DOI: 10.7641/CTA.2014.30595

平流层卫星建模与基于分级模型的轨道控制

徐明,霍伟*

(北京航空航天大学 第七研究室,北京 100191;北京航空航天大学 飞行器控制一体化技术重点实验室,北京 100191)

摘要:为实现平流层卫星在平流层大气环流作用下环某一纬度飞行,需对平流层卫星经度方向轨迹进行控制.根据Lagrange方程建立了其六自由度的动力学模型,在基于模型的直接输入输出反馈线性化无法实现的情况下,按"舵控制帆、帆控制绳和绳控制球"的工作原理将系统分为3个级联子系统,并对3个子系统分别设计控制器来实现 "舵控制球"的轨迹控制.仿真结果表明所设计的控制器性能良好.

关键词: 平流层卫星; 建模; 轨迹控制; 反馈线性化

中图分类号: TP273 文献标识码: A

Modeling of a stratospheric satellite and the orbit control based on hierarchical models

XU Ming, HUO Wei[†]

(The Seventh Research Division, Beihang University, Beijing 100191, China; Science and Technology on Aircraft Control Laboratory, Beihang University, Beijing 100191, China)

Abstract: To implement the flight of stratospheric satellites along latitudinal orbits in atmospheric circulation, the longitudinal trajectories of the stratospheric satellite must be controlled. First, the 6-DOF dynamic model of a stratospheric satellite is established based on the Lagrange dynamic formulation for the longitudinal trajectory control design. Because the input/output linearization method is not applicable to this model, the whole system is decomposed into three cascaded subsystems based on the flight-control mechanism of the satellite, i.e. the rudder controls the stratosail, the stratosail supports the tether, and the tether drags the balloon; and then, three separate controllers are developed for each subsystems to achieve the trajectory control of the balloon via the rudder. Simulation results demonstrate the effectiveness of the proposed controllers.

Key words: stratospheric satellite; modeling; trajectory control; feedback linearization

1 引言(Introduction)

平流层为海拔10km至50km的空间范围,其下方的大气能为大多数航空器提供持续飞行的升力,而其上方则是卫星环轨道飞行的良好场所^[1].随着人类对空间资源的不断开发,平流层的稳定气流环境使得平流层飞行器的研究得到更多的关注.从目前研究状况来看,关注较多的有高超速飞行器^[2]、平流层飞艇^[3]、太阳能飞机^[4]和平流层气球^[5],相比前3种飞行器,平流层气球在具有结构简单、成本低廉、载荷量大等优点同时也存在着可控性差的问题.平流层大气稳定,对流较少,东西向的气流占绝大多数,同时风速随高度变化.为了加强平流层气球的可控性,基于平流层的气流特点美国的Global Aerospace公司提出了平流层卫星的概念^[6].平流层卫星由气球、吊舱、系绳和气动帆等组成.其中气球位于海拔35公里左右的高空

并通过长达10余公里的系绳与位于海拔20公里左右 的气动帆相连, 吊舱悬挂于气球上. 一般地, 平流层卫 星的气球和气动帆的风速差可达25 m/s左右, 这使得 气动帆能产生足够的气动力来控制气球沿经度方向 的运动, 从而实现在平流层大气环流的作用下的环某 一纬度方向轨道飞行^[7]. 多个平流层卫星组成的"星 座"更可以实现区域性甚至是全球性覆盖^[8–9], 这无 疑使其在环境监测和通信导航等领域具有光明的应 用前景.

近年来,在美国NASA气球项目支持下,先后数次 的平流层卫星环南极飞行取得了成功^[10-12];在国内, 西北工业大学的符文星教授等首先引入了"平流层卫 星"的概念,并对其进行了一系列建模和控制的深入 研究^[13-15],并给出了相关仿真结果.符文星等人的研 究工作基于平流层卫星的简化模型^[13,15],该模型描述

收稿日期: 2013-06-14; 录用日期: 2013-09-17.

[†]通信作者. E-mail: whuo@163.com.

基金项目:国家自然学基金资助项目(61074010).

系统在垂直平面内的运动状况,但由于在建模中忽略 了系绳约束,系绳端点的位置不确定,就无法保证系 绳传递的控制力,无法实现最终控制效果.Kerry T. Nock等人将平流层卫星近似处理为受力平衡系统进 行分段控制^[16],这降低了平流层卫星控制难度,但难 以保证控制精度,很难适应环纬度飞行的要求.

本文基于平流层卫星的基本工作原理推导了其六 自由度动力学模型.对于平流层卫星而言,其控制目 标为实现经度方向的轨迹跟踪.然而,本文证明了根 据系统整体动力学方程无法直接应用输入输出线性 化方法设计舵偏角控制律实现平流层卫星经向轨迹 跟踪.考虑到控制的实际过程是:方向舵改变气动帆 姿态产生的控制力通过系绳最终作用于气球,简而言 之就是"舵控制帆,帆控制绳,绳控制球",这样就可 将系统的输入输出问题(即舵控制球)分解为3个子问 题.首先设计实现气球期望轨迹的期望系绳偏角,再 根据期望系绳偏角来设计气动帆的期望偏航角,最后 由期望偏航角来设计气动帆的舵偏角,以此来实现气 球经度方向轨迹控制.仿真中通过平流层卫星的变轨 控制验证了所提出控制器有效.

2 建模(Modeling)

考虑到卫星经度方向轨迹控制的任务,可将气球 和系绳视为刚体并认为系绳始终处于直线状态. 气球 绕铅直轴转动对于平流层卫星的经度方向轨迹控制 任务并无多大影响,而其他方向上的转动在卫星运动 过程中可忽略不计,故只考虑气球质心的三自由度运 动.系绳足够长以至于其质量不能忽略,这里视其为 匀质刚体并用两个角度的变化来描述系绳的运动. 这 样,气动帆的位置在气球和系绳的位置确定后也就相 应确定了. 气动帆工作时气动力方向垂直于其主翼面, 而主翼面处于自然下垂状态,因而只考虑其绕铅直轴 的转动. 这样,平流层卫星系统的运动就可用六自由 度的动力学方程来描述.

综上,提出以下假设:1)视地面坐标系为惯性坐标 系;2)气球始终处于浮重平衡状态且不考虑其转动; 3)系绳为直线状并忽略其扭转及气动力影响;4)帆始 终于铅垂面内运动;5)忽略垂直方向气流影响.

图1定义了相关的坐标系如下:

1) 地面坐标系 $O_{e}x_{e}y_{e}z_{e}$: O_{e} 为地面一固定点; $O_{e}x_{e}$ 朝正东方向; $O_{e}z_{e}$ 竖直向下; $O_{e}y_{e} 与 O_{e}x_{e}$, $O_{e}z_{e}$ 构成右手坐标系.

2) 气动帆坐标系 $O_{s}x_{s}y_{s}z_{s}$: O_{s} 为系绳与气动帆 固连点; $O_{s}x_{s}$ 沿平衡杆向前; $O_{s}z_{s}$ 在帆对称平面内垂 直 $O_{s}x_{s}$ 向下; $O_{s}y_{s}$ 与 $O_{s}x_{s}$, $O_{s}z_{s}$ 构成右手系.

3) 球气流坐标系 $O_{B}x_{Ba}y_{Ba}z_{Ba}$: O_{B} 为球系绳点; $O_{B}x_{Ba}$ 沿球空速方向; $O_{B}z_{Ba}$ 在含 $O_{B}x_{Ba}$ 的铅垂平面 内垂直 $O_{B}x_{Ba}$ 向下; $O_{B}y_{Ba}$ 垂直于面 $O_{B}x_{Ba}z_{Ba}$ 向右. 4) 帆气流坐标系 $O_{S}x_{Sa}y_{Sa}z_{Sa}$: O_{S} 为球系绳点; $O_{S}x_{Sa}$ 沿球空速方向; $O_{S}z_{Sa}$ 在含 $O_{S}x_{Sa}$ 的铅垂平面内 垂直 $O_{S}x_{Sa}$ 向下; $O_{S}y_{Sa}$ 垂直于面 $O_{S}x_{Sa}z_{Sa}$ 向右.

 $β_{\rm B}$ 为轴 $O_{\rm B}x_{\rm Ba}$ 与轴 $O_{\rm e}x_{\rm e}$ 间的夹角,在轴 $O_{\rm e}x_{\rm e}$ 右 为正. α为系绳 $O_{\rm B}O_{\rm S}$ 在面 $O_{\rm e}x_{\rm e}z_{\rm e}$ 上的投影 $O_{\rm B}O_{\rm S}$ 与 轴 $O_{\rm e}z_{\rm e}$ 间的夹角,在轴 $O_{\rm e}z_{\rm e}$ 右为正; β 为系绳 $O_{\rm B}O_{\rm S}$ 与 投影 $O_{\rm B}O_{\rm S}$ 间的夹角,位于面 $O_{\rm e}x_{\rm e}z_{\rm e}$ 右为正. ψ 为轴 $O_{\rm S}x_{\rm S}$ 与轴 $O_{\rm e}x_{\rm e}$ 间的夹角,位于轴 $O_{\rm e}x_{\rm e}$ 右为正. $\beta_{\rm S}$ 为 轴 $O_{\rm S}x_{\rm S}$ 与轴 $O_{\rm e}x_{\rm e}$ 间的夹角,位于轴 $O_{\rm E}x_{\rm S}$ 右为正. V_{35} 为气球所在高度的风速, V_{20} 为气动帆所在高度的 风速.



Fig. 1 The stratospheric satellite system

气动帆坐标系到地面坐标系、球气流坐标系到地 面坐标系以及气动帆气流坐标系到气动帆坐标系的 变换矩阵如下(这里^eR_s表示从气动帆坐标系到地面 坐标系的旋转矩阵, ^eR_{Ba}和^SR_{Sa}类同):

$${}^{e}R_{\rm S} = \begin{bmatrix} \cos\psi & -\sin\psi & 0\\ \sin\psi & \cos\psi & 0\\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$
$${}^{e}R_{\rm Ba} = \begin{bmatrix} \cos\beta_{\rm B} & -\sin\beta_{\rm B} & 0\\ \sin\beta_{\rm B} & \cos\beta_{\rm B} & 0\\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$
$${}^{\rm S}R_{\rm Sa} = \begin{bmatrix} \cos\beta_{\rm S} & -\sin\beta_{\rm S} & 0\\ \sin\beta_{\rm S} & \cos\beta_{\rm S} & 0\\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

第2类拉格朗日方程为

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i}\right) - \frac{\partial L}{\partial q_i} = Q_i, \ i = 1, \cdots, 6, \qquad (1)$$

其中: q_i 为广义坐标, Q_i 为广义坐标 q_i 对应的广义力, 拉格朗日函数L = T - V,这里T为系统总动能,V为 系统总势能.对于平流层卫星系统而言,取 $q = [q_1$ ··· q_6]^T = $[x \ y \ z \ \alpha \ \beta \ \psi_s]^T$, 这里x, y, z为球系绳 点在惯性坐标系下的位移.

球附加惯性力 $F_{add} = -m'[\ddot{x} \ \ddot{y} \ \ddot{z}]^{T}$,其中m'为附 加惯性系数,其作用点矢径为 $r_{B} = (x, y, z)^{T}$.球浮力 $B = [0 \ 0 \ -B]^{T}$,其中 $B = m_{B}g_{B} + m_{T}g_{T} + m_{S}g_{S}$ 为根据浮重平衡确定的浮力大小,其作用点矢径为 r_{B} . 由假设5)并考虑到球呈对称结构,可略去侧向气 动力.于是有球气动力

$$oldsymbol{A}_{\mathrm{B}} = egin{bmatrix} A_{\mathrm{B}1} \ A_{\mathrm{B}2} \ 0 \end{bmatrix} = egin{bmatrix} -Q_{\mathrm{B}}S_{\mathrm{B}}C_{\mathrm{Bx}}\coseta_{\mathrm{B}} \ -Q_{\mathrm{B}}S_{\mathrm{B}}C_{\mathrm{Bx}}\sineta_{\mathrm{B}} \ 0 \end{bmatrix},$$

其中: $Q_{\rm B}$ 为球的动压,大小为 $0.5\rho_{\rm B}V_{\rm B}^2$, $\rho_{\rm B}$ 为球所在 高度的空气密度, $V_{\rm B}$ 为气球的空速, $C_{\rm Bx}$ 为球阻力系 数, $S_{\rm B}$ 为球等效面积,球气动力作用点矢径为 $r_{\rm B}$.

由于气动帆厚度远小于其宽度和长度,只考虑其 侧向气动力.于是有帆气动力

$$oldsymbol{A}_{\mathrm{S}} = egin{bmatrix} A_{\mathrm{S}1} \ A_{\mathrm{S}2} \ 0 \end{bmatrix} = egin{bmatrix} Q_{\mathrm{S}}S_{\mathrm{S}}C_{\mathrm{Sy}}\sin(\psi+eta_{\mathrm{S}}) \ -Q_{\mathrm{S}}S_{\mathrm{S}}C_{\mathrm{Sy}}\cos(\psi+eta_{\mathrm{S}}) \ 0 \end{bmatrix},$$

式中: $Q_{\rm S}$ 为帆的动压,其大小为 $0.5\rho_{\rm S}V_{\rm S}^2$, $\rho_{\rm S}$ 为帆所在 高度空气密度, $V_{\rm S}$ 为帆的空速; $C_{\rm Sy} = C_{\rm SC}\beta_{\rm S}$ 为帆的 侧力系数,这里 $C_{\rm SC}$ 为帆侧力系数斜率, $S_{\rm S}$ 为气动帆 主翼等效面积.这里需要指出的是,气动帆正常工作 时气流角有限,取-10° < $\beta_{\rm S}$ < 10°. $A_{\rm S}$ 作用点矢径

$$\begin{aligned} \boldsymbol{r}_{\mathrm{A},\mathrm{S}} &= \boldsymbol{r}_{\mathrm{S}} + {}^{\mathrm{e}}\boldsymbol{R}_{\mathrm{S}}\boldsymbol{r}_{\mathrm{OA}} = \\ & \begin{bmatrix} \boldsymbol{x} + \boldsymbol{x}_{\mathrm{OA}}\cos\psi - l\sin\alpha\cos\beta \\ \boldsymbol{y} + \boldsymbol{x}_{\mathrm{OA}}\sin\psi + l\sin\beta \\ \boldsymbol{z} + \boldsymbol{z}_{\mathrm{OA}} + l\cos\alpha\cos\beta \end{bmatrix}, \end{aligned}$$

其中: **r**_S为气动帆系绳点矢径, **r**_{OA}为气动帆系绳点 到帆气动中心的矢径, *l*为系绳长度.

根据方向舵的结构特点,同样只考虑其侧向气动力,于是可得方向舵气动力

$$\begin{split} \boldsymbol{A}_{\mathrm{R}} = & Q_{\mathrm{S}} S_{\mathrm{R}}{}^{\mathrm{e}} R_{\mathrm{S}}{}^{\mathrm{S}} R_{\mathrm{Sa}} [0 \ -C_{\mathrm{Ry}} \ 0]^{\mathrm{T}} = \\ & \begin{bmatrix} Q_{\mathrm{S}} S_{\mathrm{R}} C_{\mathrm{Ry}} \sin(\psi + \beta_{\mathrm{S}}) \\ -Q_{\mathrm{S}} S_{\mathrm{R}} C_{\mathrm{Ry}} \cos(\psi + \beta_{\mathrm{S}}) \\ 0 \end{bmatrix}, \end{split}$$

其中: $C_{\text{Ry}} = C_{\text{RC}}(\delta + \beta_{\text{S}})$ 方向舵侧力系数, C_{RC} 为方向舵的侧力系数斜率, δ 为舵偏角, 位于轴 $O_{\text{S}}x_{\text{S}}$ 右为正, S_{R} 为方向舵等效面积, 于是上式可进一步化简为

$$\boldsymbol{A}_{\mathrm{R}} = \begin{bmatrix} A_{\mathrm{R1}} & A_{\mathrm{R2}} & 0 \end{bmatrix}^{\mathrm{T}} (\delta + \beta_{\mathrm{S}}) = \\ \begin{bmatrix} Q_{\mathrm{S}} S_{\mathrm{R}} C_{\mathrm{RC}} \sin(\psi + \beta_{\mathrm{S}}) \\ -Q_{\mathrm{S}} S_{\mathrm{R}} C_{\mathrm{RC}} \cos(\psi + \beta_{\mathrm{S}}) \\ 0 \end{bmatrix} (\delta + \beta_{\mathrm{S}}).$$

同样地,方向舵的工作角度也很有限,一般取为 $-10^{\circ} < \beta_{\rm S} + \delta < 10^{\circ}$. 气动力 $A_{\rm R}$ 作用点矢径

$$\begin{split} \boldsymbol{r}_{\mathrm{R}_\mathrm{S}} &= \boldsymbol{r}_{\mathrm{S}} + {}^{\mathrm{e}}R_{\mathrm{S}}\boldsymbol{r}_{\mathrm{OR}} = \\ & \begin{bmatrix} x + x_{\mathrm{OR}}\cos\psi - l\sin\alpha\cos\beta \\ y + x_{\mathrm{OR}}\sin\psi + l\sin\beta \\ z + z_{\mathrm{OR}} + l\cos\alpha\cos\beta \end{bmatrix}, \end{split}$$

其中 $\mathbf{r}_{OR} = [x_{OR} \ 0 \ z_{OR}]^T$ 为气动帆系绳点到方向舵 气动中心的矢径.

根据以上分析, 各广义坐标对应广义力为

$$Q_{\rm x} = -m'\ddot{x} + A_{\rm B1} + A_{\rm S1} + A_{\rm R1}(\delta + \beta_{\rm S}),$$

 $Q_{\rm y} = -m'\ddot{y} + A_{\rm B2} + A_{\rm S2} + A_{\rm R2}(\delta + \beta_{\rm S}),$
 $Q_{\rm z} = -m'\ddot{z} - B,$
 $Q_{\alpha} = -A_{\rm S1}l\cos\alpha\cos\beta - A_{\rm R2}(\delta + \beta_{\rm S})l\cos\alpha\cos\beta,$

$$Q_{\beta} = (A_{\rm S1} \sin \alpha \sin \beta + A_{\rm S2} \cos \beta)l + (A_{\rm R1} \sin \alpha + A_{\rm R2} \cos \beta)(\delta + \beta_{\rm S})l,$$

$$Q_{\psi} = (-A_{\rm S1}\sin\psi + A_{\rm S2}\cos\psi)x_{\rm OA} +$$

 $(-A_{\rm R1}\sin\psi + A_{\rm R2}\cos\psi)(\delta + \beta_{\rm S})x_{\rm OR}.$ 气球动能 $T_{\rm B} = m_{\rm B}\dot{\boldsymbol{r}}_{\rm B}^{\rm T}\dot{\boldsymbol{r}}_{\rm B}/2 = m_{\rm B}(\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2)/2,$ 气球势能 $V_{\rm B} = -m_{\rm B}\boldsymbol{g}_{\rm B}^{\rm T}\boldsymbol{r}_{\rm B} = -m_{\rm B}g_{\rm B}z,$ 其中 $\boldsymbol{g}_{\rm B} = (0, 0, q_{\rm B})^{\rm T}$ 为气球重力加速度矢量在地面系中的表示.

系绳动能 $T_{\rm T} = (m_{\rm T} \dot{\boldsymbol{r}}_{\rm T}^{\rm T} \dot{\boldsymbol{r}}_{\rm T} + \omega_{\rm T}^{\rm T} I_{\rm O_{\rm T}} \omega_{\rm T})/2$,其中: $m_{\rm T}$ 为系绳质量, $\boldsymbol{r}_{\rm T} = (\boldsymbol{r}_{\rm B} + \boldsymbol{r}_{\rm S})/2$ 为系绳中点 $O_{\rm T}$ 在 地面系下的矢径, $\omega_{\rm T} = -(\dot{\beta}\cos\alpha, \dot{\alpha}, \dot{\beta}\sin\alpha)^{\rm T}$ 为系 绳角速度, $I_{\rm O_{\rm T}}$ 为系绳在地面系下关于系绳中点 $O_{\rm T}$ 的 惯性张量

$$I_{\mathcal{O}_{\mathrm{T}}} = \frac{m_{\mathrm{T}}l^2}{12}(i_{ij})_{3\times3},$$

其中: $i_{11} = \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha \cos^2 \beta$, $i_{12} = i_{21} = \sin \alpha \cdot \sin \beta \cos \beta$, $i_{13} = i_{31} = -\sin \alpha \cos \alpha \cos^2 \beta$, $i_{23} = i_{32} = \cos \alpha \sin \beta \cos \beta$, $i_{22} = \cos^2 \beta$, $i_{33} = 1 - \cos^2 \alpha \cdot \cos^2 \beta$, 则有系绳动能

$$T_{\rm T} = \frac{m_{\rm T}}{24} [3(2\dot{x} - l\dot{\alpha}\cos\alpha\cos\beta + l\dot{\beta}\sin\alpha\sin\beta)^2 + 3(2\dot{y} + l\dot{\beta}\cos\beta)^2 + l^2\dot{\alpha}\dot{\beta}\sin2\alpha\sin2\beta + 3(2\dot{z} - l\dot{\alpha}\sin\alpha\cos\beta - l\dot{\beta}\cos\alpha\sin\beta)^2 + (\dot{\alpha}^2\cos^2\beta + \dot{\beta}^2 - \dot{\beta}^2\sin^22\alpha\cos^2\beta)l^2].$$

系绳势能 $V_{\rm T} = -m_{\rm T} \boldsymbol{g}_{\rm T}^{\rm T} \boldsymbol{r}_{\rm T}$,其中 $\boldsymbol{g}_{\rm T} = (0, 0, g_{\rm T})^{\rm T}$ 为系绳中点的重力加速度地面坐标系中的矢量表示.

帆质心在地面系矢径 $\mathbf{r}_{\rm C} = (x - l \sin \alpha \cos \beta, y + l \sin \beta, z + l \cos \alpha \cos \beta + z_{\rm OC})^{\rm T}$,其中 $z_{\rm OC}$ 为帆系绳 点到帆质心矢径.则有帆质心速度

其中J为帆在帆坐标系下关于 $O_{\rm S}$ 的惯性张量矩阵,考虑到气动帆关于轴 $O_{\rm S}x_{\rm S}$ 对称,故有 $J = (J_{ij})_{3\times 3}$,其中 $J_{11} = J_{\rm x}, J_{13} = J_{31} = -J_{\rm xz}, J_{22} = J_{\rm y}, J_{33} = J_{\rm z}$ 其余元素为零, $\omega = (0,0,r)^{\rm T}$,r表示绕轴 $O_{\rm S}z_{\rm S}$ 的角速度,且有 $r = \dot{\psi}$,于是有

$$T_{\rm S} = m_{\rm S} [(\dot{x} - \dot{\alpha}\cos\alpha\cos\beta + l\beta\sin\alpha\sin\beta)^2 + (\dot{z} - l\dot{\alpha}\sin\alpha\cos\beta - l\dot{\beta}\cos\alpha\sin\beta)^2 + (\dot{y} + l\dot{\beta}\cos\beta)^2]/2 + J_{\rm z}\dot{\psi}^2/2.$$

气动帆势能 $V_{\rm S} = -m_{\rm S} g_{\rm S}^{\rm T} r_{\rm C}$,其中 $g_{\rm S} = (0, 0, g_{\rm S})^{\rm T}$ 为气动帆所在高度重力加速度在地面系中表示.

综上所述,可得拉格朗日函数

$$L = (T_{\rm B} + T_{\rm T} + T_{\rm S}) - (V_{\rm B} + V_{\rm T} + V_{\rm S}) = [12m_{\rm B}(\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2) + (3m_{\rm T} + 12m_{\rm S}) \cdot (2\dot{y} + l\dot{\beta}\cos\beta)^2 + 12J_z\dot{\psi}_{\rm S}^2 + (3m_{\rm T} + 12m_{\rm S}) \cdot (2\dot{x} - \dot{\alpha}\cos\alpha\cos\beta + l\dot{\beta}\sin\alpha\sin\beta)^2 + (2\dot{z} - l\dot{\alpha}\sin\alpha\cos\beta - l\dot{\beta}\cos\alpha\sin\beta)^2 \cdot (3m_{\rm T} + 12m_{\rm S}) + m_{\rm T}l^2(\dot{\alpha}^2\cos2\beta + \dot{\beta}^2 - \dot{\beta}^2\sin^22\alpha\cos^2\beta) + m_{\rm T}l^2\dot{\alpha}\dot{\beta}\sin2\alpha\sin2\beta + 24m_{\rm B}g_{\rm B}z + 12m_{\rm T}g_{\rm T}(2z + l\cos\alpha\cos\beta) + 24m_{\rm S}g_{\rm S}(z + l\cos\alpha\cos\beta + z_{\rm OC})]/24.$$

根据式(1)可将系统动力学方程写成

$$H(\boldsymbol{q})\ddot{\boldsymbol{q}} + N(\boldsymbol{q}, \dot{\boldsymbol{q}}) = \boldsymbol{b}\delta, \qquad (2)$$

其中: $N(q, \dot{q}) = (n_1, \dots, n_6)^{\mathrm{T}}, \ \boldsymbol{b} = (A_{\mathrm{R1}}, A_{\mathrm{R2}}, 0, -A_{\mathrm{R1}}l\cos\alpha\cos\beta, (A_{\mathrm{R1}}\sin\alpha\sin\beta + A_{\mathrm{R2}}\cos\beta)l, -(A_{\mathrm{R1}}\sin\psi - A_{\mathrm{R2}}\cos\psi)x_{\mathrm{OR}})^{\mathrm{T}}, \ H(q) = (h_{ij})_{6\times 6}$ 且有 $h_{ij} = h_{ji},$ 其非零元素为 $h_{11} = h_{22} = h_{33} = m_{\mathrm{B}} + m_{\mathrm{T}} + m_{\mathrm{S}} + m', \ h_{44} = (m_{\mathrm{S}} + m_{\mathrm{T}}/3)l^2\cos^2\beta, \ h_{55} = (6m_{\mathrm{T}} + 12m_{\mathrm{S}} - m_{\mathrm{T}}\sin^22\alpha\cos^2\beta)l^2/12, \ h_{66} = J_z, \ h_{14} = -(m_{\mathrm{T}}/2 + m_{\mathrm{S}})l\cos\alpha\cos\beta, \ h_{15} = (m_{\mathrm{T}}/2 + m_{\mathrm{S}})l\sin\alpha\sin\beta, \ h_{25} = (m_{\mathrm{T}}/2 + m_{\mathrm{S}})l\cos\beta, \ h_{34} = -(m_{\mathrm{T}}/2 + m_{\mathrm{S}})l\sin\alpha\cos\beta, \ h_{45} = -(m_{\mathrm{T}}/2 + m_{\mathrm{S}})l\cos\alpha\sin\beta, \ h_{45} = -(m_{\mathrm{T}}l^2\sin2\alpha\sin2\beta)/24.$ $N(q, \dot{q})$ 中各元素为

$$n_{1} = (\dot{\alpha}^{2} \sin \alpha \cos \beta + 2\dot{\alpha}\dot{\beta} \cos \alpha \sin \beta + \dot{\beta}^{2} \sin \alpha \cdot \cos \beta)(m_{\rm T}/2 + m_{\rm S})l - (A_{\rm B1} + A_{\rm S1} + A_{\rm R1}\beta_{\rm S}),$$

$$n_2 = -(\beta^2 \sin \beta)(m_{\rm T}/2 + m_{\rm S})l - (A_{\rm B2} + A_{\rm S2} + A_{\rm R2}\beta_{\rm S}),$$

$$\begin{split} n_{3} &= -(\dot{\alpha}^{2}\cos\alpha\cos\beta - 2\dot{\alpha}\dot{\beta}\sin\alpha\sin\beta + \\ \dot{\beta}^{2}\cos\alpha\cos\beta)(m_{\rm T}/2 + m_{\rm S})l + B - \\ m_{\rm B}g_{\rm B} - m_{\rm T}g_{\rm T} - m_{\rm S}g_{\rm S}, \end{split}$$

$$n_4 = -[(4m_{\rm T} + 12m_{\rm S})\dot{\alpha}\dot{\beta}\sin 2\beta + (A_{\rm S1} + A_{\rm R1})l \cdot \cos\alpha\cos\beta + m_{\rm T}\dot{\beta}^2(4\cos^2\alpha\cos^2\beta - 1)\cdot$$

 $\sin 2\alpha l^2/12 + \left[(m_{\rm T}g_{\rm T} + 2m_{\rm S}g_{\rm S}) \cdot \\ \sin \alpha \cos \beta l/2, \right]$

 $n_{5} = [(4m_{\rm T} + 8m_{\rm T}\cos^{2}\alpha + 24m_{\rm S})\dot{\alpha}^{2}\sin\beta\cos\beta + 4m_{\rm T}\dot{\alpha}\dot{\beta}\sin4\alpha\cos^{2}\beta + m_{\rm T}\dot{\beta}\sin^{2}2\alpha \cdot \sin2\beta]l^{2}/24 - (A_{\rm S1} + A_{\rm R1}\beta_{\rm S})l\sin\alpha\sin\beta - (A_{\rm S2} + A_{\rm R2}\beta_{\rm S})l\cos\beta + (m_{\rm S}g_{\rm S} + m_{\rm T}g_{\rm T}/2)l\cos\alpha\sin\beta,$ $n_{6} = (A_{\rm S1}\sin\psi - A_{\rm S2}\cos\psi)x_{\rm OA} + (A_{\rm S2}\psi)x_{\rm OA} + (A_{\rm S2}\psi)$

 $(A_{\rm R1}\sin\psi - A_{\rm R2}\cos\psi)\beta_{\rm S}x_{\rm OR}.$

3 控制器分步设计(Hierarchical controller)

为实现平流层卫星在经度方向的轨迹跟踪问题, 最直接的办法是根据输入输出反馈线性化方法设计 相应控制器^[17]. 令 $\bar{c} = (0, 1, 0, 0, 0, 0)$,则有 $\bar{y} = \bar{c}\bar{q}$, 将式(2)代入其中可得

$$\ddot{y} = \bar{c}H^{-1}(-N + b\delta) = -\bar{c}H^{-1}N + \bar{c}H^{-1}b\delta.$$
 (3)

然而当系统处于稳定状态(
$$\alpha = 0, \beta = 0, \psi = 0$$
)时

$$\begin{split} [\bar{c}H^{-1}b]_{\alpha=\beta=\psi=0} &= \\ (b_2h_{55} - b_5h_{25})/(h_{22}h_{55} - h_{25}^2) &= \\ [A_{\rm R2}(m_{\rm T}/2 + m_{\rm S})l^2 - A_{\rm R2}l(m_{\rm T}/2 + m_{\rm S})l]/[(m_{\rm B} + m_{\rm T} + m_{\rm S} + m')(m_{\rm T}/2 + m_{\rm S})l^2 - (m_{\rm T}/2 + m_{\rm S})^2l^2] = 0, \end{split}$$

其中b₂和b₅为这时向量b中第2和第5个元素.这表明 此时系统不可控.实际上平流层卫星系统要求工作在 平衡点附近并最终稳定于平衡点,因而无法由式(3)利 用输入输出线性化方法直接设计所需的控制律.

考虑到气球处于浮重平衡状态时,有系绳垂直方 向的分力恒定,这样系绳拉力可转化为系绳偏角.在 所定义的系绳偏角中, α 表征纬度方向的角度, $\pi\beta$ 为 经度方向的角度,因而气球的轨迹跟踪问题可以转化 为系绳偏角岛的跟踪问题.系绳偏角岛源于球和帆的相 对运动,也就是说球和帆上的气动力控制着系绳偏角 的变化.同时气动帆上的作用力主要体现在帆面的垂 直方向上(这里将气动帆近似处理为平板模型),而这 方向的气动力与气动帆的偏航角有关,这样系绳偏角 β的跟踪问题可进一步转化为气动帆偏航角的跟踪问 题,而气动帆的操纵依赖于方向舵的控制,更重要的 是,基于平流层卫星飞行原理划分的"舵控制帆"、 "帆控制绳"和"绳控制球"这3个子系统的控制设 计均不存在如同式(3)中控制项系数为零的情况,也就 是说反馈线性化方法可以用来实施子系统的控制设 计. 根据上述分析不难看出整个系统的控制器设计可 分3步:首先由球轨迹跟踪控制器跟踪球经度方向的 轨迹y^d;再由系绳偏角控制器跟踪系绳偏角β^d;最后 设计帆偏航角控制器来跟踪偏航角 ψ^{d} .

3.1 球轨迹跟踪控制器(Tracking controller of balloon trajectory)

假设球经度方向期望轨迹y^d具有光滑连续导数 *ÿ*^d, *ÿ*^d, *ÿ*^{'d}, *ÿ*^{'d}. 对球受力分析, 可知系绳在y方向的 分力为

$$T_{\rm y} = M\ddot{y} + A_{\rm B2},\tag{4}$$

其中 $M = (m_{\rm B} + m')$. 设计控制律

$$T_{y} = M[\ddot{y} + k_{d1}(\dot{y}^{d} - \dot{y}) + k_{p1}(y^{d} - y)] + A_{B2}, \quad (5)$$
将其代入式(4)可得

$$\ddot{y}^{d} - \ddot{y} + k_{d1}(\dot{y}^{d} - \dot{y}) + k_{p1}(y^{d} - y)] = 0.$$

当 $k_{d1} > 0, k_{p1} > 0$ 时 有 $y \rightarrow y^d, \dot{y} \rightarrow \dot{y}^d, t \rightarrow \infty$. 球在竖直方向受力平衡,即有系绳拉力在z方向的分 量为 $T_z = m_T g_T + m_S g_S$.再由几何关系式tan $\beta = T_y/T_z$ 可得实现控制律(5)的期望系绳偏角

$$\beta^{\rm d} = \arctan(M\Delta_1/(m_{\rm T}g_{\rm T} + m_{\rm S}g_{\rm S})), \qquad (6)$$

$$\ddagger \oplus \Delta_1 = \ddot{y} + k_{d1}(\dot{y}^d - \dot{y}) + k_{p1}(y^d - y) + (A_{B2}/M).$$

3.2 系绳偏角控制器(Controller of sideslip angle of tether)

由式(2)可以看出, β 与 ψ 都与帆气动力 A_{s1} 和 A_{s2} 有关.于是此部分控制设计可分为两个阶段:首先通 过 β_d 求出期望的气动力,再根据气动力和帆偏航角的 关系推导出 ψ^d .

惯性矩阵H的第6行和第6列均只有一个元素,可 按矩阵分块的方式将整个系统分为两个子系统:

$$\begin{cases}
H_1 \ddot{q}_1 + n_1(q_1, \dot{q}_1, q_2, \dot{q}_2) = \mathbf{b}_1 \delta, \\
H_2 \ddot{q}_2 + N_2(q_1, \dot{q}_1, q_2, \dot{q}_2) = b_2 \delta,
\end{cases}$$
(7)

其中: $H_1 = (h_{ij})_{5\times 5}$, $q_1 = (x, y, z, \alpha, \beta)^T$, $q_2 = \psi_S$. 作用于系绳的气动力有帆气动力和舵气动力,其中帆 气动力远大于舵气动力,在分析 q_1 的动态时可只考虑 帆气动力,即认为 $b_1\delta$ 为零.考虑到 $\psi_S + \beta_S$ 的值很小, 在控制律设计时以 \bar{A}_S 来代替,则有 $\bar{A}_S = -Q_S S_S C_{Sy}$. 再令 $N_1(q_1, \dot{q}_1, q_2, \dot{q}_2) = \bar{N}_1(q_1, \dot{q}_1) - \bar{b}_1 \bar{A}_S$,有

$$H_1 \ddot{\boldsymbol{q}}_1 + \bar{N}_1(\boldsymbol{q}_1, \dot{\boldsymbol{q}}_1) = \bar{\boldsymbol{b}}_1 \bar{A}_{\mathrm{S}},\tag{8}$$

$$\bar{n}_{1} = (\dot{\alpha}^{2} \sin \alpha \cos \beta + 2\dot{\alpha}\dot{\beta} \cos \alpha \sin \beta + \dot{\beta}^{2} \sin \alpha \cos \beta)(m_{\rm T}/2 + m_{\rm S})l - A_{\rm B1},$$

$$\bar{n}_{2} = -(m_{\rm T}/2 + m_{\rm S})\dot{\beta}^{2} \sin \beta l - A_{\rm B2},$$

$$\bar{n}_{3} = -(\dot{\alpha}^{2} \cos \alpha \cos \beta - 2\dot{\alpha}\dot{\beta} \sin \alpha \sin \beta + \dot{\beta}^{2} \cos \alpha \cos \beta)(m_{\rm T}/2 + m_{\rm S})l + B - m_{\rm B}g_{\rm B} - m_{\rm T}g_{\rm T} - m_{\rm S}g_{\rm S},$$

$$\bar{n}_{4} = -[(4m_{\rm T} + 12m_{\rm S})l\dot{\alpha}\dot{\beta}\sin 2\beta + \dot{\beta}^{2}\cos \alpha \cos \beta)(m_{\rm T}/2 + m_{\rm S})l\dot{\alpha}\dot{\beta}\sin 2\beta + \dot{\beta}^{2}\sin 2\beta + \dot{\beta}^{2}\sin 2\beta + \dot{\beta}^{2}\sin \beta n - \dot{\beta}^{2}\sin$$

 $(6m_{\mathrm{T}}g_{\mathrm{T}} + 12m_{\mathrm{S}}g_{\mathrm{S}})\sin\alpha\cos\beta + m_{\mathrm{T}}l\dot{\beta}^{2}(4\cos^{2}\alpha\cos^{2}\beta - 1)\sin2\alpha]l/12,$ $\bar{n}_{5} = [(4m_{\mathrm{T}} + 8m_{\mathrm{T}}\cos^{2}\alpha + 24m_{\mathrm{S}})\dot{\alpha}^{2}\sin\beta\cos\beta + 4m_{\mathrm{T}}\dot{\alpha}\dot{\beta}\sin4\alpha\cos^{2}\beta + m_{\mathrm{T}}\dot{\beta}\sin^{2}2\alpha\sin2\beta] \cdot l^{2}/24 + (m_{\mathrm{S}}g_{\mathrm{S}} + m_{\mathrm{T}}g_{\mathrm{T}}/2)l\cos\alpha\sin\beta.$ $\mathbf{\diamond c} = (0, 0, 0, 0, 1)^{\mathrm{T}} \mathbb{M}\ddot{\mathbf{\beta}} = \mathbf{c}^{\mathrm{T}}\ddot{\mathbf{q}}_{1}, \,\mathrm{ft}\lambda\mathrm{ft}(\mathbf{8})\mathbf{\ddot{\beta}}$

$$\ddot{\boldsymbol{\beta}} = -\boldsymbol{c}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{H}_{1}^{-1} \bar{\boldsymbol{N}}_{1} + \boldsymbol{c}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{H}_{1}^{-1} \bar{\boldsymbol{b}}_{1} \bar{\boldsymbol{A}}_{\mathrm{S}}.$$
 (9)

设计帆气动力

$$A_{\rm S}^{\rm d} = (\boldsymbol{c}^{\rm T} H_1^{-1} \bar{N}_1 + \Delta_2) / (\boldsymbol{c}^{\rm T} H_1^{-1} \bar{\boldsymbol{b}}_1), \quad (10)$$

其中:

$$\begin{split} \dot{\beta}^{\rm d} &= \frac{M(m_{\rm T}g_{\rm T} + m_{\rm S}g_{\rm S})\Delta_3}{[M^2\Delta_1^2 + (m_{\rm T}g_{\rm T} + m_{\rm S}g_{\rm S})^2]},\\ \dot{\beta}^{\rm d} &= \frac{M(m_{\rm T}g_{\rm T} + m_{\rm S}g_{\rm S})\Delta_4}{M^2\Delta_1^2 + (m_{\rm T}g_{\rm T} + m_{\rm S}g_{\rm S})\Delta_1\Delta_3} - \frac{M^2(m_{\rm T}g_{\rm T} + m_{\rm S}g_{\rm S})\Delta_1\Delta_3}{(M^2\Delta_1^2 + (m_{\rm T}g_{\rm T} + m_{\rm S}g_{\rm S})^2)^2},\\ \Delta_2 &= \ddot{\beta}^{\rm d} + k_{\rm d2}(\dot{\beta}^{\rm d} - \dot{\beta}) + k_{\rm p2}(\beta^{\rm d} - \beta),\\ \Delta_3 &= \dddot{y}^{\rm d} - (k_{\rm d1}^2 - k_{\rm p1})(\dot{y}^{\rm d} - \dot{y}) - k_{\rm d1}k_{\rm p1}(y^{\rm d} - y),\\ \Delta_4 &= \dddot{y}^{\rm d} + k_{\rm d2}(k_{\rm d2}^2 - 2k_{\rm p2})(\dot{y}^{\rm d} - \dot{y}) + k_{\rm p2}(k_{\rm d2}^2 - k_{\rm p2})(y^{\rm d} - y). \end{split}$$

将 $A_{\rm S}^{\rm d}$ 代替式(9)中的 $\bar{A}_{\rm S}$ 可得

$$\ddot{\beta}^{d} - \ddot{\beta} + k_{d2}(\dot{\beta}^{d} - \dot{\beta}) + k_{p2}(\beta^{d} - \beta) = 0.$$
(11)
$$\bar{\alpha}k_{d2} > 0, k_{p2} > 0 \forall \beta \beta \rightarrow \beta^{d}, \dot{\beta} \rightarrow \dot{\beta}^{d}, t \rightarrow \infty.$$

帆期望偏航角 ψ^{d} 可通过其与气动力 \bar{A}_{s} 的关系获 得. 由气动帆侧力系数定义 $C_{sy} = 2\pi\beta_{s}$,可得 $\bar{A}_{s} = -Q_{s}S_{s}C_{sy} = -2\pi\beta_{s}Q_{s}S_{s}$,进而解得

$$\beta_{\rm S} = -\bar{A}_{\rm S}/(2\pi Q_{\rm S} S_{\rm S}),\tag{12}$$

其中 $Q_{\rm S} = \rho_{\rm S} V_{\rm S\infty}^2 / 2$ 为帆动压, $\rho_{\rm S}$ 为帆所在高度空气 密度, $V_{\rm S\infty} = \sqrt{a^2 + b^2}$ 为帆空速, $a = u_{\rm Se} - V_{20gx}$, $b = v_{\rm Se} - V_{20gy}$, $S_{\rm S}$ 为帆等效面积. 再根据帆气流角 定义, 有 $\beta_{\rm S} = \arctan 2(v_{\rm S} - V_{20y}, u_{\rm S} - V_{20x})$, 即

$$\tan \beta_{\rm S} = \tan[(v_{\rm S} - V_{20y})/(u_{\rm S} - V_{20x})], \quad (13)$$

其中: $u_{\rm S}$, $v_{\rm S}$ 为帆沿 $O_{\rm S}x_{\rm S}$ 轴和 $O_{\rm S}y_{\rm S}$ 轴速度, V_{20x} , V_{20y} 为帆沿 $O_{\rm S}x_{\rm S}$ 轴和 $O_{\rm S}y_{\rm S}$ 轴风速,且有投影关系 $u_{\rm S} = u_{\rm Se}\cos\psi + v_{\rm Se}\sin\psi$, $v_{\rm S} = -u_{\rm Se}\sin\psi + v_{\rm Se}\cos\psi$, $V_{20x} = V_{20gx}\cos\psi + V_{20gy}\sin\psi$, $V_{20y} = V_{20gx}\sin\psi$ + $V_{20gy}\cos\psi$,其中: $u_{\rm Se}$, $v_{\rm Se}$ 为帆在惯性系下沿x轴 和y轴速度, V_{20gx} , V_{20gy} 为帆在惯性系下沿x轴和y轴 风速. 联立式(11)-(13)得tan $\beta_{\rm S} = (b - a \tan\psi)/(a + b \tan\psi)$, 解之可得

$$\psi = \arctan(b/a) - \bar{A}_{\rm S}/(2\pi Q_{\rm S} S_{\rm S}).$$
(14)

由上式即得
$$\psi_{\rm S} + \beta_{\rm S} = \arctan(b/a)$$
. 系统工作时纬

度方向的气流起主导作用($V_{20gy} \ll V_{20gx}$),故有 $b \ll a$, 即arctan(b/a) ≈ 0 ,也就有 $\psi_{\rm S} + \beta_{\rm S} \approx 0$,进而说明 了式(7)第1个方程简化为式(8)时用 $\bar{A}_{\rm S}$ 来代替 $A_{\rm S}$ 的合 理性.用 $A_{\rm S}^{\rm d}$ 代替式(14)中的 $\bar{A}_{\rm S}$,可得帆期望偏航角 $\psi^{\rm d}$ 与帆期望气动力 $A_{\rm S}^{\rm d}$ 的关系式

$$\psi^{\rm d} = \arctan(b/a) + A_{\rm S}^{\rm d}/(2\pi Q_{\rm S} S_{\rm S}).$$
 (15)

再将式(10)代入上式可得

$$\psi^{\rm d} = \arctan(b/a) + (\boldsymbol{c}^{\rm T} H_1^{-1} \bar{N}_1 + \Delta_2) / (2\pi Q_{\rm S} S_{\rm S} \boldsymbol{c}^{\rm T} H_1^{-1} \bar{b}_1).$$
(16)

3.3 帆偏航角控制器(Controller of yaw angle of stratosail)

设计控制律

$$\delta = N_2/b_2 + H_2[\ddot{\psi} + k_{\rm d3}(\dot{\psi}^{\rm d} - \dot{\psi}) + k_{\rm p3}(\psi^{\rm d} - \psi)]/b_2, \qquad (17)$$

并将其代入式(2)的第2个方程,可得

$$\ddot{\psi}^{\rm d} - \ddot{\psi} + k_{\rm d3}(\dot{\psi}^{\rm d} - \dot{\psi}) + k_{\rm p3}(\psi^{\rm d} - \psi) = 0, \quad (18)$$

当 $k_{d3} > 0, k_{p3} > 0$ 有 $\psi \rightarrow \psi^{d}, \dot{\psi} \rightarrow \dot{\psi}^{d}, t \rightarrow \infty$. 对 式(15)求导, 可得

$$\dot{\psi}^{\rm d} = \frac{a\dot{b} - \dot{a}b}{a^2 + b^2} + \frac{A_{\rm S}^{\rm d}}{2\pi Q_{\rm S} S_{\rm S}} - \frac{A_{\rm S}^{\rm d} \dot{Q}_{\rm S}}{2\pi Q_{\rm S}^2 S_{\rm S}}, \quad (19)$$

其中:

$$\begin{split} \dot{a} &= -l(\dot{\alpha}^2 \sin \alpha \cos \beta + 2\dot{\alpha}\dot{\beta} \cos \alpha \sin \beta + \\ \dot{\beta}^2 \sin \alpha \cos \beta), \\ \dot{b} &= -l\dot{\beta}^2 \sin \beta, \\ \dot{A}_{\rm S}^{\rm d} &= -[(k_{\rm d2}^2 - k_{\rm p2})(\dot{\beta}^{\rm d} - \dot{\beta}) \cos \beta + k_{\rm d2}k_{\rm p2}(\beta^{\rm d} - \\ \beta) \cos \beta + \dot{\beta}\Delta_2 \sin \beta]/\cos^2 \beta, \\ \dot{Q}_{\rm S} &= (\dot{a}a + \dot{b}b)(a^2 + b^2)^{-\frac{1}{2}}\rho_{\rm S}V_{S\infty}. \end{split}$$

对式(19)再进行求导可得

$$\ddot{\psi}^{d} = \frac{a\ddot{b} - \ddot{a}b}{a^{2} + b^{2}} + \frac{\ddot{A}_{S}^{d}}{2\pi Q_{S}S_{S}} - \frac{2(a\dot{b} - \dot{a}b)(a\dot{a} + b\dot{b})}{(a^{2} + b^{2})^{2}} - \frac{\dot{A}_{S}^{d}\dot{Q}_{S}}{\pi Q_{S}^{2}S_{S}} - \frac{A_{S}^{d}\ddot{Q}_{S}}{2\pi S_{S}Q_{S}^{2}} + \frac{A_{S}^{d}\dot{Q}_{S}^{2}}{\pi Q_{S}^{3}S_{S}},$$
(20)

其中:

$$\begin{split} \ddot{a} &= -(\dot{\alpha}\cos\alpha\cos\beta - 3\dot{\alpha}^{2}\dot{\beta}\sin\alpha\sin\beta + \\ &3\dot{\alpha}\beta^{2}\cos\alpha\cos\beta - \dot{\beta}^{3}\sin\alpha\sin\beta)l, \\ \ddot{b} &= -l\dot{\beta}^{3}\cos\beta, \\ \ddot{Q}_{\rm S} &= \rho_{\rm S}V_{\rm S\infty}[(\ddot{a}a + \ddot{b}b + 2\dot{a}\dot{b})(a^{2} + b^{2})^{-\frac{1}{2}} + (\dot{a}a + \\ \dot{b}b)^{2}(a^{2} + b^{2})^{-\frac{3}{2}}] + \rho_{\rm S}^{3}(\dot{a}a + \dot{b}b)^{2}(a^{2} + b^{2}), \\ \ddot{A}_{\rm S}^{\rm d} &= [k_{\rm d2}(k_{\rm d2}^{2} - 2k_{\rm p2})(\dot{\beta}^{\rm d} - \dot{\beta}) + k_{\rm p2}(\dot{\beta}^{\rm d} - \\ &\beta)(k_{\rm d2}^{2} - k_{\rm p2} - 2k_{\rm d2}\dot{\beta}\tan\beta)]/\cos\beta - \\ &2\dot{\beta}\sin\beta(k_{\rm d2}^{2} - k_{\rm p2})(\dot{\beta}^{\rm d} - \dot{\beta})/\cos^{2}\beta + \end{split}$$

 $[\Delta_2 \sin\beta \cos\beta + (1 + \sin^2\beta)\dot{\beta}^2]\Delta_2/\cos^3\beta.$

这样通过构造控制器(5)(10)和(17),最终实现了平 流层卫星的轨迹控制.相应地在控制器参数的选择上, 应保证帆偏航角跟踪控制器的响应速度最快,绳偏角 跟踪控制器的响应速度次之,球轨迹跟踪控制器的响 应速度最慢.这里设计帆偏航角跟踪控制器参数k_{p3} 和k_{d3}使其闭环系统频率为个位数的数量级,设计绳 偏角跟踪控制器参数k_{p2}和k_{d2}使其闭环系统频率为 10⁻¹的数量级,设计球轨迹跟踪控制器参数k_{p1}和k_{d1} 使其闭环系统频率为10⁻²的数量级.

需要指出的是,所设计的控制器中,系统变量**q**中的**y**, β, ψ均受控,而未受控变量为**x**, z, α. 其中**x**和 α反映平流层卫星在纬度方向的运动情况,由系统的 工作原理可知卫星在纬度方向的运动主要由大气环流决定,也就是说稳定的大气环流可以保证**x**和α的状态稳定.由气球的浮重平衡可知其高度取决于球净浮力,因而定量的球内气体可保证气球高度稳定,具体 说就是当气球高度变化时,恒定的净浮力会使气球趋于稳定高度,本文主要考虑平流层卫星经度方向上的 轨道控制,其高度方向的控制问题不在研究范围内.

4 仿真(Simulations)

控制气动帆在10000s内使球由轨道偏南1km处运 动到预定轨道上来.根据期望轨迹连续可导的要求, 基于双曲正切函数的耗时t_s从A点机动到B点的轨迹 为

$$y^{\rm d}(t) = [(P_{\rm A} - P_{\rm B}) \tanh(10t/t_{\rm s} - 5)]/2 + (P_{\rm A} + P_{\rm B})/2,$$

其中P_A, P_B分别为点A, B的位置. 从而有控制期望轨迹

$$y^{\rm d}(t) = -500 \tanh(10^{-3}t - 5) + 500.$$
 (21)

仿真参数见表1.

表1 仿真参数 Table 1 Simulation parameters

Tuble 1 Binidiation parameters		
物理参数	$\begin{split} m_{\rm B} &= 4430 \ {\rm kg} \\ m_{\rm S} &= 90 \ {\rm kg} \\ g_{\rm T} &= 9.718 \ {\rm m/s^2} \\ \rho_{\rm B} &= 0.00846 \ {\rm kg/m^3} \\ S_{\rm B} &= 6496.3 \ {\rm m^2} \\ l &= 15000 \ {\rm m} \\ J_{\rm Z} &= 226.9 \ {\rm kg} \cdot {\rm m^2} \end{split}$	$m_{\rm T} = 22.5 \text{ kg}$ $g_{\rm B} = 9.694 \text{ m/s}^2$ $g_{\rm S} = 9.740 \text{ m/s}^2$ $\rho_{\rm S} = 0.00846 \text{ kg/m}^3$ $S_{\rm S} = 6.05 \text{ m}^2$ $m' = 2215 \text{ kg}$ $x_{\rm OA} = -0.686 \text{ m}$ $D = 44040 \text{ N}$
气动参数	$x_{\rm OR} = -3.43 \mathrm{m}$ $C_{\rm Bx} = 0.5$ $C_{\rm RC} = 2\pi \mathrm{rad}^{-1}$ $V_{20} = 5 \mathrm{m/s}$	$B = 44040 \mathrm{N}$ $C_{\mathrm{SC}} = 2\pi \mathrm{rad}^{-1}$ $V_{35} = 30 \mathrm{m/s}$
控制参数	球跟踪控制器参数 绳偏角控制器参数 帆跟踪控制器参数	$\begin{aligned} k_{\rm d1} &= 0.02, \; k_{\rm p1} = 0.0001 \\ k_{\rm d2} &= 0.4, \; k_{\rm p2} = 0.04 \\ k_{\rm d3} &= 4, \; k_{\rm p3} = 4 \end{aligned}$

初始值: x(0) = 0 m, y(0) = 1000 m, z(0) = 35000 m, $\alpha(0) = 0$ rad, $\beta(0) = 0$ rad, $\psi(0) = 0$ rad, $\dot{x}(0) = 30$ m/s, $\dot{y}(0) = 0$ m/s, $\dot{z}(0) = 0$ m/s, $\dot{\alpha}(0) = 0$ rad/s, $\dot{\beta}(0) = 0$ rad/s, $\dot{\psi}(0) = 0$ rad/s.

仿真结果如图2所示.图2(a)表明系统的最大跟踪 误差在1m左右,对于1km的总位移来说,误差在可容 许的范围之内,这说明球轨迹跟踪控制器设计合理. 图2(b)的上部为平流层卫星沿x方向的轨迹,平流层卫 星在稳定大气环流的作用下持续向前飞行,图中仿真 结果正体现了这一飞行特点;从图2(b)的下部可看出 平流层卫星的高度在35km上有极小的波动但最终稳 定在这一高度上,其纵坐标为相对于初始高度35km 的高度变化,结果表明高度尽管不受控,但浮重平衡 条件下平流层卫星的高度依然能够保持稳定. 图2(c) 为系绳倾角的变化情况,在恒定的大气环境下,系绳 倾角经小幅度摆动最终趋于稳定,实际上小幅度的摆 动源于轨道控制过程中气动帆的气动力在卫星前进 方向上的分力,该分力随跟踪误差趋于零而逐渐消失, 故而系绳倾角能最终保持稳定. 图2(d)反映系绳偏角 的跟踪情况,其结果表明所设计的绳偏角控制器有效 以及相应控制器参数的合理性. 图2(e)为帆偏角的跟 踪情况,结果验证了帆偏航角控制器有效以及相应控 制器参数的合理性. 图2(f)为舵偏角的输出情况, 其峰 值在-0.6°左右,完全符合舵在小角度下工作的条件. 以上仿真结果表明本文提出的平流层卫星动力学模 型合理有效,基于3个串联子系统的平流层卫星轨道 跟踪控制器性能良好.





Fig. 2 The results of orbit control

5 结论(Conclusions)

针对平流层卫星环纬度的轨道控制问题,本文根 据第2类Lagrange方程建立了六自由度的动力学方程. 在根据系统整体动力学方程无法直接应用输入输出 线性化方法设计舵偏角控制律实现平流层卫星经向 轨迹跟踪的情况下,从系统的工作原理出发,提出了 基于3个串联子系统的控制器来实现方向舵到卫星经 度方向轨迹的控制方法.仿真结果表明所提出的控制 器合理有效.作为实现平流层卫星轨迹控制的下一步, 关于系统建模中的参数不确定性和外部干扰的控制 问题将继而展开.

参考文献(References):

- YOUNG M, KEUTH L, PANCOTTI A. An overview of advanced concepts for near space systems [C] //AIAA Joint Propulsion Conference. Denver, Colorado: American Institute of Aeronautics and Astronautics, 2009.
- [2] ROMEO G, FRULLA G, CESTINO E, et al. HELIPLAT: design, aerodynamic structural analysis of long-endurance solar-powered stratospheric platform [J]. *Journal of Aircraft*, 2004, 41(6): 1505 – 1520.
- [3] 李利良, 郭伟民, 何家芳. 国外近空间飞艇的现状和发展 [J]. 武器装备自动化, 2008, 27(2): 32 34.
 (LI Liliang, GUO Weimin, HE Jiafang. Current situation and development of foreign near space airship [J]. Armament Automation, 2008, 27(2): 32 34.)
- [4] 张蒙正, 邹宇. 美国典型高超飞行器项目研发及启示 [J]. 火箭推进, 2012, 38(2): 1-8.
 (ZHANG Mengzheng, ZOU Yu. Development of American typical hypersonic flight vehicles and its enlightenment [J]. *Journal of Rocket Propulsion*, 2012, 38(2): 1-8.)
- [5] 陈旭. 长时空气球的研制发展 [J]. 航天器工程, 2007, 16(4): 83 88.
 (CHEN Xu. Development of long duration high altitude balloon [J]. Spacecraft Engineer, 2007, 16(4): 83 – 88.)
- [6] AARON K M, HEUN M K, NOCK K T. Balloon trajectory control [C] //International Balloon Technology Conference. Reston, VA: American Institute of Aeronautics and Astronautics, 1999: 115–120.
- [7] AARON K M. Balloon trajectory control system [P]. U.S. Patent: 6,402,090, 2002-6-11.
- [8] PANKINE A, AARON K, HEUN M, et al. Stratospheric satellites for earth science applications [C] //Proceedings of IEEE International Geoscience and Remote Sensing Symposium. Piscataway, NJ: IEEE, 2002, 1: 362 – 364.
- [9] AZEVEDO A, NOGUEIRA M, MARUJO C, et al. Operating a network of balloons instead of satellites [C] //AIAA Aviation Technology, Integration, and Operations (ATIO) Conference. Virginia Beach, VA: American Institute of Aeronautics and Astronautics, 2011: 1 – 5.
- [10] PIERCE D L, FAIRBROTHER D A. The 2011 NASA 422,400 m3 super pressure balloon test flight [C] //AIAA Aviation Technology, In-

tegration, and Operations (ATIO) Conference. Virginia Beach, VA: American Institute of Aeronautics and Astronautics, 2011: 1 – 6.

- [11] FAIRBROTHER D A, PIERCE D L. NASA balloon program status [C] //AIAA Balloon Systems Conference. Seattle, Washington: American Institute of Aeronautics and Astronautics, 2009: 1 – 12.
- [12] FAIRBROTHER D A. NASA balloon program overview [C] //AIAA Balloon Systems (BAL) Conference. Daytona Beach, Florida: American Institute of Aeronautics and Astronautics, 2013: 1 – 18.
- [13] 符文星, 朱苏朋, 闫杰, 等. 平流层卫星轨道控制系统研究 [J]. 宇航 学报, 2008, 29(5): 1480 – 1484.
 (FU Wenxing, ZHU Supeng, YAN Jie, et al. Orbit control system for stratospheric satellite [J]. *Journal of Astronautic*, 2008, 29(5): 1480 – 1484.)
- [14] 常晓飞,杨韬,符文星,等.平流层卫星的建模与控制系统设计 [J]. 哈尔滨工业大学学报, 2012, 44(9): 113 – 117.
 (CHANG Xiaofei, YANG Tao, FU Wenxing, et al. The design of trajectory controller based on variable structure control with sliding mode for stratosphic satellite [J]. Journal of Harbing University of Technlogy, 2012, 44(9): 113 – 117.)
- [15] FU W X, ZHU S P, ZUO L K, et al. A new method for controlling the trajectory of stratospheric satellite [C] //The 2nd International Symposium on Knowledge Acquisition and Modeling. Los Alamitos, CA: IEEE, 2009: 80 – 83.
- [16] NOCK K T, AARON K M, HEUN M K, et al. Aerodynamic and mission performance of a winged balloon guidance system [J]. *Journal* of Aircraft, 2007, 44(6): 1923 – 1938.
- [17] ISIDORI A. Nonlinear Control Systems [M]. 2nd edition. Berlin, Germanry: Springer Verlag, 1989.

作者简介:

徐 明 (1986--), 男, 博士研究生, 主要从事非线性动力学系统控制研究, E-mail: mingxu_xjl@163.com;

霍 伟 (1951-), 男, 教授, 博士生导师, 主要从事非线性动力学 系统控制及智能控制研究, E-mail: whuo@163.com.