

## 内模控制框架下时延系统扩张状态观测器参数整定

徐 琦<sup>1,2†</sup>, 孙明伟<sup>3</sup>, 陈增强<sup>3</sup>, 张德贤<sup>1</sup>

(1. 南开大学 电子信息与光学工程学院, 天津 300071;  
2. 军事交通学院, 天津 300161; 3. 南开大学 计算机与控制工程学院, 天津 300071)

**摘要:**作为一种有效的控制设计方法,自抗扰控制研究获得了广泛关注,然而针对自抗扰控制器的参数整定方法则相对较少。本文针对一阶惯性加延迟系统,将线性自抗扰控制转化为内模控制结构,导出了其中控制器、滤波器、乘性不确定性、互补灵敏度函数的对应表达式,随后,利用频域鲁棒稳定性判据,分析了自抗扰控制器核心—扩张状态观测器的参数对闭环系统稳定性的影响。基于该分析,总结出一阶惯性加延迟系统扩张状态观测器的两条参数整定准则。数值仿真结果验证了该整定准则的有效性。

**关键词:**自抗扰控制;扩张状态观测器;内模控制;时延;稳定性

中图分类号: TP273 文献标识码: A

### Extended state observer tuning for time-delay systems in the framework of internal model control

XU Qi<sup>1,2†</sup>, SUN Ming-wei<sup>3</sup>, CHEN Zeng-qiang<sup>3</sup>, ZHANG De-xian<sup>1</sup>

(1. College of Electronic Information and Optical Engineering, Nankai University, Tianjin 300071, China;  
2. Military Traffic Institute, Tianjin 300161, China;  
3. College of Computer and Control Engineering, Nankai University, Tianjin 300071, China)

**Abstract:** Active disturbance rejection control (ADRC) is a powerful tool in practical applications, which attracts wide attention in recent years. However, there are few systematic and useful tuning methods for it. In this paper, the linear ADRC for the typical first-order-plus-time-delay process is transformed into an internal model control (IMC) structure to perform insightful analysis. The corresponding controller, the filter, the multiplicative uncertainty and the complementary sensitivity function within the IMC framework are obtained, respectively. Then, the robust stability criterion in the frequency domain is employed to quantitatively investigate the effects of the parameters of the extended state observer (ESO), the key component of ADRC, on the closed-loop stability. According to the analysis, two tuning guidelines for the ESO are presented explicitly. Numerical simulations are used to validate the effectiveness of the proposed results.

**Key words:** active disturbance rejection control; extended state observer; internal model control; time delay; stability

### 1 引言(Introduction)

自抗扰控制(active disturbance rejection control, ADRC)技术是一种基于干扰观测器的控制策略,它继承和发扬了经典PID控制的思想,近年来,获得了学者们的广泛关注<sup>[1-2]</sup>。自抗扰控制器的核心—扩张状态观测器(extended state observer, ESO)利用系统的输入输出数据,将系统的内外扰动总和估计并进行动态补偿,使原系统简化为近似的串联积分器形式,从而达到理想的控制效果,在实际工业领域,自抗扰控制技术已经获得了一些成功的应用<sup>[3-5]</sup>。

自抗扰控制技术是一种基于干扰观测器的控制系统设计方法,最初是由韩京清以一种复杂的非线性形

式提出的<sup>[2]</sup>,其参数整定过程和稳定性分析都比较复杂<sup>[6]</sup>。虽然自抗扰控制系统闭环稳定性分析工作已经取得了较大的进展<sup>[7-9]</sup>,然而对于实际工程师有价值的控制参数整定方法仍相对较少<sup>[10-11]</sup>。从促进推广自抗扰控制应用的角度来看,开发出正确有效的参数整定方法是非常重要的。为简化参数调节过程,Gao开发了一种线性自抗扰控制器设计方法<sup>[12]</sup>,这种简洁的自抗扰控制结构含有更少的控制参数并且易于实现<sup>[13-14]</sup>,对于实际中各类典型的工业过程,也便于更加深入的分析和探寻其控制参数调节方法。针对代表了一大类实际工业过程的一阶时延系统,PID控制器的参数整定方法已经比较完善<sup>[15-17]</sup>。作为PID控制继

收稿日期: 2013-09-14; 收修改稿日期: 2013-11-30。

†通信作者。E-mail: xiaoxu.kzgc@163.com。

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(61174094, 61273138); 新世纪优秀人才支持计划资助项目(NCET-10-0506); 天津市自然科学基金资助项目(13JCYBJC17400)。

承和发扬者的自抗扰控制技术,在实践中针对一阶时延对象也取得了良好的控制效果,然而其参数整定方法研究却相对较少,此类整定方法的出现将会促进自抗扰控制的进一步广泛应用。

作为一种提高常规控制系统设计水平的有力工具,内模控制(internal model control, IMC)<sup>[18-20]</sup>不仅是一种实用的先进控制算法,而且是研究预测控制等控制策略的重要工具。在内模控制框架内,许多控制器参数整定方法被开发出来<sup>[21-22]</sup>。本文针对自抗扰控制器的核心组件—扩张状态观测器,在内模控制框架内进行稳定性分析,推导出一阶时延对象的控制参数整定准则。最后通过数值仿真验证该整定准则的正确性和有效性。

## 2 ESO的内模控制形式构造(Reformulation of ESO within the framework of IMC)

考虑一阶时延系统

$$\frac{y(s)}{u(s)} = \frac{k}{Ts + 1} e^{-\tau s}, \quad (1)$$

其中:  $u$ 表示系统输入,  $y$ 表示系统输出,  $k$ 表示系统的稳态增益,  $T$ 为系统的时间常数,  $\tau$ 为系统的时延。利用Padé近似,得到

$$e^{-\tau s} \approx \frac{1 - 1/2(\tau s) + 5/44(\tau s)^2}{1 + 1/2(\tau s) + 5/44(\tau s)^2}. \quad (2)$$

根据式(2),系统(1)可以转化为

$$5/44T\tau^2\ddot{y} + \tau(5/44\tau + T/2)\dot{y} + (\tau/2 + T)\dot{y} + y = k(5/44\tau^2\ddot{u} - \tau/2\dot{u} + u) + g(t), \quad (3)$$

其中 $g(t)$ 为Padé近似所引入的近似误差。将式(3)两边同时进行2次积分得到

$$\begin{cases} \dot{x} = f(t) + b_0 u, \\ y = x, \end{cases} \quad (4)$$

其中:

$$\begin{cases} f(t) = [-\tau(5/44\tau + T/2)y - (\tau/2 + T)\int_{t_0}^{t_c} y dt - \\ k(\tau/2 \int_{t_0}^{t_c} u dt - \int_{t_0}^{t_c} \int_{t_0}^{t_c} u d\lambda dt) - \\ \int_{t_0}^{t_c} \int_{t_0}^{t_c} (y - g(\lambda))d\lambda dt]/(5/44T\tau^2), \\ b_0 = k/T. \end{cases} \quad (5)$$

式(5)中 $t_0$ 和 $t_c$ 分别表示系统的初始时刻和当前时刻。显然时延对象(1)可以被转化为式(4)所表示的不含时延对象。定义 $x_1 = y$ ,  $x_2 = f(t)$ , 式(4)可表达为

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 + bu, \\ \dot{x}_2 = \omega, \\ y = x_1. \end{cases} \quad (6)$$

针对式(6)设计线性状态观测器

$$\begin{cases} s \cdot z_1 = z_2 + 2 \cdot \omega_o \cdot (y - z_1) + b \cdot u, \\ s \cdot z_2 = \omega_o^2 \cdot (y - z_1). \end{cases} \quad (7)$$

由于状态观测器(7)是在原始对象(1)的基础上扩充出一个新的状态变量而导出的,所以式(7)称为扩张状态观测器。其中 $z_1$ 表示估计的系统状态 $x_1$ ,  $z_2$ 表示估计的系统内外扰动总和,  $b$ 和 $\omega_o$ 为扩张状态观测器的可调参数,分别称为扩张状态观测器的增益和带宽。性能良好的扩张状态观测器可以使 $z_2$ 理想的跟踪系统的扰动总和 $x_2$ ,这种情况下,控制律可以选取为

$$u = \frac{k_p(y_r - y) + k_d s(y_r - y) - z_2}{b}, \quad (8)$$

其中:  $y_r$ 为指令信号,  $k_p$ 和 $k_d$ 分别表示PD控制器的控制参数<sup>[12]</sup>。整理式(7)可以得到

$$z_2 = \frac{\omega_o^2}{(s + \omega_o)^2} (s \cdot y - b \cdot u). \quad (9)$$

根据式(8)–(9),一阶时延对象的自抗扰控制系统结构如图1所示。

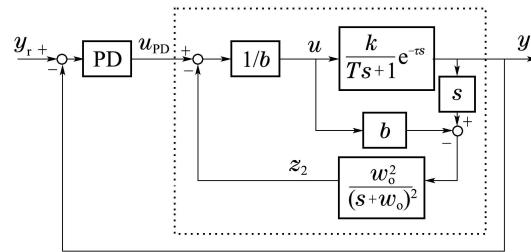


图1 一阶时延对象自抗扰控制系统结构

Fig. 1 ADRC structure of first-order-plus-time-delay plant

经过等效变换,图1虚线框中的扩张状态观测器部分可转化为图2所示形式。

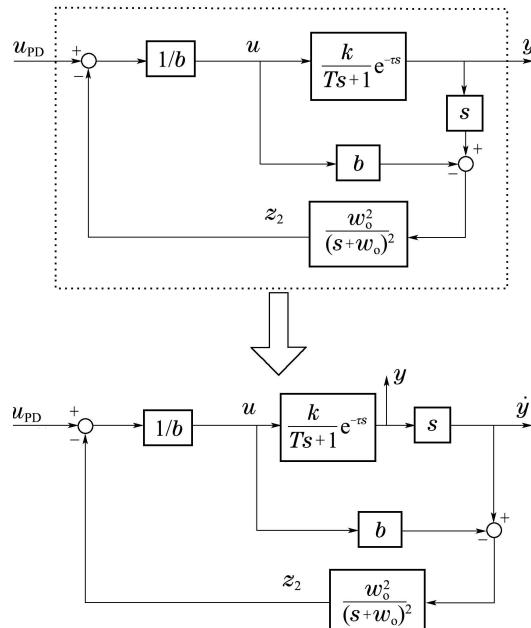


图2 扩张状态观测器的内模控制形式

Fig. 2 IMC structure of the ESO

图2表明, 图1虚线框内对象和ESO构成的环路部分可以被转化为典型的内模控制系統<sup>[19]</sup>。该内模控制系统的输入为“外环PD控制器的输出”, 该内模控制系统的输出为“对象输出的一阶微分”。这样, 一阶时延对象的自抗扰控制系统结构就可以进一步表示成图3所示形式。

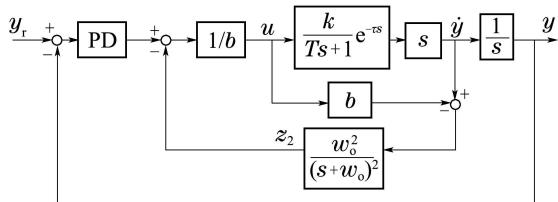


图3 自抗扰控制系统的内模控制结构

Fig. 3 The transformational structure of ADRC system

图3表明, 在满足尺度分离定理情况下, 性能足够好的ESO可以确保对象输出的一阶微分理想跟踪外环PD控制器的输出, 此时, 被控对象就被ESO转化成近似的一阶积分器, 这个一阶积分器的近似程度是由ESO性能决定的, 而该一阶积分器近似程度的好坏也直接影响着自抗扰控制系统性能的优劣。

### 3 ESO参数整定准则(Tuning criteria for ESO)

根据图2, 内模控制结构相应的对象部分\$G\_p\$表达式为

$$G_p = \frac{ks}{Ts+1}e^{-\tau s}. \quad (10)$$

相应模型部分\$G\_m\$表达式为

$$G_m = b. \quad (11)$$

相应控制器部分\$C\_{IMC}\$和滤波器部分\$F\_{IMC}\$表达式分别为

$$C_{IMC} = \frac{1}{b}, \quad (12)$$

$$F_{IMC} = \frac{\omega_o^2}{(s + \omega_o)^2}. \quad (13)$$

根据式(10)–(11), 得到系统的乘性不确定性\$l\_m\$表达式为

$$l_m = \frac{G_p}{G_m} - 1 = \frac{kse^{-\tau s}}{b(Ts+1)} - 1. \quad (14)$$

根据式(11)–(13), 系统互补灵敏度函数\$\tilde{\eta}\$表达式为

$$\tilde{\eta}(s) \approx G_m \cdot C_{IMC} \cdot F_{IMC} = \frac{\omega_o^2}{(s + \omega_o)^2}. \quad (15)$$

依据文献[18]中内模控制系统鲁棒稳定性判据, 系统稳定时所需满足条件

$$\|\tilde{\eta}l_m\|_\infty = \sup_{\omega} |\tilde{\eta}(\omega)l_m(\omega)| < 1. \quad (16)$$

将式(14)–(15)代入到式(16)中, 得到系统稳定性条件

$$\begin{aligned} \sup_{\omega} |\tilde{\eta}(\omega)l_m(\omega)| &= \\ \sup_{\omega} \left| \frac{\omega_o^2}{(j\omega + \omega_o)^2} \cdot \left[ \frac{kj\omega e^{-\tau j\omega}}{b(Tj\omega + 1)} - 1 \right] \right| &< 1. \end{aligned} \quad (17)$$

不失一般性, 将对象参数\$k\$和\$T\$均取为1, 稳定性条件表示为

$$\begin{aligned} \sup_{\omega} |\tilde{\eta}(\omega)l_m(\omega)| &= \\ \sup_{\omega} \left| \frac{\omega_o^2}{(j\omega + \omega_o)^2} \cdot \left[ \frac{j\omega e^{-\tau j\omega}}{b(j\omega + 1)} - 1 \right] \right| &< 1. \end{aligned} \quad (18)$$

ESO参数\$\omega\_o, b\$和对象时延\$\tau\$对系统稳定性的影响可以通过Bode图以图形化的形式表达出来。其中互补灵敏度函数\$\tilde{\eta}(\omega)\$是一个典型的低通滤波器, \$\omega\_o\$为滤波器的转折频率。将参数\$b\$固定为1, 考察乘性不确定性\$l\_m(\omega)\$在时延\$\tau\$分别取值为0.5, 1.0, 1.5, 2.0时的增益Bode图曲线如图4。将时延\$\tau\$固定为1, 考察乘性不确定性\$l\_m(\omega)\$在\$b\$分别取值为0.5, 1.0, 1.5, 2.0时的增益Bode图曲线如图5所示。

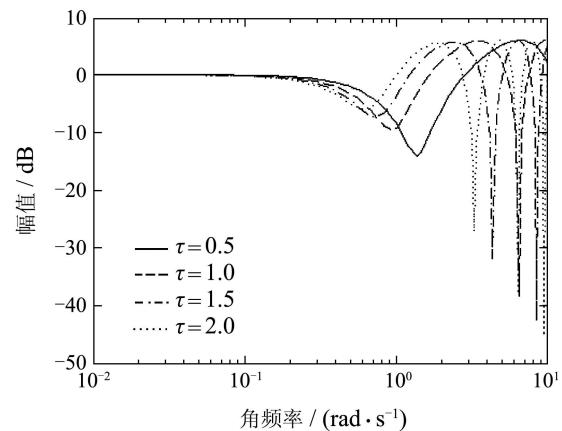


图4 \$\tau\$取值对\$|l\_m(\omega)|\$的影响

Fig. 4 The effect of \$\tau\$ on \$|l\_m(\omega)|\$

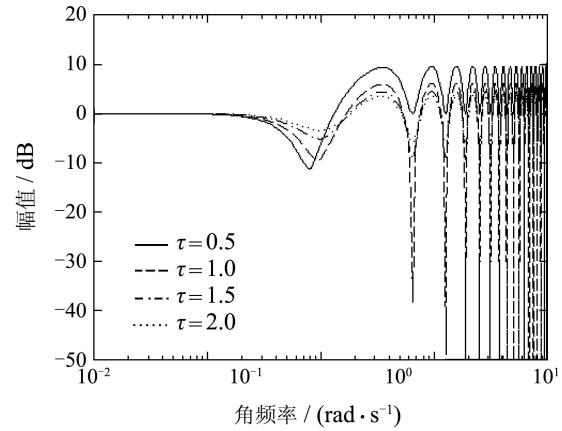


图5 \$b\$取值对\$|l\_m(\omega)|\$的影响

Fig. 5 The effect of \$b\$ on \$|l\_m(\omega)|\$

根据图4–5, 利用Bode图曲线叠加原理, 得到ESO参数\$\omega\_o, b\$和对象时延\$\tau\$对系统稳定性的影响。

随着参数\$\omega\_o\$的增大, \$\tilde{\eta}(\omega)\$的带宽向高频段延伸, \$\sup\_{\omega} |\tilde{\eta}(\omega)l\_m(\omega)|\$大于1的可能性增大, 系统的稳定性变差; 图4表明随着对象时延\$\tau\$的增大, \$l\_m(\omega)\$幅值峰值出现的频率减小, \$\sup\_{\omega} |\tilde{\eta}(\omega)l\_m(\omega)|\$大于1的可能性增

大, 系统的稳定性变差; 图5表明随着参数 $b$ 的增大,  $l_m(\omega)$ 幅值峰值减小,  $\sup_{\omega} |\tilde{\eta}(\omega)l_m(\omega)|$ 大于1的可能性降低, 系统的稳定性提升.

综合上述分析, 针对一阶时延对象的扩张状态观测器参数整定准则总结如下:

**准则1** 根据文献[11]中ESO带宽 $\omega_o$ 与闭环期望调节时间 $t_s$ 的关系 $\omega_o \approx 40/t_s$ 选择 $\omega_o$ .

**准则2** 由于系统时延的影响, 标称参数 $b$ 值往往达不到系统的稳定性要求, 需要增大ESO参数 $b$ 值实现良好的控制性能.

#### 4 数值仿真(Numerical example)

利用数值仿真验证上述参数整定准则的有效性. 设被控一阶时延对象数学模型为

$$G_p = \frac{1}{s+1} \cdot e^{-0.5s}. \quad (19)$$

控制任务为跟踪幅值为4, 周期为10的方波信号. 进行自抗扰控制器设计, PD控制器部分选取为比例控制器, 控制参数为 $k_p=2$ , 设定期望的闭环调节时间 $t_s=5$  s, 根据准则1, 首先选取ESO带宽 $\omega_o=40/5=8$ , 为验证准则2的有效性, 分别将ESO参数 $b$ 选取为模型标称值1, 4和7, 考察ESO带宽 $\omega_o$ 取不同值时的系统响应曲线如图6~8所示. 图6~8表明, 对于时延系统, 根据闭环性能指标选定的 $\omega_o$ 值, 标称 $b$ 值达不到系统的稳定性要求, 增大 $b$ 值能够提高时延系统稳定性, 实现期望的控制性能.

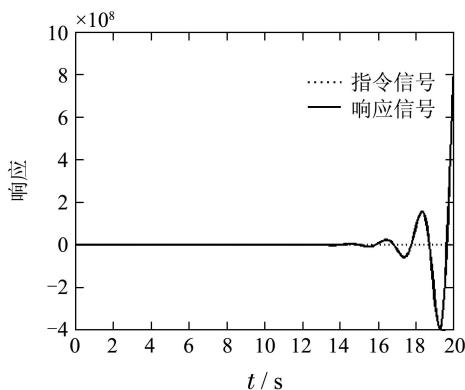


图6  $b = 1, \omega_o = 8$ 时系统响应曲线

Fig. 6 Time response when  $b = 1, \omega_o = 8$

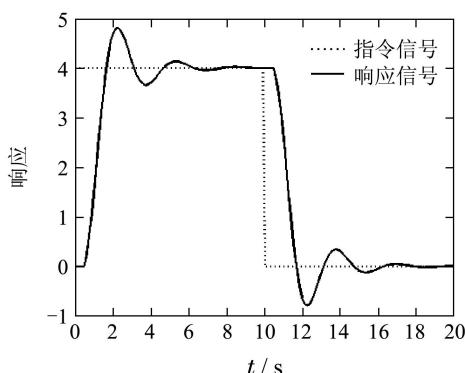


图7  $b = 4, \omega_o = 8$ 时系统响应曲线

Fig. 7 Time response when  $b = 4, \omega_o = 8$

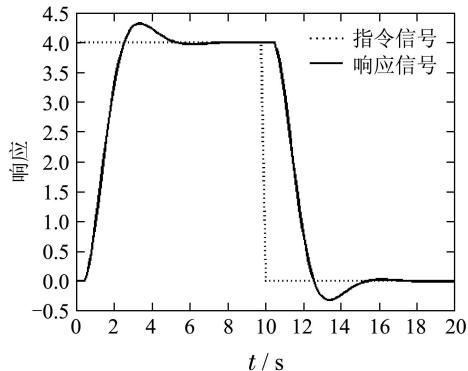


图8  $b = 7, \omega_o = 8$ 时系统响应曲线

Fig. 8 Time response when  $b = 7, \omega_o = 8$

#### 5 结论(Conclusions)

针对工业过程中广泛存在的一阶时延对象, 本文提出了一种将扩张状态观测器转化为内模控制结构进行分析的方法, 利用内模控制鲁棒稳定性判据分析了ESO参数 $b, \omega_o$ 和对象时延 $\tau$ 对系统稳定性的影响, 总结出扩张状态观测器参数整定准则, 以实现系统稳定性和动态性能的良好权衡. 数值仿真结果表明该整定准则的有效性, 具有较强的实践意义.

#### 参考文献(References):

- [1] 黄一, 薛文超. 自抗扰控制: 思想、应用及理论分析 [J]. 系统科学与数学, 2012, 32(10): 1287–1307.  
(HUANG Yi, XUE Wenchao. Active disturbance rejection control: methodology, applications and theoretical analysis [J]. *Journal of Systems Science and Mathematical Sciences*, 2012, 32(10): 1287–1307.)
- [2] 韩京清. 自抗扰控制技术 [M]. 北京: 国防工业出版社, 2008.  
(HAN Jingqing. *Active Disturbance Rejection Control Technique* [M]. Beijing: National Defense Industry Press, 2008.)
- [3] DONG L, ZHANG Y, GAO Z. A robust decentralized load frequency controller for interconnected power systems [J]. *ISA Transactions*, 2012, 51(3): 410–419.
- [4] 王丽君, 童朝南, 李擎, 等. 实用自抗扰控制在大时滞厚度自动监控系统中的应用 [J]. 控制理论与应用, 2012, 29(3): 368–374.  
(WANG Lijun, TONG Chaonan, LI Qing, et al. Practical active disturbance rejection solution for monitoring automatic gauge control system with large time-delay [J]. *Control Theory & Applications*, 2012, 29(3): 368–374.)
- [5] 赖爱芳, 郭毓, 郑立君. 航天器姿态机动及稳定的自抗扰控制 [J]. 控制理论与应用, 2012, 29(3): 401–407.  
(LAI Aifang, GUO Yu, ZHENG Lijun. Active disturbance rejection control for spacecraft attitude maneuver and stability [J]. *Control Theory & Applications*, 2012, 29(3): 401–407.)
- [6] FREIDOVICH L B, KHALIL H K. Robust feedback linearization using extended high-gain observers [C] //Proceedings of IEEE Conference on Decision and Control. San Diego: IEEE, 2006, 8: 983–988.
- [7] GUO B, ZHAO Z. On the convergence of an extended state observer for nonlinear systems with uncertainty [J]. *Systems & Control Letters*, 2011, 60(6): 420–430.

- [8] YOO D, YAU S S T, GAO Z. Optimal fast tracking observer bandwidth of the linear extended state observer [J]. *International Journal of Control*, 2007, 80(1): 102 – 111.
- [9] GUO B, ZHAO Z. On convergence of the nonlinear active disturbance rejection control for MIMO systems [J]. *SIAM Journal on Control and Optimization*, 2013, 51(2): 1727 – 1757.
- [10] 李述清, 张胜修, 刘毅男, 等. 根据系统时间尺度整定自抗扰控制器参数 [J]. 控制理论与应用, 2012, 29(1): 125 – 129.  
(LI Shuqing, ZHANG Shengxiu, LIU Yinan, et al. Parameter-tuning in active disturbance rejection controller using time scale [J]. *Control Theory & Applications*, 2012, 29(1): 125 – 129.)
- [11] CHEN X, LI D, GAO Z, et al. Tuning method for second-order active disturbance rejection control [C] //Proceedings of the Chinese Control Conference. Yantai: IEEE, 2011, 7: 6322 – 6327.
- [12] GAO Z. Scaling and bandwidth-parameterization based controller tuning [C] //Proceedings of the American Control Conference. Denver: IEEE, 2003, 6: 4989 – 4996.
- [13] SUN B, GAO Z. A DSP-based active disturbance rejection control design for a 1-kW H-bridge DC-DC power converter [J]. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2005, 52(5): 1271 – 1277.
- [14] 陈增强, 孙明伟, 杨瑞光. 线性自抗扰控制器的稳定性研究 [J]. 自动化学报, 2013, 39(5): 574 – 580.  
(CHEN Zengqiang, SUN Mingwei, YANG Ruiguang. On the stability of linear active disturbance rejection control [J]. *Acta Automatica Sinica*, 2013, 39(5): 574 – 580.)
- [15] LEE Y, LEE J, PARK S. PID controller tuning for integrating and unstable processes with time delay [J]. *Chemical Engineering Science*, 2000, 55(17): 3481 – 3493.
- [16] PANDA C, YU C C, HUANG H P. PID tuning rules for SOPDT systems: review and some new results [J]. *ISA Transactions*, 2004, 43(2): 283 – 295.
- [17] HWANG C, HWANG J H. Stabilization of first-order plus dead-time unstable processes using PID controllers [J]. *IEE Proceedings on Control Theory and Applications*, 2004, 151(1): 89 – 94.
- [18] MORARI M, ZAFIRIOU E. *Robust Process Control* [M]. New Jersey: Prentice Hall, 1989.
- [19] GARCIA CE, MORARI M. Internal model control: 1: a unifying review and some new results [J]. *Industrial & Engineering Chemistry Process Design and Development*, 1982, 21(2): 308 – 323.
- [20] 肖强, 谢巍. 针对时滞系统的一般化内模控制方法 [J]. 自动化学报, 2011, 37(4): 464 – 470.  
(XIAO Qiang, XIE Wei. A GIMC architecture for time-delay systems [J]. *Acta Automatica Sinica*, 2011, 37(4): 464 – 470.)
- [21] GRIMBLE M J, DE LA SALLE S, HO D. Relationships between internal model control and LQG controller structures [J]. *Automatica*, 1989, 25(1): 41 – 53.
- [22] ALCÁNTARA S, ZHANG W, PEDRET C, et al. IMC-like analytical  $H_\infty$  design with S/SP mixed sensitivity consideration: utility in PID tuning guidance [J]. *Journal of Process Control*, 2011, 21(6): 976 – 985.

### 作者简介:

- 徐 琦 (1986–), 男, 硕士研究生, 目前研究方向为自抗扰控制、预测控制, E-mail: xiaoxu\_kzgc@163.com;
- 孙明伟 (1972–), 男, 博士, 副教授, 目前研究方向为自抗扰控制、飞行器制导与控制, E-mail: smw\_sunmingwei@163.com;
- 陈增强 (1964–), 男, 博士, 教授, 目前研究方向为非线性系统建模与控制、智能预测控制, E-mail: chenzq@nankai.edu.cn;
- 张德贤 (1956–), 男, 教授, 目前研究方向为薄膜光伏器件的工业制备和理论研究, E-mail: dexianzhang@nankai.edu.cn.