DOI: 10.7641/CTA.2014.30963

强跟踪平方根容积卡尔曼滤波和自回归模型融合的故障预测

杜占龙[1†], 李小民[1], 郑宗贵[2], 毛 琼[1]

(1. 军械工程学院 无人机工程系, 河北 石家庄 050003; 2. 第二炮兵研究院, 北京 100085)

摘要: 为了解决非线性系统中不可测量参数的预测问题, 提出一种带有次优渐消因子的强跟踪平方根容积卡尔曼滤波(STSCKF)和自回归(AR)模型相结合的故障预测方法. 利用AR模型时间序列预测法预测未来时刻的测量值, 将预测的测量值作为STSCKF的测量变量, 从而将预测问题转化为滤波估计问题. STSCKF通过在预测误差方差阵的均方根中引入渐消因子调节滤波过程中的增益矩阵, 克服了故障参数变化函数未知情况下普通SCKF跟踪故障参数缓慢甚至失效的局限性, 使得STSCKF能较好地预测故障参数的发展趋势. 连续搅拌反应釜(CSTR)仿真结果表明, STSCKF的预测精度高于普通SCKF和强跟踪无迹卡尔曼滤波(STUKF), 验证了方法的有效性.

关键词: 强跟踪滤波; 非线性滤波; 状态和参数联合估计; 平方根容积卡尔曼滤波(SCKF); 故障预测

中图分类号: TP273　　**文献标识码**: A

Fault prediction with combination of strong tracking square-root cubature Kalman filter and autoregressive model

DU Zhan-long[1†], LI Xiao-min[1], ZHENG Zong-gui[2], MAO Qiong[1]

(1. Department of UAV Engineering, Ordnance Engineering College, Shijiazhuang Hebei 050003, China;
2. Academe of Second Artillerist, Beijing 100085, China)

Abstract: To deal with the problem of prognosis of unmeasured parameters in nonlinear systems, we propose a fault prediction algorithm which is a combination of the strong tracking square-root cubature Kalman filter (STSCKF) with suboptimal fading factor and the autoregressive (AR) model. Future time values of measurement variables are forecasted by using the AR model time series prediction method; and then, the predicted values are used as STSCKF measurement variables. Thus, the prognostic problem is transformed into a filter estimation issue. The fading factor is introduced into the square root of the STSCKF prediction error covariance for adjusting the gain matrix in the filter process. As a result, STSCKF eliminates the disadvantage of slow tracking or even unable tracking of fault parameters in conventional SCKF when the time-varying functions of fault parameters are unknown, improving the capability for forecasting the varying trend of fault parameters. Simulation results on a continuous stirred tank reactor (CSTR) show that the predicting accuracy of STSCKF is higher than that of the conventional SCKF or the strong tracking unscented Kalman filter (STUKF), demonstrating the superiority of the performance capability of the proposed method.

Key words: strong tracking filter; nonlinear filters; state and parameter joint estimation; square-root cubature Kalman filter (SCKF); fault prediction

1 引言(Introduction)

系统的模型参数往往不能直接通过测量获得, 而且当模型参数出现故障时, 其故障变化趋势是未知的, 状态和参数联合估计法[1], 将出现故障的参数扩展为状态变量, 并依据系统的输出测量值采用滤波法间接估计故障参数, 被广泛地应用于故障诊断与预测领域. 很多学者采用扩展卡尔曼滤波(EKF)来估计模型故障参数, 文献[2]对状态和参数进行联合估计, 并结合神经网络实现故障分类. 文献[3]将模型参数扩展为状态变量, 利用EKF估计模型参数, 采用统计检验方法进行故障检测. 文献[4]将EKF和小波变化相结合, 实现频域状态变量的在线估计, 继而进行故障检测. 但是当系统的非线性较强时, EKF的滤波精度不高, 为此, 相继提出了基于无迹卡尔曼滤波(UKF)[5]和粒子滤波(PF)[6–7]的故障诊断与预测方法. 文献[5]利用UKF对鼠笼型感应电动机的状态变量进行在线估计, 从而实现故障检测. 但是UKF在方差阵更新中容易出现病态现象[8], 难以保持协方差阵的正定性, 使得滤波过程

收稿日期: 2013–09–12; 录用日期: 2014–03–14.
†通信作者. E-mail: dzl_1986@163.com.
基金项目: 总装院校科技创新工程项目.

中容易出现矩阵分解无效现象, 且UKF中存在需要人为确定的参数, 增加了滤波中的不确定性因素. 文献[7]利用多并行粒子滤波法得到不同滤波器的残差, 根据对数似然比检测并隔离故障, 但是PF存在实时性差、粒子退化以及建议分布选择等问题. 为了克服传统非线性滤波器的不足, 文献[9]提出了平方根容积卡尔曼滤波(SCKF), 该方法利用球形积分准则和径向积分准则直接计算非线性变换后的均值和协方差, 与EKF和UKF相比, 具有更强的数值稳定性和更高的滤波精度[10], 目前SCKF已经应用到了机动目标跟踪[11]、航天器姿态估计[12]等方面.

通常情况下, 模型参数的变化函数是未知的, 而传统的滤波方法对此类情况存在跟踪缓慢甚至失效的问题. 强跟踪滤波理论将渐消因子引入到预测协方差阵中, 对滤波过程中的增益矩阵进行调整, 增强了模型不匹配下滤波算法的鲁棒性. 文献[13]采用强跟踪滤波对参数进行估计, 并与正常阈值进行比较, 实现故障检测. 文献[14]采用强跟踪滤波解决模拟电路元件参数估计问题, 从而实时诊断电路中的元件故障. 文献[15]采用强跟踪扩展模糊集卡尔曼滤波对系统状态变量和参数进行多步故障预测. 文献[16]将强跟踪滤波理论引入UKF中, 采用强跟踪UKF估计状态变量, 实验结果表明强跟踪UKF的滤波精度高于普通UKF. 但是与普通UKF一样, 强跟踪UKF存在方差阵更新中的病态问题和参数选择问题.

为此, 本文根据强跟踪理论推导适用于SCKF的次优渐消因子计算公式, 并将渐消因子引入到SCKF的预测误差方差阵的均方根中, 提出一种基于次优渐消因子强跟踪SCKF的状态和参数联合滤波算法. 同时, 现有状态和参数联合滤波法主要考虑故障参数的估计问题, 对故障参数进行预测的文献较少. 虽然滤波中的时间更新过程能够对扩展成状态变量的故障参数进行预测, 但是由于缺少故障参数的状态方程, 使得故障参数的预测精度不高. 因此, 本文首先利用AR模型对测量变量组成的时间序列进行预测, 然后利用测量变量的预测值和强跟踪SCKF算法估计故障参数, 从而将滤波中的预测过程转化为估计过程, 保证对未知变化故障参数预测的有效性.

2 强跟踪SCKF(Strong tracking SCKF)

设非线性离散系统的状态方程和测量方程为

$$\begin{cases} \boldsymbol{x}_k = f_{k-1}(\boldsymbol{x}_{k-1}) + \boldsymbol{w}_{k-1}, \\ \boldsymbol{z}_k = h_k(\boldsymbol{x}_k) + \boldsymbol{v}_k, \end{cases} \tag{1}$$

其中: $\boldsymbol{x}_k$是系统的n_x维状态向量, $\boldsymbol{z}_k$是系统的m维测量向量; $f_{k-1}(\cdot)$和$h_k(\cdot)$分别为系统的状态函数和测量函数; 过程噪声$\boldsymbol{w}_k \in \mathbb{R}^{n_x}$的均值和协方差分别为$\boldsymbol{q}_k$和$\boldsymbol{Q}_k$, 测量噪声$\boldsymbol{v}_k \in \mathbb{R}^m$的均值和协方差分别为$\boldsymbol{r}_k$和$\boldsymbol{R}_k$, 其中$\boldsymbol{w}_k$和$\boldsymbol{v}_k$互不相关, 且$\boldsymbol{Q}_k$和$\boldsymbol{R}_k$均为正定对称阵.

2.1 强跟踪滤波原理(Strong tracking filter theory)

传统的滤波算法(EKF, UKF, SCKF等)对模型的不确定的鲁棒性较差, 引起状态的估计精度下降. 同时, 当系统到达稳态时, 增益矩阵趋于最小值, 使得其丧失了对突变状态的跟踪能力. 而强跟踪滤波器通过在状态预测协方差阵$\boldsymbol{P}_{k|k-1}$中引入渐消因子, 实时调整增益矩阵, 使得

$$\mathrm{E}[(\boldsymbol{x}_k - \hat{\boldsymbol{x}}_k)(\boldsymbol{x}_k - \hat{\boldsymbol{x}}_k)^{\mathrm{T}}] = \min, \tag{2}$$

$$\mathrm{E}[\boldsymbol{\varepsilon}_{k+j}\boldsymbol{\varepsilon}_k^{\mathrm{T}}] = 0,\ k = 0, 1, \cdots,\ j = 1, 2, \cdots. \tag{3}$$

式(2)是滤波器的固有属性, 式(3)要求不同时刻状态变量的残差序列处处保持正交. 若系统模型存在较强的不确定性, 必然会导致残差序列不正交, 此时通过调整增益矩阵, 强行使式(3)的条件成立, 即保证残差序列的正交性, 这样在模型不确定时, 强跟踪滤波器仍然能够保持对状态变量的有效跟踪.

2.2 渐消因子的计算(Fading factor computation)

由文献[17]中的计算过程, 可以得到强跟踪滤波器中的次优渐消因子λ_k计算公式如下:

$$\lambda_k = \begin{cases} \lambda_0,\ \lambda_0 > 1, \\ 1,\ \ \lambda_0 \leqslant 1, \end{cases}\ \lambda_0 = \frac{\mathrm{tr}[\boldsymbol{N}_k]}{\mathrm{tr}[\boldsymbol{M}_k]}, \tag{4}$$

$$\boldsymbol{N}_k = \boldsymbol{V}_k - \boldsymbol{H}_k\boldsymbol{Q}_{k-1}\boldsymbol{H}_k^{\mathrm{T}} - \boldsymbol{R}_k, \tag{5}$$

$$\boldsymbol{M}_k = \boldsymbol{H}_k\boldsymbol{F}_{k|k-1}\boldsymbol{P}_{k-1|k-1}\boldsymbol{F}_{k|k-1}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{H}_k^{\mathrm{T}}, \tag{6}$$

$$\boldsymbol{V}_k = \begin{cases} \boldsymbol{\varepsilon}_1\boldsymbol{\varepsilon}_1^{\mathrm{T}}, & k = 1, \\ \dfrac{\rho\boldsymbol{V}_{k-1} + \boldsymbol{\varepsilon}_k\boldsymbol{\varepsilon}_k^{\mathrm{T}}}{1+\rho}, & k \geqslant 2, \end{cases} \tag{7}$$

其中: $\boldsymbol{F}_{k|k-1}$和$\boldsymbol{H}_k$分别为状态方程和测量方程对状态变量的一阶偏导矩阵(雅可比矩阵), $\mathrm{tr}(\cdot)$为计算矩阵迹的算子. 下面根据强跟踪滤波器的等价表述来推导强跟踪SCKF的次优渐消因子计算公式.

因为引入渐消因子之前的状态预测协方差阵$\boldsymbol{P}^*_{k|k-1}$、输出预测协方差阵$\boldsymbol{P}^*_{zz,k|k-1}$、互协方差阵$\boldsymbol{P}^*_{xz,k|k-1}$、状态矩阵$\boldsymbol{F}_{k|k-1}$和测量矩阵$\boldsymbol{H}_k$之间有如下关系[18]:

$$\boldsymbol{P}^*_{xz,k|k-1} = \boldsymbol{P}^*_{k|k-1}\boldsymbol{H}_k^{\mathrm{T}}, \tag{8}$$

$$\boldsymbol{P}^*_{zz,k|k-1} = \boldsymbol{H}_k\boldsymbol{P}^*_{k|k-1}\boldsymbol{H}_k^{\mathrm{T}} + \boldsymbol{R}_k, \tag{9}$$

$$\boldsymbol{P}^*_{k|k-1} = \boldsymbol{F}_{k|k-1}\boldsymbol{P}_{k-1|k-1}\boldsymbol{F}_{k|k-1}^{\mathrm{T}} + \boldsymbol{Q}_{k-1}. \tag{10}$$

前面已经假设$\boldsymbol{Q}_k$为正定对称阵, 则存在$\boldsymbol{P}^*_{k|k-1}$的逆矩阵, 由式(8)可得

$$\boldsymbol{H}_k = [\boldsymbol{P}^*_{xz,k|k-1}]^{\mathrm{T}}[\boldsymbol{P}^*_{k|k-1}]^{-1}. \tag{11}$$

利用式(11)替换式(5)中的$\boldsymbol{H}_k$可得

$$\begin{aligned} \boldsymbol{N}_k = \boldsymbol{V}_k - [\boldsymbol{P}^*_{xz,k|k-1}]^{\mathrm{T}}[\boldsymbol{P}^*_{k|k-1}]^{-1}\boldsymbol{Q}_{k-1} \times \\ [\boldsymbol{P}^*_{k|k-1}]^{-1}\boldsymbol{P}^*_{xz,k|k-1} - \boldsymbol{R}_k. \end{aligned} \tag{12}$$

将式(9)–(12)代入式(6)中得

$$\begin{aligned}\boldsymbol{M}_k = &\boldsymbol{H}_k(\boldsymbol{P}^*_{k|k-1} - \boldsymbol{Q}_{k-1})\boldsymbol{H}_k^{\mathrm{T}} = \\ &\boldsymbol{H}_k\boldsymbol{P}^*_{k|k-1}\boldsymbol{H}_k^{\mathrm{T}} - \boldsymbol{H}_k\boldsymbol{Q}_{k-1}\boldsymbol{H}_k^{\mathrm{T}} = \\ &\boldsymbol{H}_k\boldsymbol{P}^*_{k|k-1}\boldsymbol{H}_k^{\mathrm{T}} + \boldsymbol{R}_k - \boldsymbol{V}_k + \boldsymbol{N}_k = \\ &\boldsymbol{P}^*_{zz,k|k-1} - \boldsymbol{V}_k + \boldsymbol{N}_k.\end{aligned} \tag{13}$$

最后, 将式(12)–(13)代入式(4)中, 即可计算强跟踪SCKF中的次优渐消因子λ_k.

2.3 STSCKF算法(STSCKF algorithm)

根据第2.2节中得到的次优渐消因子计算公式, 在普通SCKF算法[9]的预测协方差阵中引入渐消因子, 则基于非线性系统(1)的STSCKF具体算法如下:

1) 假设状态估计初始值$\hat{\boldsymbol{x}}_{0|0}$、协方差平方根初始值$\boldsymbol{S}_{0|0}$, 其中协方差$\boldsymbol{P}_{0|0} = \boldsymbol{S}_{0|0}\boldsymbol{S}_{0|0}^{\mathrm{T}}$.

2) 时间更新过程.

根据文献[9]中的SCKF时间更新过程, 计算状态一步预测值$\hat{\boldsymbol{x}}_{k|k-1}$和预测误差方差阵的均方根$\boldsymbol{S}^*_{k|k-1}$, 其中$\boldsymbol{S}^*_{k|k-1}$表示未引入渐消因子的预测误差方差阵的均方根.

3) 计算次优渐消因子.

① 求解未引入渐消因子的容积点($i = 1, 2, \cdots, m$)

$$\boldsymbol{X}^*_{i,k|k-1} = \boldsymbol{S}^*_{k|k-1}\boldsymbol{\xi}_i + \hat{\boldsymbol{x}}_{k|k-1}, \tag{14}$$

其中: $m = 2n_x$, n_x为状态向量的维数, 参数$\boldsymbol{\xi}_i$按下式计算:

$$\boldsymbol{\xi}_i = \begin{cases}\sqrt{\dfrac{m}{2}}\cdot\boldsymbol{e}_i, & i = 1, 2, \cdots, n_x, \\ -\sqrt{\dfrac{m}{2}}\cdot\boldsymbol{e}_{i-n_x}, & i = n_x+1, n_x+2, \cdots, 2n_x,\end{cases} \tag{15}$$

其中$\boldsymbol{e}_i$为单位向量.

② 求解未引入渐消因子的传播容积点

$$\boldsymbol{\eta}^*_{i,k|k-1} = h(\boldsymbol{X}^*_{i,k|k-1}) + \boldsymbol{r}_k. \tag{16}$$

③ 求解未引入渐消因子的测量预测值

$$\hat{\boldsymbol{z}}_{k|k-1} = \frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m}\boldsymbol{\eta}^*_{i,k|k-1}. \tag{17}$$

④ 求解未引入渐消因子的状态预测协方差阵$\boldsymbol{P}^*_{k|k-1}$、互协方差阵$\boldsymbol{P}^*_{xz,k|k-1}$和输出预测协方差阵$\boldsymbol{P}^*_{zz,k|k-1}$

$$\boldsymbol{P}^*_{k|k-1} = \boldsymbol{\chi}^*_{k|k-1}(\boldsymbol{\chi}^*_{k|k-1})^{\mathrm{T}}, \tag{18}$$

$$\boldsymbol{P}^*_{xz,k|k-1} = \boldsymbol{\chi}^*_{k|k-1}(\boldsymbol{Z}^*_{k|k-1})^{\mathrm{T}}, \tag{19}$$

$$\boldsymbol{P}^*_{zz,k|k-1} = \boldsymbol{Z}^*_{k|k-1}(\boldsymbol{Z}^*_{k|k-1})^{\mathrm{T}}, \tag{20}$$

其中:

$$\begin{aligned}\boldsymbol{\chi}^*_{k|k-1} = \frac{1}{\sqrt{m}}[&\boldsymbol{X}^*_{1,k|k-1} - \hat{\boldsymbol{x}}_{k|k-1} \ \ \boldsymbol{X}^*_{2,k|k-1} - \hat{\boldsymbol{x}}_{k|k-1} \\ &\cdots \ \ \boldsymbol{X}^*_{m,k|k-1} - \hat{\boldsymbol{x}}_{k|k-1}],\end{aligned} \tag{21}$$

$$\begin{aligned}\boldsymbol{Z}^*_{k|k-1} = \frac{1}{\sqrt{m}}[&\boldsymbol{\eta}^*_{1,k|k-1} - \hat{\boldsymbol{z}}_{k|k-1} \ \ \boldsymbol{\eta}^*_{2,k|k-1} - \hat{\boldsymbol{z}}_{k|k-1} \\ &\cdots \ \ \boldsymbol{\eta}^*_{m,k|k-1} - \hat{\boldsymbol{z}}_{k|k-1}].\end{aligned} \tag{22}$$

将式(18)–(20)的$\boldsymbol{P}^*_{k|k-1}$, $\boldsymbol{P}^*_{xz,k|k-1}$和$\boldsymbol{P}^*_{zz,k|k-1}$代入式(12)–(13)中, 整理后可得

$$\begin{cases}\lambda_k = \begin{cases}\lambda_0, \ \lambda_0 > 1, \\ 1, \ \ \lambda_0 \leqslant 1,\end{cases} \ \lambda_0 = \dfrac{\mathrm{tr}[\boldsymbol{N}_k]}{\mathrm{tr}[\boldsymbol{M}_k]}, \\ \boldsymbol{N}_k = \boldsymbol{V}_k - \boldsymbol{Z}^*_{k|k-1}(\boldsymbol{\chi}^*_{k|k-1})^{-1}\boldsymbol{Q}_{k-1}\times \\ \qquad (\boldsymbol{\chi}^*_{k|k-1})^{-\mathrm{T}}(\boldsymbol{Z}^*_{k|k-1})^{\mathrm{T}} - \boldsymbol{R}_k, \\ \boldsymbol{M}_k = \boldsymbol{Z}^*_{k|k-1}(\boldsymbol{Z}^*_{k|k-1})^{\mathrm{T}} - \boldsymbol{V}_k + \boldsymbol{N}_k.\end{cases} \tag{23}$$

⑤ 求解引入渐消因子的预测误差方差阵的均方根:

$$\boldsymbol{S}_{k|k-1} = \mathrm{Tria}([\sqrt{\lambda_k}\cdot\boldsymbol{\chi}^*_{k|k-1} \ \ \boldsymbol{S}_{Q,k-1}]). \tag{24}$$

其中: $\boldsymbol{S} = \mathrm{Tria}(\boldsymbol{A})$表示对$M\times N$阶矩阵$\boldsymbol{A}$进行一种三角形化运算, $\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}} = \boldsymbol{QR}$, 其中$\boldsymbol{Q}$为正交矩阵, $\boldsymbol{R}$为上三角矩阵, 取$\boldsymbol{R}$的前$M\times M$阶矩阵的转置, 即$\boldsymbol{S} = (\boldsymbol{R}^{M\times M})^{\mathrm{T}}$. $\boldsymbol{S}_{Q,k-1}$表示过程噪声方差的平方根, 即$\boldsymbol{Q}_{k-1} = \boldsymbol{S}_{Q,k-1}\boldsymbol{S}_{Q,k-1}^{\mathrm{T}}$.

4) 测量更新过程.

利用时间更新过程中得到的状态一步预测值$\hat{\boldsymbol{x}}_{k|k-1}$和上一步得到的引入渐消因子后的预测误差方差阵的均方根$\boldsymbol{S}_{k|k-1}$, 根据文献[9]中的SCKF测量更新过程计算状态估计值$\hat{\boldsymbol{x}}_{k|k}$和方差阵的平方根$\boldsymbol{S}_{k|k}$, 这里需要注意的是, 求解$\hat{\boldsymbol{x}}_{k|k}$时应该采用式(17)中的$\hat{\boldsymbol{z}}_{k|k-1}$.

3 故障参数预测(Fault parameters prediction)

3.1 状态和参数联合滤波(State and parameter joint filter)

为了对不可直接测量的故障参数进行估计, 将非线性离散系统(1)扩展为如下形式:

$$\begin{cases}\boldsymbol{x}_k^e = \begin{bmatrix}\boldsymbol{x}_k \\ \boldsymbol{\theta}_k\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}f_{k-1}(\boldsymbol{x}_{k-1}, \boldsymbol{\theta}_{k-1}) \\ \boldsymbol{\theta}_{k-1}\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}\boldsymbol{w}_{k-1} \\ \boldsymbol{d}_{k-1}\end{bmatrix}, \\ \boldsymbol{z}_k = h_k(\boldsymbol{x}_k^e) + \boldsymbol{v}_k,\end{cases} \tag{25}$$

其中: $\boldsymbol{\theta}_k = [\theta_{1,k} \ \ \theta_{2,k} \ \cdots \ \theta_{l,k}]^{\mathrm{T}}$是未知的需要预测的故障参数集合, l为故障参数个数. 为了解决$\boldsymbol{\theta}_k$的变化函数未知的问题, 引入辅助函数$\boldsymbol{\theta}_k = \boldsymbol{\theta}_{k-1}$作为状态方程, 其它各状态变量与非线性离散系统(1)相同. $\boldsymbol{d}_k$为故障参数噪声. 通过把故障参数扩展为状态向量, 可将故障参数估计转化为状态估计.

3.2 AR模型(AR model)

本文利用AR模型预测式(25)中的测量变量, 把预测的测量变量作为滤波中的测量值, 从而将滤波中的

预测问题转化为估计问题.

AR模型认为序列中第$k+1$个时刻的预测值与前p个时刻的值有依存关系, 由此建立预测模型预测未来时刻值. AR(p)预测模型可表述为

$$z_{k+1}=\boldsymbol{a}_k^{\mathrm{T}}\boldsymbol{z}_{k-p+1:k}+\sigma_{k+1}, \tag{26}$$

其中: $\boldsymbol{z}_{k-p+1:k}=[z_{k-p+1}\ \ z_{k-p+2}\ \ \cdots\ \ z_k]^{\mathrm{T}}$为$k-p+1\sim k$时刻测量值时间序列, z_{k+1}为$k+1$时刻预测值, $\boldsymbol{a}_k=[a_{p-1,k}\ \ a_{p-2,k}\ \ \cdots\ \ a_{0,k}]^{\mathrm{T}}$为AR模型自回归系数, σ_{k+1}为模型误差值, p为模型的阶数.

为了能在线更新AR预测模型, 本文采用带遗忘因子的递推最小二乘法(FFRLS)[19]更新AR(p)模型自回归系数$\boldsymbol{a}_k$, 其可归纳为

$$\hat{\boldsymbol{a}}_k=\hat{\boldsymbol{a}}_{k-1}+\boldsymbol{K}_k[z_k-(\hat{\boldsymbol{a}}_{k-1})^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\varphi}_{k-1}-\sigma_k], \tag{27}$$

$$\boldsymbol{K}_k=\frac{\boldsymbol{C}_{k-1}\boldsymbol{\varphi}_{k-1}}{\varPhi+(\boldsymbol{\varphi}_{k-1})^{\mathrm{T}}\boldsymbol{C}_{k-1}\boldsymbol{\varphi}_{k-1}}, \tag{28}$$

$$\boldsymbol{C}_k=\frac{1}{\varPhi}(\boldsymbol{I}-\boldsymbol{K}_k(\boldsymbol{\varphi}_{k-1})^{\mathrm{T}})\boldsymbol{C}_{k-1}, \tag{29}$$

其中: $\hat{\boldsymbol{a}}_k$为需要更新的AR模型自回归系数, $\boldsymbol{\varphi}_{k-1}=[z_{k-p}\ \ z_{k-p+1}\ \ \cdots\ \ z_{k-1}]^{\mathrm{T}}$为测量值序列, z_k为k时刻实际测量值. 遗忘因子$\varPhi$须选择接近于1的正数, 通常$\varPhi\geqslant 0.9$. 当$\varPhi=1$时, 退化为普通的递推最小二乘算法. 按照式(27)–(29)能够在线更新AR模型自回归系数$\hat{\boldsymbol{a}}_k$, 将$\hat{\boldsymbol{a}}_k$代入式(26)得到故障参数的一步预测值$\hat{z}_{k+1}$. 对于n步预测, $n\geqslant 1$, 重复利用式(26)–(29), 得到n步预测值$\hat{z}_{k+n}$.

3.3 故障参数预测流程(Fault parameter prediction flow)

基于强跟踪SCKF的故障参数预测算法步骤如下.

步骤 1 将待预测参数$\boldsymbol{\theta}=[\theta_1\ \ \theta_2\ \ \cdots\ \ \theta_l]^{\mathrm{T}}$扩展成状态变量, 建立如式(25)系统;

步骤 2 确定扩维后初始状态向量$\hat{\boldsymbol{x}}_0^e=\begin{bmatrix}\hat{\boldsymbol{x}}_0\\ \hat{\boldsymbol{\theta}}_0\end{bmatrix}$, 协方差平方根$\boldsymbol{S}_0^e=\begin{bmatrix}\boldsymbol{S}_{x_0} & \\ & \boldsymbol{S}_{\theta_0}\end{bmatrix}$;

步骤 3 利用AR模型分别对测量值$z_1, z_2, \cdots$进行多步预测, 得到$k+1\sim k+n$时刻测量向量预测值$\boldsymbol{z}_{k+1}, \boldsymbol{z}_{k+2}, \cdots, \boldsymbol{z}_{k+n}$, 其中: $\boldsymbol{z}_{k+i}=(z_{1,k+i}, z_{2,k+i}, \cdots)^{\mathrm{T}}$, k为当前时刻, $i=1,2,\cdots,n$, 令$j=1$;

步骤 4 进行时间更新过程, 计算$\hat{\boldsymbol{x}}^e_{k+j|k+j-1}$和未引入渐消因子的预测协方差阵的平方根$(\boldsymbol{S}^e_{k+j|k+j-1})^*$;

步骤 5 利用$(\boldsymbol{S}^e_{k+j|k+j-1})^*$和式(14)–(23)计算渐消因子$\lambda_{k+j-1}$, 代入式(24)计算预测协方差阵的平方根$\boldsymbol{S}^e_{k+j|k+j-1}$;

步骤 6 利用测量更新过程和预测的测量值$\boldsymbol{z}_{k+j}$计算状态估计值$\hat{\boldsymbol{x}}^e_{k+j|k+j}$和协方差阵的平方根$\boldsymbol{S}^e_{k+j|k+j}$;

步骤 7 若$j\leqslant n$, 令$j=j+1$, 返回步骤4进行下一步的预测, 否则转入步骤8;

步骤 8 提取$\hat{\boldsymbol{x}}^e_{k+n|k+n}$中的扩展状态变量的估计值$\hat{\boldsymbol{\theta}}^j_{k+n|k+n}$作为故障参数预测值, 当预测值超过设定阈值时, 发出故障报警;

步骤 9 当有新的测量数据到来时, 返回步骤3进行下一轮多步预测.

4 仿真实例(Simulation case)

4.1 仿真模型(Simulation model)

仿真中采用连续搅拌反应釜(CSTR)作为实验对象, 其状态方程为

$$\begin{cases}\dfrac{\mathrm{d}x_{1,k}}{\mathrm{d}t}=-k_0e^{-E/(Rx_{2,k})}x_{1,k}+\dfrac{Q_{\mathrm{F}}C_{\mathrm{AF}}-Q_{\mathrm{F}}x_{1,k}}{V},\\ \dfrac{\mathrm{d}x_{2,k}}{\mathrm{d}t}=\dfrac{k_0e^{-E/(Rx_{2,k})}\left(-\Delta H\right)x_{1,k}}{\rho C_{\mathrm{P}}}+\\ \qquad\qquad \dfrac{Q_{\mathrm{F}}T_{\mathrm{F}}-Q_{\mathrm{F}}x_{2,k}}{V}+\dfrac{UA_{\mathrm{C}}\left(T_{\mathrm{C}}-x_{2,k}\right)}{\rho C_{\mathrm{P}}V}.\end{cases} \tag{30}$$

测量方程为

$$\begin{cases}z_{1,k}=1.1x_{1,k},\\ z_{2,k}=x_{2,k},\end{cases} \tag{31}$$

其中: 状态变量$(x_1,x_2)^{\mathrm{T}}$分别为反应器出料A的浓度C_{A}和反应温度T, $(z_1,z_2)^{\mathrm{T}}$为测量变量, 状态方程中其他物理参数如表1所示.

表 1 CSTR 模型参数

Table 1 CSTR model parameters

$k_0=7.2\times10^{10}$/min	$C_{\mathrm{A}}=0.037$ mol/L	$E/R=8750$ K
$Q_{\mathrm{F}}=100$ L/min	$C_{\mathrm{AF}}=1.0$ mol/L	$V=99.96$ L
$\Delta H=-5\times10^4$ J/mol	$\rho C_{\mathrm{P}}=239$ J/(L·K)	$T=402.35$ K
$UA_{\mathrm{C}}=5\times10^4$ J/(min·K)	$T_{\mathrm{C}}=345.44$ K	$T_{\mathrm{F}}=320$ K

仿真步长设为0.02 min, 总仿真步数为380. 采用4阶龙格–库塔法对式(30)进行数值积分, 设需要预测的故障参数为Q_{F}, 则扩展后状态变量为$(x_1,x_2,Q_{\mathrm{F}})^{\mathrm{T}}$, 假设$Q_{\mathrm{F}}$的变化函数未知, 引入辅助状态方程$Q_{F,k}=Q_{F,k-1}$. 初始值为

$$x_{1,0}=0.037\ \mathrm{mol/L},\ x_{2,0}=402.35\ \mathrm{K},$$
$$Q_{F,0}=100\ \mathrm{L/min}.$$

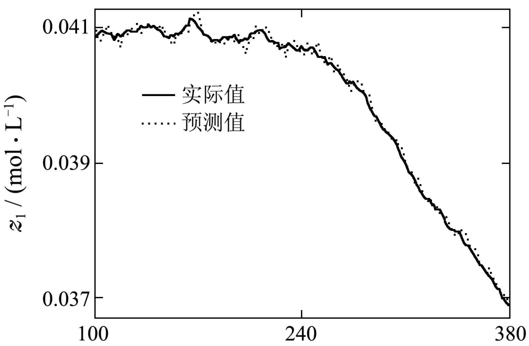
过程噪声$\boldsymbol{w}_k=[w_{1,k}\ \ w_{2,k}\ \ w_{3,k}]^{\mathrm{T}}$, 测量噪声$\boldsymbol{v}_k=[v_{1,k}\ v_{2,k}]^{\mathrm{T}}$, 其中$w_{1,k}\sim N(0,0.00001^2)$, $w_{2,k}\sim N(0,0.01^2)$, $w_{3,k}\sim N(0,0.0001^2)$, $v_{1,k}\sim N(0,0.00001^2)$, $v_{2,k}\sim N(0,0.01^2)$.

4.2 仿真结果(Simulation results)

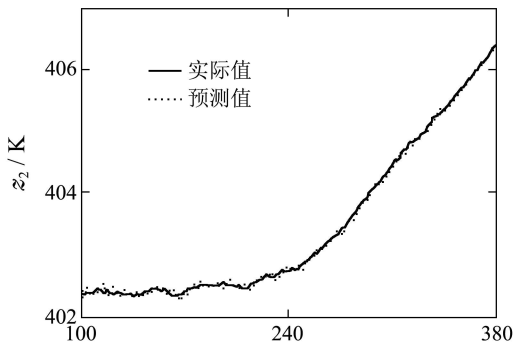
假设参数Q_{F}在$k=100$时开始出现故障, 并按下面的方式变化:

$$Q_{F,k}=\begin{cases}100, & k\leqslant 100,\\ Q_{F,k-1}+0.0001(k-100), & 100<k\leqslant 200,\\ Q_{F,k-1}+0.001(k-200), & 200<k\leqslant 300,\\ Q_{F,k-1}+0.0005(k-200), & k>300,\end{cases}\tag{32}$$

首先对两个测量变量z_1和z_2分别建立初始的AR预测模型, AR模型阶数$p=3$, 自回归系数初始值$\boldsymbol{a}_0=[1/3\ \ 1/3\ \ 1/3]$. FFRLS的遗忘因子$\varPhi=0.9$, FFRLS的协方差阵初始值$\boldsymbol{C}_0=\begin{bmatrix}10&0&0\\0&10&0\\0&0&10\end{bmatrix}$. 在$k$时刻, $k=1,2,\cdots$, 分别利用测量值$z_{1,k}$和$z_{2,k}$更新AR预测模型, 利用更新后的预测模型进行测量变量的多步预测. z_1和z_2的3步预测结果如图1所示.



(a) z_1的预测值



(b) z_2的预测值

图 1 AR模型对测量值的3步预测结果

Fig. 1 3-steps ahead prediction of measurement variables via AR model

假设实际中故障参数Q_{F}变化函数是未知的, 将AR模型得到的1–3步测量预测值作为滤波中的测量变量, 分别采用普通SCKF[9]、强跟踪UKF(STUKF)[9]和本文提出的强跟踪SCKF(STSCKF) 估计参数Q_{F}. 其中, STUKF中Sigma 采样点的比例系数κ的不同取值会影响滤波估计结果, 分别令$\kappa=1,2,3,4,5$. 普通SCKF和STSCKF对Q_{F}的3步预测值如图2所示, 可以看出, 普通 SCKF 不能很好地跟踪 Q_{F} 的变化趋势, 而STSCKF能较好地预测Q_{F}的变化趋势. STUKF($\kappa=1,2,3,4,5$)的仿真结果表明, 预测误差随着κ的增加逐渐降低, 即$\kappa=1$时的预测精度最低, $\kappa=5$时的预测精度最高, STUKF($\kappa=1,5$)和STSCKF的3步预测误差的平方如图3所示, 从图3中可以看出, STUKF($\kappa=5$)和本文STSCKF的预测精度相近, 而STUKF($\kappa=1$)的预测误差较大.

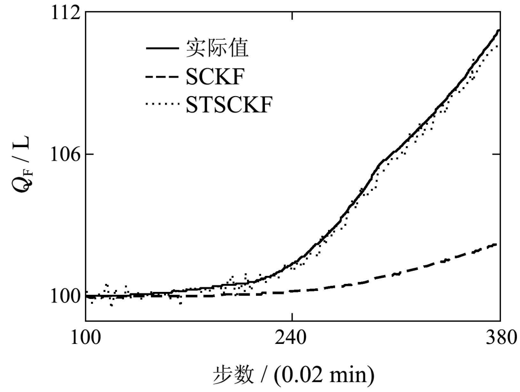
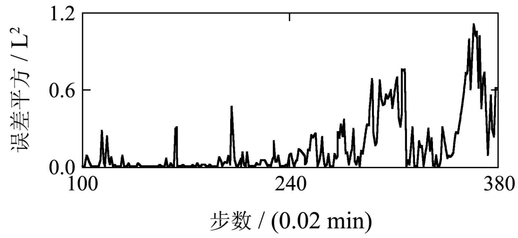
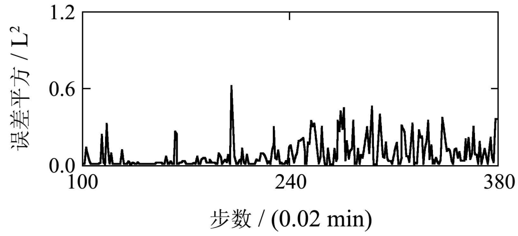


图 2 普通SCKF和STSCKF对Q_{F}的3步预测值

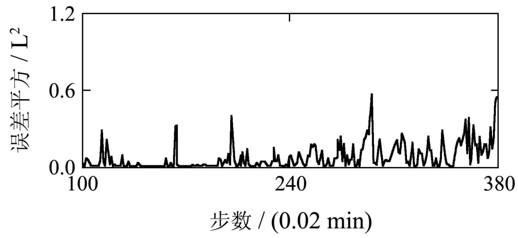
Fig. 2 3-steps ahead prediction of Q_{F} based on conventional SCKF and STSCKF



(a) STUKF($\kappa=1$)



(b) STUKF($\kappa=5$)



(c) STSCKF

图 3 STUKF与STSCKF对Q_{F}的3步预测误差平方

Fig. 3 3-steps ahead prediction error square of Q_{F} based on STUKF and STSCKF

进行50次蒙特卡洛仿真, 普通SCKF、STUKF($\kappa=1,5$)和本文STSCKF在时刻$k=100\sim380$之间的

3步预测平均绝对误差(MAE)和均方根误差(RMSE)以及不同方法单次仿真的平均耗时同样如表2所示.

从表2中可以看出, 普通SCKF缺乏对未知变化参数的跟踪能力, 估计精度较差. 对于STUKF, 不同的比例系数κ对滤波性能影响较大, 但实际中很难根据经验选择适当的κ, 即不能保证STUKF一直有着较好的滤波精度. 而STSCKF不需要考虑滤波参数的选取问题, 其预测精度与STUKF中选取恰当比例系数κ时的预测精度相当. 此外, 3种方法的耗时相差不多, 说明3种方法的计算复杂度相近.

表 2 不同方法3步预测误差和耗时

Table 2 3-steps ahead prediction error and consuming time of different methods

	MAE	RMSE	耗时 / s
SCKF	2.6411	3.8824	1.6481
STUKF($\kappa=1$)	0.4180	0.6129	1.6262
STUKF($\kappa=5$)	0.2482	0.3249	1.5214
STSCKF	0.2145	0.2800	1.6975

5 结论(Conclusions)

依据强跟踪SCKF在非线性滤波中的优势和对未知状态的较强跟踪能力这两个优点, 本文提出基于强跟踪SCKF和AR模型的故障预测方法, 用以解决非线性系统中不可直接测量参数预测问题. 该方法首先利用AR模型对测量变量进行多步预测, 然后将多步预测值作为强跟踪SCKF的测量值, 利用强跟踪SCKF估计未来时刻的故障参数. 仿真结果表明, 本文提出的预测方法对故障参数的变化趋势具有较强的跟踪能力, 为隐性故障参数预测提供了一种可行的方法.

参考文献(References):

[1] 周东华, 叶银忠. 现代故障诊断与容错控制 [M]. 北京: 清华大学出版社, 2000: 83 – 84.
(ZHOU Donghua, YE Yinzhong. *Modem Fault Diagnose and Fault-tolerant Control* [M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2000: 83 – 84.)

[2] BENKOUIDER A M, KESSAS R, YAHIAOUI A, et al. A hybrid approach to faults detection and diagnosis in batch and semi-batch reactors by using EKF and neural network classifier [J]. *Journal of Loss Prevention in the Process Industries*, 2012, 25(4): 694 – 702.

[3] BENKOUIDER A M, BUVAT J C, COSMAO J M, et al. Fault detection in semi-batch reactor using the EKF and statistical method [J]. *Journal of Loss Prevention in the Process Industries*, 2009, 22(2): 153 – 161.

[4] WEN C B, LIANG Y. A new fault detection method of induction motor [J]. *Lecture Notesin Computer Science*, 2010, 6320(1): 1 – 8.

[5] KARAMI F, POSHTAN J, POSHTAN M. Detection of broken rotor bars in induction motors using nonlinear Kalman filters [J]. *ISA Transactions*, 2010, 49(2): 189 – 195.

[6] 杨小军, 潘泉, 张洪才. 基于Monte Carlo方法的自适应多模型诊断 [J]. 控制理论与应用, 2005, 22(5): 723 – 727.
(YANG Xiaojun, PAN Quan, ZHANG Hongcai. Adaptive multi-model diagnosis using Monte Carlo method [J]. *Control Theory & Applications*, 2005, 22(5): 723 – 727.)

[7] ALROWAIE F, GOPALUNI R B, KWOK K E. Fault detection and isolation in stochastic non-linear state-space models using particle filters [J]. *Control Engineering Practice*, 2012, 20(10): 1016 – 1032.

[8] 谭红力, 黄新生, 岳冬雪. 捷联惯导大失准角误差模型在快速传递对准中的应用 [J]. 国防科技大学学报, 2008, 30(6): 19 – 23.
(TAN Hongli, HUANG Xinsheng, YUE Dongxue. Rapid transfer alignment based on large misalignment sins error mode [J]. *Journal of National University of Defense Technology*, 2008, 30(6): 19 – 23.)

[9] ARASARATNAM I, HAYKIN S. Cubature Kalman filters [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2009, 54(6): 1254 – 1269.

[10] 张鑫春, 郭承军. 均方根嵌入式容积卡尔曼滤波 [J]. 控制理论与应用, 2013, 30(9): 1116 – 1121.
(ZHANG Xinchun, GUO Chengjun. Square-root imbedded cubature Kalman filtering [J]. *Control Theory & Applications*, 2013, 30(9): 1116 – 1121.)

[11] GE Q B, LI W B, WEN C L. SCKF-STF-CN: a universal nonlinear filter for maneuver target tracking [J]. *Journal of Zhejiang University — Science C (Computers & Electronics)*, 2011, 12(8): 678 – 686.

[12] TANG X J, LIU Z B, ZHANG J S. Square-root quaternion cubature Kalman filtering for spacecraft attitude estimation [J]. *Acta Astronautica*, 2012, 76(1): 84 – 94.

[13] YU D, WANG J B. Leak fault detection of liquid rocket engine based on strong tracking filter [J]. *Journal of Propulsion and Power*, 2002, 18(2): 280 – 283.

[14] 李雄杰, 周东华. 基于强跟踪滤波器的模拟电路故障在线诊断方法 [J]. 电工技术学报, 2007, 22(5): 13 – 17.
(LI Xiongjie, ZHOU Donghua. Online fault diagnosis based on strong tracking filter for analog circuit [J]. *Transactions of China Electrotechnical Society*, 2007, 22(5): 13 – 17.)

[15] ZHOU Z J, HU C H, FAN H D, et al. Fault prediction of the nonlinear systems with uncertainty [J]. *Simulation Modelling Practice and Theory*, 2008, 16(6): 690 – 703.

[16] WANG J L, FENG X Y, ZHAO L Q, et al. Unscented transformation based robust kalman filter and its applications in fermentation process [J]. *Chinese Journal of Chemical Engineering*, 2010, 18(3): 412 – 418.

[17] 周东华, 席裕庚, 张仲俊. 非线性系统的带次优渐消因子的扩展卡尔曼滤波 [J]. 控制与决策, 1990, 5(5): 1 – 6.
(ZHOU Donghua, XI Yugeng, ZHANG Zhongjun. Suboptimal fading extended Kalman filtering for nonlinear systems [J]. *Control and Decision*, 1990, 5(5): 1 – 6.)

[18] 王小旭, 赵琳, 夏全喜, 等. 基于Unscented变换的强跟踪滤波器 [J]. 控制与决策, 2010, 25(7): 1063 – 1068.
(WANG Xiaoxu, ZHAO Lin, XIA Quanxi, et al. Strong tracking filter based on unscented transformation [J]. *Control and Decision*, 2010, 25(7): 1063 – 1068.)

[19] 袁晶, 张小峰. 基于遗忘因子和误差修正的水文实时预报方法研究 [J]. 中国农村水利水电, 2006, (9): 32 – 35.
(YUAN Jing, ZHANG Xiaofeng. Real-time hydrological forecasting method based on forgetting factor and error modification [J]. *China Rural Water and Hydropower*, 2006, (9): 32 – 35.)

作者简介:

杜占龙 (1986–), 男, 博士研究生, 研究方向为电子系统故障诊断与预测, E-mail: dzl_1986@163.com;

李小民 (1968–), 男, 教授, 博士, 研究方向为电子系统故障诊断与预测、飞行仿真模拟训练等, E-mail: lxmfy2000@263.net;

郑宗贵 (1970–), 男, 研究员, 博士, 研究方向为检测技术、自动目标识别技术等, E-mail: zongguizheng@sina.com;

毛 琼 (1982–), 女, 讲师, 硕士, 研究方向为自动测试技术、自动控制理论等, E-mail: xu_000321@aliyun.com.