

## 基于平衡截断方法的高超声速飞行器模型降阶

尤明<sup>1†</sup>, 宗群<sup>1</sup>, 曾凡琳<sup>2</sup>, 陶阳<sup>1</sup>, 徐锐<sup>1</sup>

(1. 天津大学 电气与自动化工程学院, 天津 300072;

2. 天津市信息传感与智能控制重点实验室 天津职业技术师范大学 自动化与电气工程学院, 天津 300222)

**摘要:** 本文提出了一种适用于高超声速飞行器数学模型的模型降阶方法. 该方法采用基于奇异值分解的投影技术, 对高阶的高超声速飞行器数学模型进行平衡变换, 进而通过截断获得低阶的微分方程, 方便控制器的设计, 达到模型降阶的目的. 相比于传统的只适用于稳定系统的模型降阶方法, 本文提出的模型降阶方法通过右互质分解可以应用于不稳定的系统的模型降阶. 为了证明该模型降阶方法的准确性, 本文通过平均灰色关联系数的计算, 给出基于时域分析的定量验证结果. 仿真部分成功应用该方法对美国空军实验室提出的弹性纵向模型实现了降阶, 证明了该方法的有效性.

**关键词:** 高超声速飞行器; 模型降阶; 平衡截断; 右互质分解; 模型验证

**中图分类号:** V448.2      **文献标识码:** A

## Model order reduction for hypersonic vehicle based on balanced truncate method

YOU Ming<sup>1†</sup>, ZONG Qun<sup>1</sup>, ZENG Fan-lin<sup>2</sup>, TAO Yang<sup>1</sup>, XU Rui<sup>1</sup>

(1. School of Electrical Engineering and Automation, Tianjin University, Tianjin 300072, China;

2. Tianjin Key Laboratory of Information Sensing and Intelligent Control, School of Automation and Electrical Engineering, Tianjin University of Technology and Education, Tianjin 300222, China)

**Abstract:** This paper presents a model reduction method applicable to the hypersonic vehicle mathematical model. The method uses projection technology based on the singular value decomposition to transform the high-level mathematical model of a hypersonic vehicle to a balance form to obtain a low-order differential equation by truncation, thus achieving the model reduction and facilitating the design of the controller. Compared to the traditional model reduction applied only to stable system, the model reduction method proposed in this paper can be applied to reduce the unstable system by using right coprime decomposition. In order to prove the accuracy of the model reduction method, we give quantitative validation results based on the time domain analysis through the calculation of the average gray relational coefficients. In the simulation part, we apply this method to achieve a reduced-order model of the elastic longitudinal model proposed by the US Air Force Research Laboratory successfully, which proves the effectiveness of this method.

**Key words:** hypersonic vehicle; model reduction; balanced truncation; right coprime decomposition; model validation

### 1 引言(Introduction)

高超声速飞行器一般是指飞行速度超过5倍音速的飞机、有翼或无翼飞行器, 有着巨大的民用价值和潜在的经济价值<sup>[1-4]</sup>.

然而, 高超声速飞行器是一种新型飞行器, 从飞行器结构设计、材料特性、力学特性、高速空气流体对机体的影响都不同于弹体飞行器或传统的飞行器. 机身/发动机一体化的独特构型, 超高速大空域的飞行要求, 快时变、强耦合、强非线性模型特性, 都增大了模型的复杂性和不确定性. 高超声速飞行器动力学建模

需要考虑的因素远比传统飞行器复杂, 这就造成综合考虑这些因素所得到的模型必定是高阶复杂非线性的, 直接针对这样的模型设计控制器十分困难, 即使设计出控制器也是难以实现的. 因此, 如何对高阶的原始动力学模型, 根据控制设计的要求进行降阶处理, 得到面向控制的合理的低阶动力学模型, 并通过科学的验证技术来确保模型的可信度是解决高超声速飞行器建模与控制问题的关键技术之一.

目前的资料中没有针对高超声速飞行器的模型降阶方法, 因此本文提出了平衡截断模型降阶方法, 针

收稿日期: 2013-07-24; 录用日期: 2013-12-16.

<sup>†</sup>通信作者. E-mail: mywbd@tju.edu.cn; Tel.: +86 15822727902.

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(61273092, 61203012); 教育部科学技术研究重大资助项目(311012); 天津市基础研究重点资助项目(12JCZDJC30300).

对典型的高超声速飞行器模型进行了降阶处理,便于针对其设计控制器,并通过可靠的时域模型验证手段证实了降阶方法的有效性.

## 2 高超声速飞行器模型降阶(Hypersonic vehicle model reduction)

### 2.1 典型高超声速飞行器数学模型 (The mathematical model of typical hypersonic vehicle)

本文所采取的高超声速飞行器模型为美国俄亥俄州立大学的David O. Sigthorsson与A. Serrani根据空军实验室所建立的纵向弹性模型first-principle model<sup>[5]</sup>.其纵向动力学的稳定轴运动方程是通过拉格朗日方程和可压缩流理论推导得到的.

控制面位置的飞行器几何形状如图1所示.

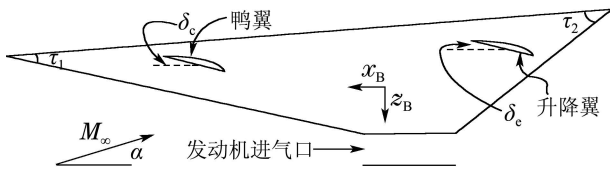


图1 first-principle model几何形态

Fig. 1 Geometry of first-principle model

该模型具有11个状态,由5个刚体状态和6个弹性状态构成,与前3个振动模式相符.刚体状态包括速度( $V$ ),高度( $h$ ),攻角( $\alpha$ ),俯仰角( $\theta$ ),俯仰角速率( $Q$ ).3个弹性由以 $\eta_i$  ( $i = 1, 2, 3$ )表示的广义坐标表达,对应于前3个振动模式.模型的状态方程表示如下<sup>[6-7]</sup>:

$$\begin{cases} \dot{V} = \frac{1}{m}(T \cos \alpha - D) - g \sin(\theta - \alpha), \\ \dot{\alpha} = \frac{1}{mV}(-T \sin \alpha - L) + Q + \frac{g}{V} \cos(\theta - \alpha), \\ \dot{\theta} = Q, \\ \dot{Q} = \frac{M}{I_{yy}}, \\ \dot{h} = V \sin(\theta - \alpha), \\ \ddot{\eta}_i = -2\zeta_m \omega_{m,i} \dot{\eta}_i - \omega_{m,i}^2 \eta_i + N_i, i = 1, 2, 3. \end{cases} \quad (1)$$

可用的控制输入有:油门开度( $\phi$ ,燃料空气比单位化为氢气燃料空气比的化学当量),升降偏转角( $\delta_e$ ),鸭翼偏转角( $\delta_c$ )和扩散面积比( $A_d$ ).输入通过空气动力全部体现在运动方程中:升力( $L$ ),阻力( $D$ ),俯仰力矩( $M$ ),推力( $T$ )和广义力( $N_i$ ).弹性结构质量归一化的广义坐标阻尼比和自然频率分别用 $\zeta_m$ 和 $\omega_{m,i}$ 表示.弹性模态与刚体模态是正交的,刚体和弹性动力学之间的联系仅存在于空气动力上.

选定系统输入为升降偏转角 $\delta_e$ 和油门开度 $\phi$ ,输出为飞行器速度 $V$ 和高度 $h$ .

初始状态量 $Q = \eta_1 = \eta_2 = \eta_3 = 0$ ,其他初始状

态量和给定输入如表1所示.

因此,针对该模型选取 $[7846; \pi/180; \pi/180; 0; 85000; 0.4588; -0.08726; -0.03671; 0; 0; 0]$ 作为平衡点对系统进行线性化处理,可以得到其线性化模型.由公式(1)可知,该模型是包含11个状态的微分方程,高阶数的特性使得无论是模型分析还是控制器设计都变得十分困难.

表1 空军实验室模型状态初始值和输入给定值

Table 1 Air force laboratory model's initial value of state and setpoint of input

状态变量	初始值	输入变量	给定值
$V$	7946 ft/s	$\delta_e$	5.756°
$\alpha$	1°	$\delta_c$	-7.380°
$\theta$	1°	$\phi$	0.483
$h$	85000ft	$A_d$	1
$\eta_1$	0.4588 ft-slug		
$\eta_2$	-0.08726 ft-slug		
$\eta_3$	-0.03671 ft-slug		

### 2.2 模型降阶问题的数学描述(Mathematical description of the model reduction problem)

模型降阶的本质是建模复杂度与实际可用性的一种折中与妥协,将最能匹配实际应用的特性保留下来,通过这些特性能够近似来表示整个系统,实现对系统的认识和改造.

考虑高超声速飞行器线性化模型 $N$ :

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu, \\ y = Cx + Du, \end{cases} \quad (2)$$

其中: $x \in \mathbb{R}^n$ 为状态变量, $u$ 是控制量, $y$ 是输出量.现希望通过投影运算寻找到一个新的低阶线性模型 $N_r$ :

$$\begin{cases} \dot{\tilde{x}} = SAR\tilde{x} + SBu = Ar\tilde{x} + Bru, \\ y = CR\tilde{x} + Du = Cr\tilde{x} + Du, \end{cases} \quad (3)$$

其中, $\tilde{x} \in \mathbb{R}^m$ ,使新模型 $N_r$ 和原模型 $N$ 保持相似的动态特性.这包括:

- 1) 近似误差小;
- 2) 系统的性能,如稳定性、鲁棒性、动态性能等能够保持;
- 3) 新系统的计算复杂度较小,利于系统分析和仿真.

新的模型比原来模型状态变量少,即所谓的阶次低,实现了模型降阶.

### 3 平衡截断模型降阶方法 (Balanced truncation model reduction method)

本文中介绍的平衡截断模型降阶方法分为3大部分:①包括求解代数黎卡提方程在内的右互质分解过程;②包括求解格莱姆矩阵、计算奇异值、构造平衡

变换矩阵、平衡变换以及截断的平衡截断过程; ③ 基于灰色关联一致性检验的模型验证。

### 3.1 右互质分解(Right coprime decomposition)

以往的线性模型降阶方法只能应用于稳定的系统, 然而, 高超声速飞行器具有静不稳定特性, 无法保证模型运行于有效工作范围, 这给模型降阶带来了极大的困难. 因此, 需要对模型进行处理, 保证模型状态信号运行至有效范围. 针对该问题, 本文采用系统的右互质分解方法. 系统的右互质分解方法可以将不稳定的系统表示成两个稳定系统的组合形式, 为模型降阶方法应用于不稳定模型降阶提供了条件.

对高超声速飞行器线性化模型(2)进行如下操作:

1) 解系统的代数黎卡提方程

$$PA + A^T P - PBB^T P + C^T C = 0, \quad (4)$$

得到正定解 $P$ .

2) 令

$$K = -B^T P, \bar{A} = A + BK. \quad (5)$$

3) 则

$$\begin{cases} N(s) = C(sI - \bar{A})^{-1} B, \\ D(s) = I + K(sI - \bar{A})^{-1} B, \end{cases} \quad (6)$$

那么系统 $G(s)$ 可以被表示成右互质分解形式如下:

$$G(s) = N(s)D^{-1}(s). \quad (7)$$

### 3.2 平衡截断(Balanced truncation)

平衡截断模型降阶方法是一种基于奇异值分解的模型降阶方法, 是一种通过选择适当的映射子空间来获得高性能降阶模型的映射性降阶方<sup>[8-12]</sup>.

平衡截断模型降阶方法首先通过计算系统的能控和能观的格莱姆矩阵, 得到系统的Hankel奇异值, 确定对系统输入输出影响较小的状态. 然后构造平衡变换矩阵, 并对系统进行平衡变换, 使系统的能控和能观的格莱姆矩阵相等, 都等于由系统奇异值构成的对角阵, 处于平衡状态. 最后对系统进行截断处理, 将对系统输入输出影响较小的状态截断, 得到降阶模型.

对于一个稳定的线性时不变系统, 如果该系统的可控格莱姆矩阵 $P$ 和可观格莱姆矩阵 $Q$ 相等, 也就是说 $P = Q = \text{diag}\{\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_n\}$ , 则该系统是平衡的.

对平衡的系统进行截断, 就是要截掉平衡格莱姆矩阵中对角元素较小的Hankel奇异值所对应的状态, 以得到保持系统特性的降阶系统.

而一般给定的系统未必是平衡的, 需要进行平衡变换. 将原系统 $\{A, B, C, D\}$ 经过平衡变换, 转化成系统 $\{T^{-1}AT, T^{-1}B, CT, D\}$ , 二者的传递函数相等, 因此两个系统是等价的. 平衡变换构造出平衡的等价

系统后就可以进行截断, 得到降阶的系统.

1) 计算稳定系统 $N(s)$ 的可控格莱姆矩阵 $P$ 和可观格莱姆矩阵 $Q$ . 其中 $P$ 和 $Q$ 分别为下面李雅普诺夫方程的唯一解:

$$\begin{cases} \bar{A}P + P\bar{A}^T + BB^T = 0, \\ \bar{A}^T Q + Q\bar{A} + C^T C = 0. \end{cases} \quad (8)$$

2) 对一个稳定的线性时不变系统, 系统的Hankel奇异值就是系统可控格莱姆矩阵 $P$ 和可观格莱姆矩阵 $Q$ 的乘积特征值的平方根. 由式(9)可计算出奇异值, 依此决定降阶的次数.

$$\sigma_i(H) = \sqrt{\lambda_i(PQ)}, i = 1, 2, \dots, n. \quad (9)$$

3) 计算 $P$ 和 $Q$ 的Cholesky分解:

$$P = L_c L_c^T, Q = L_o L_o^T, \quad (10)$$

得到 $L_c$ 和 $L_o$ 矩阵.

4) 对 $L_c^T L_o$ 进行SVD分解:

$$L_c^T L_o = U \Sigma V^T. \quad (11)$$

5) 计算平衡变换矩阵:

$$T = L_c U \Sigma V^{-1/2}. \quad (12)$$

6) 对状态空间矩阵进行平衡变换:

$$A_t = T^{-1} \bar{A} T, B_t = T^{-1} B, C_t = C T. \quad (13)$$

7) 对平衡变换后的矩阵进行截断操作,  $A_r = A_t(1:r, 1:r)$ ,  $B_r = B_t(1:r, :)$ ,  $C_r = C_t(:, 1:r)$ , 得到如下 $r$ 阶平衡截断模型:

$$\begin{cases} \dot{\tilde{x}} = A_r \tilde{x} + B_r u, \\ y = C_r \tilde{x} + D u. \end{cases} \quad (14)$$

### 3.3 模型验证(Model validation)

为了检验降阶模型与原模型的一致性, 本文采取灰色关联分析的时域验证方法对模型进行验证.

灰色关联分析主要从发展趋势一致性角度对于响应曲线一致性进行评估, 其立足点是曲线的空间发展形态相似性程度, 即从发展趋势和空间形态的角度, 定量对于原始模型和简化模型的输出曲线进行一致性评估<sup>[13-17]</sup>.

1) 通过对原始模型和降阶模型给以相同的激励, 获取原始模型输出序列 $X = \{x(t), t = 1, 2, \dots, n\}$ 和简化模型输出序列 $Y = \{y(t), t = 1, 2, \dots, n\}$ , 其中 $n$ 代表原始模型及简化模型输出采样点数.

2) 定义 $x(t)$ 和 $y(t)$ 之间的灰色关联系数:

定义 $\Delta_0$ 为两点之间的差异信息:

$$\Delta_0 = |x(k) - y(k)|, k \in \{1, 2, \dots, n\}, \quad (15)$$

差异空间为 $\Delta = \Delta_0(k)$

差异空间上限参数为 $\max_k \Delta_0(k)$ , 也即差异的两

极上环境参数. 差异空间下限参数为 $\min_k \Delta_0(k)$ , 也即差异的两极下环境参数. 本文中取分辨系数为 $\xi = 0.05$ .

在满足灰色关联四公理的条件下, 构造灰色关联空间如下:

$$\Delta_{GR} = (\Delta, \xi, \Delta_0(\max), \Delta_0(\min)). \quad (16)$$

在灰色关联空间内可以定义灰色关联系数.

表示两条曲线 $x$ 和 $y$ 在 $k$ 时刻的灰色关联系数公式为

$$r(x(k), y(k)) = \frac{\min_k \Delta_0(k) + \xi \max_k \Delta_0(k)}{(\frac{\Delta_0(k) + \xi \max_k \Delta_0(k)}{e^{-\eta_0(k)}})^{\frac{1}{2}}}, \quad (17)$$

其中 $\eta_0(k) = 2 \times \Delta_0(k) / |x(k) + y(k)|$ . 原始模型的输出为 $x(k)$ ,  $k$ 是从时间点1到 $n$ 的整数,  $n$ 为采样时间点数. 简化模型的输出为 $y(k)$ ,  $k$ 的含义同上.

曲线的平均灰色关联系数为

$$r(x, y) = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n r(x(k), y(k)). \quad (18)$$

灰色关联一致性检验方法评价准则如下:

全局平均灰色关联系数为灰色关联一致性检验方法提供了模型验证评价准则. 灰色关联一致性检验, 通过原始模型和简化模型输出样本, 利用灰色关联系数计算公式计算得到每一时刻的灰色关联系数以及全局平均灰色关联系数. 从全局角度观察, 平均灰色关联系数越大, 则认为整体发展形态一致性越好.

### 4 模型降阶仿真及分析(Model reduction simulation and analysis)

#### 4.1 仿真结果(The simulation results)

本文中高超声速飞行器模型经线性化处理及右互质分解后, 得到的稳定模型的奇异值如图2所示.

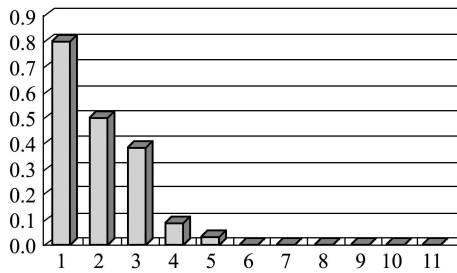


图2 高超声速飞行器模型奇异值

Fig. 2 Singular value of hypersonic vehicle model

对11阶的高超声速飞行器数学模型实施降阶处理, 实际仿真中将其分别降阶得到10, 9, 8, 7, 6, 5, 4, 3阶的系统, 对各个降阶系统及原系统的速度和高度输出曲线进行对比.

在MATLAB/simulink环境中, 在原始模型和降阶模型平衡点稳定的情况下, 对模型的速度给以 $-2000 \text{ ft/s}$ 的初始扰动, 观察速度和高度的输出曲线. 其中速度输出曲线如图3所示, 速度误差曲线如图4所示, 高度输出曲线如图5所示, 高度误差曲线如图6所示. (图3中3~11阶模型速度输出数值不同, 只是仿真曲线几乎重合; 图4~6情况与之相同.)

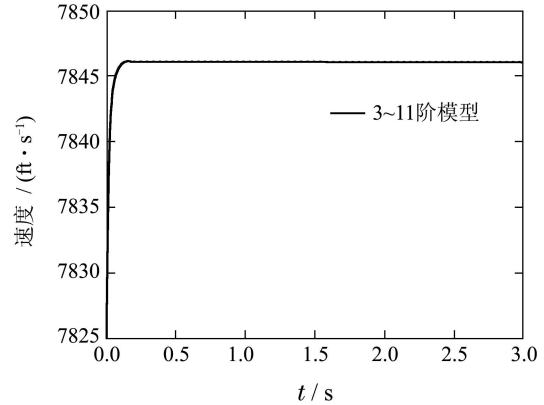


图3 11阶系统与各降阶系统的速度输出曲线

Fig. 3 Velocity output curve of 11-order system and reduced-order systems

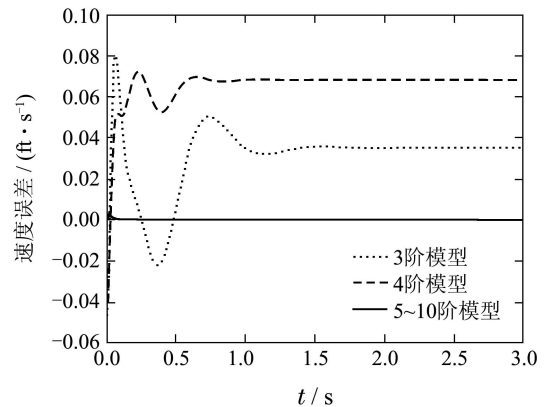


图4 各降阶系统与11阶系统的速度误差

Fig. 4 Velocity error for each reduced-order system and 11-order system

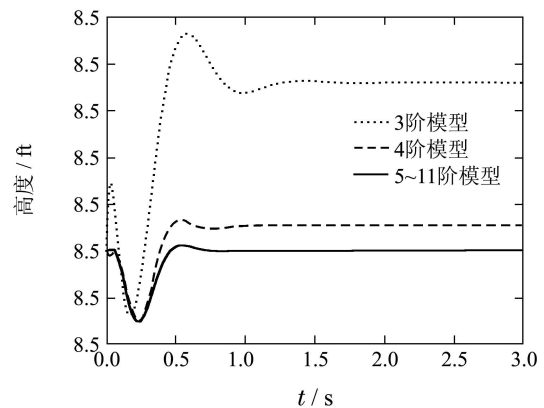


图5 11阶系统与各降阶系统的高度输出曲线

Fig. 5 Height output curve of 11-order system and reduced-order systems

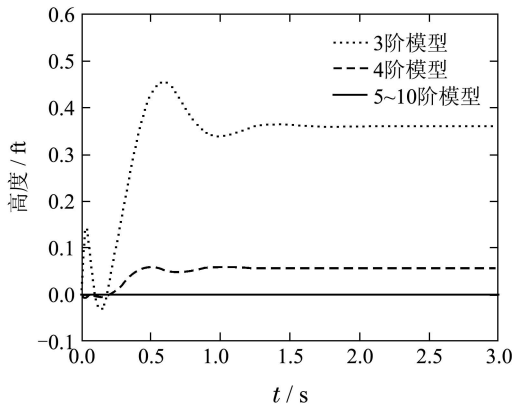


图 6 各降阶系统与11阶系统的高度误差

Fig. 6 Height error for each reduced-order system and 11-order system

### 4.2 仿真分析(Simulation analysis)

从速度和高度的输出曲线及误差曲线可以看出, 5阶及其以上阶数模型与11阶模型比较, 虽然状态数量减少, 但并未影响输出. 4阶模型和3阶模型与11阶模型比较, 出现了较为明显的偏差.

从奇异值上可以看出, 系统后6个奇异值非常小, 近乎为零. 所以, 系统后6个状态对系统的输入输出近乎无影响. 这就导致5阶至10阶模型与11阶模型有着几乎完全一致的输出曲线. 而第5个奇异值与后6个相比, 有了明显的增大, 去掉这个状态会对输入输出产生明显影响. 这就导致了4阶模型与11阶模型的输出曲线有了偏差. 第4个奇异值有了进一步的增大, 将这个状态也去掉之后, 使得输入输出产生了更大的影响. 导致3阶模型与11阶模型的输出曲线出现较大的偏差.

### 4.3 模型验证(Model validation)

对10阶至3阶的降阶模型与原始模型分别进行灰色关联一致性检验, 得到的速度曲线的平均灰色关联系数分别为: 0.9985, 0.9985, 0.9985, 0.9985, 0.9985, 0.9985, 0.5900, 0.7328; 而高度曲线的平均灰色关联系数分别为: 0.9892, 0.9888, 0.9888, 0.9888, 0.9875, 0.9875, 0.5908, 0.6274.

分别将速度和高度的平均灰色关联系数绘制成柱状图, 如图7-8所示. 其中从左至右依次代表10阶模型与原始模型曲线的平均灰色关联系数, 9阶模型与原始模型曲线的平均灰色关联系数, 以此类推.

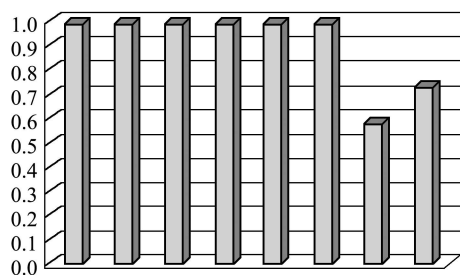


图 7 速度曲线平均灰色关联系数柱状图

Fig. 7 The average gray correlation coefficient histogram of velocity curve

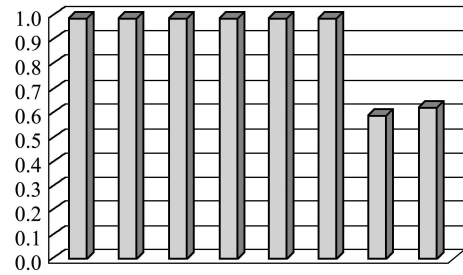


图 8 高度曲线平均灰色关联系数柱状图

Fig. 8 The average gray correlation coefficient histogram of height curve

可以看出, 无论速度还是高度的响应曲线, 5阶及以上阶数模型与原始模型的发展趋势一致性非常好, 4阶和3阶模型与原始模型的发展趋势一致性较差, 与仿真分析结果相吻合.

### 5 结论(Conclusion)

本文针对高超声速飞行器模型介绍了应用于不稳定系统的平衡截断模型降阶方法, 由于传统的线性模型降阶方法只适用于稳定系统的模型降阶, 因此本文提出的模型降阶方法为不稳定系统模型降阶提供了新思路. 针对美国空军实验室模型进行了模型降阶及仿真分析, 并利用灰色关联一致性检验方法对降阶模型进行了模型验证, 与仿真分析结果相吻合. 结果表明, 本文介绍的平衡截断模型降阶方法适用于高超声速飞行器模型, 并可以得到较好的效果.

### 参考文献(References):

- [1] MOSES P L, RAUSCH V L, NGUYEN L T, et al. NASA hypersonic flight demonstrators – overview, status, and future plans [J]. *Acta Astronautica*, 2004, 55(3): 619 – 630.
- [2] MARRISON C I, STENGEL R F. Design of robust control systems for a hypersonic aircraft [J]. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 1998, 21(1): 58 – 63.
- [3] 刘桐林. 国外高超声速技术发展探析 [J]. *飞航导弹*, 2002, 6: 30 – 40.  
(LIU Tonglin. Development of hypersonic technology abroad [J]. *Aerodynamic Missile*, 2002, 6: 30 – 40.)
- [4] 刘桐林. 美国高超声速技术的发展与展望 [J]. *航天控制*, 2004, 22(4): 36 – 41.  
(LIU Tonglin. Development and prospect of U.S. hypersonic technology [J]. *Aerospace Control*, 2004, 22(4): 36 – 41.)
- [5] DAVID S, SERRANI A. Development of linear parameter-varying models of hypersonic air-breathing vehicles [C] // *Proceedings AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference*. Chicago: AIAA, 2009: 10 – 13.
- [6] LI H, SI Y, WU L, et al. Guaranteed cost control with poles assignment for a flexible air-breathing hypersonic vehicle [J]. *International Journal of Systems Science*, 2011, 42(5): 863 – 876.
- [7] LI H, WU L, GAO H, et al. Reference output tracking control for a flexible air-breathing hypersonic vehicle via output feedback [J]. *Optimal Control Applications and Methods*, 2012, 33(4): 461 – 487.
- [8] MOORE B. Principal component analysis in linear systems: Controllability, observability, and model reduction [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1981, 26(1): 17 – 32.

- [9] PERNEBO L, SILVERMAN L. Model reduction via balanced state space representations [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1982, 27(2): 382 – 387.
- [10] ELLNER N S, WACHSPRESS E L. Alternating direction implicit iteration for systems with complex spectra [J]. *SIAM Journal on Numerical Analysis*, 1991, 21(9): 859 – 870.
- [11] STARKE G. Optimal alternating direction implicit parameters for nonsymmetric systems of linear equations [J]. *SIAM Journal on Numerical Analysis*, 1991, 28(5): 1431 – 1445.
- [12] GUGERCIN S, ANTOULAS A C. A survey of model reduction by balanced truncation and some new results [J]. *International Journal of Control*, 2004, 77(8): 748 – 766.
- [13] 邓聚龙. 灰色系统基本方法 [M]. 武汉: 华中工学院出版社, 1987. (DENG Julong. *The Basic Method of Gray System* [M]. Wuhan: Central Institute of Technology Press, 1987.)
- [14] 魏华梁, 李钟武. 灰色关联分析及其在导弹系统仿真模型验证中的应用 [J]. *系统工程与电子技术*, 1997, 19(2): 55 – 61. (WEI Hualiang, LI Zhongwu. Grey relational analysis and its application in model validation of missile systems simulation [J]. *Systems Engineering and Electronics*, 1997, 19(2): 55 – 61.)
- [15] 吴静, 吴晓燕, 陈永兴, 等. 基于改进灰色关联分析的仿真模型验证方法 [J]. *系统工程与电子技术*, 2010, 32(8): 1677 – 1679. (WU Jing, WU Xiaoyan, CHEN Yongxing, et al. A simulation model validation method based on Improved gray correlation analysis [J]. *Systems Engineering and Electronics*, 2010, 32(8): 1677 – 1679.)
- [16] 王曙钊, 刘兴堂, 段锁力. 利用灰色关联度理论对仿真模型的评估研究 [J]. *空军工程大学学报(自然科学版)*, 2007, 8(1): 73 – 76. (WANG Shuzhao, LIU Xingtang, DUAN Suoli. Evaluation of simulation models by using of gray correlation theory [J]. *Air Force Engineering University Journal(Natural Science)*, 2007, 8(1): 73 – 76.)
- [17] 孙勇成, 周献中, 李桂芳, 等. 基于灰色关联分析的仿真模型验证及其改进 [J]. *系统仿真学报*, 2005, 17(3): 522 – 524. (SUN Yongcheng, ZHOU Xianzhong, LI Guifang, et al. Validation and improvement of simulation model based on gray relational analysis [J]. *Journal of System Simulation*, 2005, 17(3): 522 – 524.)

#### 作者简介:

**尤明** (1988–), 男, 博士研究生, 主要从事高超声速飞行器建模方面的研究, E-mail: mywbd1@tju.edu.cn;

**宗群** (1961–), 男, 教授, 博士生导师, 主要从事飞行器制导、控制方面的研究, E-mail: zongqun@tju.edu.cn;

**曾凡琳** (1985–), 女, 讲师, 主要从事飞行器建模、控制方面的研究, E-mail: fanlin@tju.edu.cn;

**陶阳** (1987–), 男, 硕士研究生, 主要从事飞行器建模方面的研究, E-mail: taoyang@tju.edu.cn;

**徐锐** (1989–), 男, 硕士研究生, 主要从事模型验证、软件开发方面的研究, E-mail: lsswxr@163.com.