

三轴微机电系统陀螺仪自适应干扰补偿方法

王伟[†], 赵清, 吕晓永, 隋俊杰

(哈尔滨工程大学 自动化学院, 黑龙江 哈尔滨 150001)

摘要: 三轴微机电系统(micro-electro-mechanical systems, MEMS)陀螺仪在制造和应用过程中会受到系统参数不确定和外界干扰的影响,降低MEMS陀螺仪的检测精度. 本文提出一种基于自适应干扰估计的滑模控制策略对MEMS陀螺仪进行参数不确定和干扰补偿,同时实现轴向轨迹跟踪,从而提高检测精度. 相比传统滑模控制方法,该策略利用趋近律概念描述滑模趋近运动,改善趋近运动阶段的动态品质,同时利用干扰观测器在线实时估计系统未知干扰,大大降低滑模面的切换增益,有效地降低滑模面抖振. 最后利用Lyapunov直接法证明了系统的渐进稳定性和干扰估计的收敛性. 仿真结果表明了该策略的有效性.

关键词: 三轴MEMS陀螺仪; 滑模控制; 干扰观测器; 轨迹跟踪; 抖振

中图分类号: TP273

文献标识码: A

Adaptive perturbation compensation for micro-electro-mechanical systems tri-axial gyroscope

WANG Wei[†], ZHAO Qing, LÜ Xiao-yong, SUI Jun-jie

(College of Automation, Harbin Engineering University, Harbin Heilongjiang 150001, China)

Abstract: A sliding-mode control strategy based on adaptive perturbation estimation is proposed for compensating parametric uncertainties and external disturbance that will deteriorate the detection precision of micro-electro-mechanical system (MEMS) gyroscope and the precision of trajectory tracking of MEMS tri-axial gyroscope. Compared with the conventional sliding-mode controller, the proposed strategy can improve the dynamic characteristics of approach movement by adopting the appropriate approaching law. Meanwhile, a perturbation observer is employed to estimate the system total unknown perturbation in an on-line and real-time fashion. The switching gain of the sliding-mode control strategy can be set to a small value so that the chattering on the sliding-mode surface can be reduced. Finally, the asymptotic stability of the system and the convergence of the perturbation estimation are analyzed and proved by Lyapunov's direct method. Simulation results show the validity and effectiveness of the proposed strategy.

Key words: MEMS tri-axial gyroscope; sliding mode control; perturbation observer; trajectory tracking; chattering

1 引言(Introduction)

基于微电子和微加工技术的微机电系统(micro-electro-mechanical systems, MEMS)陀螺仪具有尺寸小、成本低、集成度高等优点,在民用消费和现代国防领域拥有广泛的市场潜力和应用前景. 然而在MEMS陀螺仪的加工制造和实际应用中,不可避免地存在以下问题:几何结构中心与检测质量块重心不重合,加工制造误差带来的参数不确定,未建模动态以及外部干扰(如陀螺安装基座振动)等,这些问题是陀螺零位漂移和噪声的主要来源,严重影响MEMS陀螺仪的精度,因此研究有效的控制方法去估计并补偿干扰信号,提高输出精度,是MEMS陀螺仪控制方案设计的重要

问题.

滑模控制以其对参数摄动和外界干扰的不敏感性在实际工程中得到了广泛的应用,而且近年来,其在MEMS陀螺仪控制理论研究中取得了长足进展:文献[1]率先将自适应状态反馈控制方法应用在MEMS陀螺仪控制中,此控制方法在驱动轴和敏感轴均施以反馈控制力,使两个轴向的模态振动跟踪指定的参考轨迹,弱化了驱动模态和检测模态的界限,为MEMS陀螺仪提供了一种新的设计理念和操作模式;文献[2]将滑模控制理论应用在MEMS模态控制中,提出一种基于Lyapunov直接法的滑模变结构控制器,在有界不确定性条件下实现了角速度估计;针对滑模控制中不

收稿日期: 2013-08-12; 录用日期: 2013-11-15.

[†]通信作者. E-mail: wangwei407@hrbeu.edu.cn; Tel.: +86 13159846192.

基金项目: 新世纪优秀人才支持计划资助项目(NCET-11-0827); 中央高校基本业务费专项资金资助项目(HEUCFX41308); 黑龙江省博士后特别资助项目(LBH-TZ0410); 哈尔滨市科技创新人才专项资助项目(2013RFXXJ016).

可避免的抖振现象, Fei Juntao做了大量的研究工作: 文献[3]提出一种比例积分滑模面, 积分成分的引入大大增强了滑模面的连续性, 有效降低了控制输入信号的抖振, 文献[4-6]改进了上述滑模控制器, 在设计过程中引入模糊逻辑和神经网络等智能控制方法来估计补偿系统干扰和参数不确定, 降低了切换控制的影响, 有效降低了系统抖振, 同时实现了系统参数和角速度的在线辨识, 并将提出的理论应用在三轴MEMS陀螺仪中, 取得较好的效果; 文献[7]针对滑模控制策略中因高自适应增益激发的额外震荡, 在控制律的设计中引入一低通滤波器对控制信号中的有害额外震荡进行平滑滤波, 并进行了收敛性和稳定性分析. 以上控制方案设计中, 切换函数大都采用Sigmoid连续函数或者饱和函数代替, 但仍然存在以下两个问题: i) 对参数摄动和外界干扰的不敏感性仍需很高的切换增益才能实现, 增加了系统能量消耗; ii) 当系统初始状态不为零时(即陀螺几何结构中心与检测质量块重心不重叠), 系统存在滑模趋近运动, 而上述滑模控制策略对趋近运动未做刻画.

文献[8]综合分析了各种降抖策略, 其中高为炳教授提出的趋近律概念详细描述了系统趋近阶段的运动品质, 通过选择不同的趋近律及其参数, 可以得到不同的动态品质, 同时达到削弱抖振的效果^[9]; 考虑到系统干扰和参数不确定是抖振的主要来源, 文献[10]最早提出干扰观测的思想, 利用观测器来估计并补偿外界干扰和不确定项, 如此, 切换增益可以取的足够小, 有效降低抖振, 在理论研究和目标应用方面取得了长足的发展^[11-15]. 本文基于以上考虑, 提出一种基于干扰观测器的趋近律滑模控制方法, 利用MEMS陀螺仪的线性已知信息对3个轴向的干扰信号进行在线实时估计补偿, 既可以保证滑动模态趋近运动的动态品质, 又可以降低控制信号和陀螺响应信号的高频抖振, 仿真结果证明了所提控制策略的有效性.

2 三轴MEMS陀螺仪建模(Modeling of MEMS tri-axial gyroscope)

目前市场上的MEMS陀螺仪大部分是振动陀螺仪, 其基本工作原理都是产生并检测哥氏效应, 即利用哥氏效应使陀螺的模态之间产生能量转换, 见图1.

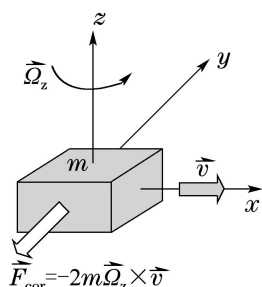


图1 哥氏效应原理图

Fig. 1 Schematic diagram of Coriolis effect

图1可以解释哥氏效应的原理: 假定在x轴正方向施以速度v, 若检测质量块m按图示方向以角速度Omega_z绕z轴旋转, 则在y轴负方向会产生大小为2m*Omega_z*v的哥氏力F_cor, 可以看出y轴负方向哥氏力的大小与z轴旋转角速度Omega_z成正比, 检测哥氏力的大小即可得到旋转角速度的信息.

考虑到理想MEMS振动陀螺是一种质量-刚度-阻尼系统, 加之由制造缺陷引起的系统机械耦合, 则三轴MEMS陀螺仪动态方程可以用式(1)所示的6自由度2阶线性常微分方程组表示^[16]:

$$\begin{cases} m\ddot{x} + C_{xx}\dot{x} + C_{xy}\dot{y} + C_{xz}\dot{z} + K_{xx}x + K_{xy}y + K_{xz}z = U_x + 2m\Omega_z\dot{y} - 2m\Omega_y\dot{z}, \\ m\ddot{y} + C_{xy}\dot{x} + C_{yy}\dot{y} + C_{yz}\dot{z} + K_{xy}x + K_{yy}y + K_{yz}z = U_y - 2m\Omega_z\dot{x} + 2m\Omega_x\dot{z}, \\ m\ddot{z} + C_{xz}\dot{x} + C_{yz}\dot{y} + C_{zz}\dot{z} + K_{xz}x + K_{yz}y + K_{zz}z = U_z + 2m\Omega_y\dot{x} - 2m\Omega_x\dot{y}, \end{cases} \quad (1)$$

其中: U_x, U_y, U_z 表示3个轴向的控制力, C_{xx}, C_{yy}, C_{zz} 为3个轴向的阻尼项, K_{xx}, K_{yy}, K_{zz} 为3个轴向的刚度项, 假设机械耦合导致对称的阻尼耦合项 C_{xy}, C_{xz}, C_{yz} 和刚度耦合项 K_{xy}, K_{xz}, K_{yz} , $\Omega_x, \Omega_y, \Omega_z$ 是3个轴上施加的角速度.

利用模型对相关问题进行机理研究时, 要求模型所描述的规律独立于量纲之外, 因此有必要对建立的MEMS陀螺仪模型进行无量纲化处理. 取无量纲时间 $t^* = w_0 t$, 然后方程两边除以参考频率的平方 w_0^2 、参考长度 q_0 和检测质量块质量 m , 可以得到无量纲化模型, 以x轴向动态方程为例:

$$\begin{aligned} & \frac{\ddot{x}}{q_0} + \frac{C_{xx}\dot{x}}{mw_0q_0} + \frac{C_{xy}\dot{y}}{mw_0q_0} + \frac{C_{xz}\dot{z}}{mw_0q_0} + \\ & \frac{K_{xx}x}{mw_0^2q_0} + \frac{K_{xy}y}{mw_0^2q_0} + \frac{K_{xz}z}{mw_0^2q_0} = \\ & \frac{U_x}{mw_0^2q_0} + \frac{2\Omega_z\dot{y}}{w_0q_0} - \frac{2\Omega_y\dot{z}}{w_0q_0}. \end{aligned} \quad (2)$$

重新定义相关系统参数:

$$\begin{aligned} x^* &= \frac{x}{q_0}, \quad c_{xy} = \frac{C_{xy}}{mw_0}, \\ \Omega_z^* &= \frac{\Omega_z}{w_0}, \quad u_x = \frac{U_x}{mw_0^2q_0}, \\ k_{xx} &= \sqrt{\frac{K_{xx}}{mw_0^2}}, \quad k_{xy} = \frac{K_{xy}}{mw_0^2}. \end{aligned}$$

忽略上标符号“*”, 得到x轴向无量纲化模型:

$$\begin{aligned} & \ddot{x} + c_{xx}\dot{x} + c_{xy}\dot{y} + c_{xz}\dot{z} + \\ & k_{xx}^2x + k_{xy}y + k_{xz}z = \\ & u_x + 2\Omega_z\dot{y} - 2\Omega_y\dot{z}. \end{aligned} \quad (3)$$

同理应用于y, z轴, 最终得到三轴MEMS陀螺仪无量

纲化运动模型:

$$\begin{cases} \ddot{x} + c_{xx}\dot{x} + c_{xy}\dot{y} + c_{xz}\dot{z} + k_{xx}^2x + \\ k_{xy}y + k_{xz}z = u_x + 2\Omega_z\dot{y} - 2\Omega_y\dot{z}, \\ \ddot{y} + c_{xy}\dot{x} + c_{yy}\dot{y} + c_{yz}\dot{z} + k_{xy}x + \\ k_{yy}^2y + k_{yz}z = u_y - 2\Omega_z\dot{x} + 2\Omega_x\dot{z}, \\ \ddot{z} + c_{xz}\dot{x} + c_{yz}\dot{y} + c_{zz}\dot{z} + k_{xz}x + \\ k_{yz}y + k_{zz}^2z = u_z + 2\Omega_y\dot{x} - 2\Omega_x\dot{y}. \end{cases} \quad (4)$$

针对式(4)的陀螺无量纲化模型, 取 x, y, z 3个轴向的位置和速度信息作为系统状态, 将陀螺模型写成状态方程形式:

$$\dot{X} = AX + Bu, \quad (5)$$

其中: X 为陀螺状态, u 为控制输入, 状态方程中的各项含义如下:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -k_{xx}^2 & -c_{xx} & -k_{xy} \\ 0 & 0 & 0 \\ -k_{xy} & -(c_{xy} + 2\Omega_z) & -k_{yy}^2 \\ 0 & 0 & 0 \\ -k_{xz} & -(c_{xz} - 2\Omega_y) & -k_{yz} \\ 0 & 0 & 0 \\ -(c_{xy} - 2\Omega_z) & -k_{xz} & -(c_{xz} + 2\Omega_y) \\ 1 & 0 & 0 \\ -c_{yy} & -k_{yz} & -(c_{yz} - 2\Omega_x) \\ 0 & 0 & 1 \\ -(c_{yz} + 2\Omega_x) & -k_{zz}^2 & -c_{zz} \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad u = \begin{bmatrix} u_x \\ u_y \\ u_z \end{bmatrix}, \quad X = \begin{bmatrix} x \\ \dot{x} \\ y \\ \dot{y} \\ z \\ \dot{z} \end{bmatrix}.$$

3 基于自适应干扰观测器的滑模控制器设计 (Controller design-based sliding mode with adaptive perturbation observer)

针对式(5)的陀螺状态方程, 考虑参数不确定, 系统未建模动态及外界干扰, 陀螺状态方程可以写成

$$\dot{X} = (A + \Delta A)X + (B + \Delta B)u + d(t) = AX + Bu + \Delta AX + \Delta Bu + d(t), \quad (6)$$

其中: $A \in \mathbb{R}^{6 \times 6}$, $B \in \mathbb{R}^{6 \times 3}$ 为系统已知部分, ΔA , ΔB 为系统不确定或未建模部分, $d(t)$ 为有界外界干扰, 若用 $P(t)$ 表示系统总的干扰(包括参数不确定和未建模动态), 则三轴MEMS陀螺动态方程可以写成

$$\dot{X} = AX + Bu + P(t). \quad (7)$$

为后续控制器设计的需要, 式(7)表示的MEMS陀

螺动态方程要求满足如下假设:

假设1 总干扰 $P(t)$ 满足 $\|P(t)\| \leq P_{\text{cons}}, P_{\text{cons}}$ 为某一正常数.

假设2 总干扰 $P(t)$ 满足滑模匹配条件, 即 $\Delta A = BD$, $\Delta B = BF$, $d(t) = BG$, D, F, G 为适当维数的未知矩阵.

假设3 陀螺所有系统状态可测.

基于以上3点假设, 可以通过设计合适的自适应控制律实现对总的干扰的完全补偿.

假设陀螺的3个轴向的运动参考模型为 $x_m = A_x \sin \omega_x t$, $y_m = A_y \sin \omega_y t$, $z_m = A_z \sin \omega_z t$, 同样, 写成状态空间形式:

$$\dot{X}_m = A_m X_m, \quad (8)$$

其中: $X_m = [x_m \ \dot{x}_m \ y_m \ \dot{y}_m \ z_m \ \dot{z}_m]^T$.

$$A_m = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\omega_x^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\omega_y^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\omega_z^2 & 0 \end{bmatrix},$$

$$\omega_x \neq \omega_y \neq \omega_z.$$

定义状态跟踪误差如下:

$$e = X - X_m = [e_x \ \dot{e}_x \ e_y \ \dot{e}_y \ e_z \ \dot{e}_z]^T. \quad (9)$$

取跟踪误差的微分,

$$\dot{e} = \dot{X} - \dot{X}_m = AX + Bu + P(t) - A_m X_m. \quad (10)$$

定义滑模面如下:

$$s(t) = \lambda e, \quad (11)$$

其中: $s(t) = [s_x \ s_y \ s_z]^T$, $\lambda \in \mathbb{R}^{3 \times 6}$ 为一常值矩阵且满足 λB 非奇异.

3.1 常规滑模控制器(Conventional sliding mode controller)

对式(11)所描述的滑模面取微分, 并将式(10)代入

$$\dot{s}(t) = \lambda AX + \lambda Bu + \lambda P(t) - \lambda A_m X_m. \quad (12)$$

令 $\dot{s}(t) = 0$, 求得等效控制

$$u_{\text{eq}} = -(\lambda B)^{-1}[\lambda AX + \lambda P(t) - \lambda A_m X_m]. \quad (13)$$

因此, 控制输入取

$$u = -(\lambda B)^{-1}[\lambda AX + \eta_2 \text{sgn } s - \lambda A_m X_m]. \quad (14)$$

η_2 为切换增益矩阵, $\text{sgn}(\cdot)$ 为符号函数.

式(7)方程两边左乘矩阵 λ , 并将式(14)代入

$$\lambda \dot{X} = -\eta_2 \text{sgn } s + \lambda \dot{X}_m + \lambda P(t), \quad (15)$$

整理可得

$$\lambda \dot{X} - \lambda \dot{X}_m = \dot{s} = -\eta_2 \text{sgn } s + \lambda P(t). \quad (16)$$

考虑假设2, 可得

$$P(t) = [0 \ P_x(t) \ 0 \ P_y(t) \ 0 \ P_z(t)]^T.$$

矩阵 λ 取

$$\lambda = \begin{bmatrix} 30 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 30 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 30 & 1 \end{bmatrix},$$

则

$$\lambda P(t) = M(t) = [P_x(t) \ P_y(t) \ P_z(t)]^T,$$

进而式(16)化为

$$\dot{s} = -\eta_2 \operatorname{sgn} s + M(t), \quad (17)$$

切换增益矩阵 η_2 取对角正定阵 $\operatorname{diag}\{\eta_{2x}, \eta_{2y}, \eta_{2z}\}$.

定理1 $\eta_{2i} > \sup\{|P_i(t)|\} (i = x, y, z)$ 满足时, 式(17)所示系统渐进稳定.

$$\begin{aligned} \text{证} \quad s^T \dot{s} &= -s^T \eta_2 \operatorname{sgn} s + s^T M(t) = \\ &= \sum_{i=x,y,z} [s_i P_i(t) - \eta_{2i} s_i \operatorname{sgn} s_i] = \\ &= \sum_{i=x,y,z} [s_i P_i(t) - \eta_{2i} |s_i|] \leq \\ &= \sum_{i=x,y,z} \{\sup |P_i(t)| - \eta_{2i}\} |s_i|. \end{aligned} \quad (18)$$

由式(18)可知, 若 $\eta_{2i} > \sup |P_i(t)|$ 满足, 则滑模可达条件 $s^T \dot{s} \leq 0$ 成立, 即系统渐进稳定. 未带自适应干扰观测器的常规滑模控制策略的缺点是显而易见的, 当系统干扰上界未知时, 切换增益矩阵参数的选择需要多次尝试, 即使上界已知, 若干扰 $\sup |P_i(t)|$ 很大, 切换增益 η_{2i} 亦很大, 此时便会导致很强的抖振.

3.2 基于自适应干扰观测器的滑模控制器(Sliding mode controller with adaptive perturbation observer)

在各种趋近律中, 指数趋近律

$$\dot{s}(t) = -\eta_1 s - \eta_2 \operatorname{sgn} s$$

具有参数选择简单、动态效果好等优点, 目前应用较多, 选择较小的 η_2 和较大的 η_1 , 可以保证系统状态远离滑模面时有较大的趋近速度, 在滑模面附近时又有较小的速度, 从而兼有抖振小和趋近时间短的优点. 因此本文选择式(19)所示的指数趋近律:

$$\dot{s}(t) = -\eta_1 s - \eta_2 \operatorname{sgn} s. \quad (19)$$

考虑式(19)的指数趋近律, 设计控制律和干扰自适应律如下:

$$u = -(\lambda B)^{-1}[\lambda A X + \lambda \hat{P}(t) - \lambda \dot{X}_m + \eta_1 s + \eta_2 \operatorname{sgn} s], \quad (20)$$

$$\lambda \dot{\hat{P}}(t) = \dot{M}(t) = k s, \quad (21)$$

其中 $\hat{P}(t)$ 是 $P(t)$ 的估计, 定义观测误差为

$$\tilde{P}(t) = \hat{P}(t) - P(t). \quad (22)$$

假设总的干扰的变化相对于观测器的动态特性是缓慢的, 即 $\dot{P}(t) = 0$, 结合式(21)得到 $\dot{M}(t) = \dot{\tilde{M}}(t)$.

定理2 增益矩阵 η_1, η_2, k 选择合适的对角正定阵, 可以保证整个闭环控制系统的渐进稳定性和干扰估计的收敛性.

证 式(7)方程两边左乘矩阵 λ , 并且结合式(20)-(21), 可得

$$\begin{aligned} \dot{s} + \eta_1 s + \eta_2 \operatorname{sgn} s &= \lambda P(t) - \lambda \hat{P}(t) = -\lambda \tilde{P}(t). \quad (23) \\ \text{令 } \lambda \tilde{P}(t) &= \tilde{M}(t) = [\tilde{P}_x(t) \ \tilde{P}_y(t) \ \tilde{P}_z(t)]^T, \text{ 则式(23)化为} \end{aligned}$$

$$\dot{s} + \eta_1 s + \eta_2 \operatorname{sgn} s = -\tilde{M}(t). \quad (24)$$

① 滑模可达性分析: 由于陀螺初始状态可能不为零, 因此需要进行可达性分析, 同样令对角正定增益矩阵 η_2 为 $\operatorname{diag}\{\eta_{2x}, \eta_{2y}, \eta_{2z}\}$, 则滑模可达性条件

$$\begin{aligned} s^T \dot{s} &= -s^T \eta_1 s - s^T \eta_2 \operatorname{sgn} s - s^T \tilde{M}(t) = \\ &= -s^T \eta_1 s + \sum_{i=x,y,z} [-s_i \tilde{P}_i(t) - \eta_{2i} s_i \operatorname{sgn} s_i] \leq \\ &= -s^T \eta_1 s + \sum_{i=x,y,z} [s_i \tilde{P}_i(t) - \eta_{2i} |s_i|] \leq \\ &= -s^T \eta_1 s + \sum_{i=x,y,z} \{\sup |\tilde{P}_i(t)| - \eta_{2i}\} |s_i|. \end{aligned} \quad (25)$$

分析式(25)可知, 显然取 $\eta_{2i} > \sup |\tilde{P}_i(t)|$ 即可满足滑模可达性条件 $s^T \dot{s} \leq 0$, 而且 η_{2i} 可以取得足够小, 即切换增益足够小, 大大降低了系统抖振.

② 运动稳定性分析: 对式(24)取Lyapunov函数

$$V = \frac{1}{2} s^T s + \frac{1}{2} \tilde{M}^T(t) k^{-1} \tilde{M}(t). \quad (26)$$

考虑 $\dot{M}(t) = \dot{\tilde{M}}(t)$, 对式(26)的Lyapunov函数求一阶导数并考虑式(21)(24)

$$\begin{aligned} \dot{V} &= s^T \dot{s} + \tilde{M}^T(t) k^{-1} \dot{\tilde{M}}(t) = \\ &= -s^T \tilde{M}(t) - s^T \eta_1 s - s^T \eta_2 \operatorname{sgn} s + \\ &= \tilde{M}^T(t) k^{-1} (k s) = \\ &= -s^T \eta_1 s - s^T \eta_2 \operatorname{sgn} s < \\ &= -s^T \eta_1 s < -\operatorname{eig}_{\min}(\eta_1) \|s\| < 0, \end{aligned} \quad (27)$$

其中 $\operatorname{eig}_{\min}(\cdot)$ 表示最小特征值.

根据Lyapunov理论, $\dot{V}$ 负定可以保证系统的渐进稳定性, 同时保证 $V, s, \tilde{M}(t)$ 均有界. 考虑式(18), 可知 $\dot{s}$ 亦有界. 由不等式 $\dot{V} < -\operatorname{eig}_{\min}(\eta_1) \|s\|$ 可得

$$\int_0^t \|s\| dt < [V(0) - V(t)] / \operatorname{eig}_{\min}(\eta_1),$$

由 $V(0), V(t)$ 有界且 $V(t)$ 非增, 可得到 $\lim_{t \rightarrow \infty} \int_0^t \|s\| dt$ 有界, 加之 $\dot{s}$ 有界, 根据Barbalat定理可知, $\lim_{t \rightarrow \infty} s = 0$, 考虑式(11), 可知状态跟踪误差 e 渐进收敛到0.

根据持续激励理论^[17], 若状态向量 X 为持续激励

信号, 则干扰自适应律 $\dot{\tilde{M}}(t) = \dot{\hat{M}}(t) = ks$ 可以保证干扰估计误差 $\tilde{M}(t)$ 收敛到零, 即干扰估计 $\hat{M}(t)$ 将会收敛到干扰真值。

注1 对 n 阶系统, 要保证信号的持续激励, 控制输入 u 包含的频率分量至少为 $n/2$ ^[17]. 状态方程(7)描述的三轴MEMS陀螺仪为6阶系统, 因此控制输入信号至少需要3个非零的不同频率分量, 即 $\omega_x \neq \omega_y \neq \omega_z$.

注2 考虑到系统的连续性, 符号函数 $\text{sgn}(\cdot)$ 仍用 Sigmoid 连续函数代替。

4 仿真实验及分析(Simulation and analysis)

为了验证所提控制策略的可行性, 利用 MATLAB/Simulink 对整个闭环控制系统进行了仿真实验, 并与常规滑模控制策略及比例积分滑模控制策略进行比较分析. 假设三轴MEMS陀螺仪的已知参数如下:

$$\begin{aligned} m &= 0.57 \times 10^{-8} \text{ kg}, K_{xx} = 80.98 \text{ N/m}, \\ K_{yy} &= 71.62 \text{ N/m}, K_{zz} = 60.97 \text{ N/m}, \\ K_{xy} &= 5 \text{ N/m}, K_{xz} = 6 \text{ N/m}, K_{yz} = 6 \text{ N/m}, \\ C_{xx} &= 4.29 \times 10^{-7} \text{ Ns/m}, C_{yy} = 4.29 \times 10^{-8} \text{ Ns/m}, \\ C_{zz} &= 8.95 \times 10^{-7} \text{ Ns/m}, C_{xy} = 4.29 \times 10^{-8} \text{ Ns/m}, \\ C_{xz} &= 6.87 \times 10^{-8} \text{ Ns/m}, C_{yz} = 8.95 \times 10^{-8} \text{ Ns/m}, \\ \Omega_x &= 3 \text{ rad/s}, \Omega_y = 2 \text{ rad/s}, \Omega_z = 5 \text{ rad/s}. \end{aligned}$$

无量纲化过程中, 由于检测质量块的位移范围在亚毫米范围内, 故参考长度取 $q_0 = 10^{-6} \text{ m}$, 而MEMS陀螺仪3个轴向的固有频率一般在千赫兹范围内, 考虑参考频率取 $\omega_0 = 3 \text{ kHz}$. 假设3个轴向参考轨迹为

$$\begin{aligned} x_m &= \sin(6.71t), y_m = 1.5 \sin(5.11t), \\ z_m &= 2 \sin(4.17t), \end{aligned}$$

应用干扰观测器时对角正定增益矩阵选择:

$$\begin{aligned} \eta_1 &= \begin{bmatrix} 2 \times 10^4 & 0 & 0 \\ 0 & 2 \times 10^4 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \times 10^4 \end{bmatrix}, \\ \eta_2 &= \begin{bmatrix} 0.05 & 0 & 0 \\ 0 & 0.05 & 0 \\ 0 & 0 & 0.05 \end{bmatrix}, \\ k &= \begin{bmatrix} 3 \times 10^5 & 0 & 0 \\ 0 & 2.5 \times 10^5 & 0 \\ 0 & 0 & 1.5 \times 10^5 \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

应用常规滑模控制时对角正定增益矩阵选择

$$\eta_2 = \begin{bmatrix} 100 & 0 & 0 \\ 0 & 100 & 0 \\ 0 & 0 & 100 \end{bmatrix}.$$

比例积分(PI)滑模面选为 $s(t) = \lambda(e + \int_0^t \phi edt)$, 其中积分增益 $\phi = 10$.

总的干扰 $P(t)$ 假设为

$$\begin{aligned} P_x(t) &= 10 + 10 \sin(5t), \\ P_y(t) &= 20 \sin(4t) + 15 \cos(2t), \\ P_z(t) &= 10r(t-3), \end{aligned}$$

其中 $r(t)$ 为单位阶跃信号. 假设陀螺初始状态为

$$X(0) = [0.5 \ 0 \ -0.8 \ 0 \ 1 \ 0]^T,$$

仿真结果如图2~5所示。

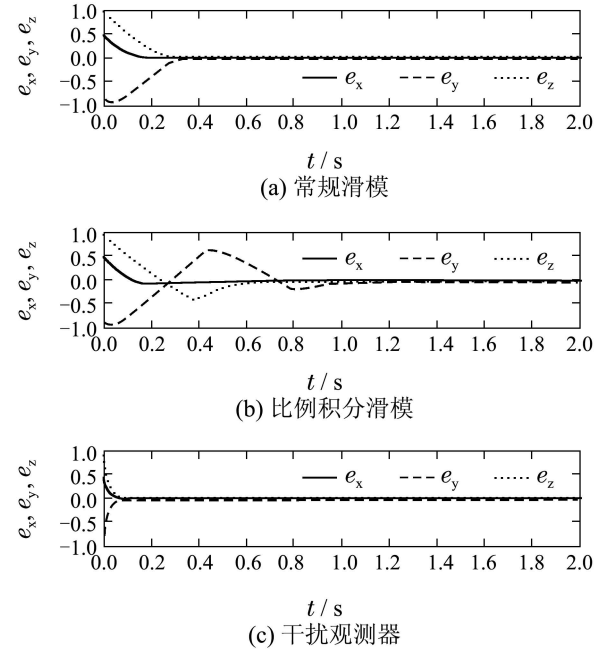


图2 3种控制策略的轴向位置跟踪误差

Fig. 2 Position tracking errors of tri-axial MEMS gyro

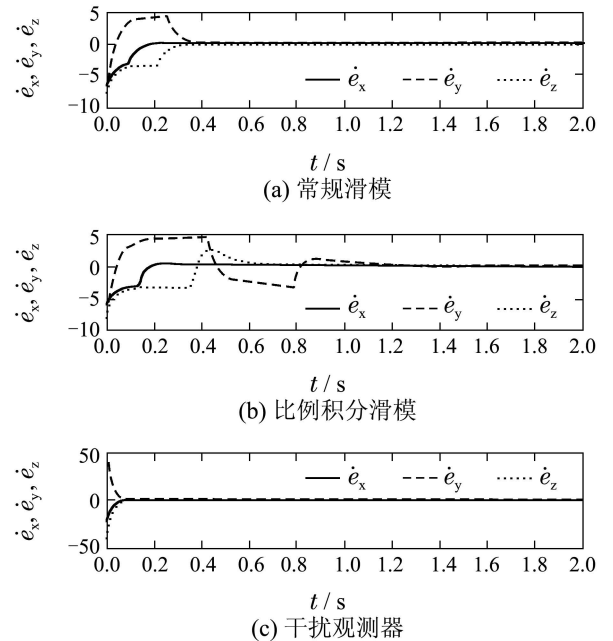


图3 3种控制策略的轴向速度跟踪误差

Fig. 3 Velocity tracking errors of tri-axial MEMS gyro

图2-3表明, 3种控制策略都能使陀螺3个轴向的位置和速度跟踪误差收敛到零, 即3个轴向可以严格按照参考模型给出的幅值和频率振动. 但在动态调整阶段(滑模趋近运动), 本文控制策略由于采用了指数趋近律描述趋近运动, 其动态调整过程具有指数下降, 无超调, 调节时间短(约0.1 s)的特点. 常规滑模控制策略调节时间相对较短(约0.3 s), 但趋近运动轨迹非严格指数下降. PI滑模控制策略中积分成分带来的时间滞后效应导致其调节时间过长(约1.1 s), 调整过程中状态跟踪误差较大时, 其积分也较大, 导致滑模面变化剧烈, 产生了较大的超调. 以上分析体现了指数趋近律在改善趋近运动品质方面的优越性.

分析图4可知, 基于干扰观测器的滑模控制策略, 其控制输入信号中几乎不存在抖振现象, 这是因为采用干扰观测器, 应用滑模可达条件 $\eta_{2i} > \sup |\tilde{P}_i(t)|$, 滑模切换增益可以取得足够小, 因此可以大大降低控制输入信号的抖振. 而常规滑模策略中的控制输入含有大量的高频抖振, 此高频抖振作用于MEMS陀螺, 可能激发系统的高频特性, 影响系统性能. PI滑模面的引入, 在一定程度上削弱了抖振, 但降抖效果只在一段时间内起作用(约0.2 s ~ 0.8 s), 仿真中还发现, 积分增益 ϕ 越大, 降抖效果越明显, 但同时调节时间也越长, 因此积分增益 ϕ 的选择需要折中处理.

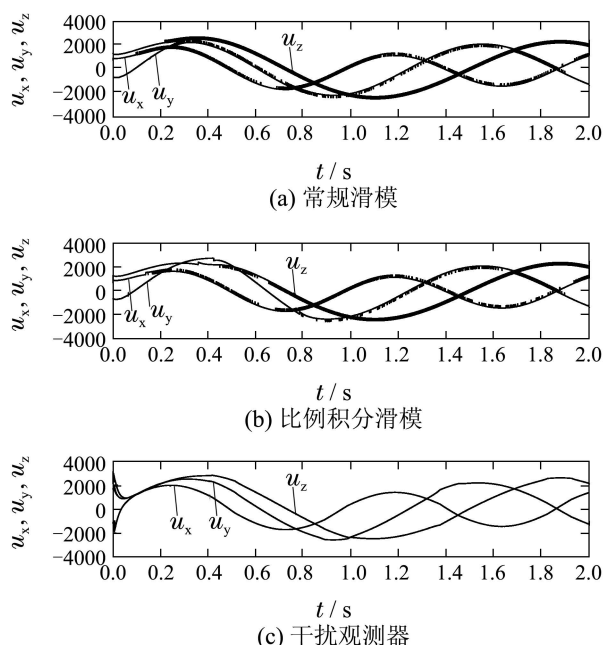


图4 3种控制策略的轴向控制输入

Fig. 4 Control inputs of tri-axial MEMS gyro

图5为陀螺3个轴向总的干扰估计结果, 在持续激励作用下, 干扰观测器在很短时间内(约0.3 s)收敛到干扰真值, 且表现出较高的收敛精度, 在满足滑模匹配条件的前提下, 干扰估计值通过控制输入信号反馈回陀螺系统, 实现了对总的系统干扰的完全补偿.

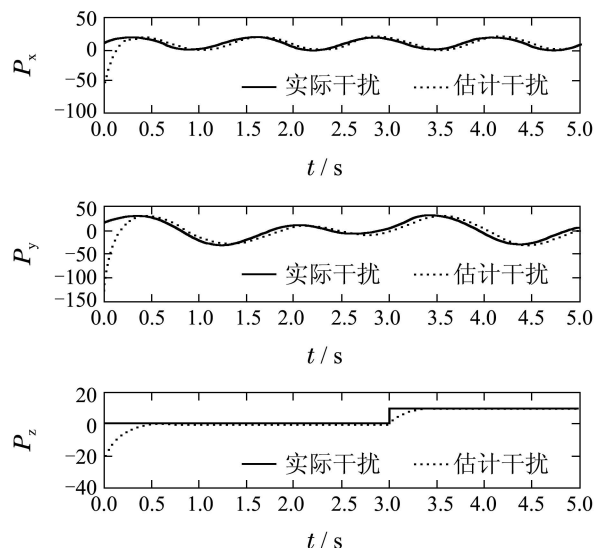


图5 3个轴向的干扰估计结果

Fig. 5 Perturbation estimations of tri-axial MEMS gyro

5 结语(Conclusions)

本文针对MEMS陀螺仪实际工作中存在系统干扰及初始状态非零的问题, 提出一种基于自适应干扰观测器的滑模控制方法. 干扰观测器可以在线实时估计系统干扰并通过控制律实现对干扰的完全补偿, 同时利用Lyapunov直接法保证陀螺系统严格跟踪指定的参考轨迹. 仿真结果表明, 所提的滑模控制方法具有收敛速度快、无超调的优点, 并且可以大大降低滑模切换增益, 减少系统能耗.

参考文献(References):

- [1] PARK S, HOROWITZ R. New adaptive mode of operation for MEMS gyroscopes [J]. *ASME Transaction Dynamic Systems Measurement and Control*, 2004, 126(4): 800 – 810.
- [2] BATUR C, SREERAMREDDY T, KHASAWNEH Q. Sliding mode control of a simulated MEMS gyroscope [J]. *ISA Transactions*, 2006, 45(1): 99 – 108.
- [3] FEI J T, BATUR C. A novel adaptive sliding mode control with application to MEMS gyroscope [J]. *ISA Transactions*, 2009, 48(1): 73 – 78.
- [4] FEI J T, XIN M Y. An adaptive fuzzy sliding mode controller for MEMS triaxial gyroscope with angular velocity estimation [J]. *Non-linear Dynamics*, 2012, 70(1): 97 – 109.
- [5] FEI J T, ZHOU J. Robust adaptive control of MEMS triaxial gyroscope using fuzzy compensator [J]. *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part B: Cybernetics*, 2012, 42(6): 1599 – 1607.
- [6] FEI J T, YANG Y Z. Adaptive neural compensation scheme for robust tracking of MEMS gyroscope [C] // *2012 IEEE International Conference on Systems, Man, and Cybernetics*. Seoul: IEEE, 2012: 1546 – 1551.
- [7] ZAREH M, SOHEILI S. A modified model reference adaptive control with application to MEMS gyroscope [J]. *Journal of Mechanical Science and Technology*, 2011, 25(8): 2061 – 2066.
- [8] YANG J, WANG Q L, LI Y. Sliding mode variable structure control theory: a survey [C] // *Proceedings of the 31st Chinese Control Conference*. Hefei: IEEE, 2012: 3197 – 3202.

- [9] 高为炳. 变结构控制的理论及设计方法 [M]. 北京: 科学出版社, 1996.
(GAO Weibing. *Theory and Design Method for Variable Structure Control* [M]. Beijing: Science Press, 1996.)
- [10] KAWAMURA A, ITOH H, SAKAMOTO K. Chattering reduction of disturbance observer based sliding mode control [J]. *IEEE Transactions on Industry Applications*, 1994, 30(2): 456 – 461.
- [11] LI Y H, ZHENG Q, YANG L M. Design of robust sliding mode control with disturbance observer for multi-axis coordinated traveling system [J]. *Computers and Mathematics with Applications*, 2012, 64(5): 759 – 765.
- [12] GHAFARIRAD H, REZAEI S M, ABDULLAH A, et al. Observer-based sliding mode control with adaptive perturbation estimation for micropositioning actuators [J]. *Precision Engineering*, 2011, 35(2): 271 – 281.
- [13] GAO Y B, SUN B H, LU G P. Modified function projective lag synchronization of chaotic systems with disturbance estimations [J]. *Applied Mathematical Modelling*, 2013, 37(7): 4993 – 5000.
- [14] 张强, 吴庆宪, 姜长生, 等. 一种新颖的鲁棒模糊滑模观测器设计及干扰重构方法 [J]. 控制理论与应用, 2013, 30(2): 186 – 193.
(ZHANG Qiang, WU Qingxian, JIANG Changsheng, et al. A novel robust fuzzy sliding mode observer design and disturbance reconstruction [J]. *Control Theory & Applications*, 2013, 30(2): 186 – 193.)
- [15] 刘霞, 黄琦, 陈勇. 不确定遥操作系统带干扰观测器的自适应控制 [J]. 控制理论与应用, 2012, 29(5): 681 – 687.
(LIU Xia, HUANG Qi, CHEN Yong. Adaptive control with disturbance observer for uncertain teleoperation systems [J]. *Control Theory & Applications*, 2012, 29(5): 681 – 687.)
- [16] FEI J T. Robust adaptive vibration tracking control for a MEMS vibratory gyroscope with bound estimation [J]. *IET Control Theory Application*, 2010, 4(6): 1019 – 1026.
- [17] IOANNOU P, SUN J. *Robust Adaptive Control* [M]. New York: Prentice Hall, 1996.

作者简介:

王伟 (1979–), 男, 教授, 主要研究方向为高精度惯性导航技术、光纤陀螺等, E-mail: wangwei407@hrbeu.edu.cn;

赵清 (1988–), 男, 硕士研究生, 主要研究方向为先进控制理论、MEMS陀螺仪控制技术, E-mail: majorzq@gmail.com;

吕晓永 (1985–), 男, 博士研究生, 主要研究方向为自适应控制、MEMS陀螺仪结构设计, E-mail: lengfeng0506@163.com;

隋俊杰 (1989–), 男, 硕士研究生, 主要研究方向为激光源功率稳定性研究, E-mail: bisai2012@163.com.