

# 基于径向基函数神经网络的转子系统裂纹故障诊断

吴玉香<sup>†</sup>, 张 景, 王 聰

(华南理工大学 自动化科学与工程学院, 广东 广州 510640)

**摘要:** 结合基于模型的转子系统诊断技术和径向基函数(RBF)神经网络在辨识非线性系统动态时的优势, 本文提出了一种新的转子系统裂纹故障诊断方法。该方法采用RBF神经网络对裂纹转子系统的未知动态进行辨识, 实现部分神经网络权值收敛到最优值以及神经网络对系统未知动态的局部准确逼近; 诊断过程中利用已辨识的信息实现转子系统裂纹故障的快速检测与分离。所提方法尤其适用于微小裂纹的在线检测与定量识别。最后, 以Jeffcott转子系统裂纹故障诊断为例进行仿真, 仿真结果验证了所提方法的有效性。

**关键词:** 故障诊断; 转子裂纹; RBF神经网络; 动态匹配

中图分类号: TP206+.3 文献标识码: A

## Fault diagnosis of cracked rotor systems based on radial basis function neural networks

WU Yu-xiang<sup>†</sup>, ZHANG Jing, WANG Cong

(College of Automation Science and Technology, South China University of Technology, Guangzhou Guangdong 510640, China)

**Abstract:** Combining the model-based fault diagnosis method of rotor systems and the advantage of radial basis function (RBF) neural networks on identifying nonlinear system dynamics, we propose a new fault diagnosis scheme for cracked rotor systems. In the proposed scheme, RBF neural networks are used to identify the unknown dynamics of cracked rotor systems; the convergence of partial neural network weights to their optimal values as well as the locally accurate approximation of the unknown system dynamics are achieved. In the diagnosis process, the identified information is reused so that crack faults can be detected and isolated quickly. Small cracks can be detected online and recognized quantitatively with this method. The example of the crack diagnosis of Jeffcott rotor systems is illustrated to demonstrate the effectiveness of the proposed method.

**Key words:** fault diagnosis; cracked rotor; RBF neural networks; dynamic matching

## 1 引言(Introduction)

转子裂纹故障是旋转机械的常见故障之一, 转子出现裂纹的潜在危害性要比一般故障的危害性大得多, 因而研究转子裂纹的在线监测与早期诊断就异常重要。在重力、不平衡激励和其他外力作用下裂纹转子的振动响应及稳定性研究, 已经取得了大量的研究成果, 利用这些成果进行裂纹故障的检测和诊断也取得了一些成功的案例<sup>[1-4]</sup>。目前对于转子裂纹故障的诊断主要是采用基于振动信号特征结合专家经验的定性诊断, 最常用的振动诊断方法是监测转子运行中或开停车过程中振幅及相位的频谱特征及变化速度<sup>[5-8]</sup>。由于只有当转子的裂纹达到较大的深度时, 频谱才有较为显著的变化<sup>[9]</sup>, 且在实际转子中, 常常是裂纹故障与其他故障并存, 在转子系统中相互影响形成较强的非线性, 使得裂纹故障的频率特征如较强

的2倍频等特征被掩盖, 从而使裂纹的诊断出现困难<sup>[10]</sup>。因此传统的转子系统故障诊断方法对较小裂纹的诊断还不是很有效。

为了实现裂纹的定量识别, 需要结合裂纹转子系统的动力学模型, 因而基于模型的转子系统定量诊断方法逐步发展并受到广泛的关注<sup>[11-12]</sup>。由于裂纹的存在和扩展改变了转子系统的机械参数, 使得裂纹与转子系统动态响应之间的关系极为复杂, 建立裂纹转子的精确数学模型在实际中困难较多。尤其对于大型复杂转子系统, 基于传统有限元模型的诊断方法存在鲁棒性不强、精度不高问题。因此, 基于神经网络的智能故障诊断方法成为转子系统故障诊断重要的研究方向<sup>[13-17]</sup>。文献[14]利用小波包分析提取汽轮机各类故障特征, 并对提取的故障特征参数应用BP神经网络映射实现对转子故障进一步的诊断。文献[15]提出

收稿日期: 2013-09-13; 录用日期: 2014-03-27。

<sup>†</sup>通信作者. E-mail: xywu@scut.edu.cn; Tel.: +86 13710225325.

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(60934001, 61075082); 广东省战略性新兴产业专项项目(2011A081301017, 2012A080304012).

了一种基于神经网络的短粗转子系统横向裂纹定量识别的区间B样条小波有限元方法。文献[16]根据曲轴的动力学模型和裂纹扩展有限元模型,利用RBF神经网络作为分类器,提出了一种识别曲轴裂纹深度与位置的有效方法。文献[17]利用人工神经网络的非线性逼近能力,结合神经网络模型及模态分析等方法和手段,实现裂纹转子故障参数的定量诊断。上述这些方法一方面采用如固有频率、振型等相关的模态参数作为神经网络的输入进行训练,由于这些参数是在转子静止或启停机等特殊运行条件下获取的,因而在工程实践中不利于裂纹的在线诊断;另一方面,上述方法中对神经网络是否真的逼近了系统未知动态并没有进行详细讨论,由于不满足持续激励(persistent excitation, PE)条件,神经网络权值是否收敛到了最优值以及神经网络是否准确逼近了系统动态(故障动态)不能得到保证,使得下一次同类故障发生时,神经网络不得不重新进行参数估计,难以实现故障的快速诊断。文献[18-19]指出,通过采用RBF神经网络作为参数化的模型结构,沿着回归轨迹构造的RBF神经网络回归子矢量满足持续激励条件,即部分PE条件。这个部分PE条件可使相应的辨识误差系统指数稳定,从而在回归轨迹的局部区域内神经网络可准确辨识非线性系统动态,辨识的结果可被方便地存储以及再利用<sup>[20]</sup>。

本文采用RBF神经网络辨识转子裂纹故障,实现部分神经网络权值收敛到最优值以及神经网络对裂纹转子系统未知动态的局部准确辨识/建模,辨识的信息以时不变且空间分布的方式表达,以常数神经网络权值的形式存储。在故障诊断过程中,利用已辨识的信息构造一系列的动态估计器,将当前转子系统与动态估计器进行比较产生残差,依据残差进行故障的检测与分离。由于不再需要重新训练神经网络,而是在线监测反映当前转子系统动态与各动态估计器之间动态差异的残差变化,节省了诊断时间。对Jeffcott转子系统裂纹故障诊断的仿真结果表明,所提方法有利于裂纹故障的早期诊断以及动态监测裂纹的发展。

## 2 裂纹转子动力学模型(Dynamical model of cracked rotor)

假设转子系统划分为含有限个节点的有限元模型,转盘质量和轴承质量集中在相应的节点上。组集各单元质量、刚度、阻尼及陀螺力矩构成的转子系统的动力学模型如下<sup>[21]</sup>:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{D}\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{K}(t)\mathbf{q} = \mathbf{F}_u(t) + \mathbf{F}_g, \quad (1)$$

其中:  $\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \ddot{\mathbf{q}} \in \mathbb{R}^n$  分别为转子系统的节点位移矢量、速度矢量、加速度矢量,  $\mathbf{M} \in \mathbb{R}^{n \times n}$  为质量矩阵,  $\mathbf{D} \in \mathbb{R}^{n \times n}$  为包括转子轴承阻尼和陀螺力矩的矩阵,  $\mathbf{K}(t) \in \mathbb{R}^{n \times n}$  为刚度矩阵,  $\mathbf{F}_u(t) \in \mathbb{R}^n$  为不平衡激振力矢

量,  $\mathbf{F}_g \in \mathbb{R}^n$  为重力矢量。

文中考虑的裂纹故障包括不同几何形状、不同位置、不同深度的裂纹引起的转子系统故障。力学原理表明,裂纹的发生和扩展减小了转子的刚度。转子在运行过程中,裂纹面所受的应力大小和方向不断发生变化,引起刚度随时间变化。令  $\mathbf{K}(t) = \mathbf{K}_0 - \mathbf{K}_c(t)$ , 其中  $\mathbf{K}_0$  为转子无裂纹时的刚度,  $\mathbf{K}_c(t)$  为裂纹引起的附加刚度。根据裂纹面上不同的应力变化规律  $\mathbf{K}_c(t)$  可用不同的裂纹转子刚度模型表示。裂纹转子的刚度模型比较多且在逐渐完善中,不同条件不同模型下裂纹转子的动力学特性差异较大。考虑到裂纹形貌特征的差异也可能导致转子系统阻尼的不同,这里令裂纹转子的未知系统动态为  $\varphi(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) = -\mathbf{M}^{-1}(\mathbf{D}\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{K}\mathbf{q})$ , 则式(1)可以改写成

$$\ddot{\mathbf{q}} = \varphi(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) + \mathbf{M}^{-1}(\mathbf{F}_u(t) + \mathbf{F}_g). \quad (2)$$

在裂纹深度、裂纹扩展方向与偏心夹角、转速与质量偏心等因素的综合作用下,转子系统的振动信号为周期、倍周期、拟周期,甚至是混沌的,因而相应运动状态下的系统轨迹  $\psi(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})$  是回归轨迹。本文将转子系统各节点的振动信号作为观测量,即转子系统的状态  $\mathbf{q}(t), \dot{\mathbf{q}}(t)$  完全可测,并且假设故障发生前后,转子系统的状态仍保持有界,即  $\mathbf{q}(t), \dot{\mathbf{q}}(t) \in \Omega$  ( $\Omega$  为紧集)。

## 3 裂纹故障的辨识(Identification of crack fault)

利用RBF神经网络辨识裂纹转子的未知系统动态,即对转子裂纹故障进行建模,采用如下动态学习器:

$$\dot{\hat{\nu}} = -\mathbf{A}(\hat{\nu} - \dot{\mathbf{q}}) + \hat{\mathbf{W}}^T \mathbf{S}(\mathbf{Z}) + \mathbf{M}^{-1}(\mathbf{F}_u + \mathbf{F}_g), \quad (3)$$

其中:  $\mathbf{A} = \text{diag}\{a_1, \dots, a_n\}$  ( $a_i > 0$  为设计常数),  $\hat{\nu} = [\hat{\nu}_1 \dots \hat{\nu}_n]^T$  为  $\dot{\mathbf{q}} = [\dot{q}_1 \dots \dot{q}_n]^T$  的估计值, RBF神经网络  $\hat{\mathbf{W}}^T \mathbf{S}(\mathbf{Z}) = [\hat{\mathbf{W}}_1^T \mathbf{S}_1(\mathbf{Z}) \dots \hat{\mathbf{W}}_n^T \mathbf{S}_n(\mathbf{Z})]^T$  用以逼近裂纹转子(2)中的系统未知动态  $\varphi(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) = [\varphi_1 \dots \varphi_n]^T$ , 即

$$\varphi_i(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) = \mathbf{W}_i^{*T} \mathbf{S}_i(\mathbf{Z}) + \varepsilon_i(\mathbf{Z}), \quad i=1, \dots, n, \quad (4)$$

其中:  $\mathbf{W}_i^* = [\mathbf{W}_{i1}^* \dots \mathbf{W}_{iN_i}^*]^T \in \mathbb{R}^{N_i}$  为最优神经网络权值矢量, 相应的回归矢量  $\mathbf{S}_i(\mathbf{Z}) = (s_{i1}(\|\mathbf{Z} - \chi_{i1}\|), \dots, s_{iN_i}(\|\mathbf{Z} - \chi_{iN_i}\|))^T$  ( $N_i$  为神经元数),  $s_{ij}(\cdot)$  为径向基函数,  $\chi_{ij}$  是神经元中心点( $j = 1, \dots, N_i$ ),  $\mathbf{Z} = [\mathbf{q}^T \ \dot{\mathbf{q}}^T]^T$  为神经网络的输入,  $\varepsilon_i(\mathbf{Z})$  为神经网络逼近误差,  $|\varepsilon_i(\mathbf{Z})| < \varepsilon_i^*$  ( $\varepsilon_i^* > 0$  为常数)。

将式(3)减去式(2)可得状态估计误差  $\tilde{\nu}_i = \hat{\nu}_i - \dot{\mathbf{q}}_i$ , 其微分满足

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{\nu}}_i &= -a_i \tilde{\nu}_i + \hat{\mathbf{W}}_i^T \mathbf{S}_i(\mathbf{Z}) - \varphi_i(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) = \\ &\quad -a_i \tilde{\nu}_i + \tilde{\mathbf{W}}_i^T \mathbf{S}_i(\mathbf{Z}) - \varepsilon_i, \end{aligned} \quad (5)$$

其中  $\tilde{\mathbf{W}}_i = \hat{\mathbf{W}}_i - \mathbf{W}_i^*$ 。

基于Lyapunov稳定性方法,  $\hat{\mathbf{W}}_i$ 的更新律为

$$\dot{\hat{\mathbf{W}}}_i = \dot{\tilde{\mathbf{W}}}_i = -\boldsymbol{\Gamma}_i \mathbf{S}_i(\mathbf{Z}) \tilde{\nu}_i - \sigma_i \boldsymbol{\Gamma}_i \hat{\mathbf{W}}_i, \quad (6)$$

其中:  $\boldsymbol{\Gamma}_i = \boldsymbol{\Gamma}_i^T > 0$ 为设计矩阵,  $\sigma_i > 0$ 为小的设计常数.

由式(5)–(6)构成的辨识误差系统可表示为

$$\begin{bmatrix} \dot{\tilde{\nu}}_i \\ \dot{\tilde{\mathbf{W}}}_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -a_i & \mathbf{S}_i(\mathbf{Z})^T \\ -\boldsymbol{\Gamma}_i \mathbf{S}_i(\mathbf{Z}) & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{\nu}_i \\ \tilde{\mathbf{W}}_i \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\varepsilon_i \\ -\sigma_i \boldsymbol{\Gamma}_i \hat{\mathbf{W}}_i \end{bmatrix}. \quad (7)$$

**定理1** 考虑式(7)所示的系统, 对于从初始条件  $(\mathbf{q}(0), \dot{\mathbf{q}}(0)) \in \Omega_0$  ( $\Omega_0$ 为紧集)开始的系统回归轨迹  $\psi(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})$ , 让  $\hat{\mathbf{W}}_i(0) = 0$ , 选取合适的设计参数, 则有: 沿着系统轨迹  $\psi(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})$ , 部分神经网络权值  $\hat{\mathbf{W}}_{i\zeta}$  收敛到最优值  $\hat{\mathbf{W}}_{i\zeta}^*$  的小邻域内, 且系统未知动态  $\varphi_i(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})$  可被  $\bar{\mathbf{W}}_i^T \mathbf{S}_i(\mathbf{Z})$  局部准确逼近,  $\bar{\mathbf{W}}_i$  定义如下:

$$\bar{\mathbf{W}}_i = \underset{t \in [t_a, t_b]}{\text{mean}} \hat{\mathbf{W}}_i(t), \quad (8)$$

其中:  $[t_a, t_b]$ ,  $t_b > t_a > 0$  代表暂态过程后的一个时间段.

**证** 根据RBF神经网络的局部属性, 沿着系统轨迹  $\psi(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})$ , 式(7)可改写为

$$\begin{bmatrix} \dot{\tilde{\nu}}_i \\ \dot{\tilde{\mathbf{W}}}_{i\zeta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -a_i & \mathbf{S}_{i\zeta}(\mathbf{Z})^T \\ -\boldsymbol{\Gamma}_{i\zeta} \mathbf{S}_{i\zeta}(\mathbf{Z}) & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{\nu}_i \\ \tilde{\mathbf{W}}_{i\zeta} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\varepsilon_{i\zeta} \\ -\sigma_i \boldsymbol{\Gamma}_{i\zeta} \hat{\mathbf{W}}_{i\zeta} \end{bmatrix}, \quad (9)$$

$$\dot{\hat{\mathbf{W}}}_{i\zeta} = \dot{\tilde{\mathbf{W}}}_{i\zeta} = -\boldsymbol{\Gamma}_{i\zeta} \mathbf{S}_{i\zeta}(\mathbf{Z}) \tilde{\nu}_i - \sigma_i \boldsymbol{\Gamma}_{i\zeta} \hat{\mathbf{W}}_{i\zeta}, \quad (10)$$

其中: 下标  $(\cdot)_\zeta$  和  $(\cdot)_{\bar{\zeta}}$  分别代表靠近和远离系统轨迹的区域,  $\mathbf{S}_{i\zeta}(\mathbf{Z})$  为  $\mathbf{S}_i(\mathbf{Z})$  的子矢量,  $\hat{\mathbf{W}}_{i\zeta}$  为相应的权值子矢量,  $\varepsilon_{i\zeta} = \varepsilon_i - \hat{\mathbf{W}}_{i\zeta}^T \mathbf{S}_{i\zeta}(\mathbf{Z})$ . 对于RBF神经网络,  $|\hat{\mathbf{W}}_{i\zeta}^T \mathbf{S}_{i\zeta}(\mathbf{Z})|$  的值很小, 因此  $\varepsilon_{i\zeta} = O(\varepsilon_i)$ . 又因为  $\|\sigma_i \boldsymbol{\Gamma}_{i\zeta} \hat{\mathbf{W}}_{i\zeta}\|$  也很小, 故将式(9)看成其标称系统的扰动系统.

由于系统状态  $\mathbf{q}(t), \dot{\mathbf{q}}(t)$  为回归信号, 那么神经网络的输入  $\mathbf{Z} = [\mathbf{q}^T \ \dot{\mathbf{q}}^T]^T$  也是回归信号, 由文献[19]的定理2.7可知, 子矢量  $\mathbf{S}_{i\zeta}(\mathbf{Z})$  满足PE条件, 进而可得式(9)的标称系统在紧集  $\Omega$  内是一致指数稳定的<sup>[19]</sup>. 再根据文献[21]的引理4.6可知,  $\tilde{\mathbf{W}}_{i\zeta}$  在有限时间  $t_1$  内指数收敛至零附近的小邻域内, 邻域的大小由  $|\varepsilon_{i\zeta}|$  和  $\|\sigma_i \boldsymbol{\Gamma}_{i\zeta} \hat{\mathbf{W}}_{i\zeta}\|$  决定. 也就是说, 在有限时间  $t_1$  后, 中心靠近系统轨迹的神经元权值  $\hat{\mathbf{W}}_{i\zeta}$  收敛到最优值  $\hat{\mathbf{W}}_{i\zeta}^*$  的小邻域内, 而中心远离系统轨迹的神经元权值则只被轻微的调节, 即  $\hat{\mathbf{W}}_{i\zeta}$  和  $\hat{\mathbf{W}}_{i\zeta}^T \mathbf{S}_{i\zeta}(\mathbf{Z})$  将基本保持为零. 这就意味着, 沿系统轨迹  $\psi(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})$ , 未知系统动态  $\varphi_i(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})$  可用  $\bar{\mathbf{W}}_{i\zeta}^T \mathbf{S}_{i\zeta}(\mathbf{Z})$  表示, 即

$$\varphi_i = \hat{\mathbf{W}}_{i\zeta}^T \mathbf{S}_{i\zeta}(\mathbf{Z}) + \varepsilon'_{i\zeta} = \bar{\mathbf{W}}_{i\zeta}^T \mathbf{S}_{i\zeta}(\mathbf{Z}) + \bar{\varepsilon}_{i\zeta}, \quad (11)$$

其中  $|\varepsilon'_{i\zeta} - \bar{\varepsilon}_{i\zeta}|$  很小. 根据  $\hat{\mathbf{W}}_i$  的收敛结果, 暂态过程结束后  $|\bar{\varepsilon}_i - \varepsilon'_{i\zeta}|$  的值也很小.

利用RBF神经网络的局部属性, 沿着系统轨迹,  $\mathbf{S}_{i\zeta}(\mathbf{Z})$  和  $\bar{\mathbf{W}}_{i\zeta}^T \mathbf{S}_{i\zeta}(\mathbf{Z})$  均很小, 则未知系统动态  $\varphi_i(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})$  可被整个常数RBF神经网络  $\bar{\mathbf{W}}_i^T \mathbf{S}_i(\mathbf{Z})$  逼近, 即

$$\begin{aligned} \varphi_i(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) &= \bar{\mathbf{W}}_{i\zeta}^T \mathbf{S}_{i\zeta}(\mathbf{Z}) + \bar{\mathbf{W}}_{i\zeta}^T \mathbf{S}_{i\zeta}(\mathbf{Z}) + \bar{\varepsilon}_{i\zeta} - \\ &\quad \bar{\mathbf{W}}_{i\zeta}^T \mathbf{S}_{i\zeta}(\mathbf{Z}) = \bar{\mathbf{W}}_i^T \mathbf{S}_i(\mathbf{Z}) + \bar{\varepsilon}_i, \end{aligned} \quad (12)$$

其中  $|\bar{\varepsilon}_i - \bar{\varepsilon}_{i\zeta}|$  的值很小. 证毕.

故障诊断的本质在于故障的识别, 如何从振动信号中准确地识别出裂纹故障有赖于故障信息的有效提取与故障建模. 沿着系统回归轨迹, RBF神经网络的输入满足部分PE条件, 使得神经网络部分权值收敛到最优值, 进而实现了转子系统动态的准确辨识/建模.

包含了系统动态知识(所辨识信息)的常数RBF神经网络全面而准确地提取了裂纹故障信息, 它可被方便地存储并被应用于裂纹故障诊断中.

#### 4 裂纹故障的快速诊断(Rapid diagnosis of crack fault)

考虑  $N_k$  种不同的裂纹故障, 相应的系统动力学方程可表示为

$$\ddot{\mathbf{q}} = \varphi^k(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) + \mathbf{M}^{-1}(\mathbf{F}_u(t) + \mathbf{F}_g), \quad (13)$$

其中:  $\varphi^k(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) = [\varphi_1^k \ \cdots \ \varphi_n^k]^T$  表示发生裂纹故障  $k$  时的未知系统动态,  $k = 0, 1, \dots, N_k$  (其中  $k = 0$  代表无裂纹, 即正常模式, 此时  $\varphi^0(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) = -\mathbf{M}^{-1}(\mathbf{D}\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{K}_0\mathbf{q})$ ). 据上一节提供的方法, 系统动态  $\varphi_i^k(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})$  可被准确的辨识并存贮于常数神经网络中. 当转子系统发生裂纹故障时, 常数神经网络能够快速回忆已学到的知识, 提供相应的转子系统动态的准确信息, 即在系统轨迹  $\psi^k(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})$  的局部区域  $\Omega_\zeta^k$  内, 转子未知系统动态  $\varphi_i^k(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})$  可被常数RBF神经网络  $\bar{\mathbf{W}}_i^{kT} \mathbf{S}_i(\mathbf{Z})$  逼近, 这个局部区域  $\Omega_\zeta^k$  可被描述为

$$\begin{aligned} \{\psi(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) | \text{dist}(\psi(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}), \psi^k(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})) < d \Rightarrow \\ |\varphi_i(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) - \bar{\mathbf{W}}_i^{kT} \mathbf{S}_i(\mathbf{Z})| < \xi_i^*, i = 1, \dots, n\}, \end{aligned} \quad (14)$$

其中:  $d, \xi_i^* > 0$  为常数,  $d$  代表神经网络逼近区域的大小,  $\xi_i^* = O(\varepsilon_i^*)$  为神经网络在  $\Omega_\zeta^k$  内的逼近误差.

在对当前转子系统的诊断过程中, 不再需要对系统动态进行神经网络辨识, 而是从已辨识的裂纹转子系统动态中找出与当前被监测转子系统最相似的系统动态. 为此, 利用常数RBF神经网络  $\bar{\mathbf{W}}_i^{kT} \mathbf{S}_i(\mathbf{Z})$  构造对应于正常模式和  $N_k$  种裂纹故障模式的  $N_k + 1$  个动态估计器

$$\begin{aligned} \dot{\bar{\mathbf{v}}}^k &= -\mathbf{B}(\bar{\mathbf{v}}^k - \dot{\mathbf{q}}) + \bar{\mathbf{W}}^{kT} \mathbf{S}(\mathbf{Z}) + \\ &\quad \mathbf{M}^{-1}(\mathbf{F}_u(t) + \mathbf{F}_g), \end{aligned} \quad (15)$$

其中:  $\dot{\mathbf{q}}$  为被监测转子系统节点速度矢量,  $\bar{\nu}^k = [\bar{\nu}_1^k \dots \bar{\nu}_n^k]^T$  为动态估计器  $k$  的状态矢量,  $\mathbf{B} = \text{diag}\{b_1, \dots, b_n\}$  为正定设计矩阵, 并且对每一个动态估计器都保持相同, 神经网络

$$\bar{\mathbf{W}}^{kT} \mathbf{S}(\mathbf{Z}) = [\bar{\mathbf{W}}_1^{kT} \mathbf{S}_1(\mathbf{Z}) \dots \bar{\mathbf{W}}_n^{kT} \mathbf{S}_n(\mathbf{Z})]^T.$$

比较被监测转子系统(2)和动态估计器(15), 可得如下用分量表示的残差系统:

$$\begin{aligned} \dot{\bar{\nu}}_i^k &= -b_i \bar{\nu}_i^k + \bar{\mathbf{W}}_i^{kT} \mathbf{S}_i(\mathbf{Z}) - \varphi_i^k(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) = \\ &= -b_i \bar{\nu}_i^k + \tilde{\varphi}_i^k(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}), \end{aligned} \quad (16)$$

其中:  $\bar{\nu}_i^k = \bar{\nu}_i^k - \dot{\bar{\nu}}_i^k$  为残差,  $\tilde{\varphi}_i^k(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})$  为被监测转子系统与动态估计器  $k$  之间的系统动态差异. 残差  $\bar{\nu}_i^k$  作为衡量被监测转子系统与动态估计器  $k$  之间动态差异的度量<sup>[18]</sup>, 可以直接反映当前转子系统的动态变化, 因而通过监测残差的变化进行故障诊断. 由于当  $\tilde{\varphi}_i^k(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})$  改变符号时, 不匹配的动态估计器  $k$  产生的残差  $\bar{\nu}_i^k$  可能接近于零, 这可能引起误判, 因此对残差取平均范数

$$\|\bar{\nu}_i^k\| = \frac{1}{T} \int_{t-T}^t |\bar{\nu}_i^k(\tau)| d\tau, t > T, \quad (17)$$

其中  $T$  为被监测转子系统的运行周期.

**定理2** 考虑式(16)表示的残差系统对于所有的  $i \in \{1, \dots, n\}$ , 在任意时刻  $t \geq T_0 + T$ ,  $r \in \{0, 1, \dots, N_k\} \setminus \{k\}$ , 如果至少存在一个时间段  $I = [t_a, t_b] \subseteq [t - T, t]$ , 使得

$$\begin{aligned} |\varphi_i^r(\mathbf{q}(t_\tau), \dot{\mathbf{q}}(t_\tau)) - \varphi_i^k(\mathbf{q}(t_\tau), \dot{\mathbf{q}}(t_\tau))| &\geq 2\mu_i, \forall t_\tau \in I, \\ \mu_i > \xi_i^*, l := t_b - t_a &> \bar{l} := \frac{\mu_i + 2\xi_i^*}{2\mu_i + \xi_i^*} T, \\ b_i > \frac{1}{l - \bar{l}} \ln \frac{5\mu_i + \xi_i^*}{\mu_i - \xi_i^*}, \end{aligned}$$

那么存在一个有限的时刻  $t_2$ , 使得  $\forall t \geq t_2$ ,  $\|\bar{\nu}_i^k(t)\| < \|\bar{\nu}_i^r(t)\|$ , 且  $t_2$  的上界为

$$\begin{aligned} \bar{t}_2 &= \max_{i=1, \dots, n} \frac{1}{b_i} \ln \frac{3\bar{\nu}_{i0}^k}{\mu_i - \xi_i^*} + T + \\ &T_0 (\bar{\nu}_{i0}^k = \max_{t < T_0} \{|\bar{\nu}_i^k(t)|\}). \end{aligned}$$

**证** 转子系统在  $T_0$  时刻发生裂纹故障  $k$ , 与当前系统动态相匹配的动态估计器  $k$  的残差满足

$$\begin{aligned} \bar{\nu}_i^k(t) &= \int_{T_0}^t e^{-b_i(t-\tau)} (\bar{\mathbf{W}}_i^{kT} \mathbf{S}_i(\mathbf{Z}(\tau)) - \\ &\varphi_i^k(\mathbf{q}(\tau), \dot{\mathbf{q}}(\tau))) d\tau + \bar{\nu}_i^k(T_0) e^{-b_i(t-T_0)}. \end{aligned} \quad (18)$$

又因为  $\mathbf{q}(\tau), \dot{\mathbf{q}}(\tau) \in \Omega_\zeta^k$ , 由式(14)可得

$$\begin{aligned} |\bar{\nu}_i^k(t)| &\leq |\bar{\nu}_i^k(T_0) e^{-b_i(t-T_0)}| + \int_{T_0}^t e^{-b_i(t-\tau)} \\ &|\bar{\mathbf{W}}_i^{kT} \mathbf{S}_i(\mathbf{Z}(\tau)) - \varphi_i^k(\mathbf{q}(\tau), \dot{\mathbf{q}}(\tau))| d\tau < \\ &\int_{T_0}^t e^{-b_i(t-\tau)} \xi_i^* d\tau + |\bar{\nu}_i^k(T_0) e^{-b_i(t-T_0)}| < \end{aligned}$$

$$(\xi_i^*/b_i) + |\bar{\nu}_i^k(T_0)| e^{-b_i(t-T_0)}. \quad (19)$$

那么, 对于  $t \geq T_0 + T$ , 有

$$\begin{aligned} \|\bar{\nu}_i^k(t)\| &< \frac{1}{T} \int_{t-T}^t (\frac{\xi_i^*}{b_i} + |\bar{\nu}_i^k(T_0)| e^{-b_i(\tau-T_0)}) d\tau < \\ &\frac{\xi_i^*}{b_i} + \frac{|\bar{\nu}_i^k(T_0)|}{b_i} e^{-b_i(t-T_0)} (e^{b_i T} - 1). \end{aligned} \quad (20)$$

而此时不匹配动态估计器  $r$  的残差满足

$$\begin{aligned} \bar{\nu}_i^r(t) &= \bar{\nu}_i^r(T_0) e^{-b_i(t-T_0)} + \int_{T_0}^t e^{-b_i(t-\tau)} \\ &(\bar{\mathbf{W}}_i^{rT} \mathbf{S}_i(\mathbf{Z}) - \varphi_i^k(\mathbf{q}(\tau), \dot{\mathbf{q}}(\tau))) d\tau. \end{aligned} \quad (21)$$

由已知条件可得, 对于  $t_\tau \in I$ , 有

$$\begin{aligned} |\bar{\mathbf{W}}_i^{rT} \mathbf{S}_i(\mathbf{Z}) - \varphi_i^k(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})| &\geq \\ |\varphi_i^r(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) - \varphi_i^k(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})| &- |\bar{\mathbf{W}}_i^{rT} \mathbf{S}_i(\mathbf{Z}) - \\ \varphi_i^r(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})| &\geq 2\mu_i - \xi_i^* > \mu_i. \end{aligned} \quad (22)$$

定义时间段  $I' = \{t_\tau \in I : |\bar{\nu}_i^r(t)| < \frac{2\mu_i + \xi_i^*}{3b_i}\}$ , 并令  $l'$  为时间段  $I'$  的长度. 可以证明在时间段  $I$  内至多存在一个时间段  $I' = [t'_a, t'_b]$  且  $l' \leq \frac{1}{b_i} \ln \frac{5\mu_i + \xi_i^*}{\mu_i - \xi_i^*}$  (见参考文献[23]). 那么在时间段  $I$  内,

$$\begin{aligned} \int_I |\bar{\nu}_i^r(\tau)| d\tau &= \\ \int_{t_a}^{t'_a} |\bar{\nu}_i^r(\tau)| d\tau + \int_{t'_a}^{t'_b} |\bar{\nu}_i^r(\tau)| d\tau + \int_{t'_b}^{t_b} |\bar{\nu}_i^r(\tau)| d\tau &\geq \int_{t_a}^{t'_a} \frac{2\mu_i + \xi_i^*}{3b_i} d\tau + \\ \int_{t'_b}^{t_b} \frac{2\mu_i + \xi_i^*}{3b_i} d\tau &\geq (l - l') \frac{2\mu_i + \xi_i^*}{3b_i}. \end{aligned} \quad (23)$$

再由已知条件  $b_i > \frac{1}{l - l'} \ln \frac{5\mu_i + \xi_i^*}{\mu_i - \xi_i^*}$ , 可得  $l - l' > l - \frac{1}{b_i} \ln \frac{5\mu_i + \xi_i^*}{\mu_i - \xi_i^*} > \bar{l}$ .

那么, 对  $t \geq T_0 + T$ , 有

$$\begin{aligned} \|\bar{\nu}_i^r(t)\| &= \frac{1}{T} \int_{t-T}^t |\bar{\nu}_i^r(\tau)| d\tau > \frac{1}{T} \int_I |\bar{\nu}_i^r(\tau)| d\tau \geq \\ &(\mu_i + 2\xi_i^*)/(3b_i). \end{aligned} \quad (24)$$

由式(20)和式(24)可知, 要使  $\|\bar{\nu}_i^k(t)\| < \|\bar{\nu}_i^r(t)\|$  成立, 需满足以下条件:

$$\frac{1}{b_i T} |\bar{\nu}_i^k(T_0)| e^{-b_i(t-T_0)} (e^{-b_i T} - 1) < \frac{\mu_i - \xi_i^*}{3b_i}. \quad (25)$$

这意味着存在一个有限的时刻  $t_2$  使上述不等式成立, 解得  $t_2$  的估计值为

$$\hat{t} = \frac{1}{b_i} \ln \frac{3|\bar{\nu}_i^k(T_0)|(e^{-b_i T} - 1)}{(\mu_i - \xi_i^*) T} + T_0. \quad (26)$$

另一方面由于  $t \geq T_0 + T$ , 则

$$t_2 < \max\{T_0 + T, \hat{t}\} <$$

$$\max\{T_0 + T, \max_{i=1, \dots, n} \frac{1}{b_i} \ln \frac{3\bar{\nu}_{i0}^k}{\mu_i - \xi_i^*} + T + T_0\} =$$

$$\max_{i=1,\dots,n} \frac{1}{b_i} \ln \frac{3\bar{\nu}_{i0}^k}{\mu_i - \xi_i^*} + T + T_0 := \bar{t}_2. \quad (27)$$

由上式可见, 识别出与当前转子系统动态相匹配的动态估计器 $k$ 所用的时间不超过

$$t_p := \bar{t}_2 - T_0 = T + \max_{i=1,\dots,n} \left( \frac{1}{b_i} \ln \frac{3\bar{\nu}_{i0}^k}{\mu_i - \xi_i^*} \right).$$

证毕.

由定理2可知, 系统动态差异 $|\tilde{\varphi}_i^k(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})|$ 在小于周期 $T$ 的一段时间内大于 $2\mu_i$ ( $\mu_i > \xi_i^*$ )时故障就可以被识别出来, 且识别故障所用的时间不超过 $t_p$ . 这是因为常数神经网络提供了裂纹故障的准确信息, 从而增强了对微小裂纹故障的灵敏性, 同时减小了故障诊断时间.

裂纹故障的监测与诊断过程是自动进行动态匹配的过程, 故障的检测与分离过程是并行的. 因此可采用如下裂纹故障诊断策略:

在裂纹故障检测阶段, 只需将被监测转子系统与动态估计器 $0$ 相比较, 若在任意时刻 $t > T$  对所有 $i \in \{1, \dots, n\}$ , 有 $\|\tilde{\nu}_i^0(t)\| < \delta_i$ ( $\delta_i$ 为检测阈值, 由式(20)可取 $\delta_i = \xi_i^*/b_i$ ), 则可判断转子系统运行正常; 而在某一时刻 $t_d > T$ 检测到 $\|\tilde{\nu}_i^0(t_d)\| > \delta_i$ , 则可判断系统发生了裂纹故障, 并进行下一步的故障分离; 在裂纹故障分离阶段, 将被监测转子系统与所有的动态估计器进行比较, 若对所有 $i \in \{1, \dots, n\}$ 以及每一个 $r \in \{0, 1, \dots, N_k\} \setminus \{k\}$ , 存在某一有限的时刻 $t_1$ 使得 $\|\tilde{\nu}_i^k(t)\| < \|\tilde{\nu}_i^r(t)\|, t > t_1$ , 则可判断裂纹故障 $k$ 发生.

## 5 仿真(Simulation)

为了验证所提方法的有效性, 采用的被监测转子系统为具有刚性支承的水平Jeffcott转子, 刚性圆盘位于两支承中间. 假设裂纹位于盘根部, 不计陀螺效应的影响, 且转轴扭转刚性仅考虑弯曲振动, 并忽略裂纹对转轴平行于裂纹方向刚度的影响. 在静止坐标系下, 裂纹转子的振动方程为<sup>[24]</sup>

$$\begin{bmatrix} m & 0 \\ 0 & m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} c & 0 \\ 0 & c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k_x & k_{xy} \\ k_{yx} & k_y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = m\omega^2 \begin{bmatrix} \cos(\omega t + \Phi_0) \\ \sin(\omega t + \Phi_0) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} mg \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (28)$$

其中:  $x, y$ 为直角坐标系,  $m$ 为圆盘质量,  $c$ 为阻尼,  $e$ 为圆盘质量偏心距,  $\omega$ 为转子旋转角速度,  $t$ 为时间,  $\Phi_0$ 为转轴自转的初始相位角,  $g$ 为重力加速度常数,  $k_x = k_0 - f(\theta)\Delta K \cos^2 \Phi$ ,  $k_y = k_0 - f(\theta)\Delta K \sin^2 \Phi$ 分别为裂纹轴沿 $x, y$ 方向的刚度,  $k_0$ 为无裂纹时转轴的刚度,  $k_{xy} = k_{yx} = -f(\theta)\Delta K \sin \Phi \cos \Phi$ 为 $x, y$ 方向的耦合刚度,  $\Phi = \omega t + \Phi_0 + \beta$ ,  $\beta$ 为转子不平衡量方向与裂纹方向的夹角,  $\theta = \Phi - \gamma$ ,  $\tan \gamma = y/x$ . 裂纹开关函数 $f(\theta) = 1/2 + (2/\pi) \cos \theta - (2/3\pi) \cos 3\theta +$

$$(2/5\pi) \cos 5\theta.$$

引入以下归一化参数:  $\tau = \omega t$ (无量纲时间),  $X_s = mg/k_0$ (无裂纹转子静变形),  $\bar{K} = \Delta K/K_0$ (刚度变化比),  $X = x/X_s$ ,  $Y = y/X_s$ ,  $\bar{e} = e/X_s$ (质量偏心量),

$$\omega_c = \sqrt{K_0/m}, \dot{X} = \frac{dX}{d\tau}, \dot{Y} = \frac{dY}{d\tau},$$

$\bar{D} = c/2\sqrt{mK_0}$ (外阻尼比),  $\Omega = \omega/\omega_c$ (转速比), 则有无量纲振动方程为

$$\begin{bmatrix} \ddot{X} \\ \ddot{Y} \end{bmatrix} + \frac{2\bar{D}}{\Omega} \begin{bmatrix} \dot{X} \\ \dot{Y} \end{bmatrix} - \frac{f(\theta)\bar{K}}{2\Omega^2} \begin{bmatrix} 2\cos^2 \Phi & \sin 2\Phi \\ \sin 2\Phi & 2\sin^2 \Phi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ Y \end{bmatrix} + \frac{1}{\Omega^2} \begin{bmatrix} X \\ Y \end{bmatrix} = \bar{e} \begin{bmatrix} \cos(\tau + \Phi_0) \\ \sin(\tau + \Phi_0) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{\Omega^2} \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (29)$$

转子系统正常运行时,  $\bar{K} = 0$ ,  $\bar{D} = 0.01$ ,  $\Phi_0 = 0$ ,  $\bar{e} = 0.1$ ,  $\Omega = 0.6$ . 本仿真考虑转子系统发生3种裂纹故障. 故障1为轻微裂纹故障,  $\bar{K} = 0.1$ ,  $\beta = 0$ ; 故障2为较严重裂纹故障,  $\bar{K} = 0.3$ ,  $\beta = 0$ ; 故障3为带偏角的轻微裂纹故障,  $\bar{K} = 0.1$ ,  $\beta = 0.2$ . 仿真中令未知系统动态为 $\varphi^k(X, Y, \dot{X}, \dot{Y})$ ( $k = 0, 1, 2, 3$ ,  $k = 0$ 代表正常模式):

$$\begin{aligned} \varphi^k(X, Y, \dot{X}, \dot{Y}) = & f(\theta)\bar{K} \begin{bmatrix} 2\cos^2 \Phi & \sin 2\Phi \\ \sin 2\Phi & 2\sin^2 \Phi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ Y \end{bmatrix} - \\ & \frac{2\bar{D}}{\Omega} \begin{bmatrix} \dot{X} \\ \dot{Y} \end{bmatrix} - \frac{1}{\Omega^2} \begin{bmatrix} X \\ Y \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (30)$$

转子系统各运行状态下的轴心轨迹图如图1所示.

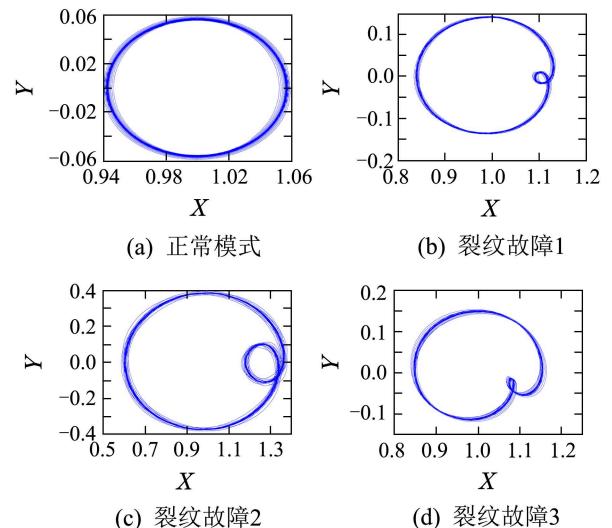


图1 转子轴心轨迹

Fig. 1 Rotor axes contrails

### 5.1 裂纹故障辨识(Crack fault identification)

采用RBF神经网络辨识转子系统在不同运行状态下的系统未知动态, 即

$$\begin{cases} \dot{\hat{\nu}}_1 = -a_1(\hat{\nu}_1 - \dot{X}) + \hat{\mathbf{W}}_1^T \mathbf{S}_1(\mathbf{Z}) + \\ \bar{e} \cos(\tau + \Phi_0) + (1/\Omega^2), \\ \dot{\hat{\nu}}_2 = -a_2(\hat{\nu}_2 - \dot{Y}) + \hat{\mathbf{W}}_2^T \mathbf{S}_2(\mathbf{Z}) + \\ \bar{e} \sin(\tau + \Phi_0), \end{cases} \quad (31)$$

其中神经网络的输入  $\mathbf{Z} = [X \ Y \ \dot{X} \ \dot{Y}]^T$ . 令各运行状态下的初始条件均为  $X(0) = 1, \dot{X}(0) = Y(0) = \dot{Y}(0) = 0$ , 神经网络权值初始值  $\hat{\mathbf{W}}_i = 0$ . 由于对各运行状态下的未知系统动态辨识方法相同, 下面以裂纹故障3的辨识为例进行说明.

构造高斯RBF网络  $\hat{\mathbf{W}}_i^{3T} \mathbf{S}_i(\mathbf{Z}) (i = 1, 2)$ , 节点数  $N_i = 9 \times 9 \times 9 \times 9 = 6561$ , 其中心点  $\chi_{ij}$  均匀分布在区域  $[0, 2] \times [-1, 1] \times [-1, 1] \times [-1, 1]$  中, 高斯中心宽度  $\eta_{ij} = 0.16$ , 并按照式(6)调节权值. 其中, 式(31)和式(6)中的设计参数选取为  $a_i = 5, \Gamma_i = \text{diag}\{20, 20\}, \sigma_i = 0.0001$ .

裂纹故障3的辨识结果如图2-3所示. 图2为神经网络权值的收敛曲线, 由图2可以看出神经网络权值  $\hat{\mathbf{W}}_i^3 (i = 1, 2)$  的一部分权值收敛到常数, 而另一部分权值保持在零的附近. 图3为常数神经网络逼近未知动态的时域曲线, 从图3可以看出, 沿着故障3的系统轨迹, 常数神经网络  $\bar{\mathbf{W}}_i^{3T} \mathbf{S}_i(\mathbf{Z})$  能够逼近转子系统动态  $\varphi_i^3$ .

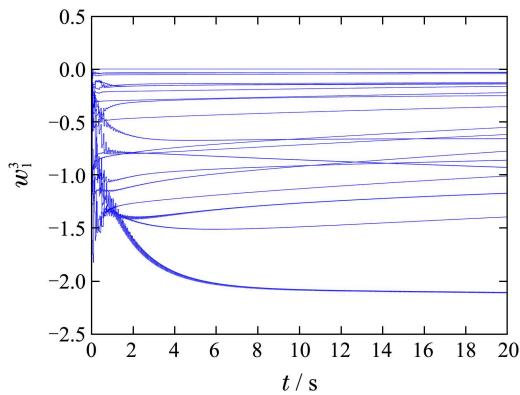
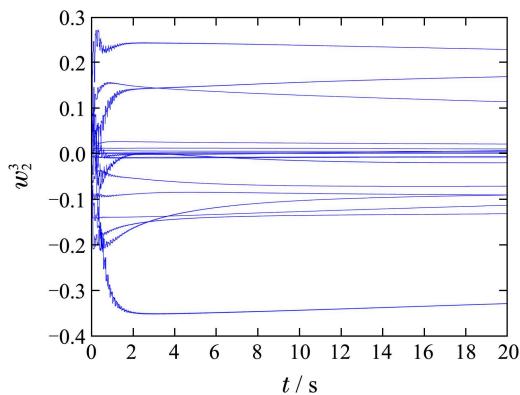
(a)  $\hat{\mathbf{W}}_1^3$  部分权值收敛(b)  $\hat{\mathbf{W}}_2^3$  部分权值收敛

Fig. 2 Partial parameter convergence

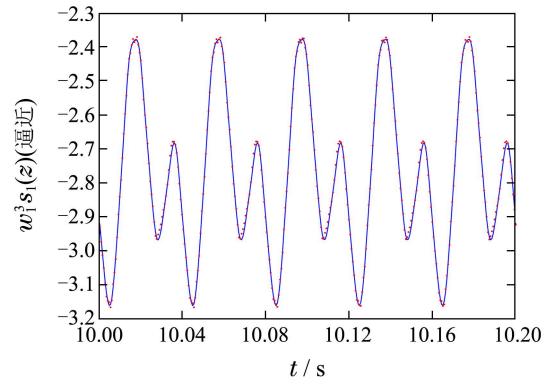
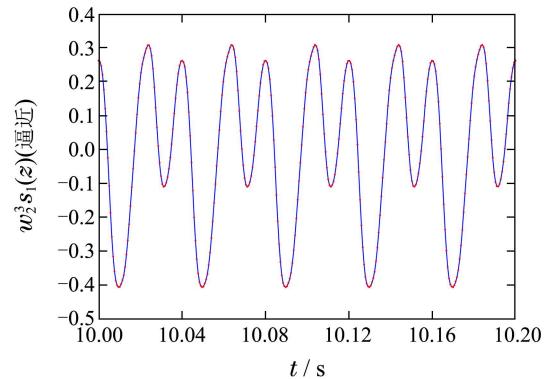
(a)  $\bar{\mathbf{W}}_1^{3T} \mathbf{S}_1(\mathbf{Z})$ (红\*)逼近  $\varphi_i^3$ (蓝-)(b)  $\bar{\mathbf{W}}_2^{3T} \mathbf{S}_2(\mathbf{Z})$ (红\*)逼近  $\varphi_i^3$ (蓝-)

图3 系统未知动态的神经网络逼近

Fig. 3 Approximation of unknown system dynamics

通过以上的辨识过程可获取转子系统各种运行状态下的系统动态信息, 这些信息以常数神经网络  $\bar{\mathbf{W}}_i^{kT} \mathbf{S}_i(\mathbf{Z}) (i = 1, 2, k = 0, 1, 2, 3)$  的形式存储并应用于转子裂纹故障诊断中.

## 5.2 裂纹故障诊断(Crack fault diagnosis)

利用对应各运行状态的常数神经网络并根据式(15)构造4个动态估计器:

$$\begin{cases} \dot{\bar{\nu}}_1^k = -b_1(\bar{\nu}_1^k - \dot{X}) + \bar{\mathbf{W}}_1^{kT} \mathbf{S}_1(\mathbf{Z}) + \\ \bar{e} \cos(\tau + \Phi_0) + (1/\Omega^2), \\ \dot{\bar{\nu}}_2^k = -b_2(\bar{\nu}_2^k - \dot{Y}) + \bar{\mathbf{W}}_2^{kT} \mathbf{S}_2(\mathbf{Z}) + \\ \bar{e} \sin(\tau + \Phi_0), \end{cases} \quad (32)$$

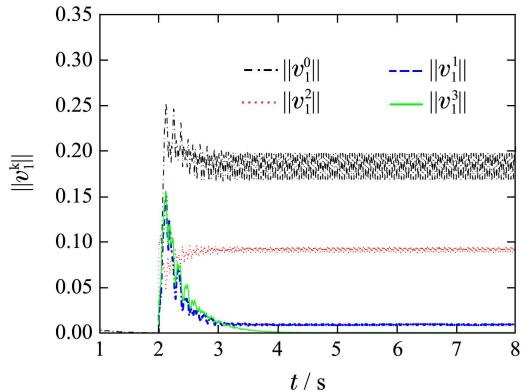
其中参数选取为  $b_i = 2 (i = 1, 2)$ . 将动态估计器的状态与被监测转子的状态进行比较, 依据残差变化对当前转子系统进行状态监测和裂纹故障诊断. 根据前面的辨识结果, 检测阈值选取为  $\delta_i = 0.01$ .

### 5.2.1 带偏角的裂纹故障(Crack fault with angle)

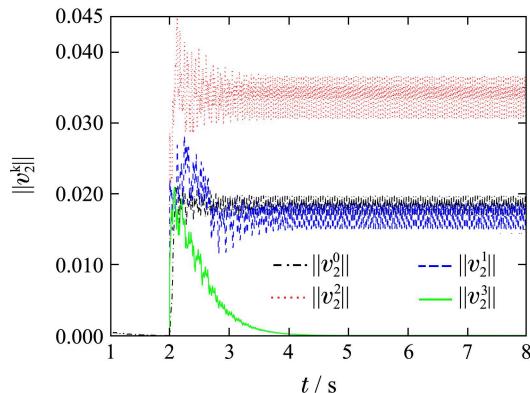
考虑被监测转子系统在  $t = 2$  s之前正常运行, 在  $t = 2$  s时刻发生带偏角的轻微裂纹(故障3). 各动态估计器在  $X, Y$  方向上的速度残差范数曲线如图4所示.

分析图4可得, 动态估计器0的残差  $\|\bar{\nu}_i^0\|$  在  $t = 2$  s之前保持较小值, 可知转子系统正常运行; 在接近  $t =$

2 s时刻 $\|\bar{v}_i^0\|$ 迅速增大并超过了相应的阈值,从而检测到系统发生故障;在 $t = 3$  s时刻之后动态估计器3的残差 $\|\bar{v}_i^3\|$ 为最小,可知系统发生了带偏角的轻微裂纹(故障3).



(a) X方向上的速度残差范数变化曲线



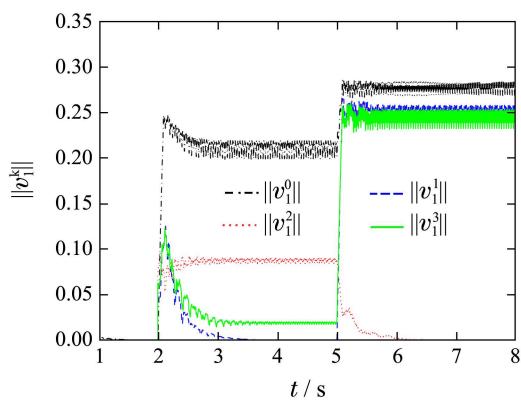
(b) Y方向上的速度残差范数变化曲线

图4 裂纹故障3的检测与分离

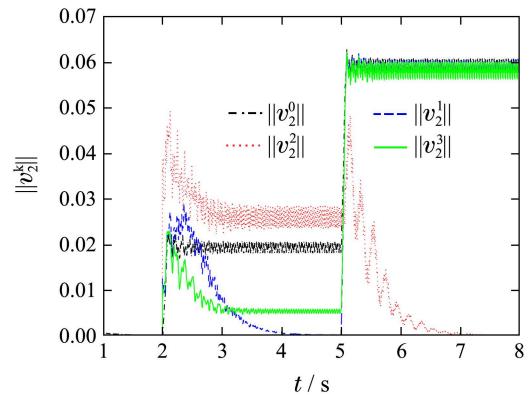
Fig. 4 Detection and isolation of the crack faults

### 5.2.2 不带偏角的裂纹故障(Crack fault without angle)

考虑被监测转子系统在 $t = 2$  s之前正常运行,在 $t = 2$  s时刻发生轻微裂纹(故障1),然后在 $t = 5$  s裂纹深度加重(故障2).各动态估计器在X, Y方向上的速度残差范数曲线如图5所示.



(a) X方向上的速度残差范数变化曲线



(b) Y方向上的速度残差范数变化曲线

图5 裂纹故障1的检测与分离

Fig. 5 Detection and isolation of the crack faults

分析图5可得, 动态估计器0的残差 $\|\bar{v}_i^0\|$ 在 $t = 2$  s之前保持较小值, 可知转子系统正常运行; 在接近 $t = 2$  s时刻 $\|\bar{v}_i^0\|$ 迅速增大并超过了相应的阈值, 从而检测到系统发生故障; 在 $t = 3$  s时刻之后动态估计器1的残差 $\|\bar{v}_i^1\|$ 为最小, 可知系统发生轻微裂纹(故障1), 而在 $t = 5$  s时刻之后, 动态估计器2的残差 $\|\bar{v}_i^3\|$ 为最小, 可判断此时裂纹变深, 转子系统发生较严重裂纹(故障2). 可见, 根据各动态估计器的残差变化可以动态地监测裂纹的发展, 有利于裂纹故障的定量诊断. 仿真结果表明, 所提诊断方法可对转子系统可以自动进行在线实时监测, 并能在转子发生裂纹故障的初期阶段就能快速地作出正确的判断.

## 6 结论(Conclusions)

本文为转子系统的裂纹故障提出了一种快速诊断方法. 采用RBF神经网络对裂纹转子系统进行局部准确辨识, 并利用已辨识的信息对被监测转子系统裂纹故障进行在线监测与快速诊断.

与传统的神经网络故障诊断方法相比, 文中的RBF神经网络不仅能准确地逼近裂纹转子系统动态, 而且裂纹故障信息以常数神经网络的形式存储, 可被高效地应用于故障诊断过程.

所提诊断方法的快速性在于, 一方面诊断过程不需重新辨识系统动态, 而是一个动态实时监测的过程, 另一方面, 神经网络对裂纹故障信息的准确提取使得对微小裂纹的检测非常有效.

## 参考文献(References):

- [1] GUO D, PENG Z K. Vibration analysis of a cracked rotor using Hilbert-Huang transform [J]. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2007, 21(8): 3030 – 3041.
- [2] LIN Y L, CHU F L. The dynamic behavior of a rotor system with a slant crack on the shaft [J]. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2010, 24(2): 522 – 545.
- [3] QIN W Y, MENG G, ZHANG T. The Swing vibration, transverse oscillation of cracked rotor and the intermittence chaos [J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2003, 259(3): 571 – 583.

- [4] CHENG L, LI N, CHEN X F, et al. The influence of crack breathing and imbalance orientation angle on the characteristics of the critical speed of a cracked rotor [J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2011, 330(9): 2031–2048.
- [5] 马辉, 宋雪萍, 赵鑫, 等. 小波包分析在转子裂纹故障检测中的应用 [J]. 振动、测试与诊断, 2006, 26(4): 300–304.  
(MA Hui, SONG Xueping, ZHAO Xin, et al. Application of wavelet decomposition and reassigned wavelet scalogram to rotor crack faults [J]. *Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis*, 2006, 26(4): 300–304.)
- [6] 李志农, 吴昭同, 丁启全, 等. 基于高阶谱分析的转子裂纹的诊断 [J]. 机械科学与技术, 2002, 21(6): 981–982.  
(LI Zhinong, WU Zhaotong, DING Qiquan, et al. Fault diagnosis of the cracked rotor based on high-order spectral analysis [J]. *Mechanical Science and Technology*, 2002, 21(6): 981–982.)
- [7] PENG Z K, LANG Z Q, CHU F L. Numerical analysis of cracked beams using nonlinear output frequency response functions [J]. *Computers and Structures*, 2008, 86(17/18): 1809–1818.
- [8] ZOU J, CHEN J, PU Y P. Wavelet time-frequency analysis of torsional vibrations in rotor system with a transverse crack [J]. *Computers & Structures*, 2004, 82(15/16): 1181–1187.
- [9] DARPE A K, GUPTA K, CHAWLA A. Coupled bending, longitudinal and torsional vibrations of a cracked rotor [J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2004, 269(1/2): 33–60.
- [10] 姚红良, 王月, 李小彭, 等. 植合故障转子系统中裂纹信息的诊断 [J]. 应用力学学报, 2007, 24(2): 237–241.  
(YAO Hongliang, WANG Yue, LI Xiaopeng, et al. Crack signal detection of coupled fault rotor systems [J]. *Journal of applied mechanics*, 2007, 24(2): 237–241.)
- [11] SEKHAR A S. Crack identification in a rotor system: a model-based approach [J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2004, 270(4/5): 887–902.
- [12] XIANG J X, CHEN X F, MO Q Y, et al. Identification of crack in a rotor system based on wavelet finite element method [J]. *Finite Elements in Analysis and Design*, 2007, 43(14): 1068–1081.
- [13] SARIDAKIS K M, CHASALEVRIS A C, PAPADOPOULOS C A, et al. Applying neural networks, genetic algorithms and fuzzy logic for the identification of cracks in shafts by using coupled response measurements [J]. *Computers & Structures*, 2008, 86(11/12): 1318–1338.
- [14] 梁平, 白蕾, 龙新峰, 等. 基于小波包分析及神经网络的汽轮机转子振动故障诊断 [J]. 控制理论与应用, 2007, 24(6): 981–985.  
(LIANG Ping, BAI Lei, LONG Xinfeng, et al. Turbine rotor vibration faults diagnosis based on wavelet packet analysis and neural network [J]. *Control Theory & Applications*, 2007, 24(6): 981–985.)
- [15] 向家伟, 陈雪峰, 何正嘉. 基于神经网络的短粗转轴裂纹诊断研究 [J]. 振动与冲击, 2007, 26(11): 20–24.  
(XIANG Jiawei, CHEN Xuefeng, HE Zhengjia. Study on crack diagnosis for podgy shaft based on neural network [J]. *Journal of Vibration and Shock*, 2007, 26(11): 20–24.)
- [16] BECERRA J A, ESPADAFOR F J, PERAGO F C, et al. A methodology for cracks identification in large crankshafts [J]. *Mechanical Systems Signal and Processing*, 2011, 25(8): 3168–3185.
- [17] YU T, HAN Q K, QIN Z Y, et al. Identification of crack location and depth in rotating machinery based on artificial neural network [J]. *Lecture Notes in Computer Science*, 2006(3973): 982–990.
- [18] WANG C, HILL D J. Deterministic learning and rapid dynamical pattern recognition [J]. *IEEE Transactions on Neural Networks*, 2007, 18(3): 617–630.
- [19] WANG C, HILL D J. *Deterministic Learning Theory for Identification, Recognition and Control* [M]. Boca Raton: CRC Press, 2009.
- [20] 吴玉香, 王聪. 不确定机器人的自适应神经网络控制与学习 [J]. 控制理论与应用, 2013, 30(8): 990–997.  
(WU Yuxiang, WANG Cong. Adaptive neural network control and learning for uncertain robot [J]. *Control Theory & Applications*, 2013, 30(8): 990–997.)
- [21] 韩清凯, 于涛, 王德友, 等. 故障转子系统的非线性振动分析与诊断方法 [M]. 北京: 科学出版社, 2010.
- [22] KHALIL H K. *Nonlinear System* [M]. 3rd ed. Upper Sanddle River, New Jersey: Prentice Hall, 2002.
- [23] WANG C, CHEN T R. Rapid detection of small oscillation faults via deterministic learning [J]. *IEEE Transactions on Neural Networks*, 2011, 22(8): 1284–1296.
- [24] 朱厚军, 赵玫, 王德洋. Jeffcott裂纹转子动力特性的研究 [J]. 振动与冲击, 2001, 20(1): 1–4.  
(ZHU Houjun, ZHAO Mei, WANG Deyang. A study on the dynamics of a cracked Jeffcott rotor [J]. *Journal of Vibration and Shock*, 2001, 20(1): 1–4.)

### 作者简介:

吴玉香 (1968–), 女, 教授, 硕士生导师, 主要研究方向为非线性系统的自适应神经网络控制、机器人控制及转子系统故障诊断等, E-mail: xyuwu@scut.edu.cn;

张景 (1989–), 女, 硕士研究生, 主要研究方向为机器人及转子系统的故障诊断等, E-mail: Jingzh198@126.com;

王聪 (1968–), 男, 教授, 博士生导师, 主要研究领域为非线性系统自适应神经网络控制与辨识、确定学习理论、动态模式识别、基于模式的控制、振动故障诊断及在航天航空、生物医学工程等领域的应用, E-mail: wangcong@scut.edu.cn.