

基于观测器的多智能体系统一致性控制与故障检测

陈刚[†], 林青

(重庆大学自动化学院, 重庆 400044)

摘要: 针对一类受到未知干扰的非线性多智能体系统, 提出了一种鲁棒一致性控制与故障检测算法. 首先, 针对每个智能体系统设计了一个未知输入非线性观测器. 然后, 基于观测器的状态估计信息, 设计了鲁棒一致性控制协议. 控制协议保证了给定的干扰抑制性能指标. 接着, 考虑智能体出现故障的情形, 采用自适应阈值法, 提出了一种分布式故障检测算法. 最后, 以多个直流电机驱动的单摆系统为例进行了仿真实验, 仿真结果表明了一致性控制与故障检测算法的有效性.

关键词: 多智能体系统; 一致性; 未知输入观测器; 故障检测

中图分类号: TP273 文献标识码: A

Observer-based consensus control and fault detection for multi-agent systems

CHEN Gang[†], LIN Qing

(College of Automation, Chongqing University, Chongqing 400044, China)

Abstract: A robust consensus control and fault detection algorithm is proposed for a class of nonlinear multi-agent systems subject to unknown external disturbances. First, an unknown input nonlinear observer is designed for each agent. Then, a robust consensus control protocol is presented to achieve the state consensus of the multi-agent systems by applying the estimated information of the nonlinear unknown input observers. The desired disturbance rejection criterion is guaranteed by the proposed control protocol. Thirdly, an adaptive threshold is derived and a fault detection approach based on adaptive threshold is proposed to detect the fault of each agent. The fault detection can be implemented by each agent in a fully distributed fashion. Finally, the proposed method is applied to the networked simple pendulums which are driven by dc motors. Simulation results are provided to validate the effectiveness of the proposed consensus control and fault detection scheme.

Key words: multi-agent systems; consensus; unknown input observer; fault detection

1 引言(Introduction)

一大类协调控制问题, 如编队控制、群集问题、聚集问题等都可以归纳为一致性问题. 一致性问题受到了物理、生物、工程等诸多领域专家的广泛关注. 所谓一致性问题, 即基于分布式系统中各个子系统之间的信息交换, 设计一致性协议使得所有子系统的状态达到某同一值. 基于图理论和矩阵理论, 文献[1]对Vicek模型所表现出的一致行为给出了理论解释. 文献[2]研究了具有切换拓扑的有向网络和固定拓扑的无向时延网络的平均一致性问题. 文献[3-5]推广了文献[1-2]中的结论, 给出了一些更宽松的条件. 关于一致性问题的更多成果可参考文献[6-9].

对已取得的一致性研究成果, 智能体通常取为一阶积分或二阶积分模型^[1-6]. 当智能体模型参数存在

不确定性或存在外界干扰时, 一致性问题变得更具挑战性. 文献[10]提出了基于标准卡尔曼滤波的一致性协议. 文献[11]针对一阶积分型多智能体系统, 分别讨论动态拓扑下和常时滞固定拓扑下的鲁棒 H_∞ 一致性控制问题. 文献[12]进一步研究了二阶积分型多智能体系统的鲁棒 H_∞ 一致性控制问题. 文献[13]对存在干扰和模型不确定参数的一阶多智能体时变时滞动态网络, 给出了鲁棒 H_∞ 一致性控制协议. 文献[14]针对不确定高阶多智能体系统, 分析了满足 L_2-L_∞ 性能指标下的一致性问题. 为实现多智能体系统的 H_∞ 一致性控制, 以上文献中所给出的控制协议均要求智能体的全状态量信息可测. 当各个智能体仅能测取自身的部分状态信息时, 已有文献提出的 H_∞ 一致性控制协议将不再适用. 近来, 文献[15-17]对部分状态信

息可测条件下的线性多智能体系统的一致性进行了研究. 当进一步考虑网络化非线性多智能体系统时, H_∞ 一致性控制问题就变得更加复杂. 单个节点系统的故障会影响或波及到整个网络系统, 进而破坏系统的一致性性能. 为此, 实现节点的故障检测就变得十分重要. 本文提出一种基于未知输入非线性观测器的一致性控制协议设计方法, 该方法解决了部分状态可测条件下非线性多智能体系统的全状态同步问题以及系统故障节点的检测问题.

2 问题的描述与预备知识(Problem statement and preliminaries)

定义无向图 $G = (\nu, \varepsilon, A)$, 其中: $\nu = \{1, 2, \dots, N\}$ 表示图中节点的集合, $\varepsilon \subseteq \nu \times \nu$ 表示图中边的集合, $A = [a_{ij}]$ 是 G 的权重矩阵, 其中 $a_{ii} = 0$; 当 $(i, j) \in \varepsilon$ 时, $a_{ij} > 0$; 否则, $a_{ij} = 0$. $N_i = \{j : (i, j) \in \varepsilon\}$ 表示节点 i 的所有邻节点的集合. 节点 i 的入度定义为 $D_{in}(i) = \sum_{j \in N_i} a_{ij}$. 令 $D_{in} = \text{diag}\{D_{in}(1), \dots, D_{in}(N)\}$, 则图 G 的拉普拉斯矩阵可定义为 $L = D_{in} - A$.

引理 1^[7] 对应于无向连通图 G 的拉普拉斯矩阵 L 具有如下的性质: 1) $\text{rank}(L) = N - 1$; 2) 0 是矩阵 L 的一个特征根, 且 $\mathbf{1}_N$ (各元素均为 1 的 N 维向量) 为对应的特征向量; 矩阵 L 的其余特征值均为大于零的正实数.

根据引理 1, 存在一个正交矩阵 Π , 使得

$$L = \Pi \Lambda \Pi^T, \quad (1)$$

其中 $\Lambda = \text{diag}\{0, \lambda_2, \dots, \lambda_N\}$, 元素 $0, \lambda_2, \dots, \lambda_N$ 对应于拉普拉斯矩阵 L 的 N 个特征根.

考虑由 N 个非线性节点所构成的网络系统, 其中每个节点的动态模型为

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}_i = A\mathbf{x}_i + f(\mathbf{x}_i) + B\mathbf{u}_i + D\xi_i, \\ \mathbf{y}_i = C\mathbf{x}_i, \quad i = 1, 2, \dots, N. \end{cases} \quad (2)$$

这里: $\mathbf{x}_i \in \mathbb{R}^n$, $\mathbf{u}_i \in \mathbb{R}^k$, $\mathbf{y}_i \in \mathbb{R}^p$, $\xi_i \in L_2(0, \infty)$ 分别表示系统状态、系统输入、可测输出, 以及未知干扰输入, 矩阵 A, B, C, D 为适当维数的矩阵. 同时, 矩阵 B 和矩阵 CD 为列满秩矩阵.

假设 1 非线性函数 $f(\mathbf{x}_i)$ 满足 Lipschitz 条件, 即存在正常数 γ 使得

$$\|f(\mathbf{x}_i) - f(\mathbf{x}_j)\| \leq \gamma \|\mathbf{x}_i - \mathbf{x}_j\|. \quad (3)$$

定义状态同步误差

$$\delta_i = \mathbf{x}_i - \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N \mathbf{x}_j = \mathbf{x}_i - \bar{\mathbf{x}}. \quad (4)$$

令 $\delta = (\delta_1^T, \dots, \delta_N^T)^T$, $\bar{\xi}_i = \xi_i - \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N \xi_j$, $\bar{\xi} = (\bar{\xi}_1^T, \dots, \bar{\xi}_N^T)^T$. 设 $\tau > 0$ 为充分大常数. 定义 $\|\delta\|_\tau =$

$\sqrt{\int_0^\tau \delta^T(t)\delta(t)dt}$, $\|\bar{\xi}\|_\tau = \sqrt{\int_0^\tau \bar{\xi}^T(t)\bar{\xi}(t)dt}$. 进而, 本文给出系统性能评价指标:

$$J_\tau = \sup_{\|\bar{\xi}\| \neq 0} \frac{\|\delta\|_\tau}{\|\bar{\xi}\|_\tau}.$$

本文的目标: 仅利用各个节点的可测输出信息, 设计控制协议, 实现连通网络系统中的各个节点的状态同步, 且满足干扰抑制性能指标 $J_\tau \leq a$ (a 为给定的正常数); 同时, 设计故障检测算法, 实现故障节点的检测.

引理 2^[18] 对给定的对称矩阵

$$\Theta = \begin{bmatrix} \Theta_{11} & \Theta_{12} \\ \Theta_{12}^T & \Theta_{22} \end{bmatrix},$$

以下 3 个条件是等价的: 1) $\Theta < 0$; 2) $\Theta_{11} < 0$, $\Theta_{22} - \Theta_{12}^T \Theta_{11}^{-1} \Theta_{12} < 0$; 3) $\Theta_{22} < 0$, $\Theta_{11} - \Theta_{12} \Theta_{22}^{-1} \Theta_{12}^T < 0$.

3 基于观测器的一致性控制协议设计 (Observer-based consensus control protocol design)

由于系统状态部分可测, 且考虑到系统未知干扰的存在, 本文采用文献 [19] 中的未知输入观测器设计方法, 对每个子节点系统设计一个如下的观测器:

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{z}}_i = W\mathbf{z}_i + G\mathbf{u}_i + S\mathbf{y}_i + Mf(\hat{\mathbf{x}}_i), \\ \hat{\mathbf{x}}_i = \mathbf{z}_i - H\mathbf{y}_i, \end{cases} \quad (5)$$

这里: $W = MA - RC$, $G = MB$, $S = R(I + CH) - MAH$, $M = I + HC$, $H = U + YV$, 其中: Y, R 为待定的适维矩阵, 矩阵 U 和 V 可分别计算为

$$\begin{aligned} U &= -D((CD)^T(CD))^{-1}(CD)^T, \\ V &= I - (CD)((CD)^T(CD))^{-1}(CD)^T. \end{aligned}$$

同时, 矩阵 M 要求满足关系 $MD = 0$.

基于状态观测器 (5) 的估计信息, 设计如下的分布式一致性控制协议:

$$\mathbf{u}_i = K \sum_{j \in N_i} a_{ij} (\hat{\mathbf{x}}_j - \hat{\mathbf{x}}_i), \quad (6)$$

这里 K 表示控制增益矩阵.

定义状态估计误差 $\mathbf{e}_i = \hat{\mathbf{x}}_i - \mathbf{x}_i$. 根据式 (5) 并注意到 $M = I + HC$, 有

$$\mathbf{e}_i = \mathbf{z}_i - H\mathbf{y}_i - \mathbf{x}_i = \mathbf{z}_i - M\mathbf{x}_i. \quad (7)$$

对式 (7) 求导, 并根据式 (2) 和式 (5) 可得

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{e}}_i &= W\mathbf{z}_i + G\mathbf{u}_i + S\mathbf{y}_i + Mf(\hat{\mathbf{x}}_i) - \\ &M(A\mathbf{x}_i + f(\mathbf{x}_i) + B\mathbf{u}_i + D\xi_i) = \\ &W\mathbf{e}_i + (WM + SC - MA)\mathbf{x}_i + \\ &M(f(\hat{\mathbf{x}}_i) - f(\mathbf{x}_i)) + (G - MB)\mathbf{u}_i. \end{aligned} \quad (8)$$

注意到 $WM + SC - MA = 0$, $G = MB$. 因此

$$\dot{\mathbf{e}}_i = W\mathbf{e}_i + M(f(\hat{\mathbf{x}}_i) - f(\mathbf{x}_i)). \quad (9)$$

定义 $\mathbf{e} = (\mathbf{e}_1^T, \dots, \mathbf{e}_N^T)^T$. 进一步可得

$$\dot{\mathbf{e}} = (I_N \otimes W)\mathbf{e} + (I_N \otimes M) \begin{pmatrix} f(\hat{\mathbf{x}}_1) - f(\mathbf{x}_1) \\ \vdots \\ f(\hat{\mathbf{x}}_N) - f(\mathbf{x}_N) \end{pmatrix}. \quad (10)$$

根据式(2)和式(4), 有

$$\begin{aligned} \dot{\delta}_i &= A\delta_i + f(\mathbf{x}_i) - \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N f(\mathbf{x}_j) + \\ &BK \sum_{j \in N_i} a_{ij}(\hat{\mathbf{x}}_j - \hat{\mathbf{x}}_i) - \\ &\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \sum_{j \in N_i} BK a_{ij}(\hat{\mathbf{x}}_j - \hat{\mathbf{x}}_i) + D\bar{\xi}_i. \end{aligned} \quad (11)$$

根据无向拓扑结构的对称性, 即 $a_{ij} = a_{ji}$, 可知

$$\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \sum_{j \in N_i} BK a_{ij}(\hat{\mathbf{x}}_j - \hat{\mathbf{x}}_i) = 0. \quad (12)$$

同时, 注意到

$$\begin{aligned} &\sum_{j \in N_i} a_{ij}(\hat{\mathbf{x}}_j - \hat{\mathbf{x}}_i) = \\ &\sum_{j \in N_i} a_{ij}((\mathbf{x}_j - \mathbf{x}_i) + (\hat{\mathbf{x}}_j - \mathbf{x}_j) - (\hat{\mathbf{x}}_i - \mathbf{x}_i)) = \\ &\sum_{j \in N_i} a_{ij}(\mathbf{x}_j - \mathbf{x}_i + \mathbf{e}_j - \mathbf{e}_i). \end{aligned} \quad (13)$$

将式(12)–(13)代入式(11), 可得

$$\begin{aligned} \dot{\delta}_i &= A\delta_i + f(\mathbf{x}_i) - \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N f(\mathbf{x}_j) + \\ &BK \sum_{j \in N_i} a_{ij}(\delta_j - \delta_i) + \\ &BK \sum_{j \in N_i} a_{ij}(\mathbf{e}_j - \mathbf{e}_i) + D\bar{\xi}_i. \end{aligned} \quad (14)$$

令 $\delta = (\delta_1^T, \dots, \delta_N^T)^T$, 进一步有

$$\begin{aligned} \dot{\delta} &= (I_N \otimes A)\delta + \begin{pmatrix} f(\mathbf{x}_1) - \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N f(\mathbf{x}_j) \\ \vdots \\ f(\mathbf{x}_N) - \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N f(\mathbf{x}_j) \end{pmatrix} - \\ &(L \otimes BK)\delta - (L \otimes BK)\mathbf{e} + (I_N \otimes D)\bar{\xi}. \end{aligned} \quad (15)$$

下面, 本文给出本文的一个主要结论.

定理 1 考虑由 N 个非线性智能体(2)所构成的连通网络系统. 对于给定的拉普拉斯矩阵特征根 λ_i ($i = 2, \dots, N$), 正常数 γ 和 a , 如果存在 n 维的正定矩阵 P_1, P_2 , 以及适当维数的矩阵 Q, \bar{Y}, \bar{R} , 使得

$$\begin{bmatrix} \Omega_{i1} & P_1 D & -\lambda_i Q & 0 & P_1 \\ * & -a^2 I & 0 & 0 & 0 \\ * & * & \Omega_{33} & \Omega_{34} & 0 \\ * & * & * & -I & 0 \\ * & * & * & * & -\frac{1}{\gamma} I \end{bmatrix} < 0, \quad i = 2, \dots, N, \quad (16)$$

其中:

$$\begin{aligned} \Omega_{i1} &= P_1 A + A^T P_1 - \lambda_i Q - \lambda_i Q^T + (\gamma + 1)I, \\ \Omega_{33} &= ((I + UC)A)^T P_2 + P_2(I + UC)A + \\ &(VCA)^T \bar{Y}^T + \bar{Y}VCA - C^T \bar{R}^T - \\ &\bar{R}C + \gamma I, \\ \Omega_{34} &= \sqrt{\gamma}(P_2(I + UC) + \bar{Y}VC), \end{aligned}$$

那么在控制协议(6)(其中, 由 P_1 和 Q 可计算控制增益矩阵 $K = (B^T B)^{-1} B^T P_1^{-1} Q$)和观测器(5)(其中, 由 P_2, \bar{Y}, \bar{R} 可得 $Y = P_2^{-1} \bar{Y}, R = P_2^{-1} \bar{R}$)的作用下, 网络化系统取得同步一致且满足性能指标 $J_T < a$.

证 选取 Lyapunov 函数

$$V = \delta^T (I_N \otimes P_1) \delta + \mathbf{e}^T (I_N \otimes P_2) \mathbf{e}, \quad (17)$$

这里: δ 和 \mathbf{e} 分别表示同步误差矢量和观测误差矢量, P_1 和 P_2 为正定矩阵.

根据式(10)和式(15), 对式(17)两边求导可得

$$\begin{aligned} \dot{V} &= \\ &2\delta^T (I_N \otimes P_1) ((I_N \otimes A)\delta + \\ &\begin{pmatrix} f(\mathbf{x}_1) - \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N f(\mathbf{x}_j) \\ \vdots \\ f(\mathbf{x}_N) - \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N f(\mathbf{x}_j) \end{pmatrix} - (L \otimes BK)\delta - \\ &(L \otimes BK)\mathbf{e} + (I_N \otimes D)\bar{\xi}) + 2\mathbf{e}^T (I_N \otimes P_2) \cdot \\ &((I_N \otimes W)\mathbf{e} + (I_N \otimes M) \begin{pmatrix} f(\hat{\mathbf{x}}_1) - f(\mathbf{x}_1) \\ \vdots \\ f(\hat{\mathbf{x}}_N) - f(\mathbf{x}_N) \end{pmatrix}) = \\ &2\delta^T (I_N \otimes (P_1 A))\delta + 2 \sum_{i=1}^N \delta_i^T P_1 (f(\mathbf{x}_i) - \\ &\frac{1}{N} \sum_{j=1}^N f(\mathbf{x}_j)) - 2\delta^T (L \otimes (P_1 BK))\delta - \\ &2\delta^T (L \otimes (P_1 BK))\mathbf{e} + 2\delta^T (I_N \otimes (P_1 D))\bar{\xi} + \\ &2\mathbf{e}^T (I_N \otimes (P_2 W))\mathbf{e} + \\ &2 \sum_{i=1}^N \mathbf{e}_i^T P_2 M (f(\hat{\mathbf{x}}_i) - f(\mathbf{x}_i)). \end{aligned} \quad (18)$$

注意到

$$\begin{aligned} &2 \sum_{i=1}^N \delta_i^T P_1 (f(\mathbf{x}_i) - \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N f(\mathbf{x}_j)) = \\ &2 \sum_{i=1}^N \delta_i^T P_1 (f(\mathbf{x}_i) - f(\bar{\mathbf{x}}) + f(\bar{\mathbf{x}}) - \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N f(\mathbf{x}_j)) = \\ &2 \sum_{i=1}^N \delta_i^T P_1 (f(\mathbf{x}_i) - f(\bar{\mathbf{x}})). \end{aligned} \quad (19)$$

这里, 本文利用了等式关系 $\sum_{i=1}^N \delta_i = 0$, 即

$$\begin{aligned} & \sum_{i=1}^N \delta_i^T P_1 (f(\bar{x}) - \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N f(x_j)) = \\ & (\sum_{i=1}^N \delta_i^T) P_1 (f(\bar{x}) - \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N f(x_j)) = 0. \end{aligned}$$

根据假设1以及Young不等式, 有

$$\begin{aligned} & 2\delta_i^T P_1 (f(x_i) - f(\bar{x})) \leq 2\gamma \|\delta_i^T P_1\| \cdot \|\delta_i\| \leq \\ & \delta_i^T (\gamma P_1 P_1 + \gamma I) \delta_i, \\ & 2e_i^T P_2 M (f(\hat{x}_i) - f(x_i)) \leq 2\gamma \|e_i^T P_2 M\| \|e_i\| \leq \\ & e_i^T (\gamma P_2 M M^T P_2 + \gamma I) e_i. \end{aligned} \quad (20)$$

将式(19)–(20)代入式(18), 可得

$$\begin{aligned} \dot{V} \leq & 2\delta^T (I_N \otimes (P_1 A)) \delta + \delta^T (I_N \otimes (\gamma P_1 P_1 + \gamma I)) \delta - \\ & 2\delta^T (L \otimes (P_1 B K)) \delta - 2\delta^T (L \otimes (P_1 B K)) e + \\ & 2\delta^T (I_N \otimes (P_1 D)) \bar{\xi} + 2e^T (I_N \otimes (P_2 W)) e + \\ & e^T (I_N \otimes (\gamma P_2 M M^T P_2 + \gamma I)) e. \end{aligned} \quad (21)$$

定义

$$\begin{aligned} \varphi &= (\varphi_1^T, \dots, \varphi_N^T)^T = (\Pi^T \otimes I_n) \delta, \\ \sigma &= (\sigma_1^T, \dots, \sigma_N^T)^T = (\Pi^T \otimes I_n) e, \\ \zeta &= (\zeta_1^T, \dots, \zeta_N^T)^T = (\Pi^T \otimes I_n) \bar{\xi}. \end{aligned}$$

这里, Π 为式(1)中的正交矩阵 Π . 显然, $\varphi_1 = 0, \zeta_1 = 0$. 将式(21)中的变量 $\delta, e, \bar{\xi}$ 分别转换成变量 φ, σ, ζ 后, 可得

$$\begin{aligned} \dot{V} \leq & 2\varphi^T (I_N \otimes (P_1 A)) \varphi + \varphi^T (I_N \otimes (\gamma P_1 P_1 + \gamma I)) \varphi - \\ & 2\varphi^T (L \otimes (P_1 B K)) \varphi - 2\varphi^T (L \otimes (P_1 B K)) \sigma + \\ & 2\varphi^T (I_N \otimes (P_1 D)) \zeta + 2\sigma^T (I_N \otimes (P_2 W)) \sigma + \\ & \sigma^T (I_N \otimes (\gamma P_2 M M^T P_2 + \gamma I)) \sigma \leq \\ & 2 \sum_{i=2}^N \varphi_i^T (P_1 A - \lambda_i P_1 B K) \varphi_i + \\ & \sum_{i=2}^N \varphi_i^T (\gamma P_1 P_1 + \gamma I) \varphi_i - 2 \sum_{i=2}^N \lambda_i \varphi_i^T P_1 B K \sigma_i + \\ & 2 \sum_{i=1}^N \varphi_i^T P_1 D \zeta_i + 2 \sum_{i=1}^N \sigma_i^T P_2 W \sigma_i + \\ & \sum_{i=1}^N \sigma_i^T (\gamma P_2 M M^T P_2 + \gamma I) \sigma_i \leq \\ & \sum_{i=2}^N \varphi_i^T (P_1 (A - \lambda_i B K) + (A - \lambda_i B K)^T P_1 + \\ & \gamma P_1 P_1 + \gamma I) \varphi_i - \sum_{i=2}^N 2\lambda_i \varphi_i^T P_1 B K \sigma_i + \\ & 2 \sum_{i=1}^N \varphi_i^T P_1 D \zeta_i + \sum_{i=1}^N \sigma_i^T (P_2 W + W^T P_2) \sigma_i + \\ & \sum_{i=1}^N \sigma_i^T (\gamma P_2 M M^T P_2 + \gamma I) \sigma_i. \end{aligned} \quad (22)$$

首先考虑干扰输入 $\xi_i = 0$, 即 $\zeta_i = 0$ 时, 多智能体系统状态的渐近同步收敛性. 令 $\phi_i = (\varphi_i^T, \sigma_i^T)^T$. 当 $\zeta_i = 0$ 时, 式(22)可改写为

$$\dot{V} \leq \sum_{i=2}^N \phi_i^T \Xi_{1i} \phi_i + \sigma_1^T \Psi_{22} \sigma_1, \quad (23)$$

其中:

$$\Xi_{1i} = \begin{bmatrix} \Psi_{i1} & -\lambda_i P_1 B K \\ * & \Psi_{22} \end{bmatrix},$$

$$\Psi_{i1} = P_1 (A - \lambda_i B K) + (A - \lambda_i B K)^T P_1 + \gamma P_1 P_1 + \gamma I,$$

$$\Psi_{22} = P_2 W + W^T P_2 + \gamma P_2 M M^T P_2 + \gamma I.$$

根据文献[19], $\Psi_{22} < 0$ 等价于 $\begin{bmatrix} \Omega_{33} & \Omega_{34} \\ * & -I \end{bmatrix} < 0$.

令 $Q = P_1 B K$. 由式(16)和引理2可得: $\Xi_{1i} < 0, \Psi_{22} < 0$. 进而, $\dot{V} < 0$. 因此多智能体系统的状态观测器误差以及状态同步误差渐近收敛于零.

下面分析零初始条件下, 即 $V(0) = 0$, 系统在未知干扰输入 $\xi_i \in L_2[0, \infty)$ 下的抗干扰性能. 考虑如下的性能指标:

$$\begin{aligned} J &= \int_0^\tau (\delta^T \delta - a^2 \bar{\xi}^T \bar{\xi}) dt = \\ & \int_0^\tau (\varphi^T \varphi - a^2 \zeta^T \zeta) dt = \\ & \int_0^\tau (\varphi^T \varphi - a^2 \zeta^T \zeta + \dot{V}(t)) dt - V(\tau). \end{aligned} \quad (24)$$

根据式(22), 可得

$$J \leq \int_0^\tau (\sum_{i=2}^N \psi_i^T \Xi_{2i} \psi_i) dt - V(\tau). \quad (25)$$

这里:

$$\psi_i = (\varphi_i^T, \zeta_i^T, \sigma_i^T)^T,$$

$$\Xi_{2i} = \begin{bmatrix} \Omega_{i1} + \gamma P_1 P_1 & P_1 D & -\lambda_i Q \\ * & -a^2 I & 0 \\ * & * & \Psi_{22} \end{bmatrix}.$$

由式(16)和引理2, 可知 $\Xi_{2i} < 0$. 因此 $J < 0$, 即

$$\sqrt{\int_0^\tau \delta^T(t) \delta(t) dt} < a \sqrt{\int_0^\tau \bar{\xi}^T(t) \bar{\xi}(t) dt}.$$

故结论成立. 证毕.

注 1 文献[19]提出了针对单个系统的未知输入观测器设计方法, 本文则将文献[19]的方法推广应用到多个互联的系统中, 解决了存在外界干扰且系统部分状态可测条件下的一致性控制协议的设计与分析问题. 同时注意到, 该方法要求干扰分布矩阵 D 满足 CD 为列满秩.

注 2 当干扰输入 $\xi_i = 0$, 多智能体系统的状态观测器误差以及状态同步误差渐近收敛于零. 由 $\delta_i \rightarrow 0, i = 1, 2, \dots, N$, 可知 $C\delta_i = Cx_i - \frac{1}{N} C \sum_{j=1}^N x_j = y_i - \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N y_j \rightarrow$

0, $i = 1, 2, \dots, N$, 即采用本文的分布式控制协议(6)也可实现具有性能保证的输出同步控制目标。

4 基于观测器的故障检测算法(Observer-based fault detection algorithm)

当智能体 i 发生故障或受到外界攻击时, 上节的算法将不再保证 $e_i = \hat{x}_i - x_i \rightarrow 0$, 进而多智能体系统的一致性能也无法保证。针对该情形, 本文需要设计智能体的故障检测算法。

对出现故障的智能体 i , 其数学模型可描述为

$$\begin{cases} \dot{x}_i = Ax_i + f(x_i) + Bu_i + \\ D\xi_i + s(t - T_0)\Delta_i(t), \\ y_i = Cx_i. \end{cases} \quad (26)$$

这里: $\Delta_i(t)$ 表示故障项, 当 $t < T_0$ 时, $s(t - T_0) = 0$; 当 $t \geq T_0$ 时, $s(t - T_0) = 1$ 。

根据式(5)和式(26), 可得

$$\begin{aligned} \dot{e}_i &= We_i + M(f(\hat{x}_i) - f(x_i)) - \\ &Ms(t - T_0)\Delta_i(t). \end{aligned} \quad (27)$$

下面, 本文给出故障节点的检测算法。

定理 2 取自适应阈值

$$r_i(t) = \frac{\sigma_{\max}(C^T C)\lambda_{\max}(P_2)}{\lambda_{\min}(P_2)} e^{-\frac{\bar{\lambda}}{\lambda_{\max}(P_2)}(t-t_0)} \|e(t_0)\|^2. \quad (28)$$

这里:

$$\begin{aligned} \bar{\lambda} &= -\lambda_{\max}(P_2W + W^T P_2 + \\ &(\gamma + \varepsilon_1)P_2MM^T P_2 + \gamma I), \end{aligned}$$

$\varepsilon_1 > 0$ 为常数。当输出估计误差 $\tilde{y}_i = Ce_i$ 满足条件 $\|\tilde{y}_i(t)\|^2 > r_i(t)$ 时, 则可判断智能体 i 发生了故障。

证 选择 Lyapunov 函数

$$V_i = e_i^T P_2 e_i.$$

根据式(27), 对 V_i 求导可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_i &= 2e_i^T P_2 (We_i + M(f(\hat{x}_i) - f(x_i)) - \\ &s(t - T_0)\Delta_i(t)). \end{aligned} \quad (29)$$

注意到式(20)以及

$$2e_i^T P_2 M \Delta_i(t) \leq \varepsilon_1 e_i^T P_2 M M^T P_2 e_i + \frac{1}{\varepsilon_1} \Delta_i^T \Delta_i.$$

进一步可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_i &\leq e_i^T (P_2W + W^T P_2 + (\gamma + \varepsilon_1)P_2MM^T P_2 + \\ &\gamma I) e_i + \frac{1}{\varepsilon_1} \Delta_i^T \Delta_i. \end{aligned} \quad (30)$$

由定理1可知

$$P_2W + W^T P_2 + \gamma P_2MM^T P_2 + \gamma I < 0.$$

因此, 存在一个常数 $\varepsilon_1 > 0$ 使得 $P_2W + W^T P_2 +$

$(\gamma + \varepsilon_1)P_2MM^T P_2 + \gamma I < 0$ 。根据 $\bar{\lambda}$ 的定义, 有

$$\dot{V}_i \leq -\frac{\bar{\lambda}}{\lambda_{\max}(P_2)} V_i + \frac{1}{\varepsilon_1} \Delta_i^T \Delta_i. \quad (31)$$

进一步可得

$$\begin{aligned} V_i &\leq e^{-\frac{\bar{\lambda}}{\lambda_{\max}(P_2)}(t-t_0)} V_i(t_0) + \\ &\int_{T_0}^t \frac{1}{\varepsilon_1} e^{-\frac{\bar{\lambda}}{\lambda_{\max}(P_2)}(t-\tau)} \Delta_i^T \Delta_i d\tau. \end{aligned} \quad (32)$$

根据 $\lambda_{\min}(P_2)\|e_i\|^2 \leq V_i \leq \lambda_{\max}(P_2)\|e_i\|^2$, 有

$$\begin{aligned} \lambda_{\min}(P_2)\|e_i\|^2 &\leq \\ \lambda_{\max}(P_2)e^{-\frac{\bar{\lambda}}{\lambda_{\max}(P_2)}(t-t_0)}\|e_i(t_0)\|^2 &+ \\ \int_{T_0}^t \frac{1}{\varepsilon_1} e^{-\frac{\bar{\lambda}}{\lambda_{\max}(P_2)}(t-\tau)} \Delta_i^T \Delta_i d\tau. \end{aligned} \quad (33)$$

注意到 $\tilde{y}_i^T \tilde{y}_i = e_i^T C^T C e_i \leq \sigma_{\max}(C^T C)\|e_i\|^2$, 因此

$$\begin{aligned} \frac{\lambda_{\min}(P_2)}{\sigma_{\max}(C^T C)}\|\tilde{y}_i\|^2 &\leq \\ \lambda_{\max}(P_2)e^{-\frac{\bar{\lambda}}{\lambda_{\max}(P_2)}(t-t_0)}\|e_i(t_0)\|^2 &+ \\ \int_{T_0}^t \frac{1}{\varepsilon_1} e^{-\frac{\bar{\lambda}}{\lambda_{\max}(P_2)}(t-\tau)} \Delta_i^T \Delta_i d\tau. \end{aligned} \quad (34)$$

当

$$\begin{aligned} \|\tilde{y}_i(t)\|^2 &> r_i(t) = \\ \lambda_{\max}(P_2) \frac{\sigma_{\max}(C^T C)}{\lambda_{\min}(P_2)} \cdot e^{-\frac{\bar{\lambda}}{\lambda_{\max}(P_2)}(t-t_0)}\|e_i(t_0)\|^2 \end{aligned}$$

时, 必定存在 $\Delta_i(t) \neq 0$, 即智能体 i 发生了故障。

证毕。

注 3 不同于现有的一致性控制算法^[1-17], 本文所提出的基于未知输入非线性观测器的一致性控制算法可实现以下两个目标: 第一, 实现部分状态可测条件下的系统状态同步控制, 同时, 算法能够保证给定的 L_2 干扰抑制性能指标; 第二, 实现网络化非线性系统故障节点的检测与控制。当采用定理2中的算法检测到故障节点后, 可进一步采用自修复^[20]或隔离措施来实现多智能体系统的一致性控制目标。

5 仿真与分析(Simulation and analysis)

图1为直流电机驱动的单摆系统。直流电机电枢回路的电动势平衡方程为

$$L \frac{di}{dt} + Ri + E = u. \quad (35)$$

这里: i 表示电枢电流, L 为电枢回路的自感系数, R 为电枢回路的电阻, u 为电枢绕组上的端电压, E 为感应电动势。由牛顿第二定律, 可得到单摆的运动模型

$$ml^2 \ddot{\theta} = -mgl \sin \theta + T, \quad (36)$$

其中: θ 表示单摆的摆角, m 表示摆球的质量, l 为摆杆的长度, T 为电机产生的拖动转矩。引入转矩常数 k_T 和电动势常数 k_E , 并根据电机感应电动势和转矩计算方程可得

$$E = k_E \dot{\theta}, \quad (37)$$

$$T = k_T i. \quad (38)$$

根据式(35)–(38)可得

$$\begin{cases} \ddot{\theta} = -\frac{g}{l} \sin \theta + \frac{k_T i}{ml^2}, \\ \dot{i} = -\frac{R}{L} i - \frac{k_E}{L} \dot{\theta} + \frac{u}{L}. \end{cases} \quad (39)$$

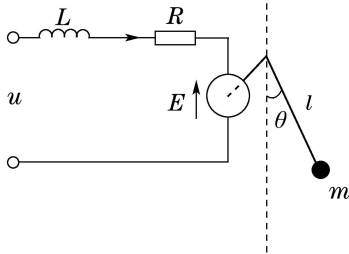


图 1 直流电机驱动的单摆系统

Fig. 1 The simple pendulum system driven by DC motor

考虑由4个直流电机驱动的单摆所构成的网络系统, 其拓扑结构如图2所示, 即图2给出了单摆间进行信息交互的双向通信路径. 仿真中, 每个单摆系统的运动模型取为

$$\begin{cases} \dot{x}_{i1} = x_{i2}, \\ \dot{x}_{i2} = -0.5 \sin x_{i1} + x_{i3} + d_i, \\ \dot{x}_{i3} = -x_{i3} - 0.1x_{i2} + u_i + d_i. \end{cases} \quad (40)$$

这里: x_{i1} 表示单摆的角位移, x_{i2} 表示单摆的角速度, x_{i3} 表示电机电枢电流, u_i 表示控制输入, $d_i = 0.01 \sin t$ 表示外界干扰. 令 $\mathbf{x}_i = (x_{i1}, x_{i2}, x_{i3})^T$, 式(40)可整理成如下的形式:

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}}_i &= \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -0.1 & -1 \end{bmatrix} \mathbf{x}_i + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} u_i + \\ & (0, -0.5 \sin x_{i1}, 0)^T + (0, 1, 1)^T d_i, \\ & i = 1, \dots, 4. \end{aligned} \quad (41)$$

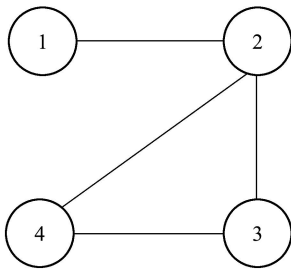


图 2 通信拓扑

Fig. 2 The communication topology

当每个单摆只有角位移 x_{i1} 和电枢电流 x_{i3} 可测时, 输出可表示为

$$\mathbf{y}_i = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \mathbf{x}_i. \quad (42)$$

为实现4个单摆状态量的一致性, 采用本文给出的基于观测器的一致性算法进行控制协议的设计. 取 $a = 0.4, \gamma = 0.55$. 根据定理1, 求得控制协议增益 $K = (1.2370, 1.4410, 4.6434)$, 观测器(5)中的参数为

$$\begin{aligned} H &= \begin{pmatrix} -1.5145 & 0 \\ -8.0409 & -1 \\ -0.0037 & -1 \end{pmatrix}, M = \begin{pmatrix} -0.5145 & 0 & 0 \\ -8.0409 & 1 & -1 \\ -0.0037 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \\ W &= \begin{pmatrix} -7.6917 & -0.5145 & -0.8737 \\ -71.3738 & -7.9409 & -7.7650 \\ 0.1304 & -0.0037 & -0.6142 \end{pmatrix}, \\ G &= \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}, S = \begin{pmatrix} -8.0976 & -0.5145 \\ -100.6027 & -5.9409 \\ 0.0349 & -0.0037 \end{pmatrix}. \end{aligned}$$

图3和图4分别给出了单摆系统的角位移和电机电枢电流曲线. 为表明干扰对一致性的影响, 图5和图6分别给出了时间段[35, 45]间放大的单摆角位移和电机电枢电流曲线. 仿真结果表明, 4个单摆的角位移和电机电枢电流实现同步, 且对外界干扰具有良好的抑制性能. 由于单摆角速度不能直接测量, 可采用未知输出观测器对单摆的角速度进行估计. 图7表明各个观测器的角速度估计误差渐近收敛于零. 从观测器的角速度观测值(见图8)可以看出, 4个单摆的角速度也实现了同步.

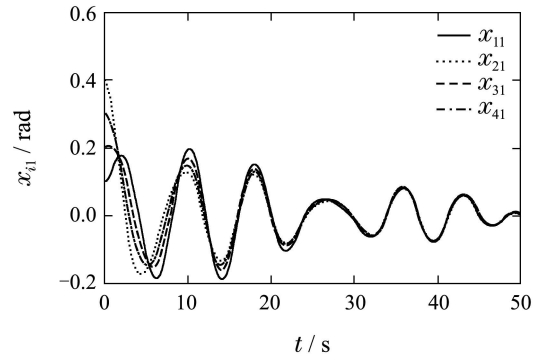


图 3 单摆的角位移

Fig. 3 The angular displacements of the simple pendulums

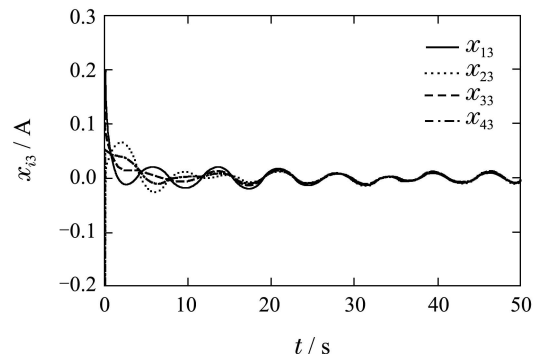


图 4 电机电枢电流

Fig. 4 The armature currents of the motors

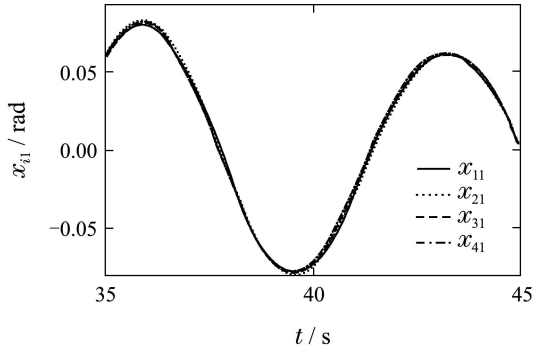


图5 单摆在[35, 45]间的角位移

Fig. 5 The angular displacements of the simple pendulums between 35 s and 45 s

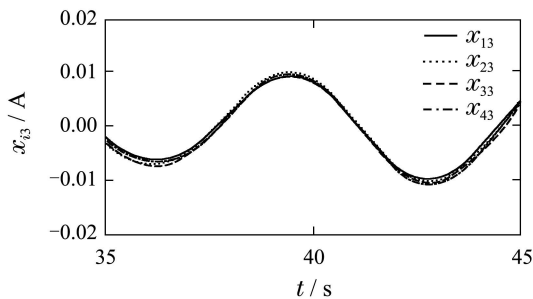


图6 电机在[35, 45]间的电枢电流

Fig. 6 The armature currents of the motors between 35 s and 45 s

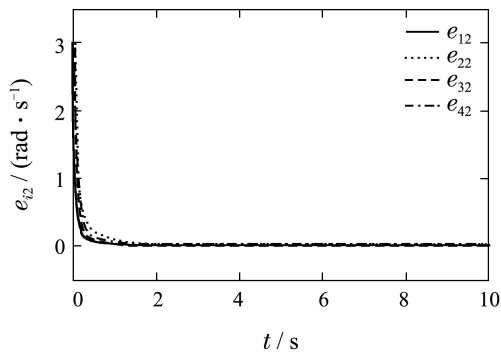


图7 角速度估计误差量

Fig. 7 The velocity estimation errors

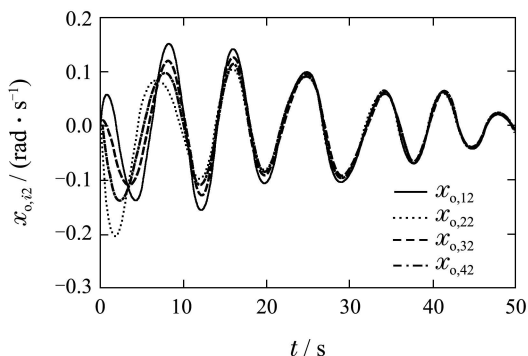


图8 单摆角速度

Fig. 8 The angular velocities of the simple pendulums

假设单摆1在 $t = 10$ s时刻发生了故障, 仿真中令 $\Delta_i(t) = 4 \sin(2t)$. 图9给出了残差值 $\|\tilde{y}_i\|^2$, $i = 1, \dots, 4$. 显然, 单摆1的残差值 $\|\tilde{y}_1\|^2$ 在 $t = 10$ s时刻发生了突变, 而其他单摆的残差值渐近收敛于零. 根据定理2, 可以判断单摆1为故障节点.

假设单摆2发生了故障, 整个网络系统将无法实现一致同步. 此时, 本文可采用文献[20]中的方法, 通过隔离节点2并重构节点1与节点3, 4间的连通拓扑, 实现健康节点状态的最终一致同步.

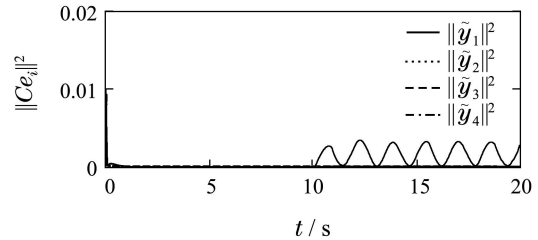


图9 单摆的残差值

Fig. 9 The residual errors of the simple pendulums

6 结论(Conclusions)

本文针对状态量部分可测的非线性多智能体系统, 提出了一种基于观测器的一致性控制协议设计方法. 在满足干扰抑制性能指标的前提下, 给出了实现鲁棒一致性的充分条件. 考虑到网络系统的故障会影响系统的一致性控制目标, 本文给出了一种基于自适应阈值的故障检测方法, 实现了对节点故障的检测, 通过采用自修复算法可提高网络系统的鲁棒性能. 最后的数值仿真实例验证了算法的可行性.

参考文献(References):

- [1] JADBABAIE A, LIN J, MORSE A S. Coordination of groups of mobile agents using nearest neighbor rules [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2003, 48(6): 988 – 1001.
- [2] OLFATI-SABER R, MURRAY R M. Consensus problems in networks of agents with switching topology and time-delays [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2004, 49(9): 1520 – 1533.
- [3] REN W, BEARD R W. Consensus seeking in multi-agent systems under dynamically changing interaction topologies [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2005, 50(5): 655 – 611.
- [4] HONG Y, GAO L, CHENG D, et al. Lyapunov-Based approach to multiagent systems with switching jointly connected interconnection [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2007, 52(5): 943 – 948.
- [5] CHEN G, LEWIS F L. Coordination of networked systems on digraphs with multiple leaders via pinning control [J]. *International Journal of Systems Science*, 2012, 43(2): 368 – 384.
- [6] REN W, BEARD R W, ATKINS E M. A survey of consensus problem in multiagent coordination [C] // *Proceedings of the American Control Conference*. Portland: IEEE, 2005: 1859 – 1864.
- [7] OLFATI-SABER R, FAX J A, MURRAY R M. Consensus and cooperation in networked multi-agent systems [J]. *Proceedings of the IEEE*, 2007, 95(1): 215 – 233.
- [8] 楚天广, 杨正东, 邓魁英, 等. 群体动力学与协调控制研究中的若干问题 [J]. *控制理论与应用*, 2010, 27(1): 86 – 93.

- (CHU Tianguang, YANG Zhengdong, DENG Kuiying, et al. Problems in swarm dynamics and coordinated control [J]. *Control Theory & Applications*, 2010, 27(1): 86 – 93.)
- [9] 洪奕光, 翟超. 多智能体系统动态协调与分布式控制设计 [J]. *控制理论与应用*, 2011, 28(10): 1506 – 1512.
(HONG Yiguang, ZHAI Chao. Dynamic coordination and distributed control design of multi-agent systems [J]. *Control Theory & Applications*, 2011, 28(10): 1506 – 1512.)
- [10] OLFATI-SABER R. Distributed Kalman filter with embedded consensus filters [C] // *Proceedings of the 44th IEEE Conference on Decision and Control and European Control Conference*. Piscataway, NJ: IEEE, 2005: 8179 – 8184.
- [11] LIN P, JIA Y, LI L. Distributed robust H_∞ consensus control in directed networks of agents with time-delay [J]. *Systems & Control Letters*, 2008, 57(8): 643 – 653.
- [12] 刘佳, 刘忠信, 陈增强. 基于时变时滞动态拓扑网络的多智能体鲁棒 H_∞ 一致性控制 [C] // 29届中国控制会议. 北京: IEEE, 2010: 4512 – 4517.
(LIU Jia, LIU Zhongxin, CHEN Zengqiang. Robust H_∞ consensus control for multi-agent system with dynamic topologies and time-varying delays [C] // *Proceedings of the 29th Chinese Control Conference*. Beijing: IEEE, 2010: 4512 – 4517.)
- [13] LIN P, JIA Y. Robust H_∞ consensus analysis of a class of second-order multi-agent systems with uncertainty [J]. *IET Control Theory and Application*, 2010, 4(3): 487 – 498.
- [14] 莫立坡, 周艳杰, 周洪波. 带Leader的不确定高阶多智能体系统的 $L_2 - L_\infty$ 一致 [J]. *控制理论与应用*, 2012, 29(9): 1125 – 1131.
(MO Lipo, ZHOU Yanjie, ZHOU Hongbo. L-two-L-infinity consensus in uncertain high-order multi-agent systems with a leader [J]. *Control Theory & Applications*, 2012, 29(9): 1125 – 1131.)
- [15] KIM H, SHIM H, SEO J H. Output consensus of heterogeneous uncertain linear multi-agent systems [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2011, 56(1): 200 – 206.
- [16] LI S, FENG G, WANG J, et al. Linear output regulation of heterogeneous networked systems based on distributed adaptive dynamic state feedback [C] // *Proceedings of the IEEE Conference on Information and Automation*. Shenyang: IEEE, 2012: 265 – 270.
- [17] HONG Y, WANG X, JIANG Z. Distributed output regulation of leader-follower multi-agent systems [J]. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 2013, 23(1): 48 – 66.
- [18] 俞立. 鲁棒控制——线性矩阵不等式处理方法 [M]. 北京: 清华大学出版社, 2002.
(YU Li. *Robust Control – LMI Method* [M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2002.)
- [19] CHEN W, SAIF M. Unknown input observer design for a class of nonlinear: an LMI approach [C] // *Proceedings of the 2006 American Control Conference*. Minneapolis: IEEE, 2006: 834 – 838.
- [20] 张飞, 陈卫东. 移动机器人编队自修复的切换拓扑控制 [J]. *控制理论与应用*, 2010, 27(3): 289 – 295.
(ZHANG Fei, CHEN Weidong. Switched topology control for self-healing of mobile robot formation [J]. *Control Theory & Applications*, 2010, 27(3): 289 – 295.)

作者简介:

陈刚 (1976–), 男, 博士, 教授, 主要研究方向为分布式协调控制、网络控制、非线性控制和智能控制, E-mail: chengang@cqu.edu.cn;

林青 (1990–), 男, 硕士研究生, 主要研究方向为分布式协调控制, E-mail: ylongcqu@163.com