

## 无线传感器网络下移动扩散源追踪算法

罗旭, 柴利<sup>†</sup>, 杨君

(武汉大学 冶金自动化与检测技术教育部工程研究中心, 湖北 武汉 430081)

**摘要:** 与移动瞬时源追踪相比, 移动扩散源追踪相对困难. 本文分析了移动扩散源扩散过程, 给出了离散化浓度场模型. 将连续线源目标追踪问题转化为离散点源目标追踪的次优问题, 提出了一种离散化移动扩散源追踪算法. 在该算法中, 先采用约束最小二乘方法估计目标实时位置、到达时间等相关参数, 并进一步采用仅针对位置序列的 Sage-Husa 卡尔曼滤波方法优化位置估计. 该算法克服了一般基于动态序列的追踪方法无法直接应用于离散移动扩散源追踪问题的不足. 在仿真实验中, 分别在匀速率平滑曲线运动与变速非平滑曲线运动的情形下进行追踪实验, 分析了追踪精度与采样间隔以及观测节点密度的关系. 仿真结果说明了提出的移动扩散源追踪算法的有效性.

**关键词:** 离散化浓度模型; 无线传感器网络; 最小二乘; Sage-Husa 卡尔曼滤波; 移动扩散源追踪

中图分类号: TP212 文献标识码: A

## Mobile diffusion source tracking in wireless sensor networks

LUO Xu, CHAI Li<sup>†</sup>, YANG Jun

(Engineering Research Center of Metallurgical Automation and Measurement Technology, Ministry of Education,  
Wuhan University of Science and Technology, Wuhan Hubei 430081, China)

**Abstract:** Generally it is more difficult to track a mobile diffusion source than to track a mobile instantaneous source. The diffusion process of mobile sources is analyzed, and a discrete concentration model is proposed. The problem of tracking a continuous line diffusion source is transformed into a suboptimal problem of tracking a discrete mobile diffusion source, to which the discrete tracking algorithm is proposed. In the algorithm, a constrained least squares method is adopted to estimate the related parameters including positions in real-time and arrival time. Next, the Sage-Husa Kalman filter is used to obtain the optimal estimation of the target positions. The algorithm overcomes the shortcoming that the general tracking methods based on dynamic sequence cannot be directly applied to the discrete tracking problem of the mobile diffusion source. The simulation experiments are carried out in two scenarios, in one of which the target moves along a smooth curve with a constant rate, and in another the target moves along a non-smooth curve with a varying velocity. In the simulations, the relation between the tracking accuracy and the sampling density as well as the node density is investigated. The results illustrate the effectiveness of the proposed mobile diffusion tracking algorithm.

**Key words:** discrete concentration model; wireless sensor networks; least squares; Sage-Husa Kalman filter; mobile diffusion source tracking

### 1 引言(Introduction)

在预防恐怖袭击、泄漏监测、化学污染源追踪等应用中, 都涉及到移动扩散源追踪问题. 水体或气体中与扩散源有关的浓度信号不同于电磁、光强等瞬时信号, 由于扩散物在介质中的迁移与降解都较慢, 使得浓度观测存在较显著的延迟性, 以及扩散累积效应. 在某固定位置释放的扩散物的扩散过程会持续较长的时间, 使得后续浓度探测受到目标在移动过程中的遗留信息影响, 整个目标追踪过程难度较大, 因而移动扩散源追踪问题是跟踪研究中的难点问题之一<sup>[1]</sup>. 扩散源追踪的常用方法, 如人工探测、机器人追踪等,

代价昂贵, 对扩散源目标的实时定位与搜索时间较长, 在追踪过程中易丢失目标, 且此类方法受地形限制. 传感器网络作为一种新兴的监测工具, 具有节点能耗低、分布密集、多节点协同工作等优点, 被广泛应用于环境监测中<sup>[2]</sup>. 传感器网络追踪移动扩散源不受地理环境限制, 网络追踪结果缩小了实时目标搜寻空间, 可与其他常规方法互补. 目前的传感器网络追踪研究多针对移动瞬时信号源, 缺乏针对移动扩散源追踪的有效方案. 针对瞬时源追踪问题, 有些研究方案仅通过几何方法给出目标位置的实时估计方法, 如自适应分布式追踪算法<sup>[3]</sup>、CPA(closest point approach)追踪

算法<sup>[4]</sup>、距离加权的二进制追踪算法<sup>[5]</sup>、实时三角定位算法<sup>[6]</sup>。当目标运动可进行动态序列建模时,为了较精确的掌握目标运动信息,同时便于预测目标运动趋势,一些研究结合了卡尔曼滤波<sup>[7]</sup>、粒子滤波<sup>[8]</sup>等动态序列处理方法,递推估计目标位置。由于传感器节点对移动瞬时源的实时强度观测在空间上仅与移动目标的实时位置有关,轨迹追踪问题可通过估计离散动态位置序列实现,而传感器节点对移动扩散源的实时浓度观测在空间上关联于一段连续轨迹曲线,不能直接通过估计离散动态位置序列实现。适用于移动瞬时源追踪的方法无法应用于移动扩散源追踪问题。针对移动扩散源追踪问题,先后有达特茅斯学院的Nofsinger<sup>[9-10]</sup>、伊利诺斯大学的Zhao等人<sup>[11]</sup>从事了相关研究,但限于问题本身涉及到复杂的物理过程,两者都在特殊条件下讨论移动扩散源追踪问题,其中文献[1-2]考虑了流场(风流、水流)扩散模型下的移动扩散源追踪。在流场作用下,扩散物耗散较快,作者基于忽略扩散累积效应的浓度模型进行移动扩散源跟踪。文献[1]考虑了扩散累积效应,在已知目标的平滑运动趋势的前提下,将运动轨迹参数化,并将追踪问题转化为非时变参数估计问题。以上方法难以适用于常规条件下,具有扩散累积效应,无法预知轨迹特征的一般情形,应用范围有限。

在目前的传感器网络相关追踪研究中,缺乏针对一般情形下的移动扩散源追踪有效方案,针对该问题,本文做了如下工作:

1) 将难以直接求解的连续线(扩散)源追踪问题转化为一个次优离散化移动点源追踪问题。从扩散模型出发,将连续浓度模型离散化,给出了离散化浓度场定理,为离散化移动扩散源追踪算法提供了理论基础。

2) 针对离散化移动扩散源追踪问题,提出了一种结合最小二乘与Sage-Husa卡尔曼滤波的移动扩散源追踪算法,克服了基于动态序列的追踪算法无法直接适用于离散化移动扩散源追踪的不足。该算法首先根据不同位置节点的非零去扩散累积效应浓度信息,采用边界约束线性最小二乘方法预估实时目标位置与到达时间,并基于估计信息,进一步采用仅针对位置序列的Sage-Husa卡尔曼滤波方法优化初始估计,预测目标运动趋势。

与文献[1,9-10]相比,本文方法适用于具有扩散累积效应,轨迹特征未知且无外界条件影响的移动扩散源追踪。

3) 在仿真实验部分,本文仿真了移动扩散源浓度场;对匀速率平滑曲线运动,变速非平滑曲线运动下的移动扩散源追踪作了示例仿真,探讨了追踪精度与网络采样间隔以及观测节点密度的关系。仿真实验说明了本文的移动扩散源追踪算法。

## 2 问题描述(Problem statement)

### 2.1 背景陈述(Background)

**假设 1** 移动源在网络监控区内连续运动不停止;移动源穿越网络监控区,且目标不做螺线运动;在监控区内运动的扩散源不受外界影响。

假设1为本文追踪问题的背景前提。为了便于描述本文问题与算法,引入如下标记:

$(\varepsilon_l, \eta_l)$ : 移动源的第 $l$ 个位置;

$(\hat{\varepsilon}_l, \hat{\eta}_l)$ : 对 $(\varepsilon_l, \eta_l)$ 的预估计;

$(\varepsilon_l^-, \eta_l^-)$ : 对 $(\varepsilon_l, \eta_l)$ 的优化估计;

$\tau_l$ : 移动源到达位置 $(\varepsilon_l, \eta_l)$ 的时间;

$\Delta\tau_l = \tau_l - \tau_{l-1}$ ;

$\mu(\tau_l)$ :  $\tau_l$ 时刻扩散物的质量流率。

$\Delta M_l$ : 移动源从位置 $(\varepsilon_{l-1}, \eta_{l-1})$ 到位置 $(\varepsilon_l, \eta_l)$ 的质量流量;

$\theta_l$ :  $\theta_l = (\varepsilon_l, \eta_l, \tau_l, \Delta M_l)$ , 参数向量;

$\Delta\hat{\tau}_l = \hat{\tau}_l - \hat{\tau}_{l-1}$ ;

$(\hat{\tau}_l, \Delta\hat{\tau}_l)$ :  $\tau_l, \Delta\tau_l$ 的估计量;

$v(\varepsilon_l)$ :  $v(\varepsilon_l) = (\varepsilon_l^- - \varepsilon_{l-1}^-)/\Delta\hat{\tau}_l$ , 移动源在位置 $(\varepsilon_l, \eta_l)$ 的 $\varepsilon$ (横)方向速度;

$v(\eta_l)$ :  $v(\eta_l) = (\eta_l^- - \eta_{l-1}^-)/\Delta\hat{\tau}_l$ , 移动源在位置 $(\varepsilon_l, \eta_l)$ 的 $\eta$ (纵)方向速度;

$(x, y)$ : 浓度场中某位置的通项表达;

$(x_i, y_i)$ : 第 $i$ 个节点的位置,  $i = 1, 2, \dots, j$ ;

$\tilde{C}(x_i, y_i, t_i)$ : 某时刻 $t_i$ , 位置 $(x_i, y_i)$ 处的节点对浓度 $C(x_i, y_i, t_i)$ 的观测;

$c(x_i, y_i, t, \theta_l)$ : 移动源在位置 $(\varepsilon_l, \eta_l)$ 所释放扩散物在时刻 $t$ 对 $(x_i, y_i)$ 处的浓度影响, 即去扩散累积效应等效浓度;

$\hat{c}(x_i, y_i, t)$ :  $c(x_i, y_i, t, \theta_l)$ 的估值值。

对于二维无限平面中的污染扩散, 假定各向扩散系数同性 $D_x = D_y = D$ , 扩散源不受外界流速影响, 扩散过程从时刻 $t_0$ 开始, 移动源在 $\tau$ 时刻到达位置 $(\varepsilon(\tau), \eta(\tau))$ ,  $\tau$ 时刻扩散物从容器中流出的质量流率为 $\mu(\tau)$ 。则移动扩散源扩散场中的浓度模型如下<sup>[1]</sup>:

$$C(x, y, t) = \int_{t_0}^t \rho(x, y, t, \varepsilon(\tau), \eta(\tau), \tau) d\tau. \quad (1)$$

$\rho$ 函数为<sup>[1,11]</sup>

$$\rho(x, y, t, \varepsilon(\tau), \eta(\tau), \tau) = \frac{\mu(\tau)}{4\pi D(t-\tau)} \exp\left[-\frac{(x-\varepsilon(\tau))^2 + (y-\eta(\tau))^2}{4D(t-\tau)}\right]. \quad (2)$$

式(1)中对 $\rho$ 函数的浓度积分反映了扩散场中 $(x, y)$ 处的浓度观测受扩散累加效应。在如图1所示的移动扩散源浓度场中, 移动目标在经过的轨迹点上有遗留信息, 目标在每个轨迹点上的扩散信息相互干扰, 有

浓度观测的每个位置点的浓度信息与整个运动轨迹有关. 从式(2)可看出, 在移动扩散源浓度场中, 浓度观测存在延迟性, 即, 目标在时刻 $\tau$ 运动到位置 $(\varepsilon(\tau), \eta(\tau))$ , 位置 $(x, y)$ 处在 $t - \tau$ 的时长后, 才有关于位置 $(\varepsilon(\tau), \eta(\tau))$ 处的扩散源信息.

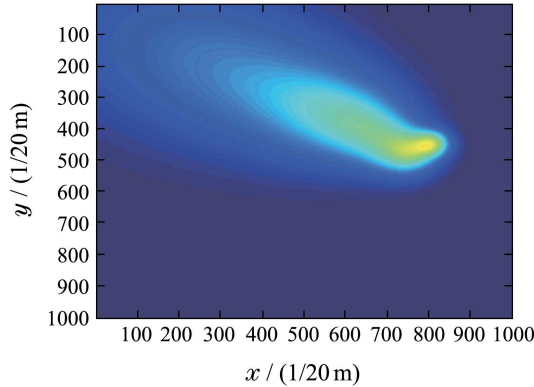


图1 移动扩散源浓度场

Fig. 1 The concentration field of the mobile diffusion source

## 2.2 追踪问题(Tracking problem statement)

在监控区内均匀部署传感器网络节点, 节点位置固定, 全网节点时间同步, 监测数据向数据处理中心(上位机)汇总. 数据处理中心预知各向同性扩散系数 $D$ , 采样间隔 $T$ , 网络初始化后处于各位置 $(x_i, y_i)$ 处的节点自知其位置.

在各采样时刻实时获取浓度采样, 基于截止到 $t_l$ 时刻的浓度采样数据 $\tilde{C}(x_i, y_i, t_l)$ , 已知各浓度采样对应的节点位置坐标, 采样时间以及扩散系数, 结合扩散场模型式(1), 估计轨迹信息 $\{(\varepsilon(\tau), \eta(\tau))\}$ ,  $\tau \in (\tau_0, \tau_l)$ 即移动扩散源追踪主要任务( $\tau_0$ 为目标进入监控区的时刻).

移动扩散源追踪过程中未知参数不仅包括移动目标的位置, 还包括质量流率 $\mu(\tau)$ 和到达时间 $\tau$ . 仅通过扩散场中多个传感器在不同时刻的观测浓度 $\tilde{C}(x_i, y_i, t_l)$ 与积分浓度模型式(1)推知移动目标的轨迹解析解难以实现. 针对基于扩散模型式(1)的, 无预知轨迹特征的移动扩散源追踪问题, 本文离散化求解, 有如下问题:

离散化移动扩散源追踪: 首先, 节点在离散采样时刻 $t_l$ ,  $l = 1, 2, 3, \dots$ , 采样并存储浓度 $\tilde{C}(x_i, y_i, t_l)$ , 基于当前采样数据( $> 0$ )与历史存储数据求取 $t_l$ 时刻关于位置 $(\varepsilon_l, \eta_l)$ 的去扩散累积效应信息 $\hat{c}(x_i, y_i, t_l)$ , 将该信息与对应采样时间信息以及节点位置信息多跳传递给数据处理中心. 然后,  $t_l$ 时刻, 基于已知信息, 由数据处理中心集中式求取 $(\varepsilon_l, \eta_l, \tau_l)$ 的估计, 获取 $t_l$ 时刻目标追踪位置.  $t_L$ 时刻,  $(\varepsilon_L, \eta_L)$ 的估计值超出监测区, 追踪过程停止, 各位置 $\{(\varepsilon_l, \eta_l)\}$ 的估计点的连线即为移动源轨迹.

**注1** 本文主要讨论基于传感器网络监测数据的移动扩散源轨迹估计问题, 具体的网络自组织与数据传输问题并不是本文研究重点, 此方面内容可参考文献[12].

本文的移动扩散源追踪算法主要解决离散化移动扩散源追踪中的如下难题:

1) 浓度累积效应与延迟效应影响下,  $t_l$ 时刻获取仅关联于 $(\varepsilon_l, \eta_l, \tau_l)$ 的去累积效应浓度 $\hat{c}(x_i, y_i, t_l)$ 的问题.

2) 移动目标在前后浓度观测时刻, 状态参数变化无迹可循, 难以进行动态序列建模, 常用的基于动态序列的解析追踪算法如卡尔曼滤波、粒子滤波无法直接适用. 如何实现有效的移动扩散源实时追踪.

在本文的第3节, 将为去扩散累积效应的实时浓度信息获取方法提供理论基础, 并在第4节中详述本文追踪算法.

## 3 扩散分析(Diffusion analysis)

**假设2** 移动源从位置 $(\varepsilon_{l-1}, \eta_{l-1})$ 到 $(\varepsilon_l, \eta_l)$ 的过程中质量流率恒定为 $\mu(\tau_l)$ , 该过程中流出的扩散物质量 $\Delta M_l$ 近似为 $(\varepsilon_l, \eta_l)$ 处的瞬时投放量.

**注2** 当移动源排污口径不变时, 显然污染物释放速率不会短时突变. 处于位置 $(\varepsilon_l, \eta_l)$ 处的扩散源在过往的 $d\tau_l$ 时间内, 对位置 $(x, y)$ 在 $t(t > \tau_l)$ 时刻的浓度影响为<sup>[11]</sup>

$$\frac{\mu(\tau_l)d\tau_l}{4\pi(t-\tau_l)D} \exp\left\{-\frac{(x-\varepsilon_l)^2 + (y-\eta_l)^2}{4D(t-\tau_l)}\right\}.$$

将 $d\tau_l$ 替换为 $\Delta\tau_l$ ,  $\mu(\tau_l)\Delta\tau_l = \Delta M_l$ , 而 $\tau_l - \Delta\tau_l = \tau_{l-1}$ (移动源 $\tau_{l-1}$ 时刻处于位置 $(\varepsilon_{l-1}, \eta_{l-1})$ ), 经过上述处理有离散化假设2. 网络节点的采样时间越密, 离散间隔 $\Delta\tau_l$ 越小, 离散化过程中的信息丢失越少.

**定理1** 自时刻 $\tau_0$ 至 $t$ , 移动源移动至第 $n$ 个位置 $(\varepsilon_n, \eta_n)$ , 已知位置信息 $(\varepsilon_l, \eta_l, \tau_l, \Delta M_l)$ ,  $l = 0, 1, 2, \dots, n$ , 则浓度场中某点 $(x, y)$ 处的浓度 $C(x, y, t)$ 如下:

$$C(x, y, t) = \sum_{l=1}^n c(x, y, t, \theta_l), \quad (3)$$

其中

$$c(x, y, t, \theta_l) = \frac{\Delta M_l}{4\pi(t-\tau_l)D} \exp\left\{-\frac{(x-\varepsilon_l)^2 + (y-\eta_l)^2}{4D(t-\tau_l)}\right\}. \quad (4)$$

**证**  $\tau_0$ 时刻在初始位置 $(\varepsilon_0, \eta_0)$ , 扩散过程未开始, 对 $(x, y)$ 处的浓度无影响. 将模型式(1)离散化, 得

$$C(x, y, t) = \sum_{l=1}^n \rho(x, y, t, \varepsilon_l, \eta_l, \tau_l) \Delta\tau_l.$$

由于 $\Delta M_l = \mu(\tau_l)\Delta\tau_l$ , 得

$$C(x, y, t) = \sum_{l=1}^n c(x, y, t, \theta_l).$$

证毕.

**定理2** 在二维无限平面域内, 移动源在位置 $(\varepsilon_l, \eta_l, \tau_l)$ 处流出的扩散物质量 $\Delta M_l$ 有限, 扩散物对

扩散场中某点 $(x, y)$ 处的浓度影响有如下性质:

$$\lim_{t \rightarrow \tau_l} c(x, y, t, \theta_l) = 0,$$

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} c(x, y, t, \theta_l) = 0.$$

证 令 $\alpha = \frac{\Delta M_l}{4\pi(t - \tau_l)D}$ , 在 $(\varepsilon_l, \eta_l)$ 处流出的扩散物的起始扩散时刻, 对于位置 $(x, y)$ 处的浓度有

$$\lim_{t \rightarrow \tau_l} \frac{\Delta M_l}{4\pi(t - \tau_l)D} \exp\left[-\frac{(x - \varepsilon_l)^2 + (y - \eta_l)^2}{4D(t - \tau_l)}\right] =$$

$$\lim_{t \rightarrow \tau_l} \frac{\Delta M_l \alpha}{\exp[\alpha(x - \varepsilon_l)^2 + \alpha(y - \eta_l)^2]} \quad (5)$$

当 $t \rightarrow \tau_l, \alpha \rightarrow \infty$ , 易知式(5)的 $\frac{\infty}{\infty}$ 问题趋近于零, 结合式(4), 易知:  $\lim_{t \rightarrow \tau_l} c(x, y, t, \theta_l) = 0$ .

$(\varepsilon_l, \eta_l)$ 处流出的扩散物在 $(x, y)$ 处完全降解, 有

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{\Delta M_l \alpha}{\exp[\alpha(x - \varepsilon_l)^2 + \alpha(y - \eta_l)^2]} = 0.$$

因此, 结合式(4),  $\lim_{t \rightarrow +\infty} c(x, y, t, \theta_l) = 0$ . 证毕.

定理2说明, 扩散场中的观测点并不能立即观测到目标, 需要经过扩散时间 $(t - \tau_l)$ 后才能有浓度信息. 在实际的扩散过程中, 由于扩散物的扩散系数一般都较小, 观测节点都会在延迟一段时间后才会有关于实时目标的浓度观测. 定理2同时说明, 随着移动源的移动, 扩散物逐渐增多, 但位置 $(x, y)$ 处的浓度大小不会无限累加.

**假设3** 传感器节点采样浓度数据, 其采样间隔 $T$ 相对于扩散时间足够小, 使得浓度观测近似为一个连续过程, 位置 $(x, y)$ 处对 $(\varepsilon_l, \eta_l)$ 处的浓度观测在时刻 $t$ 到 $t + T$ 时段内变化为零, 即

$$c(x, y, t, \theta_l) \approx c(x, y, t + T, \theta_l).$$

**注3** 当 $T$ 相对于扩散时间 $t - \tau_l$ 足够小, 使得浓度观测近似为一个连续过程, 有 $T/(t + T - \tau_l) \approx 0$ , 则

$$(t - \tau_l)/(t + T - \tau_l) \approx 1,$$

易推得 $c(x, y, t + T, \theta_l)/c(x, y, t, \theta_l) \approx 1$ , 进而有假设3.

**定理3** 已知 $t$ 时刻浓度场中位置 $(x, y)$ 处的浓度 $C(x, y, t)$ , 移动源移动到位置 $(\varepsilon_n, \eta_n)$ , 若 $t + T$ 时刻移动源移动至 $(\varepsilon_{n+1}, \eta_{n+1})$ , 已知 $C(x, y, t + T)$ , 则关于扩散源在位置 $(\varepsilon_{n+1}, \eta_{n+1})$ 的实时浓度信息 $c(x, y, t + T, \theta_{n+1})$ 如下:

$$c(x, y, t + T, \theta_{n+1}) = C(x, y, t + T) - C(x, y, t). \quad (6)$$

证 依据定理1, 在定理3的已知条件下, 有

$$C(x, y, t + T) = \sum_{l=1}^{n+1} c(x, y, t + T, \theta_l).$$

结合定理2, 可知关于移动扩散源的实时浓度的大小是有限的, 变形上式, 有

$$c(x, y, t + T, \theta_{n+1}) =$$

$$C(x, y, t + T) - \sum_{l=1}^n c(x, y, t + T, \theta_l). \quad (7)$$

根据假设3与式(3), 有

$$\sum_{l=1}^n c(x, y, t + T, \theta_l) \approx \sum_{l=1}^n c(x, y, t, \theta_l) = C(x, y, t).$$

将上式代入式(7), 即可得到式(6). 证毕.

式(6)为去扩散累积效应的实时浓度信息获取提供了依据. 已知网络某节点 $(x_i, y_i)$ 的前后采样时刻观测 $\tilde{C}(x_i, y_i, t_l), \tilde{C}(x_i, y_i, t_{l+1})$ , 估测去扩散累积效应等效浓度 $\hat{c}(x_i, y_i, t_{l+1})$ :

$$\hat{c}(x_i, y_i, t_{l+1}) = \tilde{C}(x_i, y_i, t_{l+1}) - \tilde{C}(x_i, y_i, t_l). \quad (8)$$

## 4 移动扩散源追踪(Mobile diffusion source tracking)

在追踪过程中未知状态参数为 $\theta_l, l = 1, 2, \dots, n$ . 变化的 $(\tau_l, \Delta M_l)$ 没有预知规律, 对动态状态 $\theta_l$ 无法进行动态序列建模, 基于动态序列的追踪算法(如卡尔曼滤波、粒子滤波)无法直接适用在离散移动扩散源追踪中. 本文先采用最小二乘方法对状态参量进行初始估计, 然后仅针对位置序列进行动态序列滤波, 以优化初始位置估计, 同时可对目标运动趋势进行预测. 本节首先陈述最小二乘估计与位置序列滤波解决的问题, 然后具体阐述本文算法.

### 4.1 最小二乘实时位置估计(Positions estimation in real time using least square)

若已知采样时刻 $t_l$ , 该时刻的去扩散累积效应等效浓度信息 $\hat{c}(x'_k, y'_k, t_l)$ , 以及节点位置 $(x'_k, y'_k), k = 1, 2, \dots, Q((x'_k, y'_k) \in \{(x_i, y_i), i = 1, 2, \dots, J\}, Q \geq 4)$ . 根据已知信息, 一种可用的最小二乘方法为

$$\begin{cases} \min_{\theta_l} \frac{1}{2} \sum_{k=1}^Q (\hat{c}(x'_k, y'_k, t_l) - c(x'_k, y'_k, t_l, \theta_l))^2, \\ \text{s.t. } \tau_{l-1} \leq \tau_l \leq t_l. \end{cases} \quad (9)$$

即通过求解以实时浓度测量值与理论浓度值之间的差异的平方和最小为目标的非线性最小二乘方法获取实时状态量 $\theta_l$ .

非线性二乘方法式(9)的数值求解过程复杂, 难以得到全局最优解, 其最终估计结果的准确性受数值计算的初始值影响.

追踪问题仅关心其中的实时位置参数与到达相应位置的时间参数(到达时间用来分析定位估计的延迟性, 是预测目标运动趋势的必要中间量), 使得估计性能稳健, 在二乘问题(9)的基础上, 给出等价线性约束最小二乘估计方法如下(具体内容见附录1):

$$\begin{cases} \min_{(\varepsilon_l, \eta_l, \tau_l)} \frac{1}{2} \|A[\varepsilon_l \ \eta_l \ \tau_l]^T - b\|_2^2, \\ \text{s.t. } \tau_{l-1} \leq \tau_l \leq t_l, \end{cases} \quad (10)$$

式中:

$$A = \begin{bmatrix} 2(x'_Q - x'_1) & 2(y'_Q - y'_1) & 4D \ln L(Q, 1) \\ 2(x'_Q - x'_2) & 2(y'_Q - y'_2) & 4D \ln L(Q, 2) \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ 2(x'_Q - x'_{\tilde{Q}}) & 2(y'_Q - y'_{\tilde{Q}}) & 4D \ln L(Q, \tilde{Q}) \end{bmatrix},$$

$$b = \begin{bmatrix} 4Dt_l \ln L(Q, 1) - (x_1'^2 - x_Q'^2) - (y_1'^2 - y_Q'^2) \\ 4Dt_l \ln L(Q, 2) - (x_2'^2 - x_Q'^2) - (y_2'^2 - y_Q'^2) \\ \vdots \\ 4Dt_l \ln L(Q, \tilde{Q}) - (x_{\tilde{Q}}'^2 - x_Q'^2) - (y_{\tilde{Q}}'^2 - y_Q'^2) \end{bmatrix},$$

其中:  $L(Q, k) = \frac{\hat{c}(x'_Q, y'_Q, t_l)}{\hat{c}(x'_k, y'_k, t_l)}$ ,  $\tilde{Q} = Q - 1$ .

线性二乘方法式(10)的目标函数为凸函数, 易于求解, 仅考虑 $(\varepsilon_l, \eta_l, \tau_l)$ 这三个未知量, 其估计性能比非线性最小二乘方法式(9)更稳健.

#### 4.2 位置序列滤波(Position sequences filter)

已知由线性约束二乘定位方法获取的预估计量 $(\hat{\varepsilon}_l, \hat{\eta}_l, \hat{\tau}_l)$ , 历史估计数据 $(\varepsilon_{l-1}^-, \eta_{l-1}^-, \hat{\tau}_{l-1})$ , 在采样间隔 $T$ (满足假设3)下, 进一步采用Sage-Husa卡尔曼滤波<sup>[13-14]</sup>(如附录2)获取优化估计 $(\varepsilon_l^-, \eta_l^-, \hat{\tau}_l)$ . 其状态转移方程与观测方程分别为

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_l \\ \eta_l \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{l-1}^- \\ \eta_{l-1}^- \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \hat{\tau}_l - \hat{\tau}_{l-1} & 0 \\ 0 & \hat{\tau}_l - \hat{\tau}_{l-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} v(\varepsilon_{l-1}) \\ v(\eta_{l-1}) \end{bmatrix} + W_{l-1}, \quad (11)$$

$$\begin{bmatrix} \hat{\varepsilon}_l \\ \hat{\eta}_l \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \varepsilon_l \\ \eta_l \end{bmatrix} + N_l. \quad (12)$$

已知估计数据 $(\varepsilon_{l-1}^-, \eta_{l-1}^-, \hat{\tau}_{l-1})$ , 若需预测 $t_l + T$ 时的移动源位置, 将转移模型(11)中的 $\hat{\tau}_l$ 修正为 $t_l + T$ 即可.

**注4** 噪声 $W_l, N_l$ 为正态分布,  $\varepsilon_l, \eta_l$ 的误差独立同分布,  $W_l, N_l$ 的协方差阵为对角阵,  $W_l$ 的协方差阵的对角元素分别为 $\varepsilon_l$ 与 $\eta_l$ 的转移噪声方差.  $N_l$ 的协方差阵的对角元素分别为 $\varepsilon_l$ 与 $\eta_l$ 的观测噪声方差. Sage-Husa卡尔曼滤波在滤波过程中更新噪声状态, 仅需给出起始噪声状态. 滤波起始, 转移噪声均值 $q_*$ 一般取 $\mathbf{0}$ , 协方差阵 $G_*$ 赋值为<sup>[15]</sup> $\sigma \mathbf{I}_2$  ( $\mathbf{I}_2$ : 二维单位阵).  $\sigma$ 为尺度参数, 可取为 $((\hat{\tau}_l - \hat{\tau}_{l-1})/T)^2$  (从 $l \geq 2$ 开始滤波, 采样间隔越长,  $\varepsilon_l(\eta_l)$ 的转移噪声方差越大); 起始观测噪声为最小二乘定位引起的误差, 与定位时的参考节点个数以及节点浓度测量精度有关.  $\varepsilon_l(\eta_l)$ 的观测噪声均值和方差可通过多次(仿真)实验取经验值.

#### 4.3 算法描述(Algorithm statement)

综合式(8)(10)–(12), 具体算法如下:

**算法1** 移动扩散源追踪.

已知传感器浓度观测筛选阈值 $\chi$ ; 采样间隔 $T$ ; 不同采样时刻 $\tilde{t}_p$ 的非零观测值 $\{\tilde{C}(x_i, y_i, \tilde{t}_p)\}$ , 所有观测

节点位置 $(x_i, y_i), i = 1, 2, \dots, J$ . 设定Sage-Husa滤波的起始转移噪声的均值 $q_*$ , 协方差阵 $G_*$ , 起始观测噪声均值 $r_*$ , 协方差阵 $R_*$ . 输出序列 $(\varepsilon_l^-, \eta_l^-, t_l), l = 1, 2, \dots, n$ .

**步骤1** 初始化: 移动目标位置点的数量初值 $n = 1$ , 采样时刻计数初值 $p = 1$ .

**步骤2** 在采样时刻 $\tilde{t}_p$ , 若存在 $Q \geq 4$ 个大于 $\chi$ 的浓度观测, 判定网络第一次监测到移动源扩散. 筛选出相应节点:  $(x'_k, y'_k) \in \{(x_i, y_i), i = 1, 2, \dots, J\}, k = 1, 2, \dots, Q$ . 成功观测到目标位置的时刻 $t_n = \tilde{t}_p$ . 令 $\hat{c}(x'_k, y'_k, t_1) = \tilde{C}(x'_k, y'_k, t_1), k = 1, 2, \dots, Q$ . 将相关已知量代入二乘问题式(10)获取 $(\hat{\varepsilon}_1, \hat{\eta}_1, \hat{\tau}_1)$ .

更新采样时刻 $\tilde{t}_{p+1} = \tilde{t}_p + T$ , 计数 $p := p + 1$ . 记 $(\varepsilon_1^-, \eta_1^-) = (\hat{\varepsilon}_1, \hat{\eta}_1)$ .

**步骤3** 采样时刻 $\tilde{t}_p$ , 已知浓度 $\tilde{C}(x_i, y_i, \tilde{t}_p), i = 1, 2, \dots, J$ , 根据式(7)计算 $c^+$ 如下:

$$c^+(x_i, y_i, \tilde{t}_p) = \tilde{C}(x_i, y_i, \tilde{t}_p) - \tilde{C}(x_i, y_i, \tilde{t}_{p-1}). \quad (13)$$

若存在 $Q \geq 4$ 个 $c^+(x_i, y_i, \tilde{t}_p) \geq \chi$ , 筛选出相应节点 $(x'_k, y'_k), k = 1, 2, \dots, Q$ , 转至步骤4; 否则, 自循环.

**步骤4** 记录时间 $t_{n+1} = \tilde{t}_p$ , 令

$$\hat{c}(x'_k, y'_k, t_{n+1}) = c^+(x'_k, y'_k, \tilde{t}_p).$$

更新矩阵 $A, b$ , 解最小二乘问题式(10)获取位置信息 $(\hat{\varepsilon}_{n+1}, \hat{\eta}_{n+1}, \hat{\tau}_{n+1})$ , 更新采样时刻 $\tilde{t}_{p+1} = \tilde{t}_p + T$ . 置 $n := n + 1, p := p + 1$ .

**步骤5** 若 $n > 2$ , 且 $(\hat{\varepsilon}_{n-1}, \hat{\eta}_{n-1}) \neq (\hat{\varepsilon}_n, \hat{\eta}_n) \neq (\hat{\varepsilon}_{n-2}, \hat{\eta}_{n-2})$ , 以 $q_*, r_*, G_*, R_*$ 为滤波噪声初值, 依据状态转移模型式(11), 结合观测模型式(12)采用Sage-Husa卡尔曼滤波方法递推求取优化估计 $(\varepsilon_n^-, \eta_n^-)$ .

否则,  $(\varepsilon_n^-, \eta_n^-) = (\hat{\varepsilon}_n, \hat{\eta}_n)$ .

**步骤6** 判断 $(\varepsilon_n^-, \eta_n^-)$ 是否超出监测区边缘, 是, 则停止追踪, 否则转步骤3.

在算法1中, 标记 $t_l (l = 1, 2, \dots, n)$ 为辅助标记, 用来表示获取位置信息 $(\hat{\varepsilon}_l, \hat{\eta}_l, \hat{\tau}_l)$ 的对应采样时刻. 阈值 $\chi$ 根据传感器的灵敏度设定, 理论上取0.

## 5 仿真分析(Simulations)

背景设定: 在 $80 \times 80 \text{ m}^2$ 的监测区内均匀布置1280个传感器节点. 一移动扩散源自监控区边缘出发, 在监控区内运动. 目标运动的时间分辨率为1 s. 扩散系数 $D = 1 \text{ m}^2/\text{s}$ , 质量流量 $\mu(\tau) = 100 \text{ g/s}$ . 传感器数据筛选阈值 $\chi = 0.2 \text{ g/m}^3$ .

**实验1** 匀速率平滑曲线运动. 节点采样间隔为 $T = 1 \text{ s}$ . 移动源自位置 $(0, 0) \text{ m}$ 出发运动至监控区边缘

$(38, 78) \text{ m}$ 处.  $q_* = \mathbf{0}, G_* = \begin{bmatrix} 10 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, r_* = \mathbf{0}, R_* =$

$\begin{bmatrix} 10 & 0 \\ 0 & 10 \end{bmatrix}$ . 当观测到移动扩散源移动至监控区边缘时,

模拟扩散浓度场如图2所示. 从图2中可观察到: 当目标靠近监测区边缘, 在远离目标的监测范围内依然有浓度信息, 即扩散累积效应. 对应图2, 分布于监测区内的节点采样数据如图3所示.

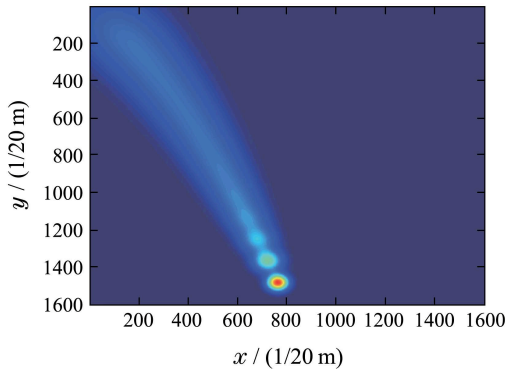


图2 移动源浓度场(平滑曲线运动)

Fig. 2 The concentration field of the mobile diffusion source (smooth curve)

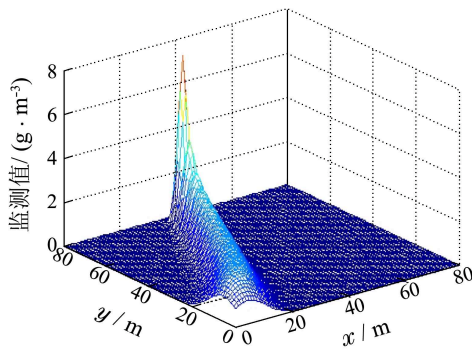


图3 节点监测值(平滑曲线运动)

Fig. 3 The monitoring values of nodes (smooth curve)

采用本文算法, 从开始获取目标位置到检测到目标超出监测范围之前, 目标位置追踪如图4所示. 图4中“滤波估计”为Sage-Husa滤波后的位置序列, “预估计”为约束二乘估计产生的估计序列. 其中滤波估计使得估计曲线平滑, 抑制了预估曲线毛刺. 从图4的追踪曲线可看出, 本文算法可有效预测目标运动趋势并跟踪目标.

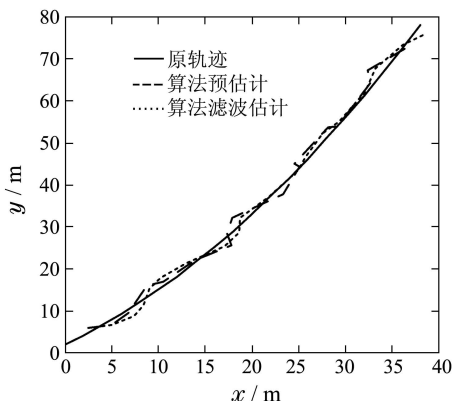


图4 位置追踪(平滑轨迹)

Fig. 4 The mobile diffusion source tracking (smooth curve)

**实验2** 变速非平滑曲线运动. 节点采样间隔为  $T = 1$  s. 目标作变速非平滑曲线运动, 自位置(1, 1) m 出发, 抵达位置(14.5, 80) m.  $q_* = \mathbf{0}$ ,  $G_* = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ ,  $r_* = \mathbf{0}$ ,  $R_* = \begin{bmatrix} 10 & 0 \\ 0 & 10 \end{bmatrix}$ . 当传感器网络可观测到整条路段时, 移动源扩散浓度场分布如图5所示, 相应目标运动段的位置追踪如图6所示.

与图2不同, 图5中, 浓度值最高的位置离实时位置(尾端点)较远. 图5所示的非平滑曲线运动移动扩散源的浓度场比实验1中的平滑曲线运动移动扩散源的浓度场更复杂.

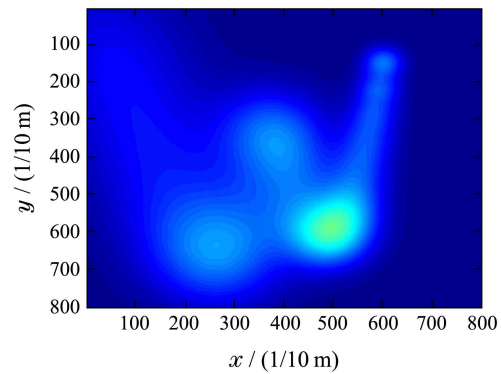


图5 移动源浓度场(变速非平滑曲线运动)

Fig. 5 The concentration field of the mobile diffusion source (non-smooth curve with varying velocity)

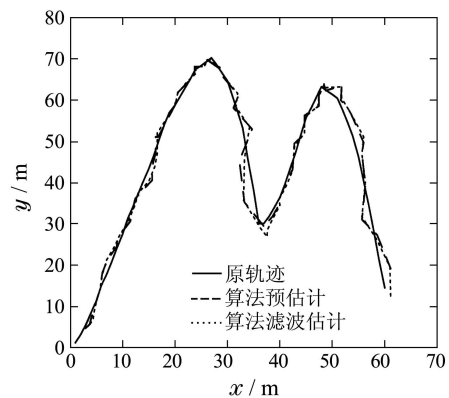


图6 位置追踪(变速非平滑曲线运动)

Fig. 6 The mobile diffusion source tracking (non-smooth curve with varying velocity)

图6中“滤波估计”为Sage-Husa滤波后的位置序列, “预估计”为约束二乘估计产生的估计序列. 同样的背景设置下, 在目标作变速非平滑曲线运动下本文算法亦可有效预测目标运动趋势并跟踪目标.

**实验3** 位置追踪精度与采样间隔的关系.

由于目标位置频繁更新, 采样间隔越小, 累积效应引起的浓度观测误差越小, 越有利于追踪目标. 在实验3中从实验角度定量分析该问题.

在满足假设3的前提条件下, 在实验1的实验背景

下, 采样间隔分别为 $T$ ,  $2T$ ,  $4T$ 时的位置追踪对比如图7所示.

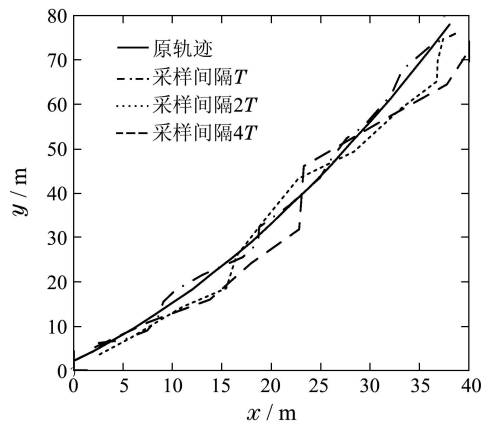


图7 追踪与采样间隔的关系(滤波后轨迹)

Fig. 7 Tracking effects varying with sampling intervals (trajectory after filtering)

从图7中看出, 采样间隔为 $T$ ,  $2T$ ,  $4T$ 时都可在一定精度范围内锁定目标并预测目标的运动趋势, 但采样时刻为 $4T$ 时, 相对于间隔为 $T$ ,  $2T$ 的情况, 其位置估计精度明显不足. 因此, 传感器网络扩散源追踪应用中, 网络节点的采样频率在硬件设备的固有约束下, 应尽量保持最高.

#### 实验4 位置追踪精度与部署节点个数的关系.

由于扩散源的浓度观测存在一定的延迟性, 部署的节点越多, 对于目标扩散趋势的观测越及时, 算法1在每个采样时刻的可用信息越多, 进而可提高追踪性能. 实验4从实验角度定量分析该问题.

在实验2的实验背景下, 部署的节点个数分别置为640个, 960个, 1280个, 1920个的情况下进行实验. 位置追踪结果对比如图8所示. 从图8可以看出, 高密度节点部署并不能保证在追踪过程中的每个路段都能保持较好的追踪性能, 如“640个节点”与“960个节点”情况下的曲线对比. 但是, 从整体追踪性能考虑, 部署节点越多, 越有利于精确追踪目标.

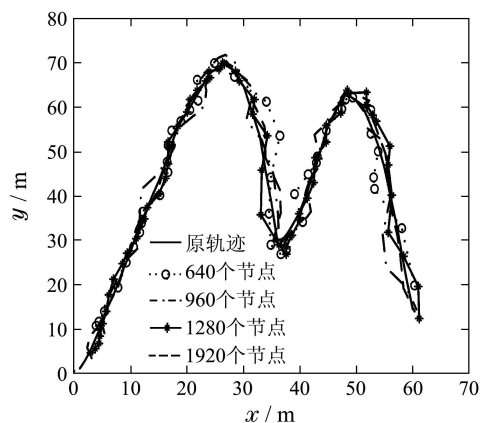


图8 追踪与节点个数的关系(滤波后轨迹)

Fig. 8 Tracking effects varying with the number of nodes (trajectory after filtering)

事实上, 传感器网络追踪应用中, 追踪性能不仅取决于节点密度, 更取决于节点部署位置<sup>[16]</sup>, 因此在上图中发现高密度的节点部署并不能保证在整个目标追踪过程中优于低密度节点部署. 由于轨迹特征预先未知, 再上传感器网络部署中固有的节点分布随机性, 合理部署节点位置难以实现, 因此提高节点部署密度是一个可选途径.

## 6 总结(Conclusions)

移动扩散源追踪相比于移动瞬时源追踪是一个较困难的问题. 针对移动扩散源的追踪问题, 本文首先分析了移动扩散源浓度场, 并提出离散化浓度场模型. 结合离散浓度场模型, 本文提出了受扩散累积效应影响的, 无预知轨迹信息下的移动扩散源追踪方法. 本文算法可有效追踪目标, 在具体应用中可缩小目标实时搜寻空间, 便于灾难预警、移动扩散源拦截等进一步处理. 本文的扩散源追踪方法要求离散采样间隔较小, 对网络带宽要求较高, 在本文的后续工作中将探讨如何根据已获取的目标信息, 估计采样间隔内的浓度场变化, 并将其用于离散采样间隔较大情形下的移动扩散源追踪.

## 参考文献(References):

- [1] ZHAO T, NEHORAI A. Detecting and estimating biochemical dispersion of a moving source in a semi-infinite medium [J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2008, 54(6): 2213 – 2225.
- [2] KARL H, WILLIG A. *Protocols and Architectures for Wireless Sensor Network* [M]. Chichester: John Wiley & Sons, Ltd, 2005: 2 – 20.
- [3] YANG L Z, FENG C, ZHAO J. Adaptive tracking in distributed wireless sensor networks [C] // *Proceedings of the 13th Annual IEEE International Symposium and Workshop on Engineering of Computer based Systems*. Potsdam: IEEE, 2006, 3: 102 – 111.
- [4] QING Y, LIM A, CASEY K, et al. Real-time target tracking with CPA algorithm in wireless sensor networks [C] // *Proceedings of the 5th Annual IEEE Communications Society Conference on Sensor, Mesh and Ad Hoc Communications and Networks*. San Francisco: IEEE, 2008, 6: 305 – 313.
- [5] 孙晓艳, 李建东, 黄鹏宇, 等. 距离加权的二进制传感器网络目标跟踪算法 [J]. *通信学报*, 2010, 31(12): 140 – 146. (SUN Xiaoyan, LI Jiandong, HUANG Pengyu, et al. Distance-based target tracking algorithm in binary sensor network [J]. *Journal of Communications*, 2010, 31(12): 140 – 146.)
- [6] 臧传志, 梁伟, 于海斌. 无线传感器网络中基于移动智能体的目标追踪 [J]. *控制理论与应用*, 2006, 23(4): 601 – 605. (ZANG Chuazhi, LIANG Wei, YU Haibin. Target tracking based on moving agent in wireless sensor networks [J]. *Control Theory & Applications*, 2006, 23(4): 601 – 605.)
- [7] OLFATI S R, JALALKAMAL P, LIM A. Collaborative target tracking using distributed Kalman filtering on mobile sensor networks [C] // *Proceedings of American Control Conference (ACC) 2011*. San Francisco: IEEE, 2011, 6: 1100 – 1105.
- [8] AHMED N, RUTTEN M, BESSEL T, et al. Detection and tracking using particle-filter-based wireless sensor networks [J]. *IEEE Transactions on Mobile Computing*, 2010, 9(9): 1332 – 1335.
- [9] NOFSINGER G T. *Tracking based plume detection* [D]. Hanover: Trustees of Dartmouth College, 2006.

- [10] NOFSINGER G T, CYBENKO G V. Airborne plume tracking with sensor networks [C] // *Proceedings of Unattended Ground, Sea, and Air Sensor Technologies and Applications VIII*. Orlando: SPIE, 2006, 4: 623112-1 – 623112-10.
- [11] 彭泽洲, 杨天行, 梁秀娟. 水环境数学模型及其应用 [M]. 北京: 化学工业出版社, 2007: 15 – 30.  
(PENG Zezhou, YANG Tianxing, LIANG Xiujuan. *The Water Environment Mathematical Model and Its Application* [M]. Beijing: Chemical Industry Press, 2007: 15 – 30.)
- [12] RADI M, DEZFOULI B, BAKAR K A, et al. Multipath routing in wireless sensor networks: survey and research challenges [J]. *Sensors*, 2012, 12(1): 650 – 685.
- [13] 田海, 朱新岩. 一种简化的Sage-Husa卡尔曼滤波 [J]. 弹箭与制导学报, 2011, 31(1): 75 – 84.  
(TIAN Hai, ZHU Xinyan. A simaplied Sage-Husa Kalman filetering algorithm [J]. *Journal of Projectiles, Rockets, Missiles and Guidance*, 2011, 31(7): 75 – 84.)
- [14] SAGE A P, HUSA G W. Adaptive filtering with unknown prior statistics [C] // *Proceedings of Joint Automatic Control Conference*. Colorado: IEEE, 1969, 8: 760 – 769.
- [15] RISTIC B, ARULAMPALAM S, GORDON N. *Beyond the Kalman Filter* [M]. London: Artech House, 2004: 103 – 109.
- [16] 杨春玲, 孙泓波, 倪晋麟, 等. 多传感器远距离目标跟踪精度分析 [J]. 南京理工大学学报, 1999, 23(3): 241 – 248.  
(YANG Chunling, SUN Hongbo, NI Jinlin, et al. Research of multi-sensor for long range target tracking accuracy [J]. *Journal of Nanjing University of Science and Technology*, 1999, 23(3): 241 – 248.)
- [17] COLEMAN T F, LI Y Y. A reflective newton method for minimizing a quadratic function subject to bounds [J]. *SIAM Journal on Optimization*, 1996, 23(3): 241 – 248.

### 附录1 线性最小二乘(Appendix 1 The linear least square)

在附录A1中, 讨论二乘问题式(10)的由来, 以及具体求解方法.

当移动源已移动到新位置 $(\varepsilon_l, \eta_l)$ , 已知当前观测时刻 $t_l$ , 扩散系数 $D$ , 浓度信息 $\hat{c}(x'_k, y'_k, t_l)$ ,  $k = 1, 2, \dots, Q$ ,  $Q \geq 4$ , 及对应节点位置 $(x'_k, y'_k)$ ,  $(x'_k, y'_k) \in \{(x_i, y_i)\}$ .

对于扩散源, 根据式(4)有超定方程:

$$\hat{c}(x'_k, y'_k, t_l) = \frac{\Delta M_l}{4\pi(t_l - \tau_l)D} \exp\left\{-\frac{(x'_k - \varepsilon_l)^2 + (y'_k - \eta_l)^2}{4D(t_l - \tau_l)}\right\},$$

$$k = 1, 2, \dots, Q. \quad (\text{A1})$$

不直接依据非线性最小二乘方法(9)解超定方程组(A1), 将(A1)化为

$$\varepsilon_k^2 + x_k'^2 - 2\varepsilon_l x_k' + \eta_l^2 + y_k'^2 - 2\eta_l y_k' = -4D(t_l - \tau_l)[\ln \hat{c}(x'_k, y'_k, t_l) +$$

$$\ln 4\pi D(t_l - \tau_l) - \ln \Delta M_l], \quad k = 1, 2, \dots, Q. \quad (\text{A2})$$

以第 $Q$ 个方程为参考项消元得

$$x_k'^2 - x_Q'^2 + 2\varepsilon_l x_Q - 2\varepsilon_l x_k + y_k'^2 - y_Q'^2 + 2\eta_l y_Q' - 2\eta_l y_k' = 4D(t_l - \tau_l) \ln L(Q, k), \quad k = 1, 2, \dots, Q - 1,$$

化为

$$A[\varepsilon_l \quad \eta_l \quad \tau_l]^T = b, \quad (\text{A3})$$

$A, b$ 计算参照式(10).

目标到达新位置的时间必定满足:  $\tau_{l-1} \leq \tau_l \leq t_l$ . 求估计值 $(\hat{\varepsilon}_l, \hat{\eta}_l, \hat{\tau}_l)$ , 有约束最小二乘问题式(10). 文献[17]给出了基于反射牛顿法(reflective Netwon method)的约束最小二乘数值解法.

### 附录2 Sage-Husa 滤波(Appendix 2 Sage-Husa filter)

基于式(11)–(12), 记协方差矩阵为 $P$ , 令 $e_l = (\hat{\varepsilon}_l, \hat{\eta}_l)^T$ 为观测项,  $f_l^- = (\varepsilon_l^-, \eta_l^-)^T$ 为位置优化估计,  $\hat{f}_l$ 为转移预测,

$$W_l \sim N(q_l, G_l), \quad N_l \sim N(r_l, R_l), \quad u_l = (\hat{\tau}_{l+1} - \hat{\tau}_l) \begin{bmatrix} v(\varepsilon_l) \\ v(\eta_l) \end{bmatrix}.$$

滤波流程公式为

$$\hat{P}_l = P_{l-1}^- + G_{l-1},$$

$$\hat{f}_l = f_{l-1}^- + q_{l-1} + u_{l-1},$$

$$r_l = (1 - d_{l-1})r_{l-1} + d_{l-1}(e_l - \hat{f}_l),$$

$$\beta_l = e_l - r_l - \hat{f}_l,$$

$$R_l = (1 - d_{l-1})R_{l-1} + d_{l-1}(\beta_l \beta_l^T - \hat{P}_l),$$

$$K_l = \hat{P}_l(\hat{P}_l + R_l)^{-1},$$

$$P_l^- = (I - K_l)\hat{P}_l,$$

$$f_l^- = \hat{f}_l + K_l \beta_l,$$

$$q_l = (1 - d_{l-1})q_{l-1} + d_{l-1}(f_l^- - f_{l-1}^- - u_{l-1}),$$

$$G_l = (1 - d_{l-1})G_{l-1} + d_{l-1}(K_l \beta_l \beta_l^T K_l^T + P_l^- - P_{l-1}^-),$$

其中:  $d_{l-1} = (1 - b)(1 - b^{l-1})$ ,  $0 < b < 1$ 为遗忘因子, 一般在0.95到0.99之间取值.

作者简介:

罗旭 (1986–), 男, 博士研究生, 研究方向为无线传感器网络, E-mail: silyasel@live.cn;

柴利 (1972–), 男, 博士, 教授, 博士生导师, 研究方向为网络控制理论与应用、多采样率信号处理、无线传感器网络、滤波器组设计等, E-mail: chaili@wust.edu.cn;

杨君 (1977–), 女, 副教授, 研究方向为无线传感器网络、无线通信, E-mail: yangjun@wust.edu.cn.