第 31 卷第 3 期
2014 年 3 月
控 制 理 论 与 应 用
Control Theory & Applications
Vol. 31 No. 3
Mar. 2014

DOI: 10.7641/CTA.2014.30644

带攻击角度约束的非奇异快速终端滑模制导律

熊少锋†, 王卫红, 王　森

(北京航空航天大学 自动化科学与电气工程学院, 北京 100191; 北京航空航天大学 飞行器控制一体化技术重点实验室, 北京 100191)

摘要: 本文利用先进的终端滑模控制和李雅普诺夫稳定性理论设计了一种非奇异、本质上连续和有限时间收敛的带攻击角度约束的制导律, 它可用于打击固定、匀速运动和机动目标. 为了在有限时间内高精度地获得给定的攻击角度并不出现奇异问题, 非奇异快速终端滑模函数被用于设计滑模面. 快速终端滑模函数被用于设计趋近律, 在整个到达阶段系统轨迹可以从任意初始状态快速地收敛到滑模面并形成本质上连续的制导律. 由于非奇异、本质上连续和全局快速收敛的特性, 和传统的终端滑模制导律相比, 本文方法可以在更短时间内以更高精度的攻击角度对目标实施打击. 大量的仿真算例表明了本文制导律的有效性.

关键词: 非线性制导律; 攻击角度约束; 有限时间收敛; 终端滑模控制; 非奇异

中图分类号: V488.13　　　**文献标识码**: A

Nonsingular fast terminal sliding-mode guidance with intercept angle constraint

XIONG Shao-feng†, WANG Wei-hong, WANG Sen

(School of Automation Science and Electrical Engineering, Beihang University, Beijing 100191, China;
Science and Technology on Aircraft Control Laboratory, Beihang University, Beijing 100191, China)

Abstract: A nonsingular, essentially continuous and finite-time convergent intercept angle control guidance law for engaging stationary, constant-speed and maneuvering targets is developed by using advanced terminal sliding-mode control schemes and Lyapunov stability theory. In order to achieve the specified intercept angle in finite-time without singularity, the nonsingular fast terminal sliding-mode control algorithm is employed to construct the sliding surface. The fast terminal sliding-mode control technique is employed to establish the reaching law, so the system trajectory convergences quickly from any initial state to the switching surface in the entire reaching phase and yields essentially continuous guidance law. Due to its inherent singularity-free attribute, continuity and faster convergence rate, no approximation is necessary in the execution of the proposed guidance law, so higher precision tracking of the desired intercept angle in a shorter time interval with smoother guidance command can be guaranteed when compared with conventional terminal sliding-mode guidance law. A large number of numerical simulation examples are implemented to justify the effectiveness of the proposed guidance law.

Key words: nonlinear guidance law; intercept angle constraint; finite time convergence; terminal sliding mode control; nonsingularity

1　引言(Introduction)

导弹在现代战争中发挥着重要的作用. 为了提高导弹战斗部在打击军舰、潜艇、坦克和大型建筑物时的毁伤效能, 不仅要准确命中目标, 而且需要让导弹在击中目标时获得特定的角度. 另外, 对攻击角度的约束可以帮助导弹躲避诸如大型战舰这类目标所装备的防御系统的反制措施.

在过去的几十年里, 有大量的学者专注于攻击角度约束的制导律设计与研究, 并取得了一系列成果. 文献[1]提出了用于打击移动目标的攻击角偏置的比例导引律. 为了以各种不同的攻击角度打击静止及匀速运动目标, 文献[2]提出了一种基于两类具有不同导引常数的比例导引复合制导律, 该制导律采用非线性交战动力学方程.

由于对包含建模误差及不确定性的高度非线性动力系统具有很强的鲁棒性[3], 滑模控制技术被用于制导律的设计. 在文献[4]中, 滑模面被设计成和视线角速率成比例, 目标机动被认为是有界的不确定项. 文献[5]提出了一种基于滑模二阶滑模控制技术的制导律. 文献[6]提出了考虑自动驾驶仪动特性的终端角度

收稿日期: 2013−06−28; 录用日期: 2013−10−18.
†通信作者. E-mail: shepinxiong@163.com; Tel.: +86 15210985746.
基金项目: 基于前视技术的TF/TA²研究项目(B212013XXXX).

约束滑模制导律,该文中滑模面设计为视线角误差及其导数的线性组合,这样只有当时间趋于无穷的时候,视线角才收敛至期望的视线角,不具备有限时间收敛特性. 在文献[7]中,针对固定目标和匀速运动目标,作者基于二阶滑模控制算法,采用视线角整形技术设计了同时满足攻击角度约束和攻击时间约束的制导律. 由于导弹的横坐标在击中目标时和目标的横坐标一致,所以横坐标x而不是时间t被选为独立变量. 期望的视线角被设计成横坐标x的四阶多项式函数,并构造出4个边界条件,因此可以通过调整系数a的值来满足攻击时间的约束条件. 这种制导方法可以有效打击固定目标,但是在打击匀速运动目标时,需要预先调整系数a的值,以满足特定的攻击时间要求,进而解算出命中目标时刻目标所在位置的横坐标,然后算出四阶多项式的系数生成制导指令,这期间需要大量的迭代寻优运算,换句话说,该算法只能离线进行,另外该制导算法不适用于打击机动目标. 在文献[8–10]所提出的带攻击角度约束的制导律中,传统的终端滑模控制算法被用来设计滑模面. 由于存在负的指数项,在文献[8–10]中的制导律都会产生奇异问题. 为了解决奇异问题,在文献[8]中,变量β被引入并和负指数项相乘,当滑模函数小于某特定值时,β被设为0,避免了奇异的发生,但是这种近似方法一方面损失对给定角度的跟踪精度,另外由于有3个边界层参数需要整定,这在制导律的实施过程中显得繁琐. 文献[9–10]没有对奇异问题做出处理,导致仿真结果出现了跳变. 另外,文献[8,10]在边界层ε内用连续的饱和函数来近似符号函数以获得连续的趋近律,这种近似使得系统状态在有限时间内收敛到边界层ε,然而在边界层ε里面,系统状态渐近收敛到平衡点,丧失了有限时间收敛的特性. 在文献[9]中,由于在到达阶段使用幂次趋近律,这样就导致系统轨迹在远离平衡点的时候收敛速率较慢,不具有全局快速收敛的特点. 为了克服奇异问题,在文献[11]中,作者提出了非奇异终端滑模导引律,文中采用等速趋近律,通过饱和函数来等效符号函数,这样即使在打击非机动目标时,滑模面只能收敛到边界层,不能严格收敛到零,因此视线角难以严格收敛到期望的视线角,无法获得高精度的攻击角跟踪性能.

为了克服传统终端滑模制导律[8–10]中的奇异问题和文献[11]所提非奇异制导律在打击非机动目标时视线角不能严格收敛到期望视线角的问题,本文设计了一种非奇异、本质上连续的有限时间收敛满足攻击角约束的制导律. 非奇异快速终端滑模函数和快速终端滑模函数被分别用来设计滑模面和趋近律,所设计的制导律不需要任何的近似,因此可以期望获得更高精度的视线角跟踪性能. 本文所设计的带攻击角约束非奇异快速终端滑模制导律适用于打击固定、匀速运动和机动目标. 与前述的终端滑模制导律相比,该制导律可以在更短的时间内获得更高精度的攻击角跟踪性能以实现对目标的打击. 本文所设计的制导指令在整个制导过程中是非奇异的、本质上连续的和没有抖振的,由于不需要任何的近似处理,故制导律简单便于实施. 另外,从仿真结果中可以看出,本文所提制导指令绝对值的数学期望在大多数场景下都是小于传统终端滑模制导律的,这样可以节省能量.

2 拦截方程(Intercept equation)

带攻击角度约束的拦截问题在实际场景中本质上是一个三维问题,然而为了研究基于非奇异快速终端滑模制导律的有效性,本文选择在二维平面里来解决这个问题,这样做并不失一般性. 如其他的许多制导律[10,12],通过合理的解耦把三维场景分解成两个正交的二维平面,可以把二维平面制导律应用于三维场景中. 本文参考文献[6–9,11]中的平面拦截几何方程来设计制导律,因此制导律所需的信息和文献[6–9,11]相同. 为了简化问题,假设导弹和目标都是质点,并且导弹的自动驾驶仪和舵机具有理想的动态特性. 图1描述了导弹和目标间的拦截几何,相应的用极坐标形式表示的相对运动学方程为

$$\dot{r} = V_{\mathrm{T}}\cos(\phi_{\mathrm{T}}-\lambda) - V_{\mathrm{M}}\cos(\phi_{\mathrm{M}}-\lambda), \quad (1)$$

$$\dot{\lambda} = \frac{V_{\mathrm{T}}\sin(\phi_{\mathrm{T}}-\lambda) - V_{\mathrm{M}}\sin(\phi_{\mathrm{M}}-\lambda)}{r}, \quad (2)$$

$$\dot{\phi}_{\mathrm{M}} = A_{\mathrm{M}}/V_{\mathrm{M}}, \quad (3)$$

$$\dot{\phi}_{\mathrm{T}} = A_{\mathrm{T}}/V_{\mathrm{T}}, \quad (4)$$

其中: λ表示视线角(line of sight angle, LOS), r表示导弹和目标之间的距离, A_{M}和A_{T}分别表示导弹和目标的法向加速度, V_{M}和V_{T}分别表示导弹和目标的切向速度,假设它们是常值.

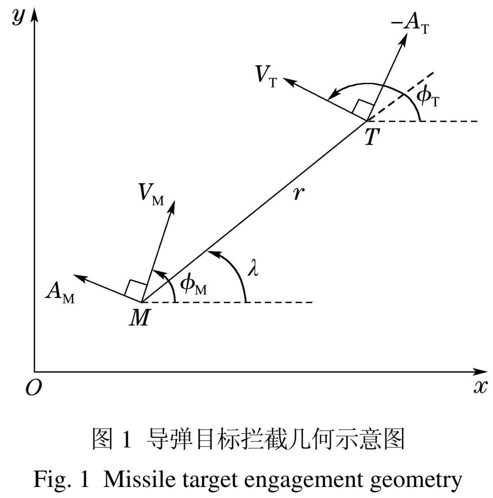


图1 导弹目标拦截几何示意图

Fig. 1 Missile target engagement geometry

对式(2)求导并将式(1)代入其中可得到[13]

$$\ddot{\lambda} = -\frac{2\dot{r}\dot{\lambda}}{r} + \frac{A_{\mathrm{T}\lambda}}{r} - \frac{\cos(\phi_{\mathrm{M}}-\lambda)}{r}A_{\mathrm{M}}, \quad (5)$$

其中$A_{\mathrm{T}\lambda}$=$A_{\mathrm{T}}\cos(\phi_{\mathrm{T}}-\lambda)$是目标加速度在垂直视线方向上的投影. 在实际场景中, 目标加速度难以获得, 因此$A_{\mathrm{T}\lambda}$被认为是未知有界的扰动.

3 终端滑模控制算法(Terminal sliding mode control algorithm)

首先, 介绍一下有限时间收敛的概念[14]. 考虑如下所示的一阶非线性自治系统:

$$\dot{x}=f(x),\ x\in\mathbb{R}^n, \tag{6}$$

其中$f:D\rightarrow\mathbb{R}^n$是在以$x=0$为原点的邻域上的连续函数, 并且有$f(0)=0$.

定义 1 系统(6)的零解被认为是一个有限时间收敛的平衡点, 如果存在原点的开区间$U\subseteq D$和函数$T:U\backslash\{0\}\rightarrow(0,\infty)$, 该函数被称为依赖于初始状态$x_0=x(0)$的稳定时间, 并且满足下列条件:

有限时间收敛:

对任意的初始状态$x_0\in U\backslash\{0\}$, 系统(6)的零解$x(t)=x(t,x_0)$在区间$t\in[0,T(x_0)]$上有定义, 而且它们满足

$$\begin{cases}\lim\limits_{t\rightarrow T(x_0)}x(t,x_0)=0,\ t\in[0,T(x_0)),\\ x(t,x_0)=0,\qquad\quad t\geqslant T(x_0),\end{cases}$$

李雅普诺夫稳定性:

对于任何给定的开集U_ε使得$0\in U_\varepsilon\subseteq U$, 存在一个开集$U_\delta$使得$0\in U_\delta\subseteq U$, 并且对任意给定的初值$x_0\in U_\delta\backslash\{0\}$, 使得对任意的$t\in[0,T(x_0)]$, 都有$x(t,x_0)\in U_\varepsilon$.

当系统(6)的零解x_0是有限时间稳定的平衡点并且$U=D=\mathbb{R}^n$, 则x_0被认为是一个全局稳定的有限时间稳定的平衡点.

引理[15] 考虑式(6)所描述的非线性系统, 假设存在一个连续可微的C^1函数$V(x):D\rightarrow\mathbb{R}$, 任意的实数$k>0$和$0<\alpha<1$, 并且存在原点的一个邻域$U\subset D\subset\mathbb{R}^n$, 使得$V(x)$和$\dot{V}(x)+kV^\alpha(x)$在$U$上分别是正定和半负定的, 其中

$$\dot{V}(x)=\frac{\partial V(x)}{\partial x}\frac{\partial x}{\partial t}=\frac{\partial V(x)}{\partial x}f(x).$$

则系统(6)的零解是有限时间稳定的平衡点, 并且对原点邻域中的任意初始状态x_0, 稳定时间满足$T(x_0)\leqslant\dfrac{V^{1-\alpha}(x_0)}{k(1-\alpha)}$. 当$\widehat{U}=\mathbb{R}^n$和$V(x)$是径向无界($V(x)\rightarrow+\infty$, 当$||x||\rightarrow+\infty$)时, 系统(6)的零解是全局有限时间稳定的.

终端滑模和快速终端滑模函数可分别由如下所示的一阶非线性微分方程描述[16–17]:

$$s=\dot{x}+\beta|x|^\gamma\operatorname{sgn}x=0, \tag{7}$$

$$s=\dot{x}+\alpha x+\beta|x|^\gamma\operatorname{sgn}x=0, \tag{8}$$

其中: $x\in\mathbb{R},\ \alpha,\beta>0,\ 0<\gamma<1$.

从定义1可以知道, 系统(7)和(8)的平衡点$x=0$都是全局有限时间稳定, 并且系统(7)和(8)的轨迹分别在如下所示的时间内从任意给定的初始状态$x(0)=x_0$收敛到平衡点$x=0$,

$$T_{\mathrm{t}}=\frac{1}{\beta(1-\gamma)}|x_0|^{1-\gamma}, \tag{9}$$

$$T_{\mathrm{ft}}=\frac{1}{\alpha(1-\gamma)}\ln\frac{\alpha|x_0|^{1-\gamma}+\beta}{\beta}, \tag{10}$$

并且会一直驻留在平衡点.

对于系统(7), 它的状态轨迹在远离平衡点的时候收敛速度慢, 而在接近平衡点的时候收敛速度快. 对于系统(8), 当远离平衡点的时候αx起主要作用, 系统轨迹快速收敛, 当接近平衡点的时候, $\beta|x|^\gamma\operatorname{sgn}x$起主要作用, 系统同样快速收敛, 因此, 和式(7)中的终端滑模算法相比, 式(8)中的快速终端滑模算法在整个过程中都快速收敛, 而不只是在接近平衡点的时候才快速收敛.

对式(7)和(8)求导, 可得

$$\dot{s}=\ddot{x}+\beta\gamma|x|^{\gamma-1}\dot{x}, \tag{11}$$

$$\dot{s}=\ddot{x}+\alpha\dot{x}+\beta\gamma|x|^{\gamma-1}\dot{x}. \tag{12}$$

由于$-1<\gamma-1<0$, 因此当$x\rightarrow0$, $|x|^{\gamma-1}\rightarrow\infty$, 所以在进行控制方案设计的时候, 式(7)中的终端滑模算法和式(8)中的快速终端滑模算法均会产生奇异问题.

非奇异终端滑模和非奇异快速终端滑模算法可分别表述为[18–19]

$$s=x+\beta|\dot{x}|^\gamma\operatorname{sgn}\dot{x}=0, \tag{13}$$

$$s=x+k_1|x|^{a_1}\operatorname{sgn}x+k_2|\dot{x}|^{a_2}\operatorname{sgn}\dot{x}=0, \tag{14}$$

其中: $x\in\mathbb{R},\ \beta>0,\ 1<\gamma<2,\ k_1>0,\ k_2>0,\ 1<a_2<2,\ a_1>a_2$. 非奇异终端滑模系统(13)等价于以下的终端滑模系统:

$$\begin{cases}\dot{x}+\beta'|x|^{\gamma'}\operatorname{sgn}x=0,\\ \beta'=\beta^{-1/\gamma}>0,\ \dfrac{1}{2}<\gamma'=\dfrac{1}{\gamma}<1.\end{cases} \tag{15}$$

该等价是显而易见的, 在此不占用篇幅去证明.

式(13)和(14)所描述的非奇异终端滑模算法和非奇异快速终端滑模算法都是连续可微的, 尽管它们的表达式中含有绝对值和符号函数项. 它们的一阶导数为

$$\dot{s}=\dot{x}+\beta\gamma|\dot{x}|^{\gamma-1}\ddot{x}, \tag{16}$$

$$\dot{s}=\dot{x}+k_1a_1|x|^{a_1-1}\dot{x}+k_2a_2|\dot{x}|^{a_2-1}\ddot{x}. \tag{17}$$

非奇异终端滑模系统(13)和非奇异快速终端滑模系统(14)均是全局有限时间收敛的, 并且它们收敛到平衡点的时间为

$$\begin{cases} T_{\rm nt} = \dfrac{\beta^{1/\gamma}|x_0|^{1-1/\gamma}}{1-1/\gamma}, \\ T_{\rm nft} = \\ \displaystyle\int_0^{|x_0|} \frac{k_2^{1/a_2}}{(x+k_1x^{a_1})^{1/a_2}}{\rm d}x = \frac{a_2|x_0|^{1-1/a_2}}{k_1(a_2-1)}\cdot \\ F(\dfrac{1}{a_2}, \dfrac{a_2-1}{(a_1-1)a_2}; 1+\dfrac{a_2-1}{(a_1-1)a_2}; -k_1|x_0|^{a_1-1}), \end{cases} \tag{18}$$

其中$F(\cdot)$表示高斯超几何函数, 关于它的更多信息, 读者可参考文献[19].

4 制导律设计(Guidance law design)

动力系统的有限时间稳定不仅可以保证系统轨迹有限时间内收敛到平衡点, 而且可以带来对扰动更好的抑制. 本文设计了一种本质上连续(不需要任何近似处理)有限时间收敛带攻击角度约束的非奇异制导律, 其中拦截模型选用式(1)–(4)所描述的非线性交战动力系统, 滑模面的设计采用式(14)中的非奇异快速终端滑模算法, 趋近律的设计采用式(8)中的快速终端滑模算法. 因此, 可以克服现有终端滑模制导律中的奇异和不连续问题, 并且可以获得全局快速收敛的效果.

在这里需要着重强调两点, 一是: 式(8)描述的方程不仅仅只是用作滑模面设计, 它也可以用来设计趋近律, 把变量x替换成滑模面变量s, 则式(8)可以表述为: $\dot s + \alpha s + \beta|s|^\gamma {\rm sgn}\, s = 0$, 将$\dot s$放到左边就可以得到全局快速收敛的趋近律: $\dot s = -\alpha s - \beta|s|^\gamma {\rm sgn}\, s$, 认识到这一点非常重要, 以免误以为式(8)仅可以设计滑模面而不可以设计趋近律. 另外, 奇异问题只是存在于滑模面上, 在到达阶段不存在这个问题, 因此可以采用式(8)设计趋近律.

将式(5)重新表述如下:

$$\ddot\lambda = -\frac{2\dot r\dot\lambda}{r} + \frac{A_{{\rm T}\lambda}}{r} - \frac{\cos(\phi_{\rm M}-\lambda)}{r}A_{\rm M}.$$

很明显, 当$|\varphi_{\rm M}-\lambda| \neq \pi/2$, λ受$A_{\rm M}$控制, 文献[8]已证明$|\varphi_{\rm M}-\lambda| = \pi/2$不是一个稳定的平衡点, 因为当$|\varphi_{\rm M}-\lambda| = \pi/2$时, $\dot\varphi_{\rm M} - \dot\lambda \neq 0$, 所以导弹的加速度$A_{\rm M}$可以用来控制视线角(LOS)$\lambda$, 也称为攻击角[20].

同一般的滑模控制设计相类似, 第1步是设计滑模面, 以获得期望的控制效果. 依据式(14)中的非奇异快速终端滑模算法, 滑模面可设计为

$$s = \tilde\lambda + k_1|\tilde\lambda|^{a_1}{\rm sgn}\,\tilde\lambda + k_2|\dot{\tilde\lambda}|^{a_2}{\rm sgn}\,\dot{\tilde\lambda}, \tag{19}$$

其中: $\tilde\lambda = \lambda - \lambda_{\rm d}$, $k_1 > 0$, $k_2 > 0$, $1 < a_2 < 2$, $a_1 > a_2$, $\lambda_{\rm d}$表示给定的攻击角, 假定为常数, 因此$\dot\lambda_{\rm d} = \ddot\lambda_{\rm d} = 0$. 为了让系统轨迹快速地从初始状态收敛到滑模面(19), 采用式(8)中的快速终端滑模函数来构建趋近律(关于式(8)为何可用于设计趋近律$\dot s = -\alpha s - \beta|s|^\gamma {\rm sgn}\, s$, 前面已经阐述的很清楚, 在此不赘述). 因此可得如下的带攻击角度约束的非奇异快速终端滑模制导律:

$$A_{\rm M} = \frac{r}{\cos\theta_{\rm M}}[\frac{1}{k_2a_2}|\dot{\tilde\lambda}|^{2-a_2}{\rm sgn}\,\dot{\tilde\lambda}(1+k_1a_1|\tilde\lambda|^{a_1-1}) - \frac{2\dot r\dot\lambda}{r} + \frac{\alpha s + \beta|s|^\gamma{\rm sgn}\,s}{r}], \tag{20}$$

其中$\theta_{\rm M} = \varphi_{\rm M} - \lambda$.

定理 1 对于式(1)–(4)中所描述的弹目非线性相对运动学方程, 如果滑模面设计为式(19), 趋近律选用$\dot s = -\alpha s - \beta|s|^\gamma {\rm sgn}\, s$, 制导指令设计为式(20), 则有如下的两个结论成立:

1) 对于固定和匀速运动目标, 滑模面变量s, 视线角跟踪误差$\tilde\lambda$和视线角速率跟踪误差$\dot{\tilde\lambda}$均在有限时间内严格收敛到零, 并且在整个制导过程中没有奇异问题发生.

2) 对于机动目标, 即$A_{\rm T} \neq 0$, 系统状态轨迹将在有限时间内收敛到非奇异快速终端滑模面(19)的邻域

$$\begin{cases} |s| \leqslant \varDelta = \min(\varDelta_1, \varDelta_2), \\ \varDelta_1 = \dfrac{A_{\rm d}}{\alpha}, \\ \varDelta_2 = (\dfrac{A_{\rm d}}{\beta})^{1/\gamma}, \end{cases} \tag{21}$$

其中$A_{\rm d}$表示目标加速度的上界. 同时, $\tilde\lambda$和$\dot{\tilde\lambda}$分别在有限时间内收敛到如下区域:

$$\begin{cases} \varDelta_{\tilde\lambda} = 2\varDelta, \\ \varDelta_{\dot{\tilde\lambda}} = (\dfrac{\varDelta}{k_2})^{1/a_2}, \end{cases} \tag{22}$$

并且不会出现奇异问题.

证 考虑李雅普诺夫函数如下:

$$V = \frac{1}{2}s^2. \tag{23}$$

对式(23)求导, 并将式(5)代入其中:

$$\dot V = s\dot s = s(\dot{\tilde\lambda} + k_1a_1|\tilde\lambda|^{a_1-1}\dot{\tilde\lambda} + k_2a_2|\dot{\tilde\lambda}|^{a_2-1}(-\frac{2\dot r\dot\lambda}{r} + \frac{A_{{\rm T}\lambda}}{r} - \frac{\cos\theta_{\rm M}}{r}A_{\rm M})). \tag{24}$$

把式(20)代入式(24):

$$\dot V = \frac{k_2a_2|\dot{\tilde\lambda}|^{a_2-1}}{r}s(A_{{\rm T}\lambda} - \alpha s - \beta|s|^\gamma{\rm sgn}\,s). \tag{25}$$

对于$A_{{\rm T}\lambda} = A_{\rm T} = 0$, 相应于固定和匀速运动目标, 式(25)可以重新表述为

$$\dot V = -\xi_1 V - \xi_2 V^{(\gamma+1)/2}, \tag{26}$$

其中:

$$\xi_1 = 2\alpha k_2a_2|\dot{\tilde\lambda}|^{a_2-1}/r,$$
$$\xi_2 = 2^{(\gamma+1)/2}\beta k_2a_2|\dot{\tilde\lambda}|^{a_2-1}/r.$$

很明显, $0.5 < (\gamma+1)/2 < 1$, $\xi_1 > 0$, $\xi_2 > 0$. 如果$\dot{\tilde{\lambda}} \neq 0$, 则式(26)有和式(8)中的快速终端滑模算法相同的形式, 其中: $\alpha' = \xi_1$, $\beta' = \xi_2$, $\gamma' = (\gamma+1)/2$和$x = V \geqslant 0$. 依据式(10), 系统轨迹收敛到式(19)中的非奇异快速终端滑模面$s = 0$的时间为

$$T_{\text{reach}} = \frac{2}{\xi_1(1-\gamma)} \ln \frac{\xi_1 |V_0|^{(1-\gamma)/2} + \xi_2}{\xi_2}, \quad (27)$$

其中: $\dot{\tilde{\lambda}} \neq 0$, V_0表示V的初值. 因此$\tilde{\lambda}$可以沿着滑模面(19)在有限时间内严格收敛到零. 现在考虑$\dot{\tilde{\lambda}} = 0$的情况, 把式(20)代入式(5)可得

$$\ddot{\tilde{\lambda}} = -(\alpha s + \beta |s|^{\gamma} \operatorname{sgn} s)/r, \quad (28)$$

其中$\ddot{\tilde{\lambda}} = \ddot{\lambda} - \ddot{\lambda}_{\mathrm{d}} = \ddot{\lambda} - 0 = \ddot{\lambda}$. 因为系统轨迹处在到达阶段, 所以$s \neq 0$, 可得

$$\ddot{\tilde{\lambda}} = -(\alpha|s| + \beta|s|^{\gamma}) \operatorname{sgn} s / r \neq 0, \quad (29)$$

故$\dot{\tilde{\lambda}} = 0$不是系统在到达阶段的吸引子, 因此系统状态轨迹可以在有限时间内到达滑模面(19). 对于$A_{\mathrm{T}} \neq 0$相应于目标实施机动, 因为$A_{\mathrm{T}\lambda} = A_{\mathrm{T}} \cos(\varphi_{\mathrm{T}} - \lambda)$, 所以当$|\varphi_{\mathrm{T}} - \lambda| \neq \pi/2$时$A_{\mathrm{T}\lambda} \neq 0$, $A_{\mathrm{T}\lambda}$是未知的有界扰动, 则式(25)可以进一步表述为如下两种形式:

$$\dot{V} = -\frac{k_2 a_2 |\dot{\tilde{\lambda}}|^{a_2-1}}{r} s((\alpha - \frac{A_{\mathrm{T}\lambda}}{s})s + \beta|s|^{\gamma} \operatorname{sgn} s), \quad (30)$$

$$\dot{V} = -\frac{k_2 a_2 |\dot{\tilde{\lambda}}|^{a_2-1}}{r} s(\alpha s + (\beta - \frac{A_{\mathrm{T}\lambda}}{|s|^{\gamma} \operatorname{sgn} s})|s|^{\gamma} \operatorname{sgn} s). \quad (31)$$

对于式(30), 如果$(\alpha - \frac{A_{\mathrm{T}\lambda}}{s}) > 0$和$\dot{\tilde{\lambda}} \neq 0$, 则式(30)拥有和式(26)类似的结构, 因此可以保证有限时间收敛. 假设$|A_{\mathrm{T}}| \leqslant A_{\mathrm{d}}$, 因此

$$|A_{\mathrm{T}\lambda}| = |A_{\mathrm{T}} \cos(\varphi_{\mathrm{T}} - \lambda)| \leqslant |A_{\mathrm{T}}| \leqslant A_{\mathrm{d}},$$

如果$(\alpha - \frac{|A_{\mathrm{T}\lambda}|}{|s|}) > 0$, 则系统状态可以在有限时间内收敛到区域

$$|s| \leqslant \varDelta_1 = \frac{A_{\mathrm{d}}}{\alpha}. \quad (32)$$

对于式(31), 可以用和式(30)类似的分析, 系统轨迹将在有限时间内收敛到区域

$$|s| \leqslant \varDelta_2 = (\frac{A_{\mathrm{d}}}{\beta})^{1/\gamma}. \quad (33)$$

综合不等式(32)和(33), 可得系统状态轨迹有限时间内收敛到区域$\varDelta = \min(\varDelta_1, \varDelta_2)$. 同样地$\dot{\tilde{\lambda}} = 0$ 也不是吸引子. 把制导指令(20)代入式(5)可得

$$\begin{aligned} &\ddot{\tilde{\lambda}} = \\ &-1/(k_2 a_2)|\dot{\tilde{\lambda}}|^{2-a_2} \operatorname{sgn} \dot{\tilde{\lambda}}(1 + k_1 a_1 |\tilde{\lambda}|^{a_1 - 1}) - \\ &(\alpha s + \beta|s|^{\gamma} \operatorname{sgn} s - A_{\mathrm{T}\lambda})/r. \end{aligned} \quad (34)$$

考虑$\dot{\tilde{\lambda}} = 0$和任何位于区域$\varDelta_1$或$\varDelta_2$之外的滑模面函数值$s$, 可得

$$\begin{cases} \ddot{\tilde{\lambda}} = -\dfrac{((\alpha - \dfrac{A_{\mathrm{T}\lambda}}{s})|s| + \beta|s|^{\gamma}) \operatorname{sgn} s}{r} \neq 0, \\ \ddot{\tilde{\lambda}} = -\dfrac{(\alpha|s| + (\beta - \dfrac{A_{\mathrm{T}\lambda}}{|s|^{\gamma} \operatorname{sgn} s})|s|^{\gamma}) \operatorname{sgn} s}{r} \neq 0, \end{cases} \quad (35)$$

故在系统轨迹从初始状态到达区域$|s| \leqslant \varDelta$的时间内, $\dot{\tilde{\lambda}} = 0$不是吸引子, 因此系统状态可以在有限时间内到达滑模面(19)的邻域$|s| \leqslant \varDelta$. 当系统状态进入区域$|s| \leqslant \varDelta$, 即$s = \tau$, 其中$|\tau| \leqslant \varDelta$, 将式(19)代入其中, 可得

$$\tilde{\lambda} + k_1 |\tilde{\lambda}|^{a_1} \operatorname{sgn} \tilde{\lambda} + k_2 |\dot{\tilde{\lambda}}|^{a_2} \operatorname{sgn} \dot{\tilde{\lambda}} = \tau. \quad (36)$$

式(36)可进一步写成

$$\begin{aligned} &\tilde{\lambda} + k_1 |\tilde{\lambda}|^{a_1} \operatorname{sgn} \tilde{\lambda} + (k_2 - \frac{\tau}{|\dot{\tilde{\lambda}}|^{a_2} \operatorname{sgn} \dot{\tilde{\lambda}}}) \cdot \\ &|\dot{\tilde{\lambda}}|^{a_2} \operatorname{sgn} \dot{\tilde{\lambda}} = 0. \end{aligned} \quad (37)$$

如果$(k_2 - \tau/|\dot{\tilde{\lambda}}|^{a_2} \operatorname{sgn} \dot{\tilde{\lambda}}) > 0$, 则式(37)也具有和非奇异快速终端滑模算法相类似的结构, 这意味着系统轨迹将一直收敛直到$(k_2 - \tau/|\dot{\tilde{\lambda}}|^{a_2} \operatorname{sgn} \dot{\tilde{\lambda}}) \leqslant 0$, 换句话说, $\dot{\tilde{\lambda}}$将在有限时间内收敛到区域$(k_2 - \tau/|\dot{\tilde{\lambda}}|^{a_2} \operatorname{sgn} \dot{\tilde{\lambda}}) \leqslant 0$, 变形可得

$$|\dot{\tilde{\lambda}}| \leqslant (\frac{\varDelta}{k_2})^{1/a_2} = \varDelta_{\dot{\tilde{\lambda}}}, \quad (38)$$

而且从式(36)可得

$$|\tilde{\lambda}| < (|\tilde{\lambda}| + k_1 |\tilde{\lambda}|^{a_1}) \leqslant k_2 |\dot{\tilde{\lambda}}|^{a_2} + |\tau| \leqslant 2\varDelta = \varDelta_{\tilde{\lambda}}, \quad (39)$$

这就意味着$\tilde{\lambda}$将在有限时间内收敛到式(39)所示的区域.　　证毕.

式(20)中的制导指令不包含任何的负指数项, 因此不存在奇异问题, 因此所给出的导弹加速度是合理的可接受的. 另外, 式(20)在本质上是连续的, 这说明该制导指令在具体执行的过程中, 不需要做任何的连续近似处理, 所以对给定攻击角度的高精度跟踪性能是有保证的.

考虑区域$\varDelta_1 = \frac{A_{\mathrm{d}}}{\alpha}$和$\varDelta_2 = (\frac{A_{\mathrm{d}}}{\beta})^{1/\gamma}$, 如果合理地选择$\alpha$和$\beta$的值, 使得$\alpha = \beta >> A_{\mathrm{d}}$, 则$\varDelta_1 << 1$, $\varDelta_2 << 1$. 特别地, 指数项$1/\gamma > 1$可以进一步地减小区域$\varDelta_2$的厚度使得$\varDelta_2 << \varDelta_1$, 它意味着非奇异快速终端滑模制导律可以提供更高的角度跟踪性能.

当出现大的初始航向角偏差时, 存在$\dot{r}_0 > 0$, 制导指令或许不能操纵导弹转换到碰撞路径上来, 因而导致脱靶, 为了解决这个问题, 式(20)中的制导指令可以

修改成如下形式[8]:

$$A_{\rm M}=\frac{1}{|\cos\theta_{\rm M}|}[\frac{r}{k_2a_2}|\dot{\tilde{\lambda}}|^{2-a_2}{\rm sgn}\,\dot{\tilde{\lambda}}(1+k_1a_1|\tilde{\lambda}|^{a_1-1})+2|\dot{r}|\dot{\lambda}+\alpha s+\beta|s|^{\gamma}{\rm sgn}\,s]. \tag{40}$$

从式(40)可以看到, 当$|\theta_{\rm M}|=\pi/2$时, $A_{\rm M}\to\infty$, 在实际中导弹不可能提供无穷大的加速度, 因此必须进行限幅处理

$$A_{\rm M}=\begin{cases}A_{\rm M\max}{\rm sgn}\,A_{\rm M}, & |A_{\rm M}|\geqslant A_{\rm M\max},\\ A_{\rm M}, & |A_{\rm M}|<A_{\rm M\max},\end{cases} \tag{41}$$

其中$A_{\rm M\max}$是导弹实际所能提供的最大加速度.

5 仿真结果(Simulation result)

这一小节, 将在各种场景下进行大量的仿真实验, 以说明本文所提出的带攻击角度约束的非奇异快速滑模终端制导律的性能. 导弹的初始位置为(0 m, 0 m), 目标的初始位置为(10000 m, 5000 m), 因此初始的弹目距离$r_0=11180.34$ m, 初始的视线角$\lambda_0=0.4636$ rad $=26.5651°$, 导弹的初始航迹角为$\varphi_{\rm M0}=45°$, 导弹的速度为$V_{\rm M}=500$ m/s, 目标固定和运动时的初始航迹角分别是$\varphi_{\rm M0}=0°$和$\varphi_{\rm M0}=120°$, 目标运动时的速度为$V_{\rm T}=250$ m/s, 导弹所能提供的最大加速度$A_{\rm M\max}=200{\rm m/s^2}$, 仿真步长为0.01 s, 采用四阶龙格库塔法解弹目间的非线性相对运动学方程. 滑模面和趋近律的相关参数设定如下:

$$k_1=1,\ k_2=2,\ a_1=3,\ a_2=1.5,$$
$$\alpha=\beta=500,\ \gamma=0.6.$$

本文不需要对参数进行在线整定, 因此可实时计算制导指令. 为了对比, 文献[8]中的传统终端滑模制导律也一并仿真, 它的制导律为

$$s=\dot{\tilde{\lambda}}+c|\tilde{\lambda}|^{\alpha}{\rm sgn}\,\tilde{\lambda}, \tag{42}$$

$$A_{\rm M}=\frac{1}{|\cos\theta_{\rm M}|}(cr\alpha\beta|\tilde{\lambda}|^{\alpha-1}\dot{\tilde{\lambda}}+2|\dot{r}|\dot{\lambda})+\frac{1}{{\rm sgn}\,\cos\theta_{\rm M}}\tilde{M}{\rm sgmf}(s), \tag{43}$$

其中:

$$ {\rm sgmf}(s)=2(\frac{1}{1+\exp(-as)}-\frac{1}{2}),\ a=1/\varepsilon.$$

相关参数设定如下:

$$\hat{M}=500,\ \varepsilon_{\rm M}=20,\ \varepsilon_1=0.001,$$
$$\varepsilon_2=0.015,\ \varepsilon=0.1,\ c=1,\ \alpha=0.5,$$
$$\beta=\begin{cases}0, & |s|<\varepsilon_1,\\ \dfrac{|s|-\varepsilon_1}{\varepsilon_2-\varepsilon_1}, & \varepsilon_1\leqslant|s|\leqslant\varepsilon_2,\\ 1, & 其他,\end{cases} \tag{44}$$
$$\tilde{M}=\begin{cases}\hat{M}, & |s|\geqslant\varepsilon,\\ \dfrac{\hat{M}}{\varepsilon_{\rm M}}, & |s|<\varepsilon.\end{cases}$$

另外, 为了说明动力系统的有限时间稳定和非有限时间稳定在抑制扰动方面的性能, 将文献[8]中的终端滑模面改为线性滑模面:

$$s=\dot{\tilde{\lambda}}+c\tilde{\lambda}. \tag{45}$$

设计制导律一并仿真, 相应的制导指令为

$$A_{\rm M}=\frac{1}{|\cos\theta_{\rm M}|}(cr\alpha\dot{\tilde{\lambda}}+2|\dot{r}|\dot{\lambda})+\frac{1}{{\rm sgn}\,\cos\theta_{\rm M}}\tilde{M}{\rm sgmf}(s), \tag{46}$$

其中$c=0.5$, 其余参数同上. 这里还定义一个变量$A_{\rm ME}$, 它表示导弹指令加速度绝对值的数学期望, 也即是均值:

$$A_{\rm ME}=\frac{1}{N}\sum_{k=1}^{N}|A_{\rm M}(k)|, \tag{47}$$

其中: $A_{\rm M}(k)$表示第k步时$A_{\rm M}$的计算值, N表示总的仿真步数.

第1种场景: 打击固定目标,

$$\varphi_{\rm M0}=180°,\ \varphi_{\rm T}=0°,\ \lambda_{\rm d}=90°,$$
$$V_{\rm T}=0\,{\rm m/s},\ A_{\rm T}=0\,{\rm m/s^2},$$

图2描述了相应的仿真结果. 从图2(a)可以清楚地看到, 在非奇异快速终端滑模(nonsingular fast terminal sliding mode, NFTSM)、终端滑模(terminal sliding mode, TSM)和线性滑模(linear sliding mode, LSM)制导律的作用下, 导弹在初始阶段的飞行方向是不一样的, 具体来说, 在NFTSM制导律作用下导弹初始阶段向上飞行, 而在TSM和LSM制导律作用下导弹初始阶段向下飞行, 考虑到目标处于导弹初始位置的右上方, 因此在NFTSM制导律作用下, 导弹会沿着一个更短的路径飞行. 另外, 在导弹快要击中目标的时候, NFTSM和TSM制导律控制下的导弹基本上是垂直地朝目标飞去, 而LSM制导律控制下的导弹是倾斜地朝目标飞去. 在NFTSM制导律作用下, 滑模函数s和视线角λ分别严格收敛到0°和90°; 在TSM制导律作用下, s和λ分别收敛到区间$|s|\leqslant 0.1$和$89.7°\leqslant|\lambda|<90°$; 在LSM制导律作用下, s和λ分别收敛到区间$|s|\leqslant 0.1$和$80°\leqslant|\lambda|\leqslant 85°$. 虽然TSM和LSM制导律均不能像NFTSM制导律那样使得λ严格收敛到90°, 但是由于采用了有限时间稳定的终端滑模面, TSM制导律相较于LSM制导律可以使视线角λ更加趋近于90°.

对于NFTSM, TSM和LSM制导律, 导弹的攻击时间和相应的$A_{\rm ME}$分别是31.91 s, 78.0739 m/s^2; 41.50 s, 56.7861 m/s^2; 41.90 s和55.5124 m/s^2. 因此和TSM及LSM方法相比, NFTSM方法在时间上分别降低了9.59 s和9.99 s, 在$A_{\rm ME}$上分别增加了21.2878和22.5615 m/s^2. 从图2(b)可以看出, 和TSM制导律相比,

总体上NFTSM和LSM制导律所生成的加速度指令更为光滑.

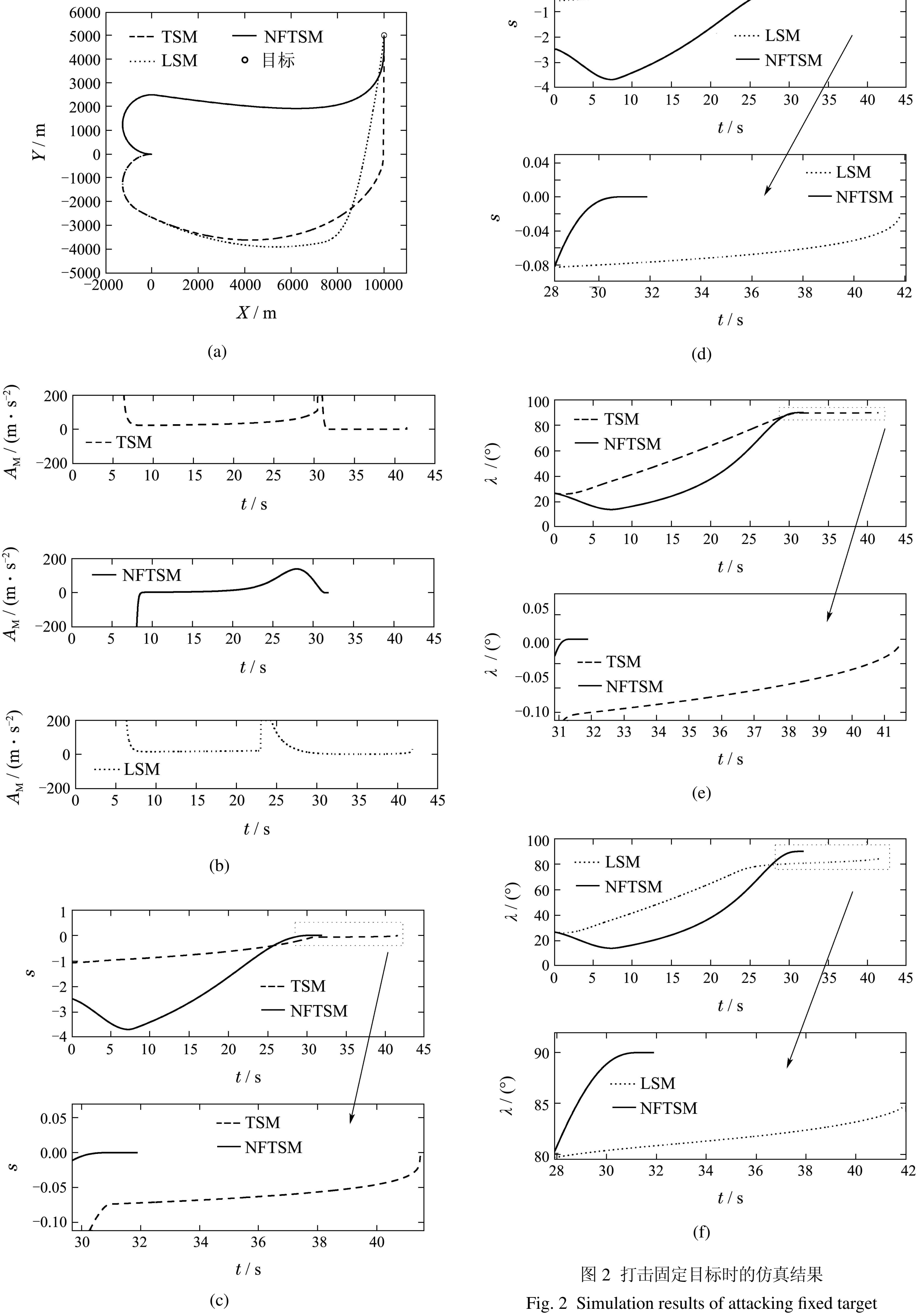


图 2 打击固定目标时的仿真结果

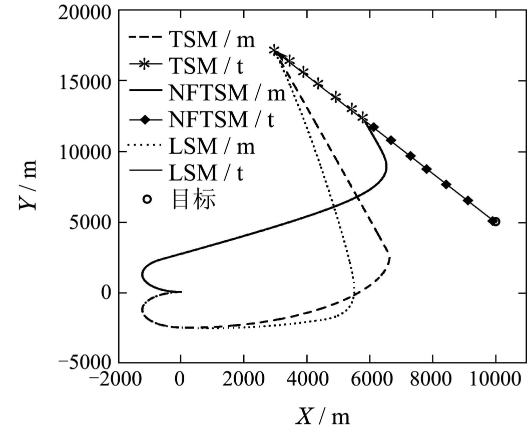
Fig. 2 Simulation results of attacking fixed target

针对固定目标, 还考虑了另外7种情形: $\varphi_{\rm M0}$分别取值0°, 90°和–90°, 而$\lambda_{\rm d}$固定为90°: $\varphi_{\rm M0}$固定为45°, $\lambda_{\rm d}$分别取值180°, 0°, –90°和90°. 由于篇幅限制, 这里不给出具体的仿真图, 只给出NFTSM, TSM和LSM制导律在这7种情形下的打击时间和$A_{\rm ME}$为

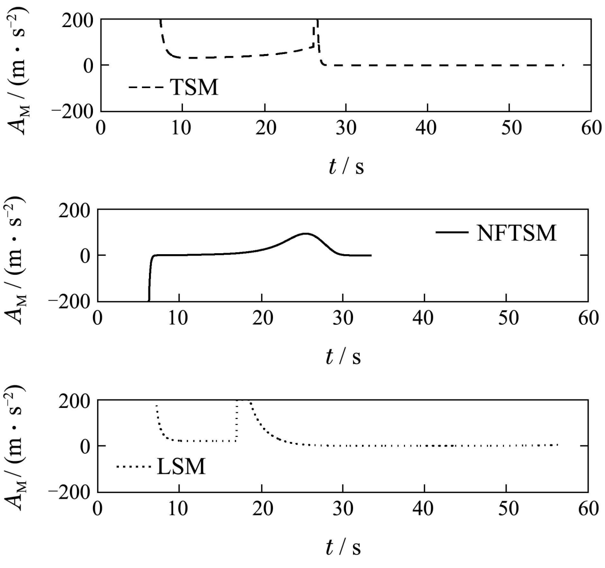
$$24.97\,{\rm s}, 25.78\,{\rm s}, 27.53\,{\rm s},$$
$$35.25\,{\rm s}, 23\,{\rm s}, 29.62\,{\rm s}, 24.98\,{\rm s};$$
$$31.455\,{\rm m/s^2}, 60.1935\,{\rm m/s^2},$$
$$57.0576\,{\rm m/s^2}, 63.7629\,{\rm m/s^2},$$
$$17.0739\,{\rm m/s^2}, 45.3856\,{\rm m/s^2}, 42.4322\,{\rm m/s^2};$$
$$31.08\,{\rm s}, 30.67\,{\rm s}, 33.13\,{\rm s},$$
$$42.54\,{\rm s}, 25.39\,{\rm s}, 38.91\,{\rm s}, 30.29\,{\rm s},$$
$$42.7162\,{\rm m/s^2}, 70.5216\,{\rm m/s^2},$$
$$47.4349\,{\rm m/s^2}, 67.0095\,{\rm m/s^2},$$
$$34.7079\,{\rm m/s^2}, 51.2663\,{\rm m/s^2}, 56.2437\,{\rm m/s^2};$$
$$31.27\,{\rm s}, 30.73\,{\rm s}, 33.40\,{\rm s},$$
$$38.21\,{\rm s}, 24.92\,{\rm s}, 36.95\,{\rm s}, 30.44\,{\rm s},$$
$$40.6530\,{\rm m/s^2}, 68.2272\,{\rm m/s^2},$$
$$45.6290\,{\rm m/s^2}, 64.5182\,{\rm m/s^2},$$
$$40.6680\,{\rm m/s^2}, 48.8512\,{\rm m/s^2}, 54.1912\,{\rm m/s^2}.$$

第2种场景: 打击匀速运动目标, $\varphi_{\rm M0}=180°$, $\lambda_{\rm d}=90°$, $V_{\rm T}=250\,{\rm m/s}$, $\varphi_{\rm T}=\varphi_{\rm T0}=120°$, $A_{\rm T}=0\,{\rm m/s^2}$, 相应的仿真结果如图3所示, 为节省篇幅, 滑模函数未示出. 如前所述, 在NFTSM制导律作用下, 滑模函数s和视线角λ分别严格收敛到0和90°; 对于TSM制导律, 它们只是分别收敛到区间$|s|\leqslant 0.1$和$89.8\leqslant|\lambda|<90$;k 对于LSM制导律, 相应的收敛区间是$|s|\leqslant 0.1$和$80\leqslant|\lambda|<88$. 在NFTSM, TSM和LSM制导律控制下, 导弹的攻击时间和相应的$A_{\rm ME}$分别为33.56 s, 57.5425 m/s^2; 56.61 s, 43.8610 m/s^2; 56.68 s, 43.5945 m/s^2, 因此和TSM及LSM方法相比较, NFTSM方法在时间上分别降低了23.05 s和23.12 s, 在$A_{\rm ME}$上分别增加了13.6815 m/s^{2}和13.9480 m/s^2. 针对匀速运动目标, $\varphi_{\rm M0}$分别取值45°, 0°, 90°和–90°, 而$\lambda_{\rm d}$固定为90°, NFTSM, TSM和LSM制导律在这4种情形下的打击时间和$A_{\rm ME}$为

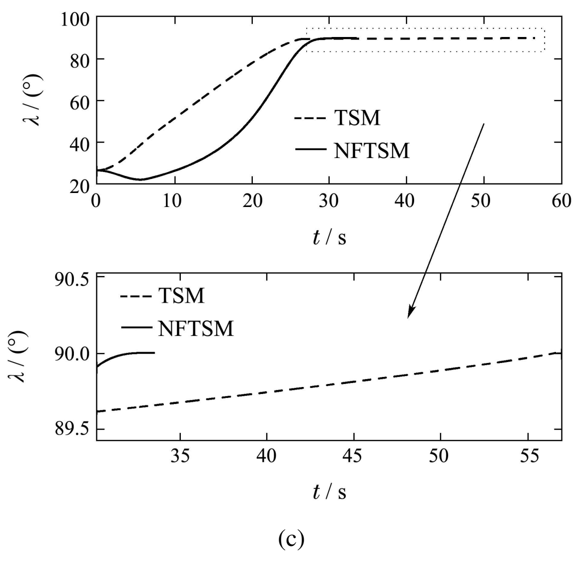
$$28.98\,{\rm s}, 29.29\,{\rm s}, 29.09\,{\rm s}, 35.75\,{\rm s},$$
$$22.6522\,{\rm m/s^2},\ 31.1280\,{\rm m/s^2},$$
$$37.3522\,{\rm m/s^2},\ 47.4724\,{\rm m/s^2};$$
$$39.61\,{\rm s}, 40.96\,{\rm s}, 38.71\,{\rm s}, 45.09\,{\rm s},$$
$$37.9367\,{\rm m/s^2}, 28.7983\,{\rm m/s^2},$$
$$48.9677\,{\rm m/s^2}, 37.6472\,{\rm m/s^2};$$
$$39.46\,{\rm s}, 40.84\,{\rm s}, 38.49\,{\rm s}, 45.08\,{\rm s},$$
$$37.7849\,{\rm m/s^2}, 28.2850\,{\rm m/s^2},$$
$$48.8964\,{\rm m/s^2}, 37.3805\,{\rm m/s^2}.$$



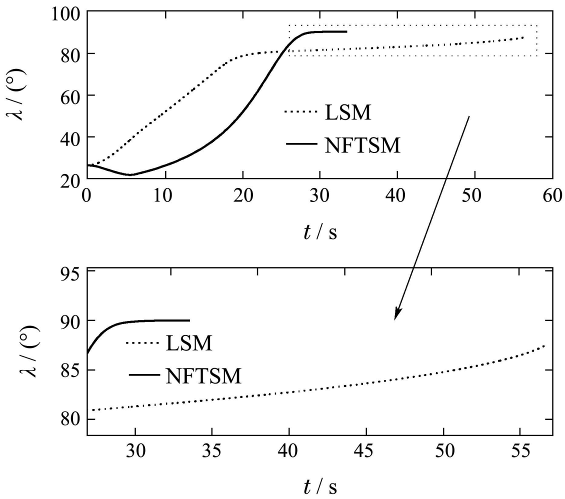
(a)



(b)



(c)

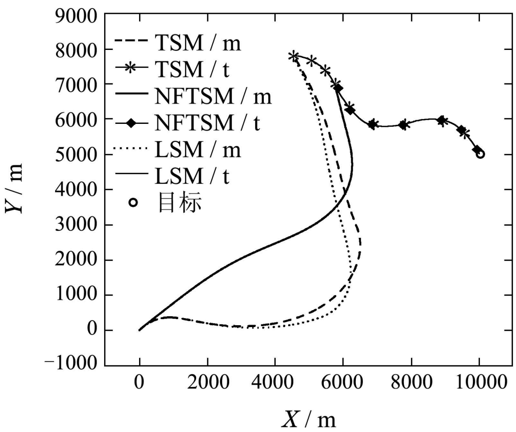


(d)

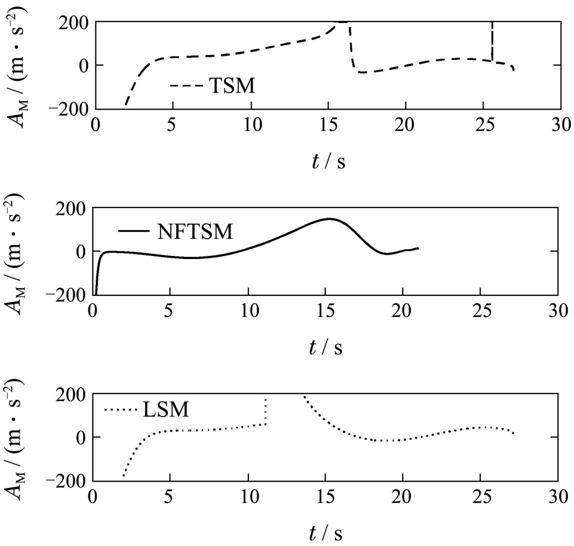
图 3 打击匀速目标时的仿真结果

Fig. 3 Simulation results of attacking constant speed target

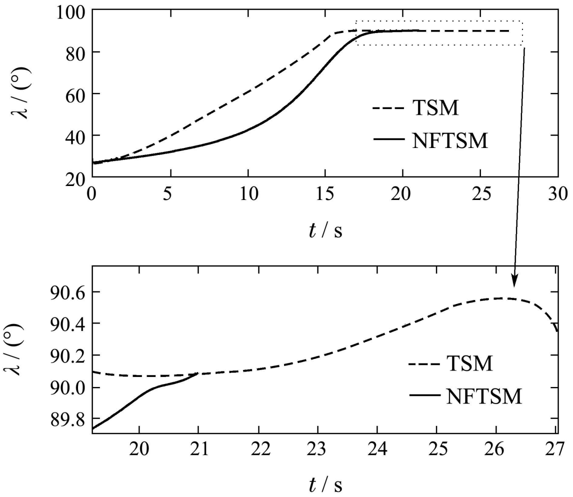
第3种场景: 打击机动目标, $\varphi_{\mathrm{M0}}=45°$, $\lambda_{\mathrm{d}}=90°$, $A_{\mathrm{T}}=50\sin[(\pi/10)t]\,\mathrm{m/s^2}$, 它对制导系统来说是未知的扰动, 仿真结果如图4所示. 从图4可以看出, 在NFTSM制导律控制下, 滑模函数s和视线角误差$\tilde{\lambda}$分别收敛到区间$|s|\leqslant 0.02<\varDelta=0.0215$和$|\tilde{\lambda}|<0.2°<2.4637°=\varDelta_{\tilde{\lambda}}$; 对于TSM制导律, 它们分别收敛到区间$|s|\leqslant 0.1$和$|\tilde{\lambda}|<0.6°$; 对于LSM制导律, 相应的收敛区间为$|s|\leqslant 0.1$和$|\tilde{\lambda}|\leqslant 2°$. 这表明当目标机动时, 相较于非有限时间稳定的LSM制导律, 有限时间稳定的NFTSM和TSM制导律对未知的目标加速度这一干扰源有着更好的抑制效果. 在NFTSM, TSM和LSM制导律控制下, 导弹的攻击时间和相应的A_{ME}分别为21 s, 45.0214 $\mathrm{m/s^2}$; 27 s, 65.5254 $\mathrm{m/s^2}$; 27.17 s和63.6039 $\mathrm{m/s^2}$, 因此和TSM及LSM方法相比较, NFTSM方法在时间和A_{ME}上分别降低了6 s, 6.17 s, 20.5040和18.5825 $\mathrm{m/s^2}$. 另外, 从图4(b)可以看出, NFTSM制导指令是连续光滑的, 而TSM制导指令在大约25 s时有突变产生, 这说明它不够光滑.



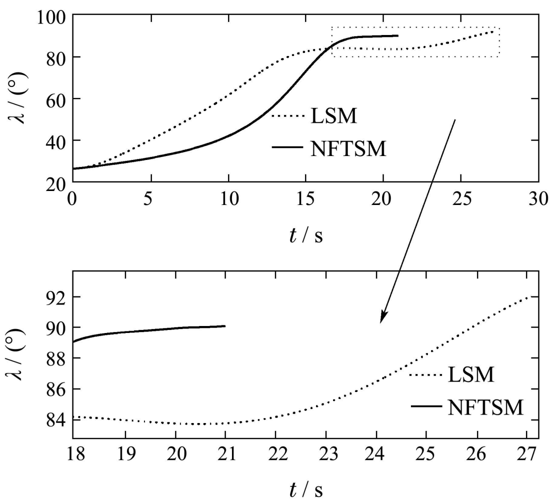
(a)



(b)



(c)



(d)

图 4 打击机动目标时的仿真结果

Fig. 4 Simulation results of attacking maneuvering target

针对机动目标, 取目标加速度$A_{\mathrm{T}}=20\,\mathrm{m/s^2}$, 其余条件同上, NFTSM, TSM和LSM制导律在此情形下的

打击时间和A_{ME}为: 18.71 s, 43.7516 m/s^2; 22.43 s, 75.0557 m/s^2; 22.47 s和70.5419 m/s^2.

由仿真结果可知, 和现有的终端滑模制导律相比较, 本文所设计的制导律在打击时间方面都是减小的, 时间的减幅范围是2.39 s～23.05 s, 平均减小了8.30 s; 和线性滑模制导律相比, 时间减幅范围是1.92 s～23.12 s, 平均减小了7.9060 s. 这在实际作战中是很有意义的, 因为减小打击时间等于是间接地降低了留给敌方目标逃逸的反应时间, 增加了打击敌方目标的成功率. 另外, 考虑导弹加速度绝对值的均值, 在本文的15种仿真场景中, 和现有终端滑模制导律相比, 有10个场景是减小的, 减小的幅值范围是3.2466 m/s^2～31.3041 m/s^2; 有5个场景是增加的, 增加的幅值范围是2.3297 m/s^2～21.2878 m/s^2, 平均减小了5.6082m/s^2; 和线性滑模制导律相比, 10个场景的减幅范围是0.7553 m/s^2～26.7903 m/s^2, 5个场景的增幅范围是2.8430 m/s^2～22.5615m/s^2, 平均减小了4.5322m/s^2. 这说明本文方法更节省能量.

6 结论(Conclusion)

本文采用非奇异快速终端滑模控制理论设计了满足攻击角约束的制导律, 通过理论推导和大量的仿真实验分析可以得出以下3点:

1) 本文所设计的制导律没有奇异问题, 并且在打击非机动目标时滑模面s和视线角λ分别在有限时间内严格收敛到0和期望的视线角λ_{d}, 但是现有的终端滑模制导律仅是近似地收敛到0和期望的视线角λ_{d}. 在打击机动目标时, 本文所设计的制导律虽不能使得滑模面s和视线角λ在有限时间内分别严格收敛到0和期望的视线角λ_{d},但是和现有的终端滑模制导律相比还是更加接近于0和λ_{d}. 这说明在和现有的终端滑模制导律相比较的时候, 制导律设计所需要的信息是相同的, 但是本文的制导律精度更高, 效果更好. 另外, 由于采用了有限时间稳定的终端滑模面, 本文所设计的制导律和传统的终端滑模制导律对期望视线角的跟踪性能均优于线性滑模制导律.

2) 和现有终端滑模制导律相比, 本文方法具有攻击时间短能量消耗少的特点, 并且生成的制导指令更加连续光滑, 有利于导弹自动驾驶仪的操纵.

3) 本文所设计的制导律不需要任何的近似处理, 简单易于执行.

后续的研究可以考虑在制导信息不足的情况下将该方法扩展到三维空间并考虑自动驾驶仪的动态特性.

参考文献(References):

[1] KIM B S, LEE J G, HAN H S. Biased PNG law for impact with angular constraint [J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 1998, 34(1): 277 – 288.

[2] RATNOO A, GHOSE D. Impact angle constrained interception of stationary targets [J]. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 2008, 31(6): 1817 – 1822.

[3] UTKIN V. Variable structure systems with sliding modes [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1977, 22(2): 212 – 222.

[4] MOON J, KIM K, KIM Y. Design of missile guidance law via variable structure control [J]. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 2001, 24(2): 659 – 664.

[5] SHTESSEL Y, SHKOLNIKOV I, LEVANT A. Smooth second-order sliding modes: missile guidance application [J]. *Automatica*, 2007, 43(8): 1470 – 1476.

[6] 孙胜, 张华明, 周荻. 考虑自动驾驶仪动特性的终端角度约束滑模导引律 [J]. 宇航学报, 2013, 34(1): 69 – 78.
(SUN Sheng, ZHANG Huaming, ZHOU Di. Sliding mode guidance law with autopilot lag for terminal angle constrained trajectories [J]. *Journal of Astronautics*, 2013, 34(1): 69 – 78.)

[7] HARL N, BALAKRISHNAN S N. Impact time and angle guid-ance with sliding mode control [J]. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 2012, 20(6): 1436 – 1449.

[8] KUMAR S R, RAO S, GHOSE D. Sliding-mode guidance and control for all-aspect interceptors with terminal angle constraints [J].*Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 2012, 35(4): 1230 – 1246.

[9] 张运喜, 孙明玮, 陈增强. 滑模变结构有限时间收敛制导律 [J]. 控制理论与应用, 2012, 29(11): 1413 – 1418.
(ZHANG Yunxi, SUN Mingwei, CHEN Zengqiang. Sliding mode variable structure finite-time convergence guidance law [J]. *Control Theory & Applications*, 2012, 29(11): 1413 – 1418.)

[10] 李志平, 郭建国, 周军. 基于终端角度约束的滑模制导律设计 [J]. 飞行力学, 2012, 30(4): 345 – 348.
(LI Zhiping, GUO Jianguo, ZHOU Jun. Sliding mode guidance law design based on terminal angle constraint [J]. *Flight Dynamics*, 2012, 30(4): 345 – 348.)

[11] 王钊, 李世华, 费树岷. 非奇异终端滑模导引律 [J]. 东南大学学报, 2009, 39(1): 87 – 90.
(WANG Zhao, LI Shihua, FEI Shumin. Nonsingular terminal sliding mode guidance law [J]. *Journal of Southeast University*, 2009, 39(1): 87 – 90.)

[12] 晁涛, 王松艳, 杨民. 带终端角约束的多目标最优鲁棒制导方法 [J]. 固体火箭技术, 2013, 36(1): 6 – 10.
(CHAO Tao, WANG Songyan, YANG min. Integrated multiple objectives optimal robust guidance with angular constraint [J]. *Journal of Solid Rocket Technology*, 2013, 36(1): 6 – 10.)

[13] SHTESSEL Y, SHKOLNIKOV I, LEVANT A. Guidance and control of missile interceptor using second-order sliding modes [J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2009, 45(1): 110 – 124.

[14] BHAT S, BERNSTEIN D S. Continuous finite-time stabiliza-tion of the translational and rotational double integrators [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1998, 43(5): 678 – 682.

[15] HAIMO V T. Finite time controllers [J]. *SIAM Journal on Control and Optimization*, 1986, 24(4): 760 – 770.

[16] YU S H, YU X H, SHIRINZADEH B, et al. Continuous finite-time control for robotic manipulators with terminal sliding mode [J]. *Automatica*, 2005, 41(11): 1957 – 1964.

[17] YU X H, MAN Z H. Fast terminal sliding-mode control design for nonlinear dynamical systems [J]. *IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Fundamental Theory and Applications*, 2002, 49(2): 261 – 264.

[18] FENG Y, YU X H, MAN Z H. Non-singular terminal slid-ing mode control of rigid manipulators [J]. *Automatica*, 2002, 38(12): 2159 – 2167.

[19] LIANG Y, YANG J Y. Nonsingular fast terminal sliding-mode control for nonlinear dynamical systems [J]. *Interna-tional Journal of Robust and Nonlinear Control*, 2011, 21(16): 1865 – 1879.

[20] LI Z, SUN W M, ZHENG Z Q. Control of terminal en-gagement geometry using variable structure guidance law with impact angular constraint [C] //*Proceedings of the 2nd International Symposium on Systems and Control in Aerospace and Astronautics*. Shenzhen: [s.n.], 2008: 1 – 4.

作者简介:

熊少锋 (1985–), 男, 博士研究生, 主要从事精确制导技术和惯性导航技术研究, E-mail: shepinxiong@163.com;

王卫红 (1968–), 女, 博士, 教授, 博士生导师, 研究方向为组合与复合精确制导、先进飞行控制与仿真技术等, E-mail: wwh2005@buaa.edu.cn;

王 森 (1990–), 男, 博士研究生, 主要研究方向为非线性控制、变结构控制和飞行器控制等, E-mail: wangsenxiaoya@163.com.