

结合图4, 可求得系统闭环传递函数为

$$G_{cl}(s) = \frac{\omega_c^2 G_1(s) G(s) / b_0}{1 + G_1(s) G(s) H(s) / b_0}. \quad (27)$$

代入 $G(s)$, $G_1(s)$, $H(s)$, 可得

$$y = \frac{\omega_c^2}{(s + \omega_c)^2} v + \frac{(s + \omega_c)^2 + 3\omega_o (s + 2\omega_c + \omega_o)}{(s + \omega_o)^3 (s + \omega_c)^2} s f. \quad (28)$$

由式(28)可知, 系统输出由跟踪项和扰动项组

成. 当忽略 z_3 对 $f(y, \dot{y}, w)$ 的估计误差时, 系统(28)可简化为式(7), 即其输出只含跟踪项. 此时系统控制性能只由 ω_c 决定, 与 ω_o 无关. ω_c 越大, 跟踪速度越快, 且跟踪过程无超调.

4 LADRC 的稳定性与抗扰特性分析 (Stability and disturbance rejection characteristics analysis of LADRC)

前面分析了LESO的频带特性和抑制噪声能力, 本节在此基础上讨论LADRC的频带特性, 分析 ω_o 和 ω_c 对控制性能的影响.

4.1 二阶对象LADRC的闭环传递函数(Transfer function of LADRC for second-order plant)

由式(4)(6)(10)可得

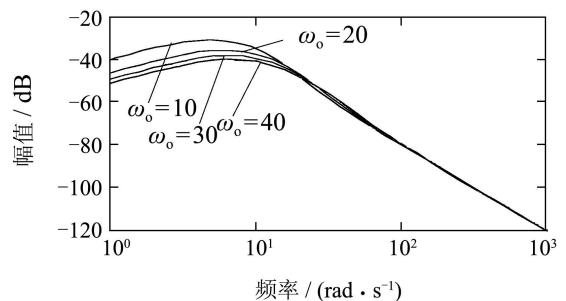
$$u = \frac{1}{b_0} (\omega_c^2 (v - z_1) - 2\omega_c z_2 - z_3). \quad (24)$$

代入式(11)–(13)可得

扰动项是由于LESO的动态观测误差引起的, 是影响系统控制性能的重要因素, 也是本文要分析的主要对象. 如前所述, 广义扰动 $f(y, \dot{y}, w)$ 包含外部扰动 w 和系统内部不确定性, 后者又由控制输入增益不确定性 $(b - b_0)u$ 和模型不确定性 $-a_1 \dot{y} - a_2 y$ 组成. 据此, 下面分别开展LADRC抗扰特性(针对外部扰动)和稳定性(针对控制输入增益不确定性和模型不确定性)分析.

4.2 LADRC的抗扰特性分析 (Disturbance rejection characteristics analysis of LADRC)

由式(28)可知, 扰动项的影响与 ω_c 和 ω_o 有关. 选取 $\omega_o = 10, \omega_c = 10, 20, \dots, 50$, 可得其频域特性曲线如图5所示; $\omega_c = 10, \omega_o = 10, 20, \dots, 50$ 时的频域特性如图6所示. 由图可知, 增加 ω_c, ω_o 可使得扰动增益减小, 系统抗扰能力增强.



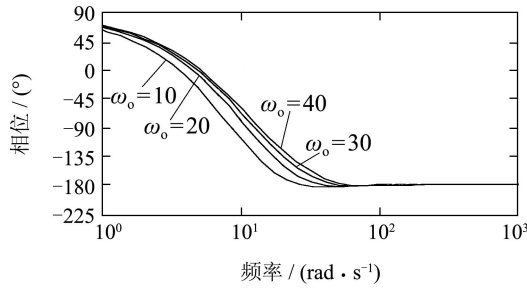


图5 扰动项的频域特性曲线(ω_c变化)

Fig. 5 Frequency domain characteristics of disturbance (when ω_c changing)

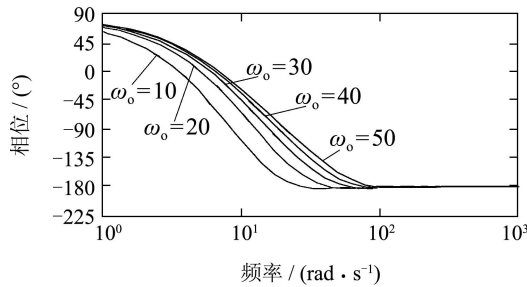
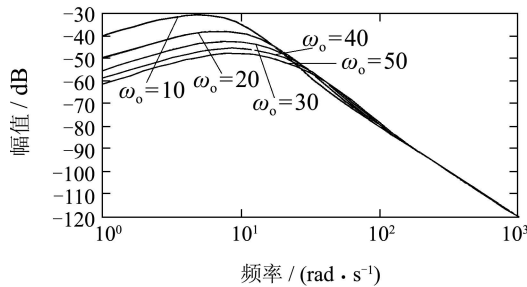


图6 扰动项的频域特性曲线(ω_o变化)

Fig. 6 Frequency domain characteristics of disturbance (when ω_o changing)

特别地,取扰动 f 为单位阶跃信号,则根据式(28)可得其输出响应为

$$y(s) = \frac{(s + \omega_c)^2 + 3\omega_o(s + 2\omega_c + \omega_o)}{(s + \omega_o)^3(s + \omega_c)^2} s \cdot \frac{1}{s} = \frac{a_1}{(s + \omega_o)^3} + \frac{a_2}{(s + \omega_o)^2} + \frac{a_3}{s + \omega_o} + \frac{c_1}{(s + \omega_c)^2} + \frac{c_2}{s + \omega_c}, \quad (29)$$

式中:

$$\begin{aligned} a_1 &= 1 + \frac{6\omega_o\omega_c}{(\omega_o - \omega_c)^6}, \\ a_2 &= \frac{3\omega_o^3 + 6\omega_o^2\omega_c - 9\omega_o\omega_c^2}{(\omega_o - \omega_c)^4}, \\ a_3 &= \frac{6\omega_o^4 + 12\omega_o^3 + 9\omega_o^2\omega_c - 12\omega_o\omega_c^2}{2(\omega_o - \omega_c)^5}, \\ c_1 &= \frac{3\omega_o(\omega_o - \omega_c)}{(\omega_o - \omega_c)^3}, \end{aligned}$$

$$c_2 = \frac{-6\omega_o(\omega_o - 2\omega_c)}{(\omega_o - \omega_c)^4}.$$

对其进行反拉氏变换可得

$$y(t) = \left(\frac{1}{2}a_1t^2 + a_2t + a_3\right)e^{-\omega_o t} + (c_1t + c_2)e^{-\omega_c t}. \quad (30)$$

容易求得

$$\lim_{t \rightarrow \infty} y(t) = 0, \quad (31)$$

即外部阶跃扰动的稳态输出响应为0.

分析表明, LADRC对外部扰动具有良好的抑制能力,且由式(30)可知,带宽 ω_c , ω_o 越大, $y(t)$ 衰减越快,系统恢复时间越短.

进一步,当 $\omega_o = \omega_c = \omega$ 时,其反拉氏变换为

$$y(t) = \frac{1}{4}t^2(2 + 2\omega t + \omega^2 t^2)e^{-\omega t}. \quad (32)$$

对 t 求导并令 $\dot{y}(t) = 0$, 得到其实数极值点

$$t_1 \approx 3.4798/\omega. \quad (33)$$

代入式(32),得到 t_1 点极值为

$$y(t_1) \approx 1.97/\omega^2. \quad (34)$$

若取 $\omega = 10$, 根据式(34)可得: 外部阶跃扰动造成的系统动态降落约为2%. 分析表明, LADRC对外部扰动的抑制能力强,且增大 ω 还可进一步减小动态降落和恢复时间.

文献[7]曾证明,对于不确定动态不连续扰动(如阶跃扰动), LESO具有有界稳定性. 本文分析进一步表明,对于阶跃扰动, LADRC具有渐近稳定性,且带宽越大,收敛速度越快.

4.3 LADRC的稳定性分析——考虑控制输入增益不确定情形(Stability analysis of LADRC considering control input gain uncertainty)

暂不考虑外部扰动和模型参数不确定性影响,即令 $f(y, \dot{y}, w) = (b - b_0)u$, 则式(26)可化为

$$y = \frac{1}{s^2}(b_0u + (b - b_0)u). \quad (35)$$

若设 $k_G = b_0/b$, 则依式(27), 代入 $G(s), G_1(s), H(s)$, 可得

$$y = \frac{\omega_c^2(s + \omega_o)^3}{a_{G0}s^5 + a_{G1}s^4 + a_{G2}s^3 + a_{G3}s^2 + a_{G4}s + a_{G5}} v, \quad (36)$$

式中:

$$\begin{aligned} a_{G0} &= k_G, \quad a_{G1} = k_G(3\omega_o + 2\omega_c), \\ a_{G2} &= k_G(\omega_c^2 + 6\omega_o\omega_c + 3\omega_o^2), \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a_{G3} &= 3\omega_c^2\omega_o + 6\omega_c\omega_o^2 + \omega_o^3, \\ a_{G4} &= 3\omega_c^2\omega_o^2 + 2\omega_c\omega_o^3, \\ a_{G5} &= \omega_c^2\omega_o^3. \end{aligned}$$

由于 k_G, ω_c, ω_o 均为正数, 容易得知 $a_{Gi} > 0, i = 0, 1, 2, \dots, 5$.

根据李纳德-威帕特稳定性判据, 系统(36)稳定的充要条件是

$$\begin{cases} \Delta_3 = a_{G3}(a_{G1}a_{G2} - a_{G0}a_{G3}) - a_{G1}(a_{G1}a_{G4} - a_{G0}a_{G5}) > 0, \\ \Delta_5 = (a_{G1}a_{G2} - a_{G0}a_{G3})(a_{G3}a_{G4} - a_{G2}a_{G5}) - (a_{G1}a_{G4} - a_{G0}a_{G5})^2 > 0. \end{cases} \quad (37)$$

可以证明, 当 $\Delta_5 > 0$ 成立时, 有

$$\Delta_3 > 0, \quad (38)$$

因此系统(36)稳定的充要条件简化为

$$\Delta_5 > 0. \quad (39)$$

代入 $a_{Gi} (i = 0, 1, 2, \dots, 5)$, 可得

$$\begin{aligned} c_{G1}c_{G4}k_G^2 - (c_{G1}c_{G3} + c_{G2}c_{G4} - c_{G5}^2)k_G + c_{G2}c_{G3} < 0, \end{aligned} \quad (40)$$

式中:

$$\begin{aligned} c_{G1} &= (3\omega_o + 2\omega_c)(\omega_c^2 + 6\omega_o\omega_c + 3\omega_o^2), \\ c_{G2} &= 3\omega_c^2\omega_o + 6\omega_c\omega_o^2 + \omega_o^3, \\ c_{G3} &= (3\omega_c^2\omega_o + 6\omega_c\omega_o^2 + \omega_o^3)(3\omega_c^2\omega_o^2 + 2\omega_c\omega_o^3), \\ c_{G4} &= (\omega_c^2 + 6\omega_o\omega_c + 3\omega_o^2)\omega_c^2\omega_o^3, \\ c_{G5} &= (3\omega_o + 2\omega_c)(3\omega_c^2\omega_o^2 + 2\omega_c\omega_o^3) - \omega_c^2\omega_o^3. \end{aligned}$$

令 $p = \omega_o/\omega_c$, 则式(40)可化为

$$p_1k_G^2 - p_2k_G + p_3 < 0, \quad (41)$$

式中:

$$\begin{aligned} p_1 &= (1 + 6p + 3p^2)^2(3p + 2), \\ p_2 &= 18p^6 + 150p^5 + 486p^4 + 716p^3 + 486p^2 + 150p + 18, \\ p_3 &= (3 + 6p + p^2)^2(3 + 2p)p. \end{aligned}$$

式(41)表明, k_G 的取值范围与 ω_o, ω_c 的具体取值无关, 只与两者比值 p 有关. 容易求得不等式(41)的解为

$$k_{\inf} < k_G < k_{\sup}. \quad (42)$$

通过数值方法求解得到 $p \in [0.1, 10]$ 时 k_{\sup}, k_{\inf} 值分别如图7和图8所示.

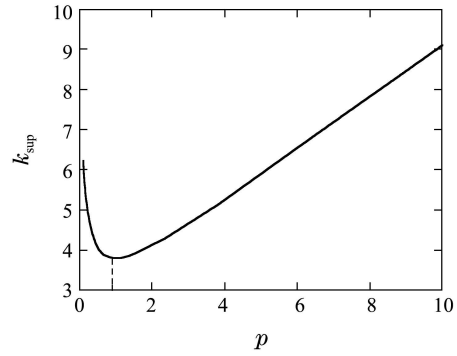


图 7 k_G 值上限

Fig. 7 Supremum of k_G

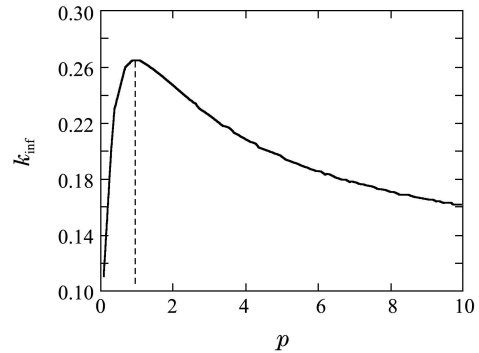


图 8 k_G 值下限

Fig. 8 Infimum of k_G

由图可知, 当 $p = 1$ 时, k_{\sup} 得到极小值, k_{\inf} 为极大值, 此时 k_G 的取值范围最小. 将 $p = 1$ 代入式(41), 可得此时

$$k_{\sup} = 3.7837, \quad k_{\inf} = 1/k_{\sup} = 0.2643. \quad (43)$$

综上所述, LADRC 具有较强的鲁棒性, 对参数 b_0 的估计要求较低, k_G 选取满足式(43)即可保持系统稳定. 随着 p 的变化, 其允许的相对误差范围还可进一步增大. 下面进一步分析 k_G 和 p 变化对系统的频带特性的影响.

令 $\omega_c = \omega, \omega_o = p\omega$, 代入式(36), 得到

$$y = \frac{G(s)}{1 + G(s)}v, \quad (44)$$

式中

$$\begin{aligned} G(s) &= \left(\frac{s}{\omega} + p\right)^3 / [k_G \left(\frac{s}{\omega}\right)^5 + k_G(3p + 2) \left(\frac{s}{\omega}\right)^4 + (k_G(1 + 6p + 3p^2) - 1) \left(\frac{s}{\omega}\right)^3 + (6 + p)p^2 \left(\frac{s}{\omega}\right)^2 + 2p^3 \frac{s}{\omega}]. \end{aligned}$$

根据式(44)可做如下分析:

1) 参数 ω 对系统的影响分析. 调整 ω 相当于改变系统的“时间尺度”^[4], 不会影响系统的稳定性, 与式(41)分析一致. 但是增加 ω 可增大带宽, 从而提高系统的响应速度.

2) 参数 k_G 对系统的影响分析. 令 $p = 1, \omega = 10$, k_G 分别取 1, 2, 3, 4 时, 得到系统(44)的频域特性

曲线如图9所示. 由图可知, k_G 偏离1越远, 系统相角裕度越小, 当 $k_G = 4$ 时, 系统不稳定. 因此为改善控制性能, 在实际工程实践中, 参数 b_0 选取应尽可能的接近真实参数 b .

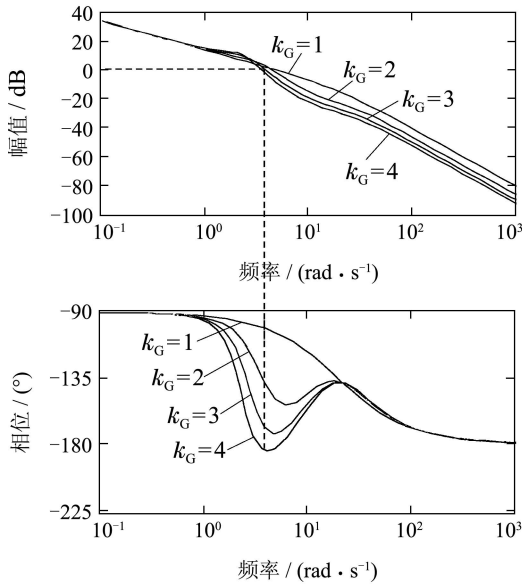


图9 k_G 变化时系统开环频域特性曲线

Fig. 9 Frequency domain characteristics when k_G changing

3) 参数 p 对系统的影响分析. 为方便起见, 此处只取 $p \geq 1$ 时进行讨论. 令 $k_G = 2$, $\omega = 10$, p 分别取1, 2, 3, 4时, 得到系统(44)的频域特性曲线如图10所示. 由图可知, 随着 p 值的增大, 系统幅频特性曲线基本不变, 但其相角裕度增加, 系统稳定性增强. 当 $p < 1$ 时分析与之相似, 本文不再赘述.

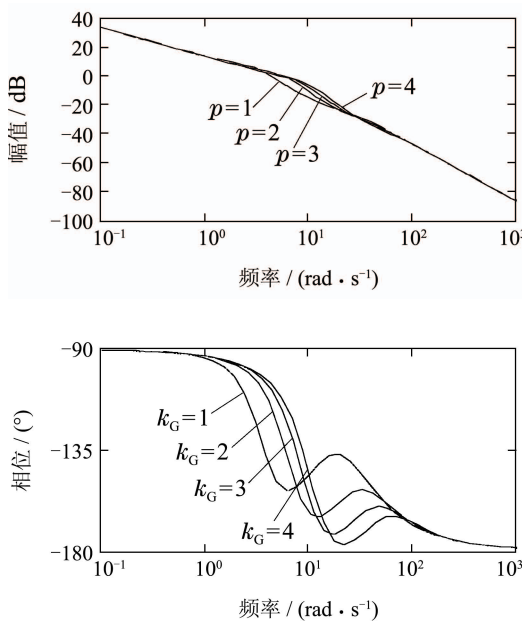


图10 p 变化时系统开环频域特性曲线

Fig. 10 Frequency domain characteristics when p changing

4.4 LADRC的稳定性分析——考虑模型参数不确定情形(Stability analysis of LADRC considering model parameter uncertainty)

设被控对象为

$$y = \frac{b_0}{s(s + k_C)}u, \tag{45}$$

式中 k_C 为未知参数.

根据式(27), 代入 $G(s), G_1(s), H(s)$ 可得

$$y = \frac{\omega_c^2(s + \omega_o)^3}{a_{C0}s^5 + a_{C1}s^4 + a_{C2}s^3 + a_{C3}s^2 + a_{C4}s + a_{C5}}v, \tag{46}$$

式中:

$$\begin{aligned} a_{C0} &= 1, \quad a_{C1} = 3\omega_o + 2\omega_c + k_C, \\ a_{C2} &= \omega_c^2 + 6\omega_o\omega_c + 3\omega_o^2 + k_C(3\omega_o + 2\omega_c), \\ a_{C3} &= k_C(\omega_c^2 + 6\omega_o\omega_c + 3\omega_o^2) + \\ &\quad (3\omega_c^2\omega_o + 6\omega_c\omega_o^2 + \omega_o^3), \\ a_{C4} &= 3\omega_c^2\omega_o^2 + 2\omega_c\omega_o^3, \quad a_{C5} = \omega_c^2\omega_o^3. \end{aligned}$$

与前节分析类似地, 可得系统(46)稳定的充要条件为

$$\begin{aligned} &c_{C1}c_{C5}k_C^3 + (2c_{C1}^2c_{C5} + c_{C1}c_{C6} - \\ &c_{C3}^2)k_C^2 + (c_{C1}^3c_{C5} + 2c_{C1}^2c_{C6} - \\ &c_{C2}c_{C5} - 2c_{C3}c_{C4})k_C + c_{C1}^3c_{C6} - \\ &c_{C2}c_{C6} - c_{C4}^2 > 0, \end{aligned} \tag{47}$$

式中:

$$\begin{aligned} c_{C1} &= 3\omega_o + 2\omega_c, \\ c_{C2} &= 19\omega_o^3 + 21\omega_c\omega_o^2 + 24\omega_c^2\omega_o + 6\omega_c^3, \\ c_{C3} &= 3\omega_c^2\omega_o^2 + 2\omega_c\omega_o^3, \\ c_{C4} &= 6\omega_c\omega_o^2(\omega_c + \omega_o)^2, \\ c_{C5} &= 3\omega_c\omega_o^2(4\omega_o^3 + 6\omega_o^2\omega_c + 6\omega_c^2\omega_o + \omega_c^3), \\ c_{C6} &= 2\omega_c\omega_o^3(\omega_o^3 + 6\omega_c\omega_o^2 + 9\omega_o\omega_c^2 + 4\omega_c^3). \end{aligned}$$

设式(47)对应等式方程的根分别为 k_{C1}, k_{C2}, k_{C3} , 且有 $k_{C1} < k_{C2} < k_{C3}$. 则系统稳定的条件为

$$k_{C1} < k_C < k_{C2} \text{ 或 } k_C > k_{C3}. \tag{48}$$

通过数值方法, 求得 $\omega_c = 10$, $\omega_o \in [0, 100]$ 时 k_{C1}, k_{C2}, k_{C3} 的值如图11所示; $\omega_o = 10$, $\omega_c \in [0, 100]$ 时 k_{C1}, k_{C2}, k_{C3} 的值如图12所示. 由图可知, 对于任意的 $k_C > 0$, 系统均稳定. 当 $k_C < 0$ 时, 只要满足条件(48)亦能保持稳定, 且随着 ω_o, ω_c 的增加, 系统的稳定域范围扩大.

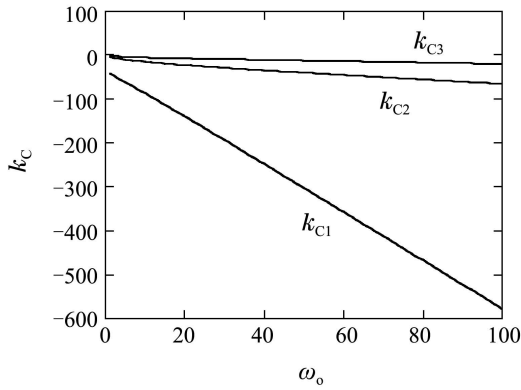


图 11 k_C 取值(ω_o 变化)

Fig. 11 Value of k_C (when ω_o changing)

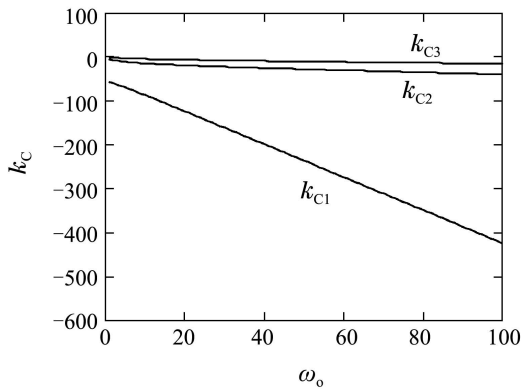


图 12 k_C 取值(ω_c 变化)

Fig. 12 Value of k_C (when ω_c changing)

分析表明, LADRC对模型参数不确定性具有很强的鲁棒性. 特别地, 取

$$k_C = 10, \omega_c = \omega_o = \omega,$$

系统(46)可化为

$$y = \frac{G(s)}{1 + G(s)}v, \tag{49}$$

式中

$$G(s) = \frac{\omega^2(s + \omega)^3}{s^5 + 5(\omega + 2)s^4 + (9\omega + 50)\omega s^3 + (7\omega + 100)\omega^2 s^2 + 2\omega^4 s}.$$

分别取 $\omega = 10, 20, \dots, 50$, 可求得系统频域特性曲线如图13所示. 由图可知, 随着 ω 的增加, 系统带宽增大, 响应速度提高, 相角裕度增大, 但是根据式(25), 当参考信号 v 发生突变时, 较大的跟踪误差会使得控制量 u 剧增, ω 过大容易造成控制器深度饱和. 为此, 文献[4]提出了依据对象时间尺度设计LADRC的“安排过渡过程”, 并给出了其参数与时间尺度的关系和选择原则. 文献[13]还进一步研究了基于系统时间尺度整定自抗扰控制器参数的方法.

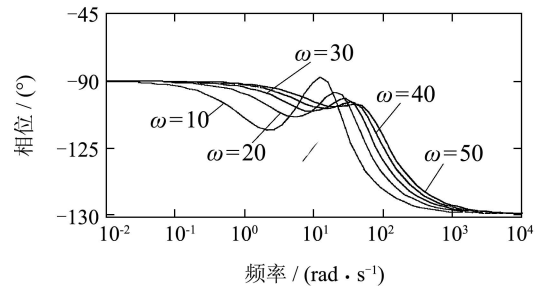
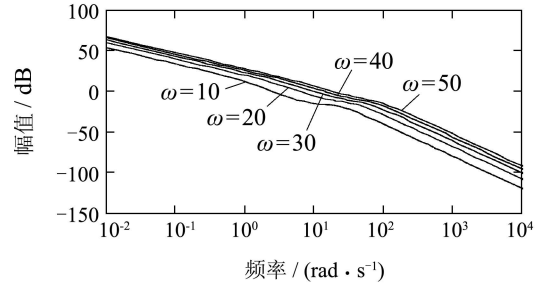


图 13 ω 变化时系统开环频域特性曲线

Fig. 13 Frequency domain characteristics when ω changing

上述分析可知, 相对于模型参数不确定性, LADRC对控制输入增益不确定性的影响更敏感^[14], 因此, 工程实践中需要采用合适的方法辨识估计 b , 提高LADRC的控制性能.

5 考虑噪声的控制系统频带特性分析(Frequency-band characteristics analysis of control system considering noise)

根据前述分析, 本节主要考虑观测噪声 δ_o 对LADRC控制性能的影响. 考虑 δ_o 时图4可化为图14.

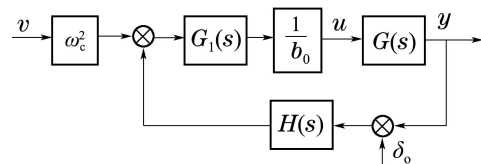


图 14 考虑观测噪声的系统结构图

Fig. 14 System structure including observation noise

根据图14可以求得观测噪声的传递函数为

$$\frac{y}{\delta_o} = \frac{G_1(s)G(s)H(s)/b_0}{1 + G_1(s)G(s)H(s)/b_0}. \tag{50}$$

与前面类似地, 代入 $G(s), G_1(s), H(s)$ 可得

$$\frac{y}{\delta_o} = \frac{1}{(s + \omega_c)^2(s + \omega_o)^3} [(3\omega_c^2\omega_o + 6\omega_c\omega_o^2 + \omega_o^3)s^2 + (3\omega_c^2\omega_o^2 + 2\omega_c\omega_o^3)s + \omega_c^2\omega_o^3]. \tag{51}$$

取 $\omega_o = 10, \omega_c = 10, 20, \dots, 50$ 得到系统(51)的频域特性如图15所示; $\omega_c = 10, \omega_o = 10, 20, \dots, 50$ 时系统频域特性曲线如图16所示.

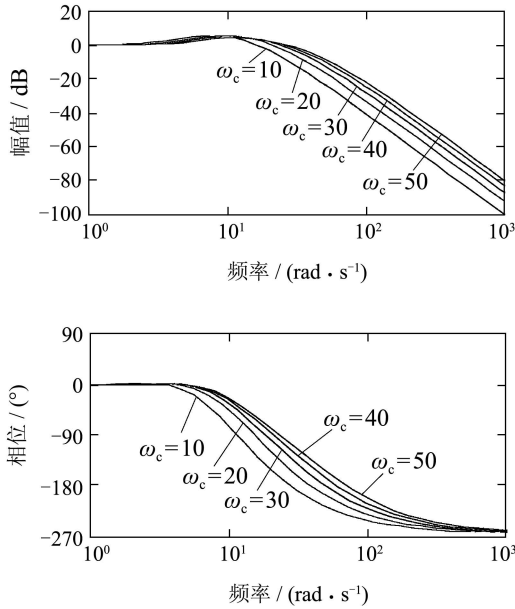


图 15 噪声的频域特性曲线(ω_c 变化)

Fig. 15 Frequency domain characteristics of noise (when ω_c changing)

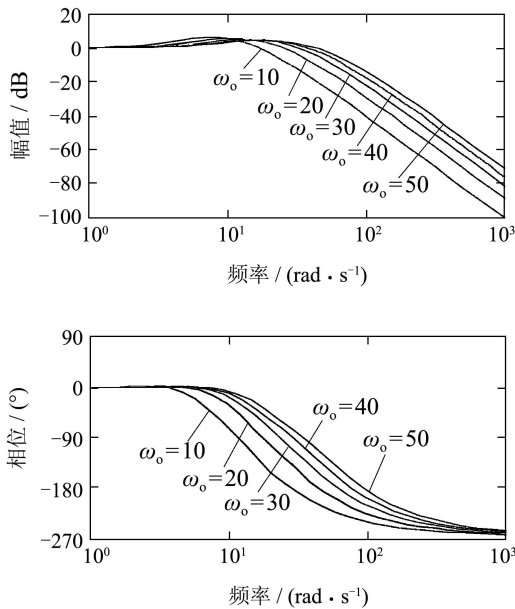


图 16 噪声的频域特性曲线(ω_o 变化)

Fig. 16 Frequency domain characteristics of noise (when ω_o changing)

分析表明, 增加 ω_c 或 ω_o 均会导致高频带增益变大, 系统抗噪能力变差. 在一些高精度控制系统中, 由于控制性能要求必须增大 ω_c 或 ω_o 而导致系统噪声过大时, 可在LESO前端设置前置滤波器抑制其影响. 图17为加入一阶惯性滤波环节 $1/(Ts + 1)$ 后系统的频带特性曲线. 由图可知, 当 T 越大时, 系统对噪声的抑制能力越强, 但同时造成的相位延时越严重^[15].

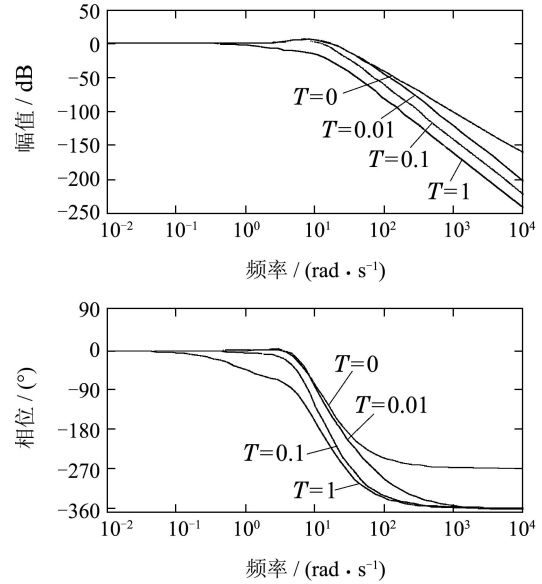


图 17 加入滤波环节后的频域特性曲线

Fig. 17 Frequency domain characteristics when added filter

针对上述问题, 文献[16]利用Fal函数对线性滤波环节进行改进, 提出了Fal函数滤波器, 结构如图18所示.

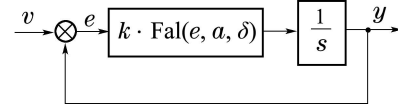


图 18 Fal函数滤波器

Fig. 18 Fal function filter

图中

$$\text{Fal}(e, a, \delta) = \begin{cases} |e|^a \text{sgn } e, & |e| > \delta, \\ e/\delta^{1-a}, & |e| \leq \delta. \end{cases}$$

当 $|e| \leq \delta$ 时, Fal函数滤波器为一阶惯性滤波器, 当 $|e| > \delta$ 时, 非线性反馈使得输出迅速逼近输入信号, 从而使跟踪误差趋近于0, 因此该滤波器不仅具有良好的滤波效果, 且具有较快的跟踪速度.

6 控制器参数的工程配置方法及其应用研究 (Engineering configuration method of the control parameter and its application)

上述分析表明, LADRC参数 ω_c, ω_o 对系统的稳定性、抗扰特性、鲁棒性及其噪声抑制能力等具有重要的影响, 且二者可独立调整. 此外, b_0 的选取也会影响系统的动态特性. 本节根据前述分析, 并结合工程实践经验, 提出如下参数配置方法:

Step 1 对于模型已知的被控对象, 将其模型转化为式(2)所示的状态方程, 并据其确定控制增益 b_0 , 对于难以建立数学模型的对象, 利用“时间尺度”模型辨识方法初步选取控制增益 b_0 ^[17].

Step 2 选取参数 ω_c, ω_o 初值, 保持 ω_c 不变, 逐步增大 ω_o 直到噪声影响难以满足系统要求。

Step 3 逐渐增大 ω_c , 当噪声影响难以承受导致系统输出波动时减小 ω_o , 然后再逐渐增大 ω_c , 依此循环调节, 直到达到控制要求。

Step 4 如因噪声影响调节 ω_c, ω_o 无法达到控制要求时, 可在LESO前端增加滤波器, 再转到Step3。

Step 5 调整参数过程中, 系统动态跟踪过程出现过大振荡时可适当调整 b_0 。

Step 6 如控制量出现深度饱和现象时可根据Step1辨识对象的时间尺度设计LADRC的“安排过渡过程”。

为检验该方法有效性, 本文将其应用于某武器控制系统, 该系统由控制箱、逆变器、驱动电机、传动装置、陀螺仪和操纵台等装置组成, 系统中存在齿隙、摩擦和偏心力矩等多种非线性因素, 成为制约控制性能的重要原因。

为实现LADRC算法和参数在线配置, 本文设计了基于DSP-TMS320F2808为核心的数字控制箱, DSP外围预留有CAN总线接口, 实现与PC机的通信, 完成参数在线配置。此外, DSP还通过SPI接口连接EEROM(X5043), 用于固化实时更新的控制参数, 其结构如图19所示。

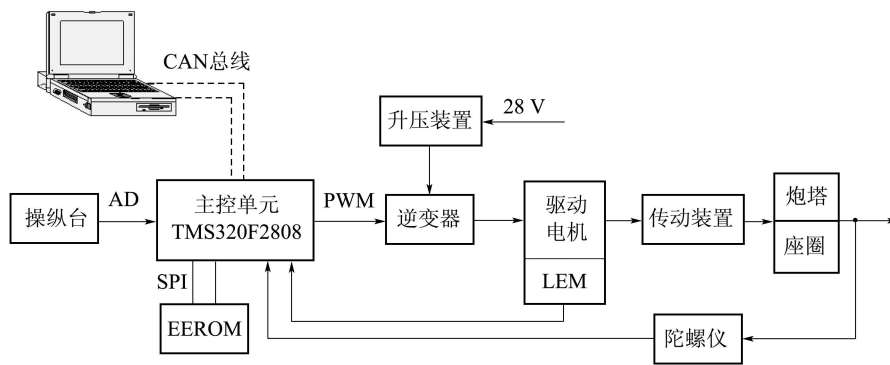


图 19 武器控制系统结构

Fig. 19 Structure of weapon control system

图20为系统正弦跟踪曲线, 曲线①为炮塔速度, 曲线②为驱动电机转速. 系统 t_1 时刻前采用PID, t_1 时刻切换到LADRC. 由图可知, LADRC能够抑制各种非线性因素的影响, 较好的克服了速度畸变、换向冲击和驱动死区等问题, 跟踪误差小. 此外, 采用本文参数配置方法还具有调试过程简洁, 调试效率高等特点。

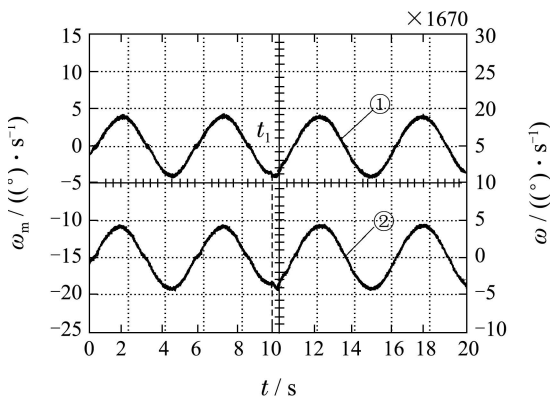


图 20 系统正弦跟踪曲线

Fig. 20 System sine tracing curve

7 结论(Conclusion)

1) 从频域特性入手, 分析了 ω_c, ω_o, b_0 等参数对LADRC稳定性以及跟随性能、抗扰特性和噪声抑

制能力等动态特性的影响。

2) 根据系统频域特性, 并结合工程实践经验, 提出了LADRC的参数工程配置方法, 有效的改善了系统性能, 提高了调试效率。

3) 分析了LADRC工程应用的特殊问题, 如LESO的超调现象、控制量深度饱和问题以及前置滤波器的设计等, 为进一步改善控制效果提供参考。

参考文献(References):

- [1] 韩京清. 自抗扰控制技术 [M]. 北京: 国防工业出版社, 2008. (HAN Jingqing. Active Disturbance Rejection Control Technique [M]. Beijing: National Defense Industry Press, 2008.)
- [2] HAN J Q. From PID to active disturbance rejection control [J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2009, 56(3): 900 – 906.
- [3] 夏元清, 付梦印, 邓志红, 等. 滑模控制和自抗扰控制的研究进展 [J]. 控制理论与应用, 2013, 30(2): 137 – 147. (XIA Yuanqing, FU Mengyin, DENG Zhihong, et al. Recent developments in sliding mode control and active disturbance rejection control [J]. Control Theory & Applications, 2013, 30(2): 137 – 147.)
- [4] GAO Z Q. Scaling and bandwidth-parameterization based on control tuning [C] //Proceedings of the American Control Conference. Denver, Colorado: IEEE, 2003: 4989 – 499.
- [5] YANG R G, SUN M W, CHEN Z Q. Active disturbance rejection control on first-order plant [J]. Journal Systems Engineering and Electronics, 2011, 22(1): 95 – 102.

- [6] YOO D, YAU S S T, GAO Z. Optimal fast tracking observer bandwidth of the linear extended state observer [J]. *International Journal of Control*, 2007, 80(1): 102 – 111.
- [7] YANG X X, HUANG Y. Capabilities of extended state observer for estimating uncertainties [C] // *Proceedings of the American Control Conference*. St. Louis: IEEE, 2009: 3700 – 3705.
- [8] TIAN G, GAO Z Q. Frequency response analysis of active disturbance rejection based control system [C] // *Proceedings of the 16th International Conference on Control Applications, Part of IEEE Multi-conference on Systems and Control*. Singapore: IEEE, 2007: 1595 – 1599.
- [9] ZHENG Q, LINDA Q, GAO Z Q. On stability analysis of active disturbance rejection control for nonlinear time-varying plants with unknown dynamics [C] // *Proceedings of the 46th IEEE Control and Decision Conference*. New Orleans: IEEE, 2007: 3501 – 3506.
- [10] AHRENS J H, KHALIL H K. High-gain observers in the presence of measurement noise: a switched-gain approach [J]. *Automatica*, 2009, 45(3): 936 – 943.
- [11] CUNHA J P S, COSTA R R, LIZARRALDE F, et al. Peaking free variable structure control of uncertain linear systems based on a high-gain observer [J]. *Automatica*, 2009, 45(5): 1156 – 1164.
- [12] 王新华, 刘金琨. 微分器设计与应用——信号滤波与求导 [M]. 北京: 电子工业出版社, 2010.
(WANG Xinhua, LIU Jinkun. *Differentiator Design and Application-Signal Filtering and Differentiation* [M]. Beijing: Publishing House of Electronics Industry, 2010.)
- [13] 李述清, 张胜修, 刘毅男, 等. 根据系统时间尺度整定自抗扰控制器参数 [J]. 控制理论与应用, 2012, 29(1): 125 – 129.
(LI Shuqing, ZHANG Shengxiu, LIU Yinan, et al. Parameter-tuning in active disturbance rejection controller using time scale [J]. *Control Theory & Applications*, 2012, 29(1): 125 – 129.)
- [14] XUE W, HUANG Y. On frequency-domain analysis of ADRC for uncertain system [C] // *Proceedings of the 2013 American Control Conference*. Washington: IEEE, 2013: 6637 – 6642.
- [15] 林飞, 孙湖, 郑琼林, 等. 用于带有量测噪声系统的新型扩张状态观测器 [J]. 控制理论与应用, 2005, 22(6): 995 – 998.
(LIN Fei, SUN Hu, ZHENG Qionglin, et al. Novel extended observer for uncertain system with measurement noise [J]. *Control Theory & Applications*, 2005, 22(6): 995 – 998.)
- [16] 王宇航, 姚郁, 马克茂. Fal函数滤波器的分析及应用 [J]. 电机与控制学报, 2010, 14(11): 88 – 91.
(WANG Yuhang, YAO Yu, MA Kemao. Analysis and application of Fal function filter [J]. *Electric Machines and Control*, 2010, 14(11): 88 – 91.)
- [17] 李海生, 朱学峰. 自抗扰控制器参数整定与优化方法研究 [J]. 控制工程, 2004, 11(5): 419 – 423.
(LI Haisheng, ZHU Xuefeng. On parameters tuning and optimization of active disturbance rejection controller [J]. *Control Engineering of China*, 2004, 11(5): 419 – 423.)

作者简介:

袁东 (1981-), 男, 博士, 讲师, 目前研究方向为武器系统运动控制, E-mail: yuan_dong2005@163.com;

马晓军 (1963-), 男, 教授, 博士生导师, 目前研究方向为军用车辆电气工程及其自动化技术, E-mail: maxiaojun-zgy@163.com;

曾庆含 (1988-), 男, 博士研究生, 目前研究方向为装甲车辆传动系统控制技术, E-mail: solider741@sina.com;

邱晓波 (1976-), 男, 博士, 副教授, 目前研究方向为火控系统与指控系统设计, E-mail: qjuxiaobo007@sohu.com.